

О. В. Митина

Математические методы в психологии

ПРАКТИКУМ

*Рекомендовано Советом по психологии УМО
по классическому университетскому образованию
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению и специальности «Психология»*



АСПЕКТ ПРЕСС

Москва

2008

УДК 159.9.075:519.2

ББК 88в631с51

М 66

Рецензенты:

д-р психол. наук, проф. *А. Н. Гусев*;

д-р биол. наук, ст. науч. сотр. *А. П. Кулачев*;

д-р философ. наук, вед. науч. сотр. *А. Н. Кричевец*;

д-р техн. наук, декан факультета информационных технологий МГППУ

Л. С. Куравский

Митина Ольга Валентиновна

М66 Математические методы в психологии: Практикум / **О. В. Митина**. — М.: Аспект Пресс, 2008. — 238 с.

ISBN 978-5-7567-0485-3

Пособие является результатом многолетнего чтения курса «Методы анализа данных в психологии» в МГУ, МГППУ и других психологических высших учебных заведениях, материалом для него послужили лекционные методические разработки. В первой части пособия наиболее полно представлены простейшие методы одномерной статистики: описательная статистика и задачи об одной и двух выборках. Во второй части рассматриваются более сложные приемы дисперсионного и регрессионного анализа. Третья часть содержит описание двух самых известных в психологии методов многомерной статистики: эксплораторного факторного и кластерного анализов. Главная цель — дать возможность неискушенному в этой области читателю, по роду профессиональной или учебной деятельности столкнувшемуся с необходимостью проанализировать количественные данные, самостоятельно пройти весь путь от ввода данных до написания отчета. Для выполнения той или иной процедуры необходимо следовать пошаговой инструкции, предполагающей лишь минимальный уровень владения компьютером. Пособие снабжено многочисленными числовыми примерами, взятыми из реальных исследований.

Для преподавания различных дисциплин, связанных с математическими методами в психологии, а также в психологическом практикуме по курсу «Измерения».

УДК 159.9.075:519.2

ББК 88в631с51

ISBN 978-5-7567-0485-3

© ЗАО Издательство «Аспект Пресс», 2008

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее пособие мы постарались включить наиболее известные типы задач, встречающихся в психологических исследованиях. Конечно, не все методы и приемы были рассмотрены, а выбранные мы разделили на три большие части. В первую вошли простейшие методы одномерной статистики: описательная статистика и задачи об одной и двух выборках, которые представлены здесь наиболее полно. Приводятся формулы и подробно расписываются алгоритмы самостоятельно вычисления практически всех показателей. Вторую часть составили более сложные приемы, и хотя формулы также приводятся, мы не думаем, что найдется большое количество энтузиастов заниматься вычислениями самостоятельно. Третья часть содержит описание двух самых распространенных в психологии методов многомерной статистики: эксплораторного факторного и кластерного анализов. Хотя с точки зрения вычислений их гораздо сложнее освоить, нежели те, что описаны в первой и второй частях, но они по своей популярности, быть может, превосходят описанные во второй части. Здесь мы вообще не предполагаем, что читатель будет производить вычислительные процедуры, поэтому формул не даем и к тому же приводим наиболее простые техники (устанавливаемые в большинстве программ анализа данных по умолчанию). Главной целью при этом было дать возможность читателю, начинающему осваивать анализ данных самостоятельно, пройти весь путь от ввода данных до написания отчета.

Мы надеемся, что, реально сделав первые шаги в этом направлении и получив первые результаты, читатель забудет страх перед необходимостью работать с компьютерными программами и, обретя определенную уверенность, в дальнейшем сможет сосредоточить свое внимание именно на освоении иных методов анализа данных. Инструкции составлены таким образом, что позволяют следовать им, владея компьютером на минимальном уровне. Для большинства задач первых двух частей вполне достаточно иметь программу EXCEL, которая стоит практически на всех компьютерах. Кроме того, для выполнения самых простых задач в EXCEL от читателя требуется не только «нажимать клавиши», но и делать промежуточные вычисления. Вследствие этого выполнить самостоятельные работы именно в стандартной конфигурации EXCEL очень полезно с методической точки зрения. Однако для тех читателей, которые не хотят останавливаться на начальном уровне, мы рекомендуем осваивать методы анализа в специальных статистических пакетах.

Для начала можно установить специальную надстройку в том же EXCEL — «Анализ данных» и попробовать выполнить предлагаемые работы с помощью этого пакета. Вы увидите, что многое из того, что вы делали вручную, в этом пакете реализуется автоматически и гораздо быстрее. Но универсальность EXCEL имеет и обратную сторону. Далеко не все методы, необходимые именно психологам, в нем можно выполнить. Именно поэтому параллельно предлагается осваивать и специальные программы. Во-первых, это программа STADIA, а во-вторых — SPSS. Каждая из этих программ имеет свои сильные и слабые стороны, и именно параллельное их освоение оказывается наиболее эффективным. STADIA является отечественной программой (автор А. Н. Кулаичев), обладает очень дружественным в методическом плане интерфейсом, с ней легко работать. Создавая свою программу, автор учитывал специфику отечественной пользовательской аудитории: гуманитарии, над которыми довлеет стереотип крайне настороженного отношения к математическим методам.

Однако программа эта относительно молодая (в сравнении с зарубежными аналогами, существовавшими еще даже до появления персональных компьютеров на больших ЭВМ), а потому имеет определенные ограничения в плане методов, не являющихся широкоупотребительными. В этом плане SPSS — общепризнанный мировой лидер, особенно среди психологов. И если планы использования количественной методологии не ограничиваются лишь написанием дипломной работы, то без освоения SPSS или других аналогичных по масштабу англоязычных программ¹ обойтись будет достаточно сложно. В настоящее время отечественным психологам доступна как англоязычная, так и русифицированная версия SPSS. Для того чтобы облегчить работу и в той, и в другой версии мы приводим перевод на русский язык терминов, необходимых для выполнения инструкций, содержащихся в пособии.

Все данные для выполнения самостоятельных работ содержатся в файле *Примеры.XLS*² (т.е. в формате EXCEL). Однако их несложно перенести в таблицы для STADIA и SPSS. Для этого нужно просто скопировать весь массив из EXCEL в буфер, вызвать нужную программу и выполнить команду вставки. Кроме того, несложно установить в EXCEL дополнительную надстройку «Анализ данных». Для этого нужно в строке меню в верхней части окна программы выбрать **Сервис**, в открывающемся выпадающем меню пункт **Надстройки** (рис. 1). Для установки «Пакета анализа» в открывшемся диалоговом окне (рис. 2) установите маркер рядом с этим пунктом и нажмите **ОК**.

¹ Например, STATISTICA.

² Файл с данными можно загрузить на сайте издательства www.aspectpress.ru.

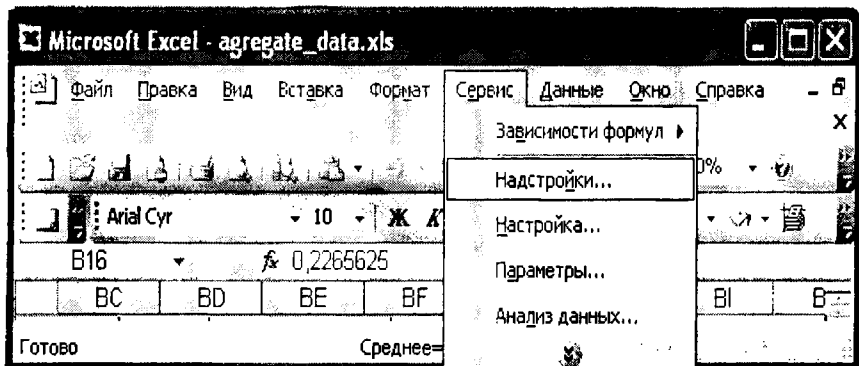


Рис. 1. Окно меню Сервис в EXCEL

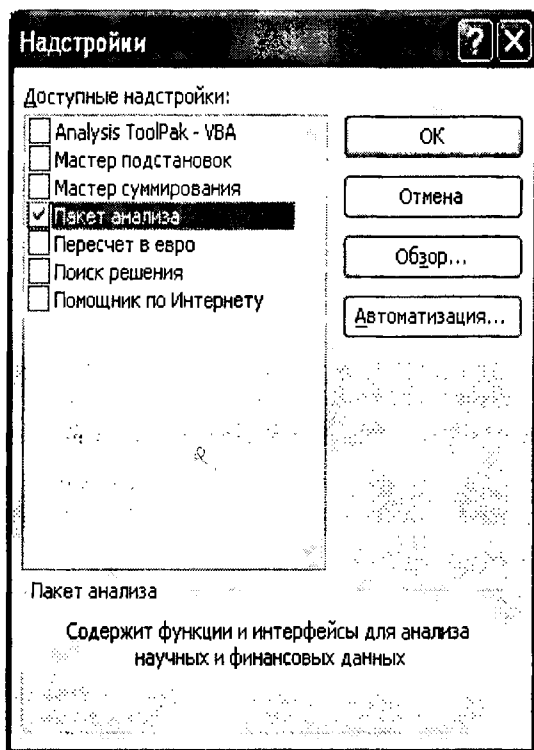


Рис. 2. Окно установки Надстроек в EXCEL

Часть 1

НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТИКИ

Глава 1. ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

ПАРАМЕТРЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Определения и формулы вычислений

Показатели положения

Mo — мода, значение, встречающееся наиболее часто (Mode).

Me — медиана, значение, которое делит распределение пополам, т.е. слева и справа от медианного значения находится по 50% значений (Median).

Квантиль — это такое значение, которое делит распределение в заданной пропорции.

Квартили (Q_1, Q_2, Q_3) — это квантили, делящие распределение в пропорции $i/4$ ($i = 1, 2, 3$) от нижней точки к верхней (Quartiles), $Me = Q_2$.

x_{max} — максимальное значение выборки (Maximum).

x_{min} — минимальное значение выборки (Minimum).

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} \text{ — среднее (Mean),} \quad (1.1)$$

где N — число наблюдений (number of cases), x_i — величина i -го наблюдения.

Показатели разброса

$$d = x_{max} - x_{min} \text{ — размах (Range).} \quad (1.2)$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \text{ — межквартильный размах (Interquartile range).} \quad (1.3)$$

$$D \equiv S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{N - 1} \text{ — дисперсия (Variance).} \quad (1.4)$$

$$S = \sigma = \sqrt{D} \text{ — стандартное отклонение (Standard Deviation).} \quad (1.5)$$

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\% \text{ — коэффициент вариации (Variance Coefficient).} \quad (1.6)$$

$$K = -\sum_{j=1}^J \frac{n_j}{N} \log \frac{n_j}{N} \text{ — энтропия классификации (Entropy).} \quad (1.7)$$

где J — число классов при классификации, n_j — число объектов, попавших при классификации в класс j ¹.

Показатели изменчивости более высокого порядка

В разных источниках можно найти различные формулы вычисления асимметрии и эксцесса. На больших выборках (при больших значениях N) они практически не отличаются друг от друга, однако на малых выборках различия могут быть существенны.

$$A = \frac{1}{N} \frac{\sum_i (x_i - \bar{X})^3}{\sigma^3} \text{ — асимметрия (Skewness).} \quad (1.8)$$

$$A = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_i (x_i - \bar{X})^3}{\sigma^3} \text{ — асимметрия (Skewness).} \quad (1.8a)$$

$$E = \frac{1}{N} \frac{\sum_i (x_i - \bar{X})^4}{\sigma^4} - 3 \text{ — эксцесс (Kurtosis).} \quad (1.9)$$

¹Энтропия является показателем разброса при классификациях, т.е. номинальных измерениях данных. Несмотря на свою достаточную очевидность, данный показатель не вычисляется ни в одном известном нам статистическом пакете, по крайней мере в стандартном блоке дескриптивной статистики.

При «плохой» (слабо дифференцирующей) классификации величина этого показателя мала. В предельном случае, когда все объекты попадают в один класс (т.е. информативность такой классификации равна 0, различие объектов в результате классификации не устанавливается), энтропия также равна нулю. Действительно, так как все объекты попадают в один класс (присвоим ему номер 1), можно считать, что $n_1 = N$, а все остальные $n_j = 0$, $j = 2, \dots, J$. Подставив эти значения в формулу 1.7 и помня, что $\log 1 = 0$, а также $\lim_{x \rightarrow 0} x \log x = 0$, получаем $K = 0$. В случае,

если в каждый класс попало одинаковое число объектов (равномерная классификация), энтропия, то есть разброс, будет максимальным. Чтобы вычислить эту величину, заметим, что $n_j = N/J$, $j = 1, \dots, J$, то есть одинаково для всех классов, а

$$\text{значит, } K = -J \sum_{j=1}^J \frac{1}{J} \log \frac{1}{J} = \log J.$$

$$E = \frac{N(N+1)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \frac{\sum_i (x_i - \bar{X})^4}{\sigma^4} - 3 \frac{(N-1)^2}{(N-2)(N-3)}$$

эксцесс (Kurtosis). (1.9a)

Доверительный интервал для генерального среднего (Confidence Interval for Mean)

Формула вычисления стандартной ошибки

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \text{ (Standard Error),} \quad (1.10)$$

где σ — стандартное отклонение; N — число наблюдений.

Формула вычисления радиуса интервала

$$\delta_\alpha = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot SE, \quad (1.11)$$

где α — уровень значимости радиуса интервала (Level of significance), т.е. допустимая вероятность совершить ошибку первого рода. Нулевая гипотеза устанавливает, что в $100 \cdot (1 - \alpha) \%$ случаев составления выборки из генеральной совокупности выборочное

среднее принадлежит указанному интервалу; $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ — соответствующее значение нормального распределения (z-score).

Формула вычисления границ доверительного интервала с уровнем доверия $1 - \alpha$

$$(\bar{X} - \delta_\alpha) \text{ — нижняя граница (lower bound);} \quad (1.12)$$

$$(\bar{X} + \delta_\alpha) \text{ — верхняя граница (upper bound).} \quad (1.12a)$$

Тест на нормальность

Данные, представленные выборкой, можно считать нормально распределенными, если:

- ♦ выборка является симметричной;
- ♦ медиана практически совпадает со средним;
- ♦ боксплоты симметричны;
- ♦ показатели асимметрии и эксцесса близки к нулю.

Графическая форма представления результатов

Числовая форма представления результатов является наиболее информативной и экономичной с точки зрения объема текста. Однако если размеры публикации позволяют, визуальное представление результатов описательной статистики оказывается существенно более наглядным и

доходчивым, позволяет привлечь внимание к тексту даже весьма отстраненного читателя. В описательной статистике целесообразно приводить следующие графики:

- ♦ частотные гистограммы (по возможности с указанием кривой нормального распределения);
- ♦ круговые диаграммы;
- ♦ для данных, измеренных как минимум в ранговой шкале:
 - боксплоты;
 - линейные графики.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В EXCEL

1. Подготовка данных. Внесите данные в таблицу в **Столбец 1** (рис. 1.1).

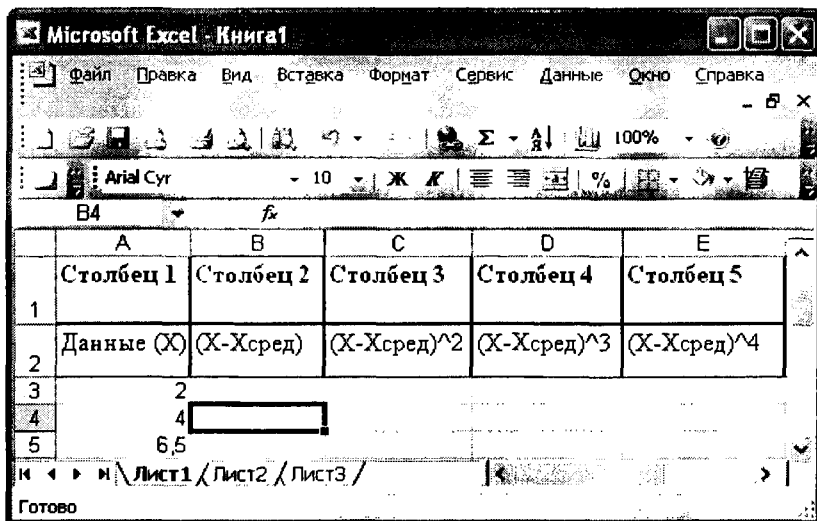


Рис. 1.1. Окно ввода данных в EXCEL

$X_{\text{сред}}$ обозначает \bar{X} .

Символ $^$ обозначает возведение в степень, т.е. $(X - X_{\text{сред}})^2$ — это $(X - \bar{X})^2$, $(X - X_{\text{сред}})^3$ — это $(X - \bar{X})^3$, $(X - X_{\text{сред}})^4$ — это $(X - \bar{X})^4$.

2. Вычисление показателей положения.

2.1. Вычислите моду с помощью функции **МОДА**.

2.1.1. Для этого поместите курсор в ячейку, в которой вы хотите получить вычисляемое значение (рис. 1.2).

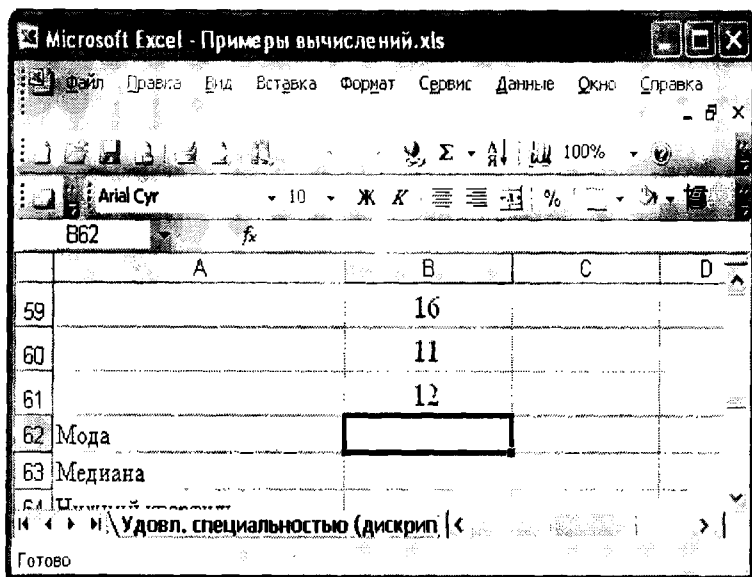


Рис. 1.2. Окно ввода данных и функций в EXCEL

2.1.2. На верхней панели инструментов нажмите кнопку f_x . На рис. 1.3 рядом с ней стоит указатель **Вставка функции**.

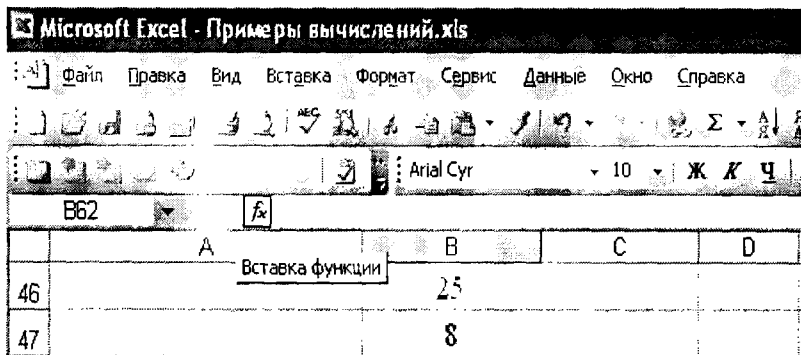


Рис. 1.3. Кнопка вставки функций в EXCEL

Появится окно **Мастер функций** (рис. 1.4).

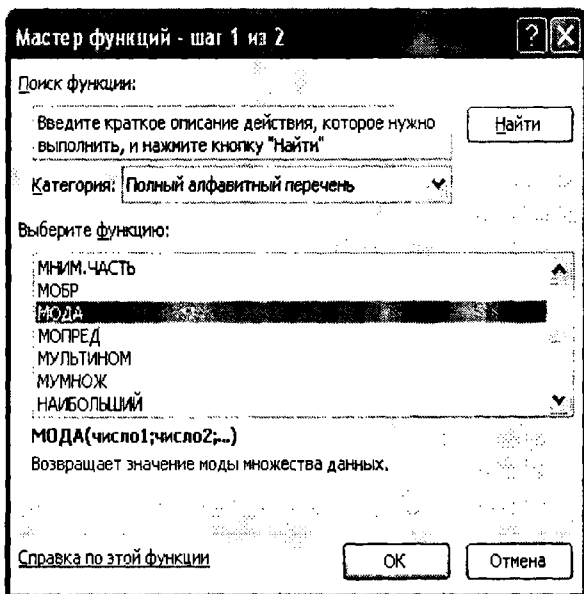


Рис. 1.4. Окно 1-го шага задания функции в EXCEL

В списке Категорий установите Полный алфавитный перечень, в окне Выберите функцию найдите функцию МОДА, нажмите ОК.

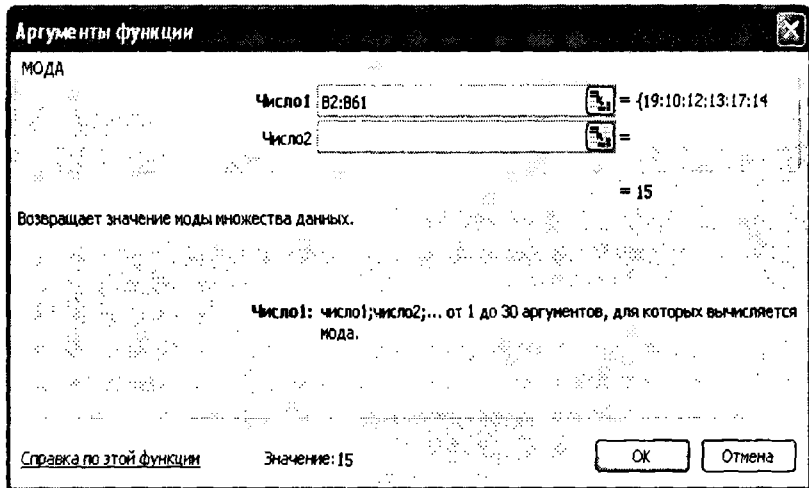


Рис. 1.5. Задание процедуры вычисления моды на массиве данных в EXCEL

2.1.3. В поле **Число1** введите диапазон, содержащий числа, моду для которых необходимо определить. На рис. 1.5 этот диапазон указан как **B2:B61**. В таблице EXCEL это столбец **B**, и клетки в нем соответствуют строкам с номера 2 по номер 61. Поле **Число2** оставьте пустым. Нажмите **ОК**.

2.1.4. В ячейке, установленной в пункте 2.1.1, появится значение моды для указанного в пункте 2.1.3 множества чисел.

2.2. Вычислите медиану с помощью функции **МЕДИАНА**.

Все действия следует выполнять так же, как и в пункте 2.1, только выбирая функцию (пункт 2.1.2), установите название **МЕДИАНА**.

2.3. Вычислите квантили с помощью функции **КВАРТИЛЬ**.

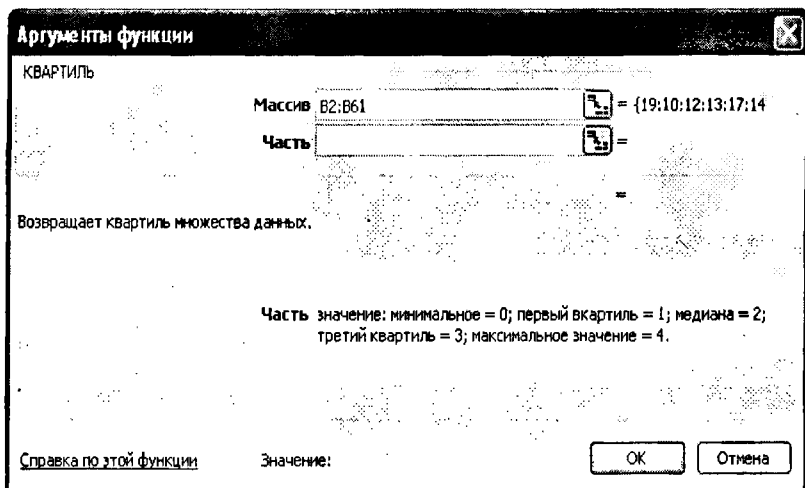


Рис. 1.6. Задание процедуры вычисления квартилей на массиве данных в EXCEL

2.3.1. Все действия следует выполнять так же, как и в пункте 2.1, только выбирая функцию (пункт 2.1.2), установите название **КВАРТИЛЬ**.

По сравнению с вычислением Моды и Медианы нужно заполнить еще одно дополнительное поле: **Часть** (рис. 1.6). Если необходимо вычислить нижний квартиль, введите 1, для вычисления верхнего квартиля введите 3.

2.3.2. С помощью этой же функции можно вычислить и медиану (для этого в поле **Часть** введите 2), для вычисления минимального значения введите 0, а максимального 4.

2.4. Вычислите среднее с помощью функции **СРЕДНЕЕ**.

Все действия следует выполнять так же, как и в пункте 2.1, только выбирая функцию (пункт 2.1.2), установите название **СРЕДНЕЕ**.

2.5. Вычислите минимальное значение.

2.5.1. Все действия следует выполнять так же, как и в пункте 2.1, только выбирая функцию (пункт 2.1.2), установите название **МИН**.

2.5.2. Минимальное значение можно вычислить и с помощью функции **КВАРТИЛЬ**. См. пункт 2.3.2.

2.6. Вычислите максимальное значение.

2.6.1. Все действия следует выполнять так же, как и в пункте 2.1, только выбирая функцию (пункт 2.1.2), установите название **МАКС**.

2.6.2. Максимальное значение можно вычислить и с помощью функции **КВАРТИЛЬ**. См. пункт 2.3.2.

3. Вычисление показателей разброса.

3.1. Вычислите размах d по формуле (1.2).

3.2. Вычислите межквартильный размах Δ_Q по формуле (1.3).

3.3. Вычисление дисперсии.

Дисперсию в EXCEL можно вычислять двумя способами: пользуясь встроенной функцией и непосредственно.

3.3.1. Вычислите дисперсию непосредственно.

3.3.1.1. Вычтите из каждого значения в **Столбце 1** среднее данных по этому столбцу (\bar{X}), вычисленное в пункте 2.3, и впишите каждую полученную разницу на соответствующее место в **Столбец 2**.

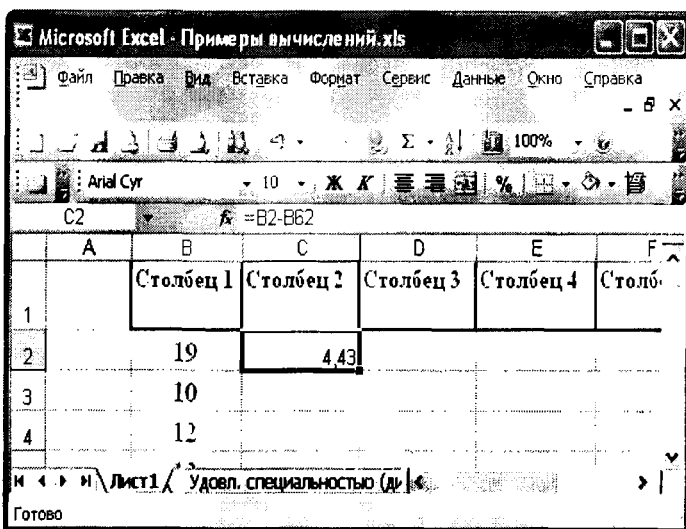


Рис. 1.7. Задание процедуры вычитания среднего по столбцу данных из всех наблюдений этого столбца в EXCEL

Для этого установите курсор в верхнюю ячейку **Столбца 2**. На рис. 1.7 это ячейка **C2**. В поле задания формулы, обозначенном f_x , задайте формулу: **=BS2 — BS62**. В ячейке **BS62** содержится среднее для рассматриваемого массива чисел. Скопируйте формулу из ячейки **C2** во все ячейки **Столбца 2**.

3.3.1.2. Возведите в квадрат каждое значение в **Столбце 2** и поместите результат на соответствующее место в **Столбец 3**.

Для этого установите курсор в верхнюю ячейку **Столбца 3**. На рис. 1.7 это ячейка **D2**. В поле задания формулы, обозначенном f_x , задайте формулу **=C2^2**. Скопируйте формулу из ячейки **D2** во все ячейки **Столбца 3**.

3.3.1.3. Суммируйте данные в **Столбце 3** и поместите результат внизу этого столбца.

Эту операцию нужно выполнить аналогично вычислениям моды, медианы и других величин из пункта 2 с той лишь разницей, что в качестве используемой функции следует выбрать **СУММА**.

3.3.1.4. Разделите полученный результат на $N - 1$ (число наблюдений минус 1).

3.3.2. Вычислите дисперсию, пользуясь встроенной функцией **ДИСП**, и сравните с непосредственно вычисленным значением дисперсии. Для этого в качестве используемой функции следует выбрать **ДИСП**, предварительно нажав f_x .

3.4. Вычисление стандартного отклонения.

Стандартное отклонение в EXCEL можно вычислять двумя способами: пользуясь встроенной функцией и непосредственно.

3.4.1. Вычислите стандартное отклонение непосредственно. Для этого извлеките квадратный корень с помощью функции **КОРЕНЬ** из дисперсии.

3.4.2. Вычислите стандартное отклонение, пользуясь встроенной функцией **СТАНДОТКЛОН** из списка функций, предварительно нажав f_x , и сравните с непосредственно вычисленным значением стандартного отклонения из п. 3.4.1.

3.5. Вычислите коэффициент вариации, пользуясь формулой (1.6). Для этого стандартное отклонение разделите на 100 и выразите величину в %.

3.6. Вычисление энтропии.

3.6.1. Определите частоту попадания в каждый класс. Для этого необходимо в **Столбце 3** указать последовательно весь набор встречающихся значений из **Столбца 2**. Пользуясь встроенной функцией **ЧАСТОТА** из списка функций, укажите в поле **Массив данных B2:B61**, а в поле **Массив интервалов** диапазон **Столбца 3**, содержащий набор встречающихся значений. Результаты выполнения этой функции запишите в

Столбец 4. Для этого в верхнюю клетку столбца введите формулу, затем выделите диапазон, соответствующий числу классов, начиная с ячейки, содержащей формулу. Нажмите клавишу F2, а затем нажмите клавиши CTRL + SHIFT + ENTER.

3.6.2. Вычислите относительную частоту попадания в каждый класс и, пользуясь формулой 1.7, вычислите энтропию K .

4. Вычисление асимметрии.

Асимметрию в EXCEL можно вычислять двумя способами: пользуясь встроенной функцией и непосредственно.

4.1. Вычислите асимметрию непосредственно, пользуясь формулами 1.8 и 1.8а.

4.1.1. Возведите в куб каждое значение в **Столбце 2** и поместите результат на соответствующее место в **Столбец 4**. Это делается аналогично описанному в 3.3.1.2, только вначале в ячейке F2 задается формула $= C2^3$.

4.1.2. Суммируйте данные в **Столбце 4** и поместите результат внизу столбца аналогично описанному в пункте 3.3.1.3.

4.1.3. Для получения значения асимметрии по формуле 1.8 разделите полученный в п. 4.1.2. результат на N , умноженное на стандартное отклонение в кубе.

4.1.4. Для получения значения асимметрии по формуле 1.8а разделите полученный в п. 4.1.2. результат на $(N-1)(N-2)$, умноженное на стандартное отклонение в кубе, и полученную величину умножьте на N .

4.2. Вычислите асимметрию, пользуясь встроенной функцией СКОС, и сравните с непосредственно вычисленным значением асимметрии по формуле 1.8а.

5. Вычисление эксцесса.

Эксцесс в EXCEL можно вычислять двумя способами: пользуясь встроенной функцией и непосредственно.

5.1. Вычислите эксцесс непосредственно.

5.1.1. Возведите в четвертую степень каждое значение в **Столбце 2** и поместите результат на соответствующее место в **Столбец 5**.

5.1.2. Суммируйте данные в **Столбце 5** и поместите результат внизу столбца.

5.1.3. Для получения значения эксцесса по формуле 1.9 разделите полученный результат на N , умноженное на стандартное отклонение в четвертой степени, и вычтите 3.

5.1.4. Аналогично вычислите значение эксцесса по формуле 1.9а.

5.2. Вычислите эксцесс, пользуясь встроенной функцией ЭКСЦЕСС, и сравните с непосредственно вычисленным значением эксцесса по формуле 1.9а.

6. Построение доверительного интервала для среднего генеральной совокупности.

Доверительный интервал в EXCEL можно вычислять двумя способами: пользуясь встроенной функцией и непосредственно.

6.1. Вычислите доверительный интервал непосредственно.

6.1.1. Выберите приемлемый уровень значимости α . Это может быть 0,05, как это часто встречается в психологических исследованиях, однако для разнообразия вы можете положить $\alpha = 0,01$ или 0,1 и т.д. Соответственно уровень доверия интервала будет равен $1 - \alpha$. С помощью встроенной функции **НОРМСТОБР** (рис. 1.8) определите соответствующее z -значение для величины. Данная встроенная функция вызывается аналогично тому, как это происходило в пунктах 2–5. В поле **Вероятность** введите значение, с правой стороны от нижнего знака равенства увидите соответствующее значение z .

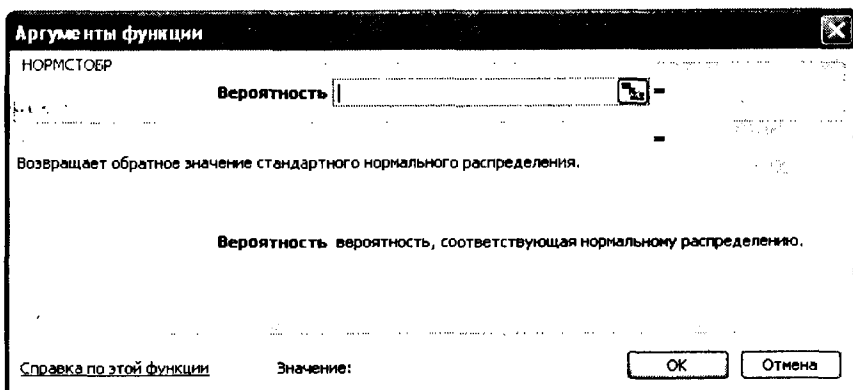


Рис. 1.8. Функция в EXCEL, позволяющая вычислять квантили стандартного нормального распределения

6.1.2. Умножьте полученный результат на стандартное отклонение, деленное на квадратный корень из числа наблюдений (формула 1.11).

6.2. Вычислите доверительный интервал, пользуясь встроенной функцией **ДОВЕРИТ** (рис. 1.9).

В поле **Альфа** введите выбранный вами уровень значимости, в поле **Станд. откл.** — уже вычисленную ранее величину стандартного отклонения (п. 3.4.), в поле **Размер** — объем выборки. Сравните с непосредственно вычисленным значением.

7. Отчет о результатах.

7.1. После окончания представьте в отчете следующую информацию:

- ♦ Объем выборки.

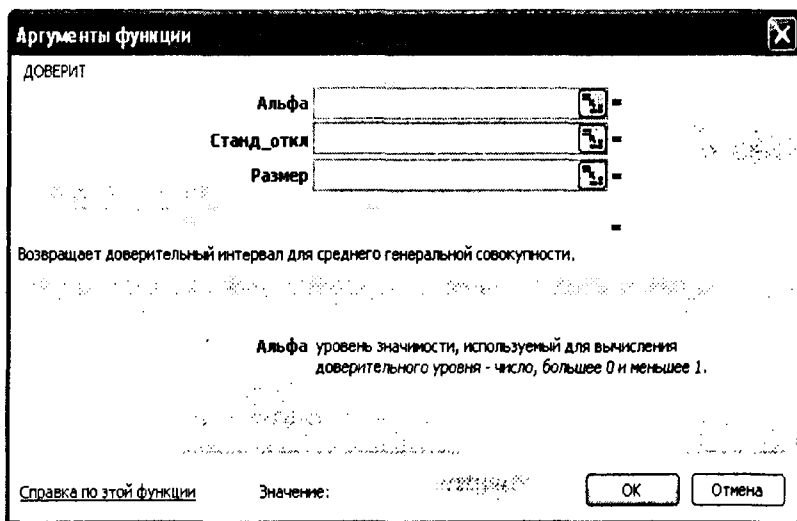


Рис. 1.9. Функция в EXCEL, позволяющая вычислять доверительный интервал

- ◆ Мода.
- ◆ Медиана.
- ◆ Нижний квартиль.
- ◆ Верхний квартиль.
- ◆ Среднее.
- ◆ Минимальное значение.
- ◆ Максимальное значение.
- ◆ Размах.
- ◆ Межквартильный размах.
- ◆ Дисперсия.
- ◆ Стандартное отклонение.
- ◆ Коэффициент вариации.
- ◆ Асимметрия.
- ◆ Эксцесс.
- ◆ Доверительный интервал для генерального среднего.
- ◆ Уровень доверия интервала.
- ◆ Результаты проверки на нормальность¹:
 - a. величина статистики Колмогорова—Смирнова;
 - b. *p*-значение статистики Колмогорова—Смирнова;

¹ Проверка на нормальность — довольно трудоемкое занятие, поэтому в данном пособии мы не предлагаем читателю делать это вручную, а только в статистических пакетах.

- c. односторонний или двусторонний критерий был использован;
- d. установленный уровень значимости.

8. Графическое представление¹.

8.1. Представьте частотную гистограмму.

8.1.1. Для переменной, измеренной в интервальной шкале, по оси абсцисс отложите интервалы разбиения всего диапазона возможных значений показателя — от минимального до максимального. На каждом интервале постройте столбец, ширина которого равна отмеченному интервалу, а высота соответствует числу наблюдений из выборки, попавших в соответствующий интервал.

8.1.2. Если данные измерены в ранговой шкале, отложите по оси абсцисс в порядке возрастания значения переменной, высота столбца соответствует количеству наблюдений в выборке, принимающих соответствующее значение.

8.1.3. Если данные измерены в номинативной шкале, то по оси абсцисс отложите равные по длине отрезки, каждый из которых соответствует своему номинативному значению (порядок в данном случае не важен). Высота столбца соответствует количеству наблюдений в выборке, принимающих подходящее значение.

8.2. Представьте график.

8.2.1. Для переменной, измеренной в интервальной шкале, по оси абсцисс отложите середины интервалов разбиения всего диапазона возможных значений показателя — от минимального до максимального. По оси ординат этому значению будет соответствовать число наблюдений из выборки попавших в соответствующий интервал. Соедините полученные точки линией.

8.1.2. Если данные измерены в ранговой шкале, по оси абсцисс отложите в порядке возрастания значения переменной, по оси ординат этим точкам будут соответствовать количества наблюдений в выборке, принимающих данное значение. Соедините полученные точки линией.

8.3. Постройте круговую диаграмму.

Вычислите процент наблюдений, попавших в каждый интервальный диапазон, ранговое значение или номинативный класс. Разбейте круг на сектора по числу различных классов (диапазонов, ранговых значений). Угловые величины секторов, соответствующих каждому классу, должны складываться между собой как проценты наблюдений, попавших в соответствующие классы.

8.4. Постройте боксплот.

¹ Здесь мы указываем возможные варианты диаграмм и графиков. Все их приводить, конечно, не надо. Готовя отчет или статью, необходимо выбрать наиболее адекватный с точки зрения иллюстративности.

8.4.1. Определите значения нижнего и верхнего квартилей (Q_1, Q_3).

8.4.2. Вычислите межквартильный размах Δ_Q .

8.4.3. Вычислите наблюдения-выбросы.

Верхние выбросы — это те наблюдения, значения которых лежат в диапазоне от $Q_3 + 1,5\Delta_Q$ до $Q_3 + 3\Delta_Q$.

Нижние выбросы — это те наблюдения, значения которых лежат в диапазоне от $Q_1 - 3\Delta_Q$ до $Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

8.4.4. Вычислите экстремальные наблюдения.

Верхние экстремальные наблюдения — это те, значения которых больше, чем $Q_3 + 3\Delta_Q$.

Нижние экстремальные наблюдения — это те, значения которых меньше, чем $Q_1 - 3\Delta_Q$.

8.4.5. Вычислите регулярные максимальное и минимальное значения.

Регулярное максимальное значение — это наибольшее значение наблюдения, не являющегося ни верхним выбросом, ни верхним экстремальным значением.

Регулярное минимальное значение — это наименьшее значение наблюдения, не являющегося ни нижним выбросом, ни нижним экстремальным значением.

8.4.6. По оси ординат отметьте значения медианы, верхних нижних квартилей, выбросов, экстремальных значений и регулярных максимума и минимума. Проведите друг под другом горизонтальные отрезки равной (произвольной) длины. Отрезки, соответствующие верхнему и нижнему квартилям, являются верхней и нижней сторонами прямоугольника. В этом прямоугольнике заключен отрезок, соответствующий медиане. Отрезок, соответствующий регулярному максимуму, соедините серединным перпендикуляром с отрезком, соответствующим верхнему квартилю. Аналогично отрезок, соответствующий регулярному минимуму, соедините серединным перпендикуляром с отрезком, соответствующим нижнему квартилю. Выбросы и экстремальные значения отметьте символами **O** (outlier — выброс) и **E** (extreme — экстремальный) соответственно (пример боксплота см. на рис. 1.44).

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАКЕТАХ

1. Анализ данных в EXCEL

В строке меню в верхней части окна программы выберите **Сервис**, в открывающемся ниспадающем меню пункт **Анализ данных** (рис. 1.10) и в отрывшемся подменю — **Описательная статистика** (рис. 1.11).

В качестве входного интервала укажите массив данных первого столбца. Отметьте флажками пункт **Итоговая статистика**, а **К-й** наи-

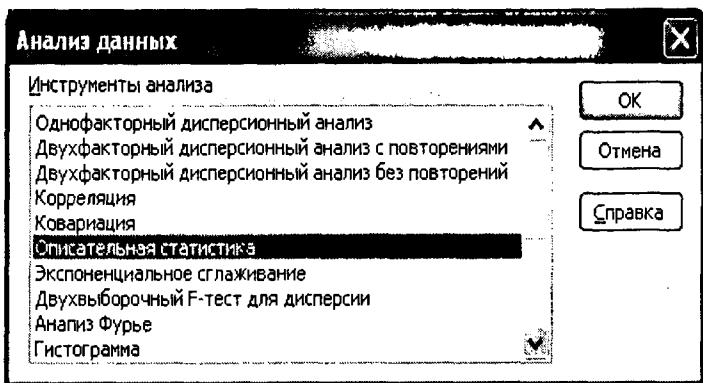


Рис. 1.10. Окно меню Анализа данных в EXCEL

меньший и наибольший положите равными 15 (это и будут нижний и верхний квартили)¹. На дополнительно появившемся листе вы увидите все вычисленные показатели. Теперь вы можете сравнить их с тем, что получилось при непосредственных вычислениях.

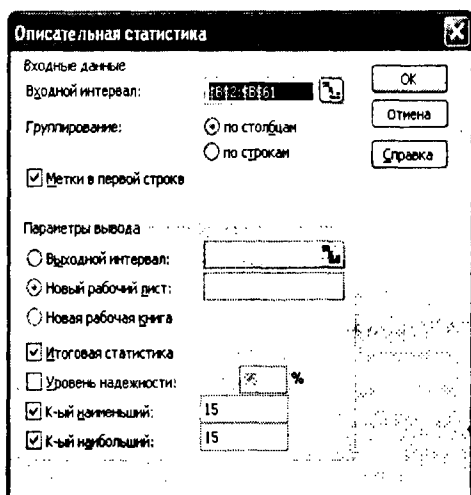


Рис. 1.11. Окно меню Описательной статистики в пакете Анализа данных в EXCEL

¹ Число 15 в качестве K -го наименьшего и наибольшего для определения нижнего и верхнего квартилей нужно указывать только в том случае, когда объем выборки равен 60 (как в рассматриваемом ниже примере). В общем случае число $K = N/4$, где N объем выборки.

Чтобы построить график в программе Анализ данных, в окне, представленном на рис. 1.10, выберите пункт Гистограмма (рис. 1.12).

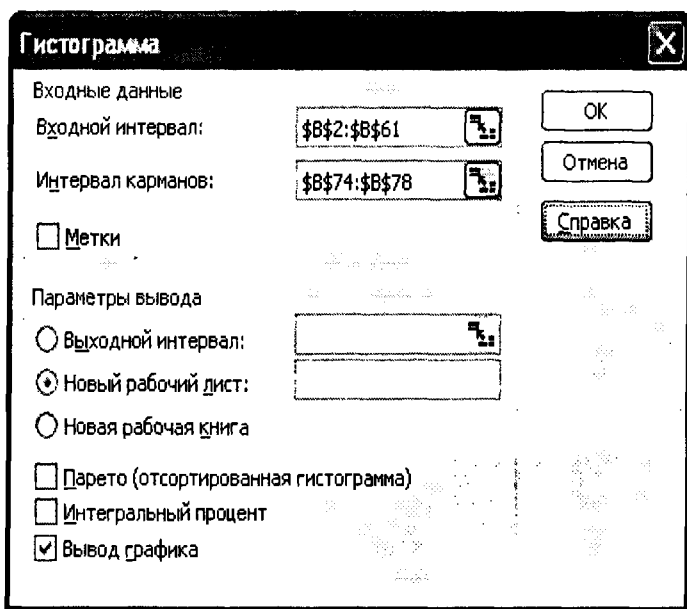


Рис. 1.12. Окно построения гистограммы в пакете Анализ данных в EXCEL

Во **Входном интервале** содержится набор значений, по которым и нужно строить график. В **Интервале карманов** содержатся граничные значения, определяющие разбиение всего множества возможных значений переменных на отрезки. В EXCEL вычисляется число попаданий данных между текущим началом отрезка и соседним, бóльшим по порядку, если такой есть. При этом включаются значения на нижней границе отрезка и исключаются значения на верхней границе. Если диапазон карманов не был введен, то набор отрезков, равномерно распределенных между минимальным и максимальным значениями данных, будет создан автоматически. Установите флажок **Вывод графика** для автоматического создания встроенной диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

2. Построение графиков в EXCEL

Графические возможности EXCEL не ограничиваются представленными в п. 1. Разнообразный спектр графических построений может быть реализован с помощью **Мастера диаграмм**.

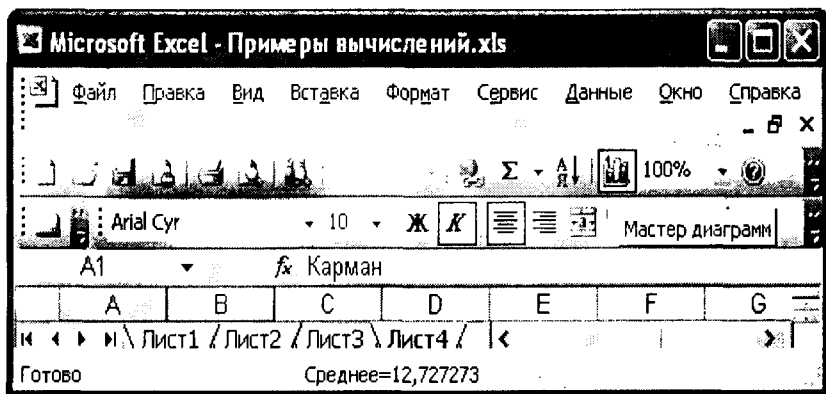


Рис. 1.13. Выбор иконки построения диаграмм в EXCEL

Кликните на указанную на рис. 1.13 иконку Мастер диаграмм.

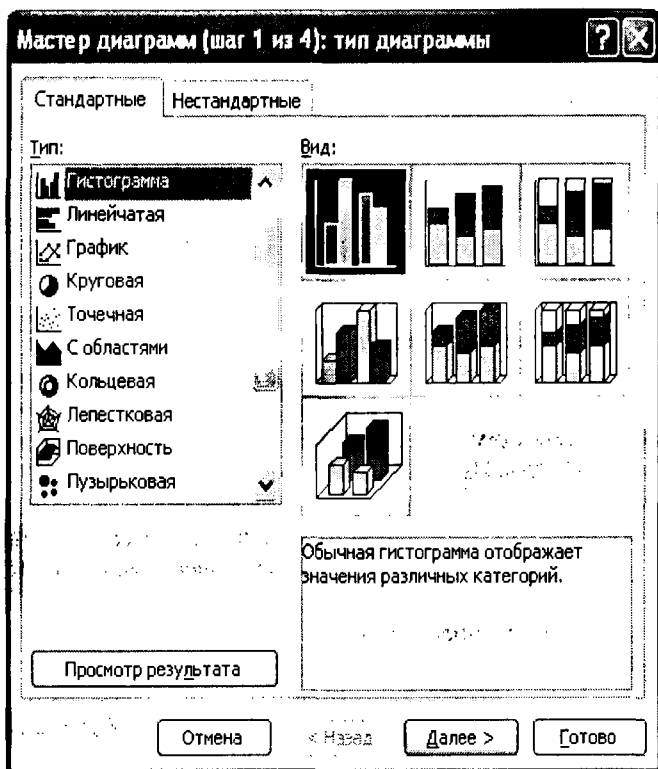


Рис. 1.14. Окно выбора типа диаграммы в EXCEL

На первом шаге Мастера диаграмм выберите интересующий вас тип диаграммы. За одну процедуру можно построить только один график.

Чтобы построить частотную гистограмму (см. п. 8.1), выберите один из пунктов: **Гистограмма** (вертикальное представление) или **Линейчатая** (горизонтальное представление), а также **Вид** (в правом окне) — и нажмите кнопку **Далее**.

Во входном диапазоне содержится набор значений, построенных с помощью функции **Гистограмма** из **Анализа данных**: граничные значения, определяющие разбиение всего множества возможных значений переменных на отрезки (**Интервал карманов**) и частоты попадания наблюдений в соответствующие интервалы (рис. 1.15).

Microsoft Excel - Приложение Мастер диаграмм (шаг 2 из 4): источник данных диа...

Диапазон данных Ряд

25
20
15
10
5
0

8 12 16 20 24 Еще

8 12 16 20 24 28

Диапазон: =Лист4!\$A\$2:\$B\$7

Ряды в: строках столбцах

Отмена < Назад Далее > Готово

	A	B
2	8	6
3	12	12
4	16	22
5	20	16
6	24	3
7	Еще	1

Рис. 1.15. Окно задания данных в Мастере диаграмм при построении диаграммы в EXCEL

Если нажать на вкладку **Ряд**, то можно дополнительно написать название легенды (т.е. какие данные мы анализируем) (рис. 1.16). По умолчанию автоматически данным присваивается название Ряд 1.

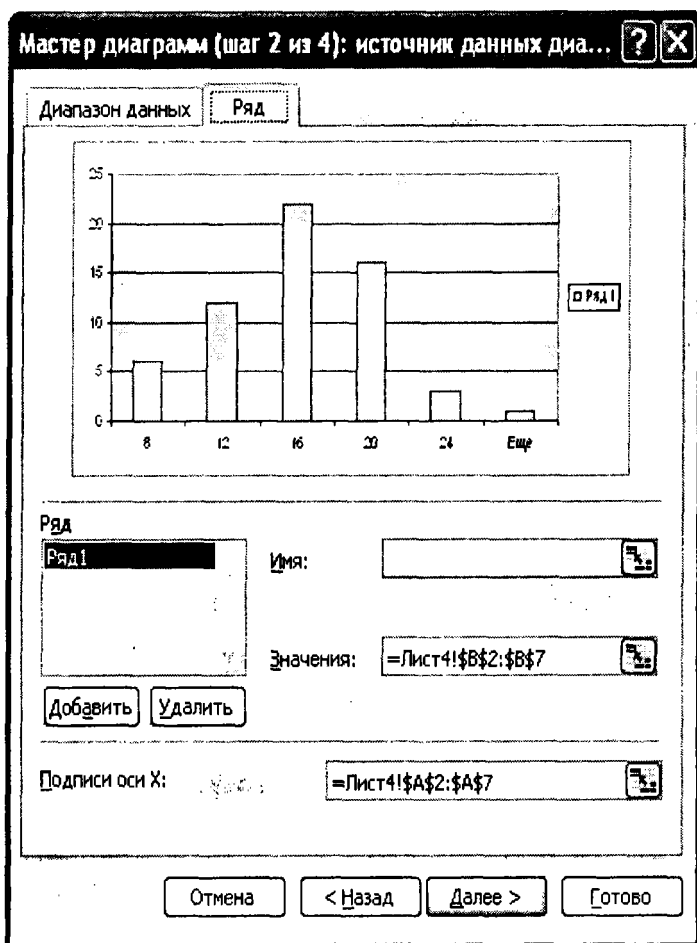


Рис. 1.16. Окно определения рядов (серий) данных в Мастере диаграмм в EXCEL

Нажмите кнопку **Далее**. На следующем, третьем, шаге выбирается дизайн диаграммы: добавляются заголовки, подписываются оси и данные, выбирается место для размещения легенды (рис. 1.17).

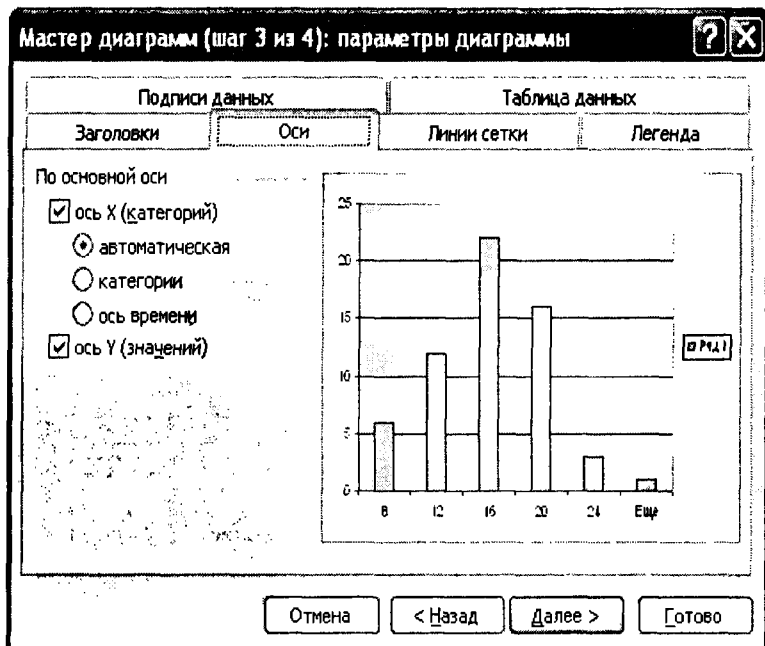


Рис. 1.17. Окно оформления диаграммы в Мастере диаграмм в EXCEL

Наконец, на последнем этапе предлагается выбрать место размещения графика: на отдельном новом листе или вместе с данными (рис. 1.18). Сделав этот выбор, нажмите кнопку Готово.

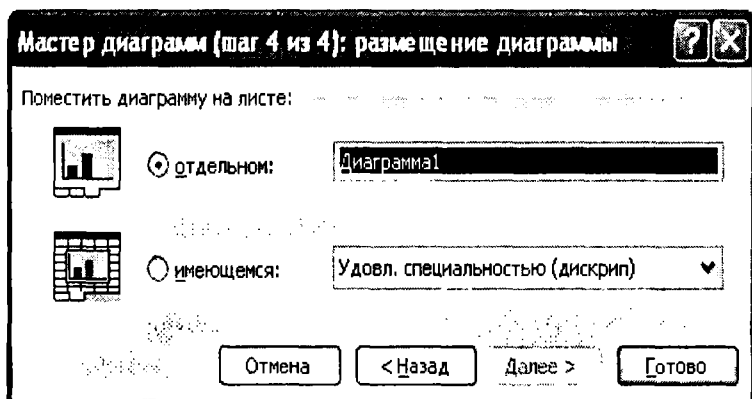


Рис. 1.18. Окно завершающего этапа построения диаграммы в EXCEL. Выбор места расположения

Линейчатая диаграмма отличается от обычной лишь тем, что столбцы частот расположены не вертикально, а горизонтально.

Для построения графика (как он описан в п. 8.2) выберите пункт **График** и какой-то из вариантов из меню в принятом окне (рис. 1.19). Нажмите кнопку **Далее**.

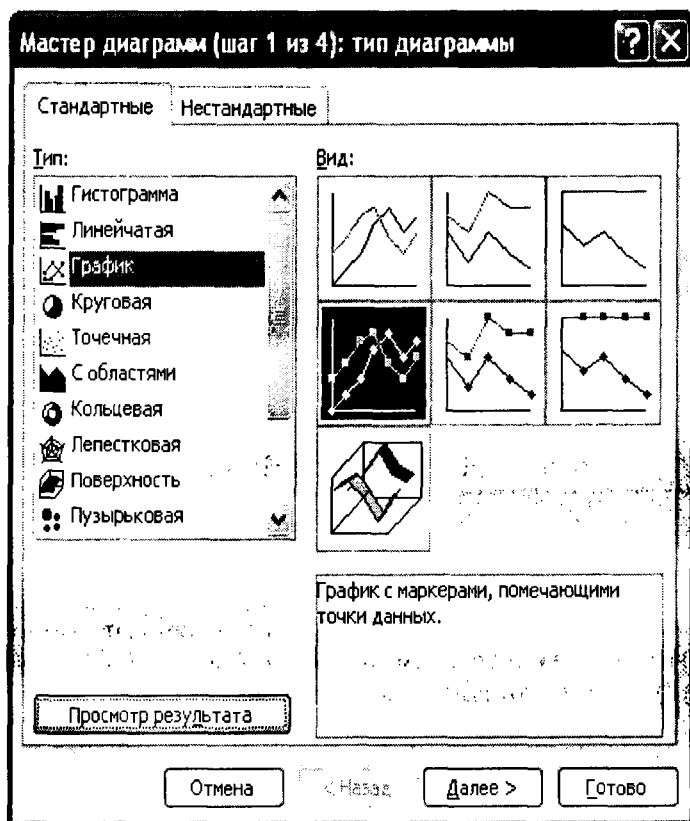


Рис. 1.19. Виды графиков, которые можно построить в Мастере диаграмм в EXCEL

Как и при построении гистограммы, график строится по данным, представленным по результатам выполнения функции **Гистограмма** из **Анализа данных: Карманы** и **Частоты**. Числа, содержащиеся в столбце **Карманы**, откладываются по оси *X*, а соответствующие им частоты по оси *Y*. Нажав вкладку **Ряд**, можно изменить название данных, присваиваемое по умолчанию как **Ряд 1**. Нажмите кнопку **Далее** и выберите дизайн графика по своему усмотрению. На четвертом шаге решите, где будет размещаться график: на отдельном листе или вместе с данными.

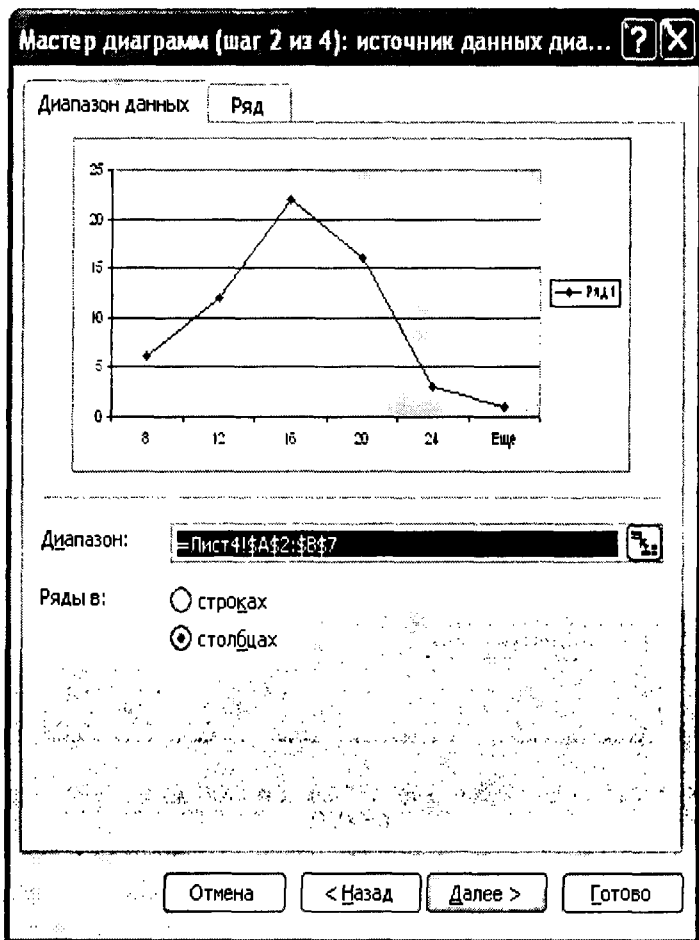


Рис. 1.20. Окно задания данных в Мастере диаграмм при построении графика в EXCEL

Для построения круговой диаграммы выберите **Круговая** (рис. 1.21).

Как и при построении гистограммы и графика, круговая диаграмма строится по данным, представленным по результатам выполнения функции **Гистограмма** из **Анализа данных: Карманы и Частоты**. Числа, содержащиеся в столбце **Карманы**, указываются в легенде для обозначения соответствующих секторов. Угловая величина каждого сектора пропорциональна соответствующей частоте. В сумме все сектора составляют полный круг (рис. 1.22).

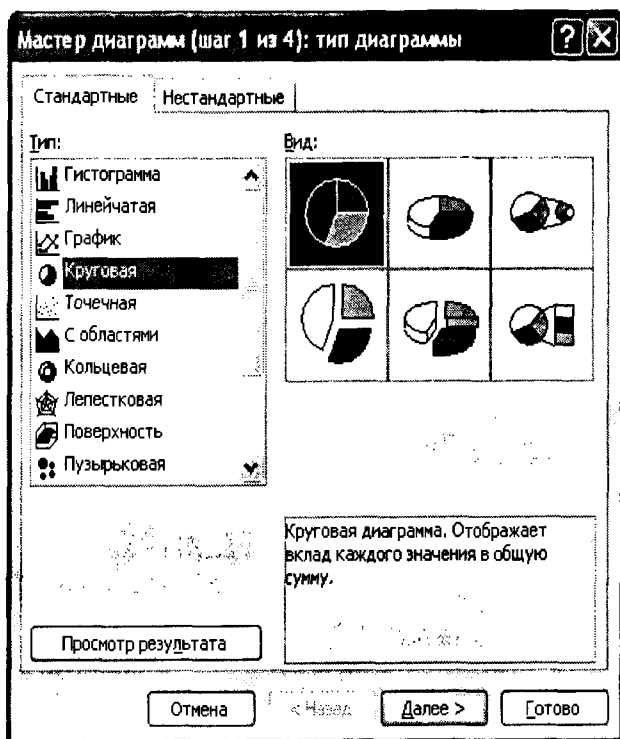


Рис. 1.21. Виды круговых диаграмм, которые можно построить в EXCEL

Нажмите кнопку **Далее** и выберите дизайн графика по своему усмотрению. На четвертом шаге решите, где будет размещаться диаграмма.

3. STADIA

Для вычисления параметров распределения, описанных выше, следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA (рис. 1.23), т.е. скопировать весь столбец, содержащий данные в EXCEL, перейти в окно работы с данными в STADIA и вставить выделенный фрагмент в первый слева столбец, озаглавленный x_1 . Это будет название рабочей переменной.

В верхней строке — меню выберите пункт **Статистика = F9**.

В открывающемся меню с перечислением всех статистических методов (рис. 1.24) выберите пункт **1 = Описательная статистика**.

Появится окно **Анализ переменных**. Так как все данные содержатся в переменной x_1 , то ее надо перенести в правое поле, озаглавлен-

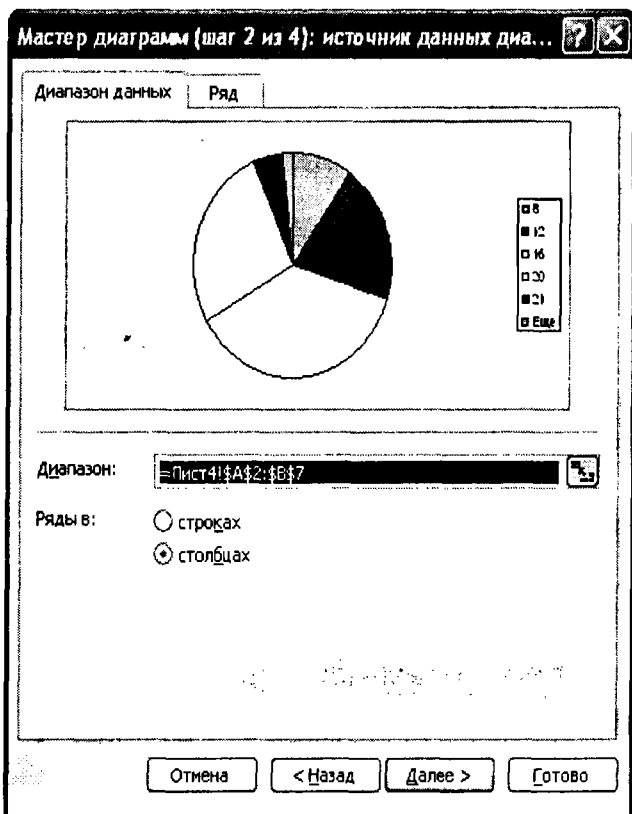


Рис. 1.22. Окно задания данных при построении круговой диаграммы в EXCEL

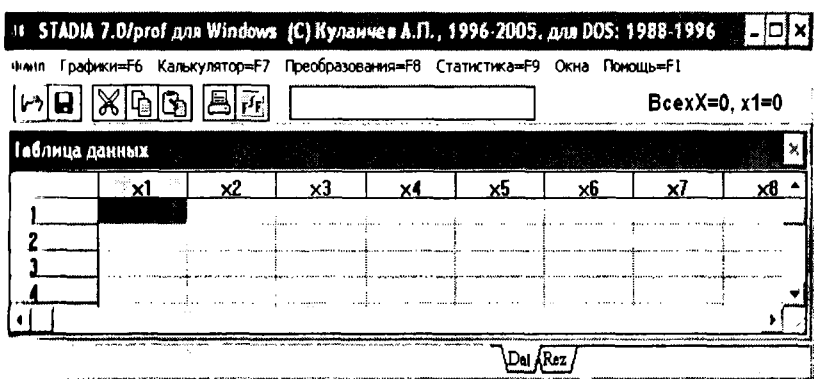


Рис. 1.23. Окно ввода данных в программе STADIA

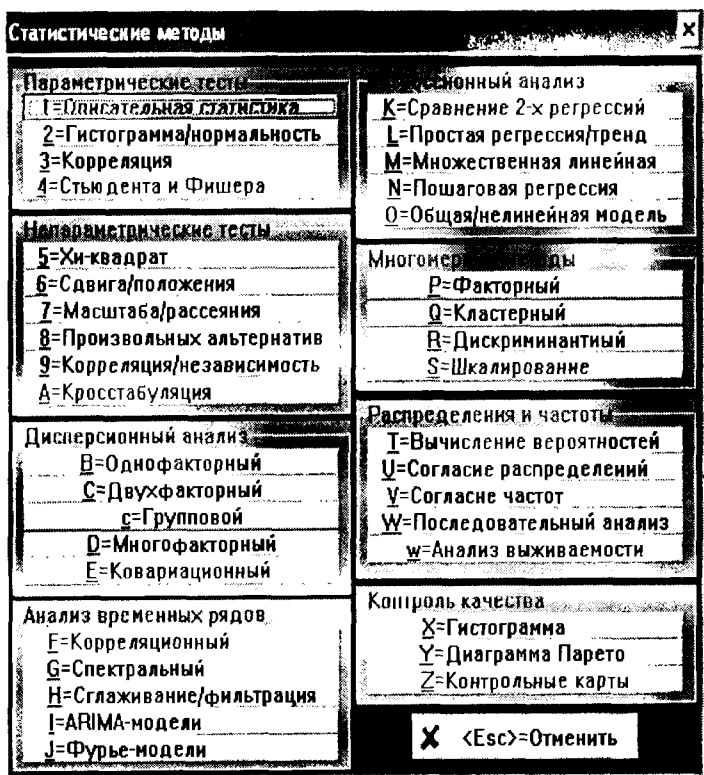


Рис. 1.24. Окно меню статистических методов в программе STADIA

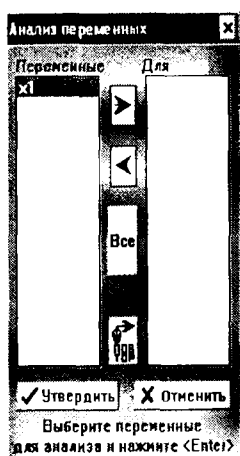


Рис. 1.25. Окно выбора переменных для анализа в STADIA

ное **Для**, с помощью верхней стрелки и нажать кнопку **Утвердить**. В результате в файле будут записаны все рассмотренные в п. 2–6 показатели. Чтобы проверить нормальность, в окне, изображенном на рис. 1.24, выберите пункт **2 = Гистограмма/нормальность**.

Этот же пункт позволяет построить график. В диалоговом окне, изображенном на рис. 1.26, установите число интервалов, программа автоматически делит весь диапазон — от минимального до максимального значения — на установленное исследователем число.

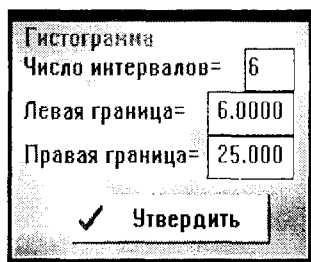


Рис. 1.26. Окно определения границ интервалов в гистограмме в STADIA

Нажмите кнопку **Утвердить**. График вместе с кривой нормального распределения будет построен в новом окне **Gr1**.

В то же время STADIA предлагает дополнительные возможности, если в основном меню (рис. 1.23) выбрать **Графики = F6**. На рис. 1.27 вы видите достаточно широкий спектр различных способов визуализации данных.



Рис. 1.27. Меню выбора диаграммы в STADIA

Чтобы построить график, нужны дополнительные данные по частотному распределению наблюдений в интервалах. Эти данные можно было получить на предыдущем этапе (при выполнении пункта **Гистограмма/нормальность**). Для этого после нажатия кнопки **Утвердить** в окне, представленном на рис 1.26, необходимо в следующем диалоговом окне (рис. 1.28) нажать кнопку **Yes** и сохранить гистограмму в матрице данных. Эти данные будут сохранены как новая переменная.

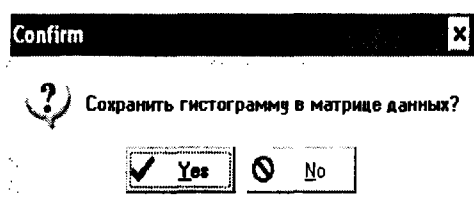


Рис. 1.28. Окно сохранения данных для построения диаграммы в STADIA

Таким образом, по имеющейся первичной переменной создайте новую переменную **x2**, содержащую частоты по автоматически устанавливаемым интервалам, и в меню **Графики данных** (см. рис. 1.27) нажмите **1 = функции**.

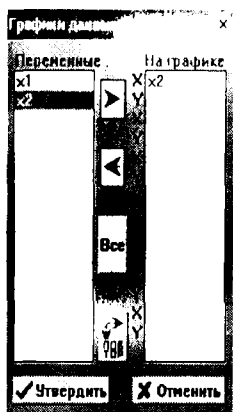


Рис. 1.29. Окно выбора переменной для построения гистограммы в STADIA

Перенесите переменную **x2** из левого поля (рис. 1.29) в правое для отображения на графике и нажмите кнопку **Утвердить**. Соответствующий график будет изображен на отдельном листе **Gr2**. Чтобы построить круговую диаграмму, нужно обратиться к клавише в меню **Графики данных** (рис. 1.27) **A = круг.диаграмма** из блока **Деловой графики**. Хотя все опции, содержащиеся в этом блоке, позволяют строить диаграммы как минимум для двух переменных и для анализа одной переменной не

подходят, именно в случае круговой диаграммы можно найти выход. Для этого необходимо создать еще одну дополнительную переменную (например, скопировав столбец данных, содержащихся в столбце с переменной x_2 , в следующий столбец x_3). После этого в меню **Графики данных** нажмите **A = круг.диаграмма**.

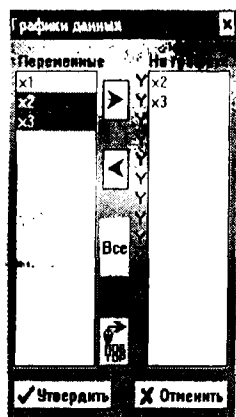


Рис. 1.30. Окно выбора переменных для построения круговой диаграммы в STADIA

Перенесите переменные x_2 и x_3 из левого столбца в правый для изображения на графике (рис. 1.30) и нажмите кнопку **Утвердить**. Соответствующий график будет изображен на отдельном листе Gr3.

4. SPSS

Для вычисления параметров распределения, описанных выше, следует использовать следующую процедуру.

Поставьте столбец данных из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактор данных) (рис. 1.31).

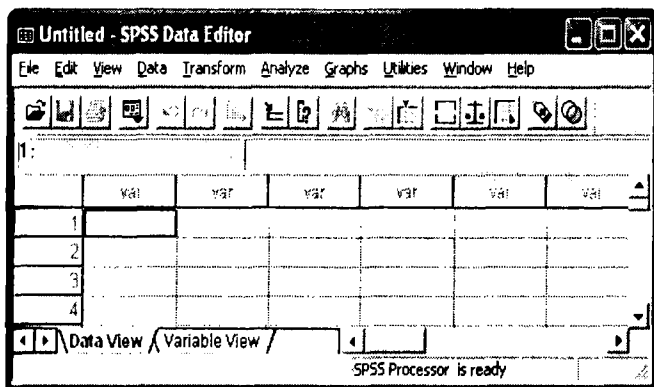


Рис. 1.31. Окно редактора данных в SPSS

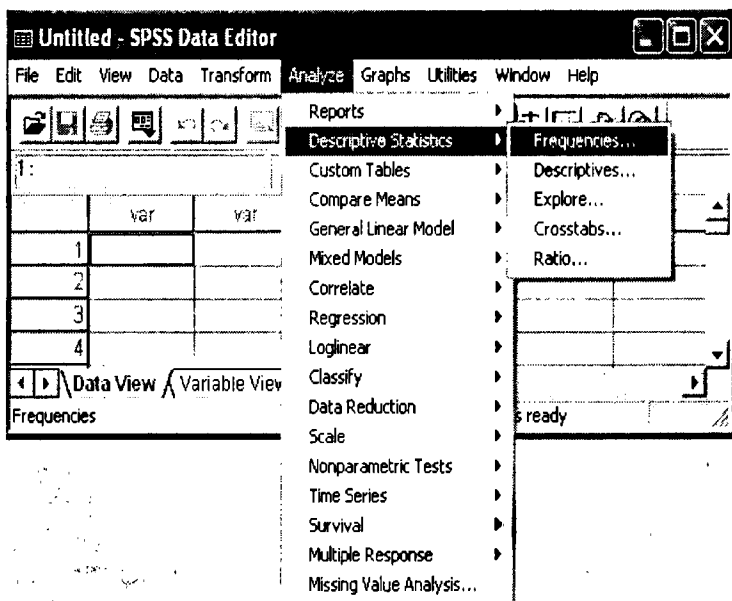


Рис. 1.32. Выбор Анализа данных в SPSS

В строке меню в верхней части окна программы (рис. 1.32) выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Descriptive Statistic** (Описательная статистика), а затем **Frequencies** (Частоты), что приведет к открытию необходимого диалогового окна изображенного на рис 1.33.

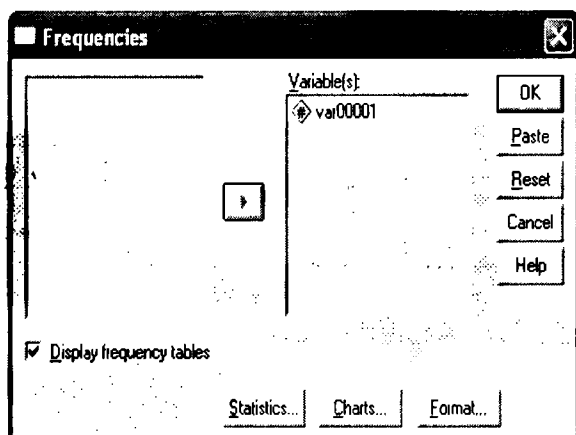


Рис. 1.33. Окно проведения анализа частот в SPSS

Нажмите кнопку **Statistics**.

Отметьте флажками пункты, как указано на рис. 1.34.

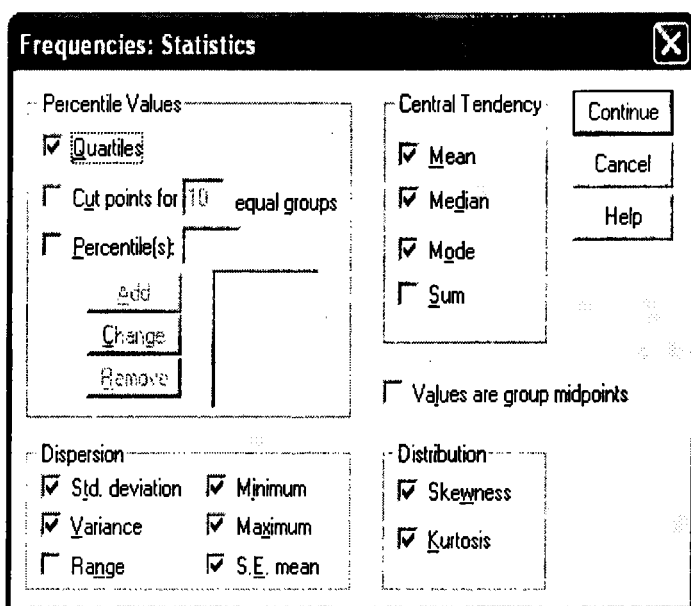


Рис. 1.34. Задание статистических показателей частотного распределения в SPSS

Чтобы получить доверительный интервал для среднего, нужно в том же пункте **Descriptive Statistic** выбрать **Explore** (Исследования) (см. рис. 1.33) и, нажав кнопку **Statistics** (Статистические показатели), поставить флажок рядом с **Descriptives** (Описательные показатели) (рис. 1.35). Необходимый уровень доверия указывается в поле рядом со словами **Confidence interval for mean**. По умолчанию выставлено значение 95%.

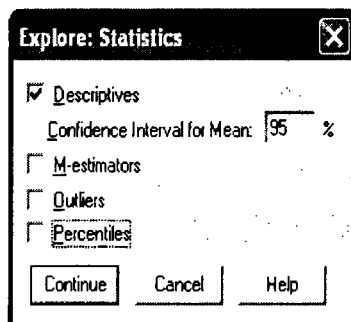


Рис. 1.35. Окно выбора статистических показателей в исследовательском анализе в SPSS

Для проверки нормальности распределения вставьте столбец данных из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открываемом ниспадающем меню — пункт **Nonparametric Tests** (Непараметрические тесты) (см. рис. 1.32), а затем **One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test** (Одновыборочный тест Колмогорова — Смирнова), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 1.36. Перенесите из левого поля с общим списком переменных в правое поле **Test Variable List** (список тестируемых переменных) переменную, предназначенную для анализа. Отметьте флажками пункт **Normal** (Нормальное распределение), как указано на рис. 1.36. Нажмите **OK**.

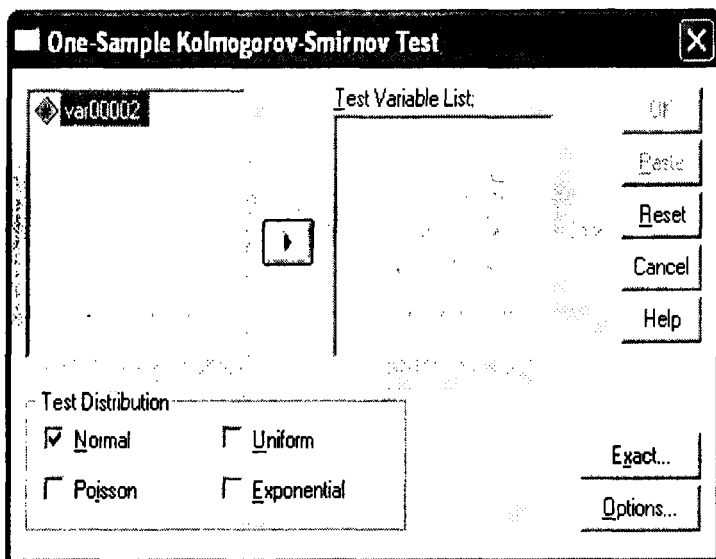


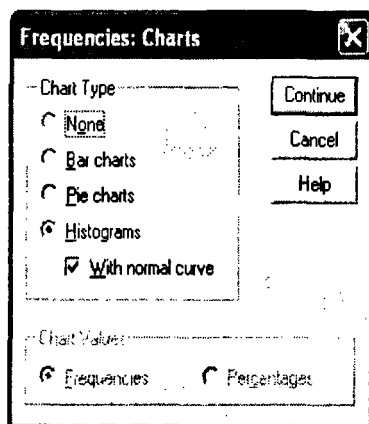
Рис. 1.36. Окно выполнение теста Колмогорова–Смирнова в SPSS

Для того чтобы построить графические изображения, в диалоговом окне **Frequencies** (см. рис. 1.33) нажмите кнопку **Charts** (диаграммы).

В появившемся меню (рис. 1.37) установите опцию **Histograms** (Гистограмма) и флажок **With normal curve** (с кривой нормального распределения). Нажмите кнопку **Continue**.

Чтобы построить боксплот, в строке меню в верхней части окна программы (см. рис. 1.32) выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открываемом ниспадающем меню пункт **Descriptive Statistic** (Описательная

Рис. 1.37. Окно гистограмм, реализуемых в SPSS при анализе частот



статистика), а затем **Explore** (Исследовать), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 1.38.

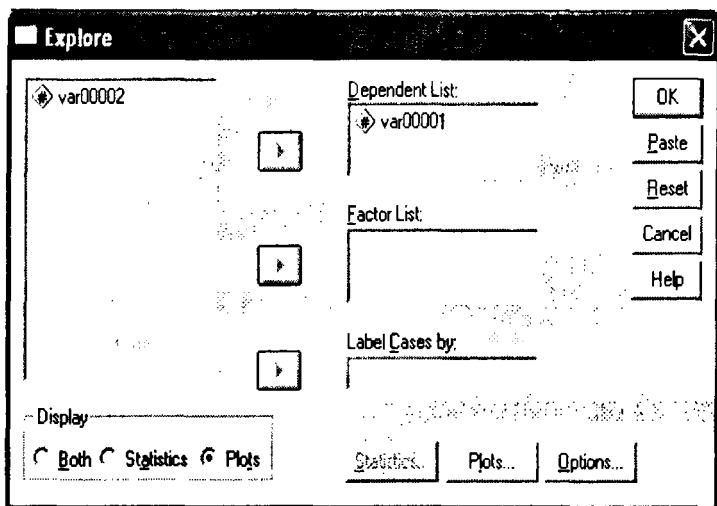


Рис. 1.38. Окно определения анализируемых показателей и выводимой информации в исследовательском анализе в SPSS

Перенесите переменную для анализа из левого поля (список всех переменных) в правое верхнее (**Dependent List**), в левом нижнем блоке **Display** (предъявлять) установите **Plots**. Нажмите кнопку **Plots**. Появится окно, изображенное на рис. 1.39.

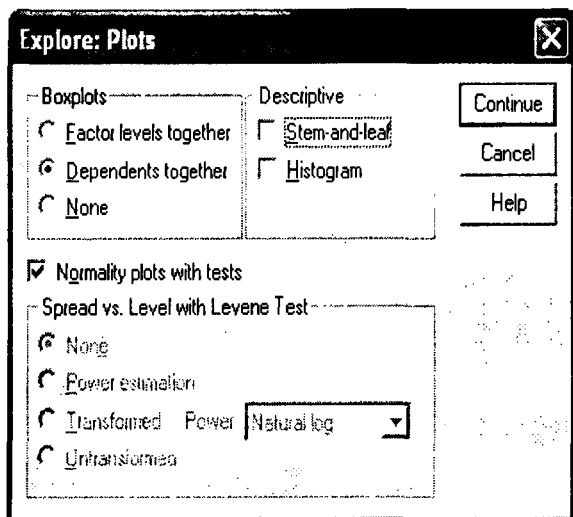


Рис. 1.39. Окно выбора способов визуализации результатов для вывода в SPSS

В этом окне в блоке **Boxplots** отметьте опцию **Dependents together** (Зависимые переменные вместе), для того чтобы все боксплоты оказались размещенными на одном рисунке, и нажмите кнопку **Continue**. Вы вернетесь в окно, изображенное на рис. 1.38. Чтобы выполнить построение, нажмите кнопку **OK**.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ОПИСАТЕЛЬНОЙ СТАТИСТИКИ

Шестьдесят первокурсников технического вуза г. Москвы попросили ответить на вопросы опросника, связанные с чувством удовлетворенности выбранной специальностью. Опросник состоял из пяти пунктов, на каждый из которых нужно было дать ответ по шестибальной шкале — от нуля (минимальная оценка) до пяти (максимальный балл).

Как вы думаете:

- Насколько Ваши способности позволят Вам быть успешным в данной специальности?
- Насколько данная специальность представляет для Вас интерес?
- Насколько Ваши близкие, значимые для Вас люди полагают, что данная специальность Вам подходит?
- Насколько сильно Ваше желание овладеть данной специальностью?
- Насколько, по Вашему мнению, данная специальность востребована обществом?

Баллы, выставленные каждым респондентом по пяти вопросам, суммировались. Таким образом, общий балл, выставленный каждым респондентом, лежит в диапазоне от нуля до 25. Данные — общие баллы 60 респондентов представлены в файле — *Примеры.xls*. Лист: **Удовл. специальностью (дискрип)**. Вычислите перечисленные выше показатели распределения. При построении доверительного интервала установите уровень значимости $\alpha = 0,05$.

Выполните все расчеты в EXCEL с помощью встроенных функций и статистических пакетов. Сравните полученные результаты.

Отчет о результатах

Анализ данных в EXCEL

Результаты описательного анализа данных в EXCEL представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Показатели описательной статистики, выводимые в пакете
Анализ данных в EXCEL

Среднее	14,567
Стандартная ошибка	0,526
Медиана	15,000
Мода	15,000
Стандартное отклонение	4,073
Дисперсия выборки	16,589
Экссесс	-0,261
Асимметричность	0,034
Интервал ¹	19,000
Минимум	6,000
Максимум	25,000
Сумма	874,000
Счет	60,000
Наибольший (15)	17,000
Наименьший (15)	12,000
Уровень надежности (95,0%)	1,052

¹ Для обозначения некоторых описываемых параметров в EXCEL используется иная терминология. **Интервал** — это размах, вычисляемый как разница между максимальным и минимальным значениями по выборке. В последней строке, озаглавленной **Уровень надежности (95,0%)**, указывается величина, которую надо прибавить и вычесть из среднего, чтобы получить верхнюю и нижнюю границы доверительного интервала с уровнем доверия 95% для этого среднего.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержатся следующие таблицы.
По результатам выполнения команды **Frequencies**.

Таблица 1.2

Статистические характеристики переменной в SPSS

Statistics

N	Valid	60
	Missing	0
Mean		14,5667
Std. Error of Mean		,52581
Median		15,0000
Mode		15,00
Std. Deviation		4,07292
Variance		16,58870
Skewness		,034
Std. Error of Skewness		,309
Kurtosis		-,261
Std. Error of Kurtosis		,608
Range		19,00
Minimum		6,00
Maximum		25,00
Percentiles	25	12,0000
	50	15,0000
	75	17,0000

По результатам выполнения команды **Explore**.

Таблица 1.3

Показатели дискриптивной статистики в SPSS

Descriptives

		Statistic	Std. Error
VAR00001	Mean	14,5667	,52581
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	13,5145
		Upper Bound	15,6188
	5% Trimmed Mean	14,5370	
	Median	15,0000	
Variance	16,589		

	Statistic	Std. Error
Std. Deviation	4,07292	
Minimum	6,00	
Maximum	25,00	
Range	19,00	
Interquartile Range	5,0000	
Skewness	,034	,309
Kurtosis	-,261	,608

По результатам выполнения команды **One-Sample Kolmogorov — Smirnov Test**.

Таблица 1.4

Результаты выполнения теста Колмогорова—Смирнова в SPSS

		VAR00002
N		60
Normal Parameters(a,b)	Mean	14,5667
	Std. Deviation	4,07292
Most Extreme Differences	Absolute	,092
	Positive	,091
Negative		-,092
Kolmogorov-Smirnov Z		,715
Asymp. Sig. (2-tailed)		,685
a Test distribution is Normal.		
b Calculated from data.		

В выходном файле работы SPSS, содержащем данные, фрагмент которых приведен в табл. 1.4, указаны оценки параметров нормального распределения **Mean** (Среднее) и **Std. Deviation** (Стандартное отклонение). Далее приводятся максимальные различия между эмпирическим (выборочным) и теоретическим (нормальным) распределениями: абсолютное, положительное и отрицательное. Затем идет значение показателя Колмогорова—Смирнова (**Kolmogorov—Smirnov Z**) и его *p*-значение по двустороннему критерию (**Asymp. Sig. (2-tailed)**). Нулевая гипотеза в данной ситуации утверждает, что выборочное распределение совпадает с теоретическим. Если *p*-значение больше уровня значимости, то нулевую гипотезу можно принять. В противоположном случае нулевую гипотезу следует отвергнуть.

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержатся следующие результаты.

Переменная	Размер	<---Диалазон---	Среднее	---Ошибка	Дисперс	Ст.откл	Сумма
x1	60	6	25	14,6	0,526	16,6	4,07
Переменная	Медиана	<-Квартили->	ДовИнтСр.	<-ДовИнтДисп->	Ош.СтОткл		
x1	15	12	17	1,04	11,7	24,3	1,23
Переменная	Асимметр.	Значим	Эксцесс	Значим			
x1	0,0327	0,457	2,66	0,334			

По результатам выполнения пункта Гистограмма/нормальность

Переменная: x1						
X-лев.	X-станд	Частота	%	Наколл.	%	
6	-2,1	6	10	6	10	
8,71	-1,44	8	13,3	14	23,3	
11,4	-0,77	13	21,7	27	45	
14,1	-0,104	13	21,7	40	66,7	
16,9	0,562	13	21,7	53	88,3	
19,6	1,23	6	10	59	98,3	
22,3	1,9	1	1,67	60	100	
25	2,56					

Колмогоров = 0,0924, Значимость = 0,28, степ.своб = 60

Гипотеза 0: <Распределение не отличается от нормального>

Омега-квадрат = 0,0621, Значимость = 0,362, степ.своб = 60

Гипотеза 0: <Распределение не отличается от нормального>

Хи-квадрат = 3,22, Значимость = 0,522, степ.своб = 4

Гипотеза 0: <Распределение не отличается от нормального>

Примеры построения диаграмм в различных программах

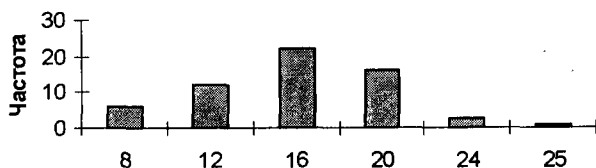


Рис. 1.40. Частотная гистограмма, построенная в EXCEL в пакете Анализ данных, опция Гистограмма

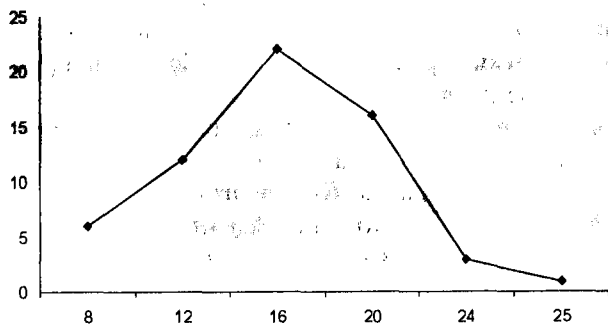


Рис. 1.41. График, построенный с помощью Мастера диаграмм в EXCEL

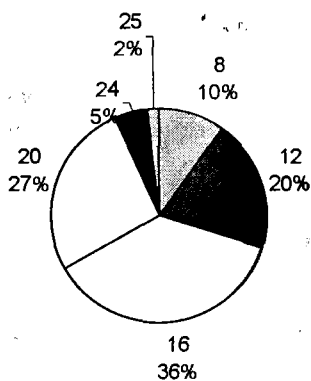


Рис. 1.42. Круговая диаграмма, построенная с помощью Мастера диаграмм в EXCEL



Рис. 1.43. Частотная гистограмма с кривой нормального распределения, построенная в STADIA

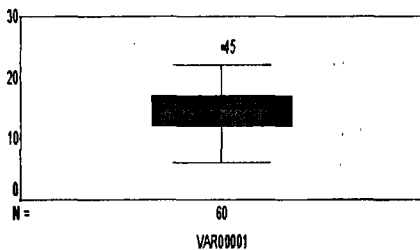


Рис. 1.44. Боксплот, построенный в SPSS

Глядя на диаграммы, приведенные на рис. 1.40–1.44, можно сделать вывод о достаточной симметричности распределения.

Глава 2. ТЕСТЫ СТЬЮДЕНТА

Тесты Стьюдента — это простейшие параметрические критерии, когда речь идет о задачах однородности одной и двух выборок.

T-ТЕСТ ДЛЯ ОДНОЙ ВЫБОРКИ

Формула нахождения показателя t :

$$t = \sqrt{N} \frac{\bar{X} - a_0}{S}, \quad (2.1)$$

где \bar{X} — среднее выборки;
 N — количество наблюдений в выборке;
 S — стандартное отклонение;
 a_0 — гипотетическое значение среднего.

Число степеней свободы равно $N-1$.

Инструкция по вычислению t -теста для одной выборки в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как это указано в п.1. главы 1 (см. рис. 1.1).

1.2. Внесите данные по выборке в **Столбец 1**.

2. Вычисление S^2 (см. гл. 1).

2.1. Найдите среднее для данных **Столбца 1**.

Если вы используете двустороннюю альтернативную гипотезу, то можно сразу переходить к 2.2. В случае использования односторонней альтернативной гипотезы до продолжения вычислений проверьте знак разницы между выборочным средним и a_0 . Если позитивная или негативная разница между выборочным и гипотетическим средними подтверждает гипотезу (различие должно иметь то же направление, что и гипотеза), то можно переходить к 2.2. В противном случае останавливайтесь здесь и констатируйте, что ваши данные не дают оснований отгнать нулевую гипотезу.

2.2. Вычтите из каждого значения в **Столбце 1** (X) среднее данных по этому столбцу (\bar{X}) и впишите каждую полученную разницу на соответствующее место в **Столбец 2**.

2.3. Возведите в квадрат каждое значение в **Столбце 2** и поместите результат на соответствующее место в **Столбец 3**.

2.4. Суммируйте данные в **Столбце 3** и поместите результат внизу этого столбца.

2.5. Разделите получившийся результат на $N-1$, что и даст значение S^2 .

3. Вычисление t и p -значения.

3.1. Вычислите разность выборочного и гипотетического среднего умножьте это число на корень квадратный из N и разделите на корень квадратный из S^2 . Это даст значение t .

3.2. Обратитесь к формуле EXCEL: **СТЮДРАСП** — распределение Стьюдента, чтобы определить вероятность существования вычисленного значения t для соответствующего числа степеней свободы, равного $N-1$ (p -значение) (рис. 2.1).

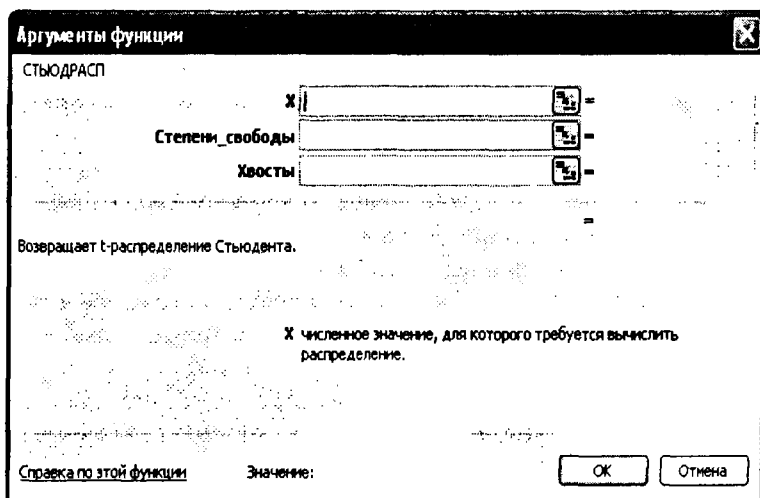


Рис. 2.1. Функция в EXCEL, позволяющая вычислять p -значения в распределении Стьюдента

На рисунке 2.1 x — численное (вычисленное) значение t , для которого требуется найти p -значение, **Степени_свободы** — целое число, означающее количество степеней свободы. Если в поле **хвосты** указано значение 1, то функция **СТЮДРАСП** возвращает одностороннее распределение. Если указано значение 2, то функция **СТЮДРАСП** возвращает двухстороннее распределение.

- 1 Отчет о результатах.
- 1.1. После окончания представьте в отчете следующую информацию:
 - выборочное среднее;
 - численная величина t ;
 - объем выборки;
 - p -значение (вероятность существования вычисленного значения t);
 - односторонняя или двусторонняя гипотеза использовалась.

4.2. Примите решение относительно гипотез.

Выберите допустимый уровень значимости отвержения нулевой гипотезы, т.е. вероятность, с которой вы можете позволить себе ошибиться, отвергая нулевую гипотезу. Обычно для психологических исследований ее полагают равной 0,05. Однако встречаются исследования, когда эту величину ослабляют до 0,1 (то есть допускают более высокую вероятность ошибки) или, наоборот, усиливают требования до 0,01 (уменьшают допустимую вероятность ошибки) и больше. Если p -значение t равно или меньше уровня значимости, то t лежит в области отвержения, обозначающей, что средние двух наборов показателей значимо различаются. Вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы равно p -значению, т.е. не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, примите альтернативную гипотезу и отвергните нулевую.

Если вычисленное p -значение больше уровня значимости, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то вы не можете отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу.

4.3. Результаты данной процедуры представьте снова в терминах задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята, а данные собраны в контролируемых условиях, то можно заключить (в случае проведения эксперимента), что именно экспериментальное воздействие было причиной значимых отклонений внутригруппового среднего от гипотетического среднего. Эти выводы предполагают, что любое повторение данного эксперимента с достаточно большой группой случайно подобранных испытуемых даст аналогичные отклонения от гипотетического среднего.

5. Графическое представление. Чтобы наглядно представить анализируемую выборку, можно воспользоваться возможностями, описанными в главе 1: построить частотную гистограмму с кривой нормального распределения или (и) боксплот.

Вычисление t -теста для одной выборки в статистических пакетах

1. Анализ данных в EXCEL

Вычисление этого теста не предусмотрено.

2. STADIA

Вычисление этого теста в STADIA не предусмотрено. Однако, определив с помощью **Описательной статистики** среднее и стандартное отклонение, можно вычислить и значение критерия t (формула 2.1), а затем по таблице EXCEL найти его значимость.

3. SPSS

Для вычисления t -теста с помощью SPSS вставьте столбец данных из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню пункт **Compare Means** (Сравнение средних), а затем **One-Sample T Test** (t -тест одной выборки), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 2.2. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Test Variable(s)** (Тестируемые переменные) переменную **#данные¹** (содержащую значения наблюдений выборки).

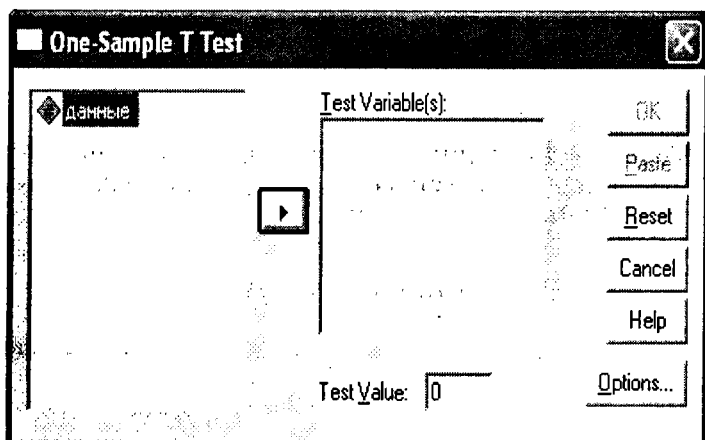


Рис. 2.2. Окно выполнения t -теста одной выборки в SPSS

В поле **Test Value** (проверяемое значение) введите гипотетическое среднее. Нажав кнопку **Options**, можно вызвать окно, в котором предлагается установить уровень доверия (**Confidence interval**) по своему выбору. По умолчанию он равен 95%. Ввернитесь в предыдущее окно и нажмите кнопку **OK**.

Пример выполнения t -теста для одной выборки

На примере данных описательной статистики об удовлетворенности профессией проверьте гипотезу о том, что среднее равно 15.

Отчет о результатах

Анализ данных с помощью t -теста для одной выборки дал следующие результаты:

¹ По умолчанию введенному столбцу данных будет присвоено имя var0001, но вы можете для удобства переименовать его по своему усмотрению.

Средние	Выборка	14,38
	Гипотетическое	15
Число наблюдений		60
Вычисленное t		$t = -,824$
p -значение		$p = ,413$
Односторонний или двусторонний критерий		Двусторонний

p -значение по двустороннему критерию больше уровня значимости $\alpha = 0,05$ и, таким образом, лежит в пределах области принятия нулевой гипотезы, выбранной для данного теста. Следовательно, нулевая гипотеза может быть принята. Это означает, что в среднем респонденты в определенной степени удовлетворены выбранной специальностью.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержится несколько таблиц. Собственно результаты t -теста содержатся в таблице 2.1, озаглавленной One Samples Test.

Таблица 2.1

Тест одной выборки в SPSS

One-Sample Test

Test Value = 15						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ДАнные	-,824	59	,413	-,4333	-1,4855	,6188

В таблице содержится величина t , число степеней свободы, равное числу наблюдений минус 1, p -значение по двустороннему критерию. 95% интервал доверия (**Confidence Interval of the Difference**) указывает границы, в которых лежит разница между истинным и гипотетическим средним. Если p -значение — число стоящее в столбце (Sig.) — больше выбранного уровня значимости (как правило, 0,05), то нулевую гипотезу о равенстве гипотетического и выборочного среднего не отвергают. Если же p -значение меньше уровня значимости, то принимают альтернативную гипотезу, утверждающую, что средние различаются.

T-ТЕСТ ДЛЯ НЕЗАВИСИМЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Формулы вычислений

Формула оценки вариативности популяции, из которой произведена выборка:

$$S^2 = \frac{\sum_i^{n_1} (X_1^i - \bar{X}_1)^2 + \sum_i^{n_2} (X_2^i - \bar{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}, \quad (2.2)$$

X_1^i — значение переменной в выборке 1 для произвольного i -го наблюдения;

X_2^i — значение переменной в выборке 2 для произвольного i -го наблюдения;

\bar{X}_1 — среднее выборки 1;

\bar{X}_2 — среднее выборки 2;

n_1 — количество наблюдений в выборке 1;

n_2 — количество наблюдений в выборке 2.

Оценка стандартной погрешности различий между средними:

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}} \quad (2.3)$$

Формула нахождения показателя t :

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}. \quad (2.4)$$

Инструкция по вычислению t -теста для независимых наблюдений в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как это показано на

2.3.

1.2. Внесите данные по выборке в Столбец 1, а данные по выборке 2 в Столбец 2.

Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6
Данные (X1)	Данные (X2)	X1-X1сред	X2-X2сред	(X1-X1сред)^2	(X2-X2сред)^2

Рис. 2.3. Окно ввода данных в EXCEL

2. Вычисление S^2 .

2.1. Найдите средние для **Столбца 1** и **Столбца 2**.

Если вы используете двустороннюю альтернативную гипотезу, то можно сразу переходить к 2.2. В случае использования односторонней альтернативной гипотезы до продолжения вычислений проверьте знак разницы между средними по выборкам (столбцам). Если позитивная или негативная разница между средними подтверждает гипотезу (различие должно иметь то же направление, что и гипотеза), то можно переходить к 2.2. В противном случае останавливайтесь здесь и констатируйте, что ваши данные не дают оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

2.3. Вычтите из каждого значения в **Столбце 1** (X_1) среднее данных по этому столбцу (\bar{X}_1) и впишите каждую полученную разницу на соответствующее место в **Столбец 3**. Повторите аналогичную процедуру для **Столбца 2**, внося результаты в **Столбец 4**.

2.4. Возведите в квадрат каждое значение в **Столбце 3** и поместите результат на соответствующее место в **Столбец 5**. Повторите ту же процедуру для **Столбца 4**, внося результаты в **Столбец 6**.

2.5. Суммируйте данные в **Столбце 5** и поместите результат внизу этого столбца. Повторите ту же процедуру для **Столбца 6**.

2.6. Найдите число степеней свободы: $(n_1 - 1) + (n_2 - 1)$.

2.7. Сложите вместе суммы столбцов 5 и 6 (см. п. 2.5) и разделите получившийся результат на число степеней свободы (см. п. 2.6), что и даст значение S^2 .

3. Вычисление $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$.

3.1. Разделите результат п. 2.7 на количество наблюдений в выборке 1. Повторите аналогичную процедуру для выборки 2 и сложите два получившихся результата.

3.2. Извлеките квадратный корень из результата, полученного в 3.1.

Вы получите значение $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$.

4. Вычисление t и p -значения.

4.1. Вычислите разность средних двух выборок, вычтя из большего значения меньшее, и разделите ее на результат, полученный в операции 3.2. Это даст величину t .

4.2. Обратитесь к формуле EXCEL **СТЮДРАСП**, чтобы определить вероятность существования вычисленной величины t для соответствующего числа степеней свободы — p -значения величины t (рис. 2.4).

x — численное значение, для которого требуется вычислить распределение, **Степени_свободы** — целое число, указывающее число степеней свободы. Если в поле **Хвосты** значение равно 1, то функция **СТЮДРАСП** возвращает одностороннее распределение. Если в этом

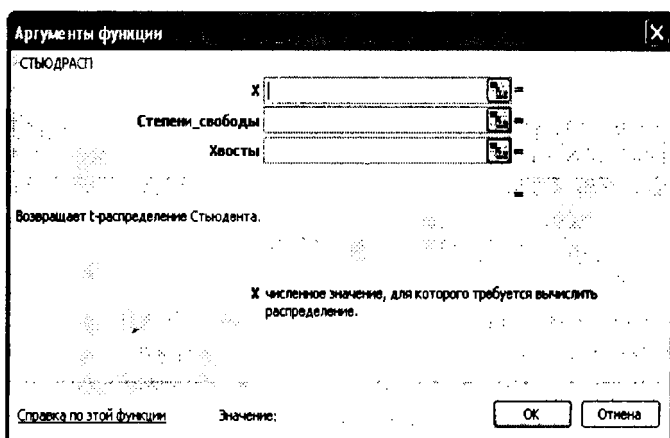


Рис. 2.4. Окно вычисления в EXCEL p -значения в распределении Стьюдента

оле значение 2, то функция **СТЮДРАСП** возвращает двустороннее аспределение.

5. p -значение t -теста можно вычислить и с помощью встроенной ункции **ТТЕСТ** (рис. 2.5).

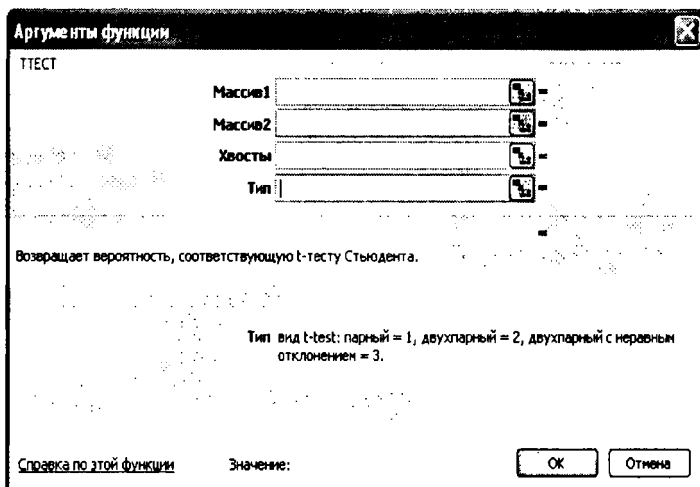


Рис. 2.5. Окно для вычисления p -значения t -теста двух выборок в EXCEL

В поле **Массив1** необходимо ввести адрес клеток, содержащих змерения первой выборки (из **Столбца 1**), соответственно в поле **Мас-**

сив2 необходимо ввести адрес клеток, содержащих измерения второй выборки (из Столбца 2). Поле **Хвосты** предназначено для параметра определяющего — односторонняя или двусторонняя гипотеза проверяется. В первом случае необходимо в это поле ввести 1, во втором — 2. Поле **Тип** используется, чтобы указать вид исполняемого t -теста. Для независимых наблюдений введите значение 2 в предположении, что обе независимые выборки имеют равные дисперсии, и 3, если имеются априорные соображения, что дисперсии различны. В результате вы получите p -значение величины t по двустороннему критерию. Чтобы вычислить p -значение величины t по одностороннему критерию, полученное для двустороннего критерия p -значение нужно разделить на два.

Вычислите p -значение, пользуясь встроенной функцией, и сравните с непосредственно вычисленным значением.

6. Отчет о результатах.

6.1. После окончания представьте в отчете следующую информацию:

- ♦ средние обоих наборов показателей;
- ♦ вычисленную величину t ;
- ♦ количество степеней свободы;
- ♦ p -значение (вероятность существования вычисленного t в пред-

положении, что нулевая гипотеза верна);

- ♦ односторонняя или двусторонняя гипотеза использовалась.

6.2. Примите решение относительно гипотез.

Выберите допустимый уровень значимости отвержения нулевой гипотезы, т.е. вероятность, с которой вы позволяете себе ошибиться, отвергая нулевую гипотезу. Как уже говорилось, обычно для психологических исследований ее полагают равной 0,05. Однако встречаются исследования, когда эту величину ослабляют до 0,1 или, наоборот, усиливают до 0,01 и больше. Если p -значение t равно или меньше уровня значимости, то t лежит в области отвержения, обозначающей, что средние двух наборов показателей значимо различаются. Вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы равно p -значению, т.е. не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, примите альтернативную гипотезу и отвергните нулевую.

Если вычисленное p -значение больше уровня значимости, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то вы не можете отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу.

6.3. Результаты данной процедуры представьте снова в терминах задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята, а данные собраны в контролируемых условиях, то можно заключить, что различия не случайны. Эти выводы предполагают, что

любое повторение данного эксперимента с достаточно большими группами случайно подобранных участников даст аналогичные изменения поведении.

7. Графическое представление.

Визуально сопоставить две параметрические выборки позволяет совместное расположение боксплотов в одной системе координат.

Вычисление t -теста для независимых наблюдений в статистических пакетах

1. Анализ данных в EXCEL

В строке меню в верхней части окна программы выберите Сервис, в открывающемся ниспадающем меню — пункт Анализ данных и в открывшемся подменю Двухвыборочный t -тест с одинаковыми дисперсиями (рис. 2.6).

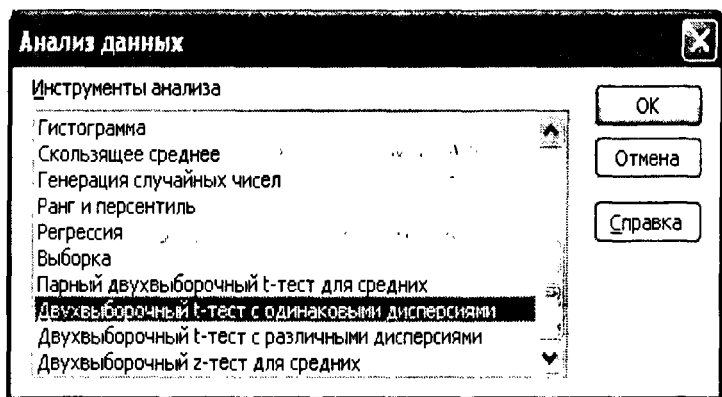


Рис. 2.6. Окно Анализа данных в EXCEL

В открывшемся диалоговом окне (рис. 2.7) в поле **Интервал переменной 1** введите ссылку на **Столбец 1**, содержащий данные первой выборки. Аналогично в поле **Интервал переменной 2** введите ссылку на **Столбец 2**, содержащий данные второй выборки. В поле **Гипотетическая средняя разность** нужно указать предполагаемую нулевой гипотезой разность средних. В случае, если нулевая гипотеза предполагает их равенство, эту клетку можно оставить пустой. Уровень значимости α указывается рядом со словом **Альфа**. По умолчанию он равен 0,05. На дополнительном появившемся листе вы увидите все вычисленные показатели, включаемые в отчет. Теперь вы можете сравнить их с тем, что у вас получилось при непосредственных вычислениях.

Повторите те же действия для выполнения процедуры **Двухвыборочный t -тест с разными дисперсиями**.

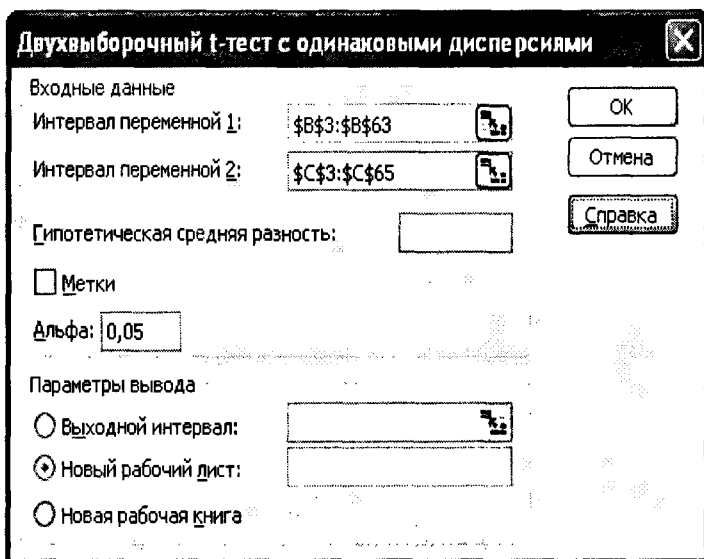


Рис. 2.7. Окно, в котором выполняется двухвыборочный t -тест в пакете Анализа данных в EXCEL

2. STADIA

Для вычисления t -теста с помощью STADIA следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA. Первый столбец (переменная x_1) будет содержать наблюдения первой выборки, а второй столбец (переменная x_2) будет содержать наблюдения второй выборки.

В верхней строке — меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем пункт **4=Стьюдента/Фишера**. В окне выбора переменных выберите переменные x_1 , x_2 , с помощью верхней стрелки перенесите их в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), и нажмите кнопку **Утвердить**.

3. SPSS

Для вычисления t -теста с помощью SPSS в EXCEL сформируйте два новых столбца данных. Первый из них должен содержать наблюдения для обеих выборок, т.е. это данные из **Столбца 1** и **Столбца 2**, как они были введены в EXCEL, размещенные один под другим. Второй столбец — новый, содержит 1 в клетках рядом с наблюдениями первой выборки и 2 рядом с наблюдениями второй выборки. Вставьте эти два столбца данных из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактор данных) в SPSS. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Compare Means** (Сравнение средних), а затем **Independent-Sample T Test** (t -тест независимых выборок). Это приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 2.8. Перенесите из общего поля с пе-

переменными (слева) в верхнее правое поле **Test Variable(s)** (тестируемые переменные) переменную **#данные** (содержащую значения наблюдений обеих выборок), а в нижнее правое поле **Grouping Variable** (Переменная группировки) переменную **#выборки** (содержащую показатель принадлежности к одной из двух выборок) (рис. 2.8)¹. Нажмите кнопку **Define Groups** (определить группы) и в открывшемся окне (рис. 2.9) задайте группу 1 (**Group 1**) значением 1, а группу 2 (**Group 2**) значением 2. Эта процедура обусловлена тем, что каждая выборка является подгруппой из общего набора данных, и изначально мы определили значения переменной **выборки** (1 или 2) именно исходя из принадлежности того

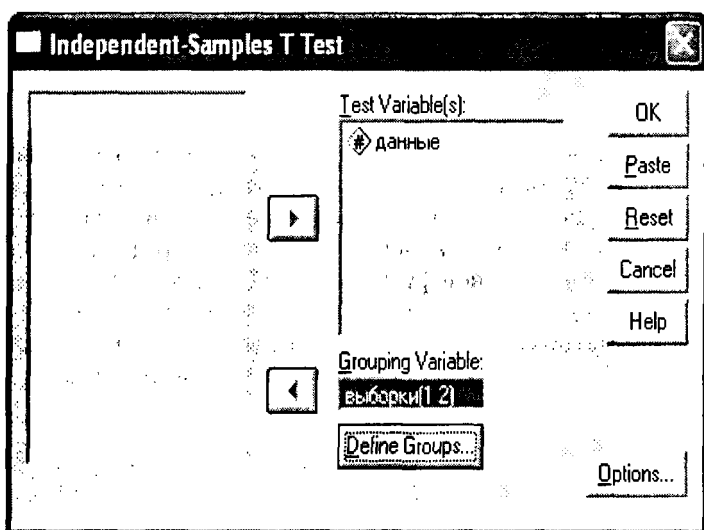


Рис. 2.8. Окно выполнения *t*-теста для двух независимых выборок в SPSS

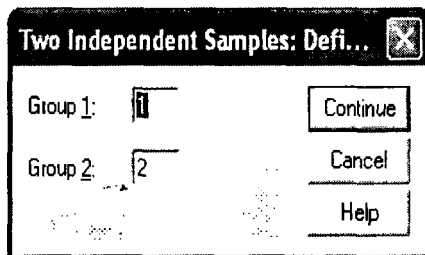


Рис. 2.9. Окно задания независимых выборок в SPSS

¹ Переменные могут быть названы так вручную для удобства, по умолчанию им будут присвоены имена var0001 и var0002.

или иного наблюдения к первой или второй выборке. Вернитесь в основное диалоговое окно и нажмите кнопку **ОК**.

Пример выполнения t -теста для независимых наблюдений

Данное исследование проводилось для выявления различий в показателях экстраверсии у студентов, обучающихся по различным специальностям. Шестьдесят один студент механико-математического факультета и шестьдесят три будущих геолога МГУ заполняли опросник Айзенка.

Была выдвинута односторонняя экспериментальная гипотеза о том, что средний балл экстраверсии у математиков меньше, чем у геологов. Нулевая гипотеза предполагала отсутствие разницы между средними двух выборок. Были выбраны уровень значимости 0,05 и, соответственно, односторонняя область отвержения¹. Нулевая гипотеза может быть отвергнута в том случае, если средние отличаются в предполагаемом направлении и p -значение (вероятность того, что нулевая гипотеза все-таки верна) равно или меньше, чем уровень значимости. (Данные. В файле *Примеры.xls*. Лист: Сравнение экстраверсии содержатся данные по шкале экстраверсия. Максимальный возможный балл 20.)

Выполнив все расчеты непосредственно, определите те же значения с помощью встроенной функции **ТТЕСТ** в предположении, что дисперсии сравниваемых выборок равны, а затем посмотрите, что получится, если предположить, что дисперсии не равны. Сравните полученные результаты. Выполните расчеты также в статистических пакетах.

Отчет о результатах

Анализ данных с помощью t -теста для независимых наблюдений дал следующие результаты.

Средние	Выборка 1 Выборка 2	11,28 14,38
Степени свободы		$df = (61 - 1) + (63 - 1) = 122$
Вычисленное t в предположении, что дисперсии равны		$t = 8,05$
Вычисленное t в предположении, что дисперсии неравны		$t = 8,06$
p -значение в предположении, что дисперсии равны		$p = 3,07 \cdot 10^{-13}$ (односторонний критерий)
p -значение в предположении, что дисперсии неравны		$p = 2,93 \cdot 10^{-13}$ (односторонний критерий)
Критическая величина t для $p = 0,05$		$t = 1,66$

¹ В качестве альтернативной рассматривалась именно односторонняя гипотеза о том, экстраверсия у математиков в среднем ниже, что согласуется с результатами множества других исследований.

В обоих случаях — и в предположении, что дисперсии обеих выборок равны, и в предположении, и что они неравны, — соответствующее p -значение по одностороннему критерию для 122 степеней свободы меньше уровня значимости 0,05 и, таким образом, лежит в области отвержения нулевой гипотезы, выбранной для данного теста. Следовательно, можно, отвергнув нулевую гипотезу, принять альтернативную — экспериментальную гипотезу.

Результат t -теста подтверждает исходное предположение о существовании значимых различий по шкале экстраверсии у студентов-магистров и студентов-геологов.

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация.

КРИТЕРИЙ ФИШЕРА И СТЬЮДЕНТА.

Переменные: x1, x2

Статистика Фишера = 0,856, Значимость = 0,273, степ.своб = 62,60

Гипотеза 0: <Нет различий между выборочными дисперсиями>

Статистика Стьюдента = 8,06, Значимость = 1,78E-7, степ.своб = 122

Разность средних = 3,1, доверит.интервал = 6,84E-8

Гипотеза 1: <Есть различия между выборочными средними>

Результаты работы программы SPSS

Выходной файл работы SPSS содержит несколько таблиц. Соответственно результаты t -теста находятся в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Тест независимых выборок в SPSS

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper	
Исходные выборки	Equal variances assumed	,141	,708	-8,053	122	,000	-3,1023	,38523	-3,86487	-2,33966
	Equal variances not assumed			-8,063	121,753	,000	-3,1023	,38475	-3,86393	-2,34060

Таблица 2.2 состоит из двух частей. В первой содержатся результаты теста Ливена на равенство дисперсий (**Levene's Test for Equality of Variances**). Если p -значение — число, стоящее в столбце (**Sig.**), больше выбранного уровня значимости (как правило 0,05), то нулевую гипотезу о равенстве дисперсий обеих выборок принимают и уже рассматривают величину t и соответствующее ему p -значение в верхней строке таблицы. Если же p -значение теста Ливена меньше уровня значимости, то принимают альтернативную гипотезу, утверждающую, что дисперсии различаются, и в качестве выходных значений рассматривают показатели, стоящие во второй строке.

Графическое представление

Представленные совместно боксплоты наглядно показывают, что уровень экстраверсии у студентов-геологов выше, чем у студентов-математиков. Одновременно по этому показателю в целом геологи представляют собой более однородную выборку (рис. 2.10).

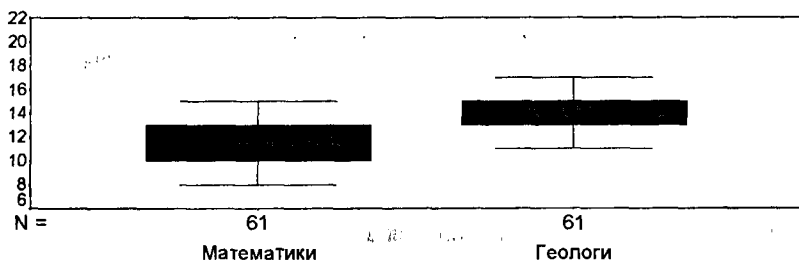


Рис. 2.10. Боксплоты, построенные в SPSS

T-ТЕСТ ДЛЯ ПОВТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Формулы вычислений

Оценка дисперсии популяции, из которой произведена выборка, рассчитывается по формуле

$$S_D^2 = \frac{\sum_i (D^i - \bar{D})^2}{N - 1}, \quad (2.5)$$

где D^i — разница между i -й парой показателей;
 \bar{D} — среднее разницы между парам показателей;
 N — количество пар показателей.

Оценка стандартной погрешности различий между средними производилась по формуле

$$S_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{S_D^2}{N}} \quad (2.6)$$

Формула для нахождения t :

$$t = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} \quad (2.7)$$

Инструкция по вычислению t -теста для повторных измерений в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как показано на рис. 2.11.

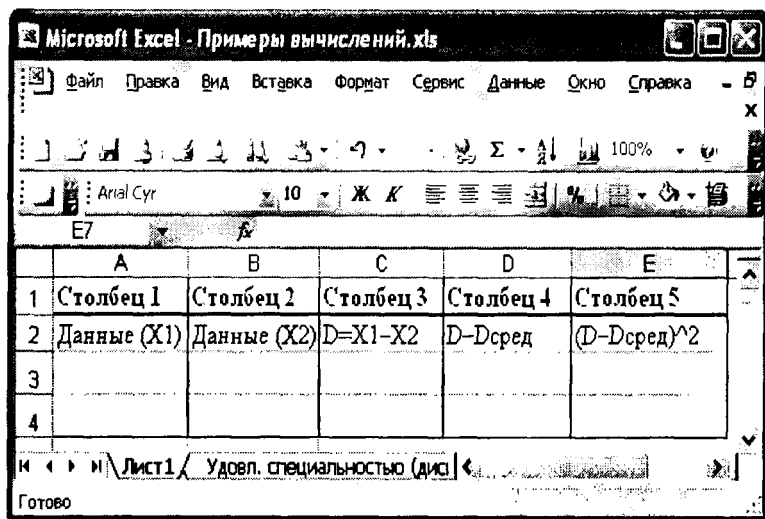


Рис. 2.11. Ввод данных в EXCEL

1.2. Введите данные измерения 1 в Столбец 1, а данные измерения 2 в Столбец 2.

2. Вычисление $\sum_1^N (D^i - \bar{D})^2$.

2.1. Вычтите из каждого значения Столбца 1 соответствующее значение Столбца 2. Разницу занести в Столбец 3.

2.2. Суммируйте значения **Столбца 3** и найдите их среднее путем деления суммы на число пар показателей. Внесите результат в конец **Столбца 3**.

Если вы используете ненаправленную (двустороннюю) альтернативную гипотезу, то переходите к шагу 2.3. Если же вы используете направленную (одностороннюю) гипотезу, то проверьте, подтверждает ли знак полученного среднего одностороннюю альтернативную гипотезу. В отрицательном случае последующий анализ можно на этом закончить и сделать вывод о том, что данные не позволяют отвергнуть нулевую гипотезу.

2.3. Вычтите среднее разницы (см. п. 2.2) из каждого значения в **Столбце 3** и внесите полученные результаты на соответствующие места **Столбца 4**.

2.4. Возведите в квадрат каждое значение в **Столбце 4** и внесите полученные результаты на соответствующие места **Столбца 5**.

2.5. Суммируйте все значения в **Столбце 5** и внесите полученный результат в конец **Столбца 5**.

2.6. Определите количество степеней свободы в данных ($df = N - 1$) путем вычитания 1 из количества пар показателей.

3. Вычисление S_D^2 .

3.1. Разделите результат операции п. 2.5 на результат операции п. 2.6 (см. формулу для вычисления S_D^2 (2.5)).

3.2. Разделите результат операции 3.1 на количество пар показателей.

3.3. Извлеките квадратный корень из результата операции 3.2.

4. Вычисление t и p -значения.

4.1. Разделите среднее попарных разниц между элементами из двух наборов (2.3) показателей на результат 3.2, получив в результате t .

4.2. Обратитесь к формуле EXCEL: **СТЮДРАСП** — распределение Стьюдента, чтобы определить вероятность существования вычисленного t для соответствующего числа степеней свободы (p -значение).

5. p -значение t -теста можно вычислить и с помощью встроенной функции ТТЕСТ аналогично тому, как это делалось для анализа независимых наблюдений (см. рис. 2.5). Разница лишь в том, что в поле Тип для указания вида исполняемого t -теста необходимо ввести значение 1.

Вычислите p -значение, пользуясь встроенной функцией, и сравните со значением, полученным в результате непосредственных вычислений.

6. Отчет о результатах.

6.1. После окончания представьте в отчете следующую информацию:

- ♦ средние обоих наборов данных;
- ♦ вычисленное значение для t ;
- ♦ количество степеней свободы;
- ♦ p -значение (вероятность существования вычисленного t);
- ♦ односторонняя или двусторонняя гипотеза использовалась.

6.2. Примите решение относительно гипотез.

Выберите допустимый уровень значимости отвержения нулевой гипотезы, т.е. вероятность, с которой вы допускаете ошибку, отвергая нулевую гипотезу. Обычно для психологических исследований ее полагают равной 0,05. Однако встречаются исследования, когда эту величину ослабляют до 0,1 или, наоборот, усиливают до 0,01 и больше. Если p -значение величины t равно или меньше уровня значимости, то t лежит в области отвержения нулевой гипотезы и принятия альтернативной, утверждающей, что средние двух наборов показателей значимо различаются. Вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы равна p -значению, которое не больше, чем выбранный уровень значимости. При таком маленьком p -значении можно отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную.

Если вычисленное p -значение больше уровня значимости, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то пренебречь возможностью того, что нулевая гипотеза верна, нельзя, а значит, отвергнуть ее и принять альтернативную — неправомерно.

6.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в хорошо контролируемых условиях, то можно заключить (в случае эксперимента), что именно экспериментальное воздействие было причиной значимых изменений в поведении испытуемых, составляющих экспериментальную выборку. После того как такие выводы сделаны, предполагается, что любое повторение данного эксперимента с достаточно большой группой случайно подобранных испытуемых даст аналогичные изменения поведения.

7. Графическое представление.

Визуально сопоставить две параметрические парные выборки позволяет совместное расположение боксплотов в одной системе координат, а также представление каждой связанной пары измерений в координатных осях: абсциссе соответствует измерение в первой выборке, а ординате — во второй.

Вычисление t -теста для повторных измерений в статистических пакетах

1. Анализ данных в EXCEL

В строке меню в верхней части окна программы выберите **Сервис**, в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Анализ данных** и в отрывшемся подменю **Парный двухвыборочный t -тест для средних** (рис. 2.12).

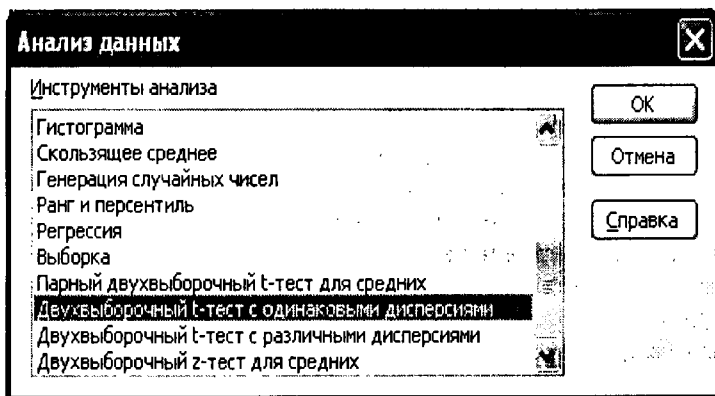


Рис. 2.12. Окно для выполнения Анализа данных в EXCEL

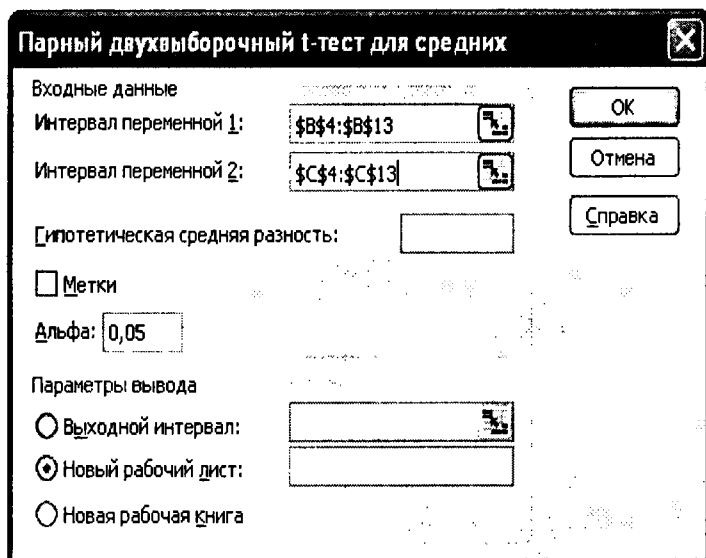


Рис. 2.13. Окно для выполнения парного двухвыборочного t-теста в пакете Анализа данных в EXCEL

В открывшемся диалоговом окне (рис. 2.13) в поле **Интервал переменной 1** введите ссылку на **Столбец 1**, содержащий данные первого измерения выборки. Аналогично в поле **Интервал переменной 2** введите ссылку на **Столбец 2**, содержащий данные второго измерения выборки. В поле **Гипотетическая средняя разность** нужно указать предполагаемую нулевой гипотезой разность средних. В случае, если нулевая гипотеза предполагает их равенство, эту клетку можно оставить пус-

ной. Уровень значимости теста указывается рядом со словом **Альфа**. По умолчанию он равен 0,05. На дополнительно появившемся листе вы увидите все вычисленные показатели, включаемые в отчет.

Теперь вы можете сравнить их с тем, что получилось у вас при непосредственных вычислениях.

Повторите все действия для выполнения процедуры **Двухвыборочный t -тест с разными дисперсиями**.

Чтобы расположить результаты измерений в координатных осях в EXCEL, нужно воспользоваться **Мастером диаграмм** и в меню, представленном на рис. 1.14, выбрать **Точечная**.

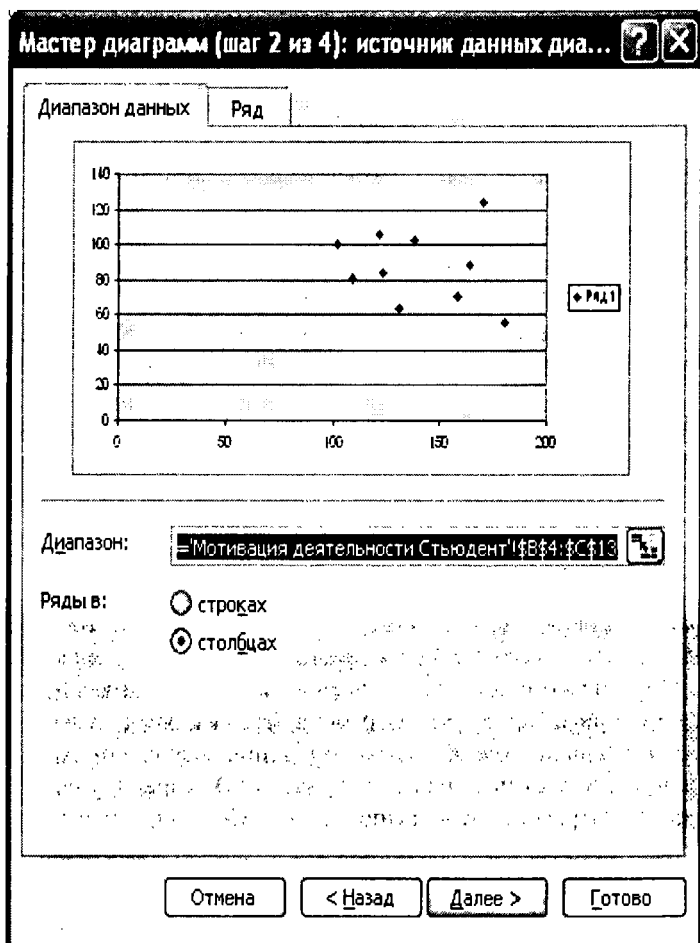


Рис. 2.14. Окно построения точечной диаграммы в EXCEL

На втором шаге (рис. 2.14) в области **Диапазон** необходимо ввести столбцы, содержащие парные данные (они должны быть расположены рядом). Поскольку каждой выборке соответствует столбец, то из двух возможностей необходимо выбрать **Ряды в столбцах**. Нажмите кнопку **Далее** и перейдите к дизайну графика и месту его размещения.

2. STADIA

В программе STADIA вычисление парного *t*-теста выполняется аналогично *t*-тесту для независимых наблюдений. В том случае, когда число наблюдений в первой и второй выборках совпадают, при выборе опции **4 = Стьюдента/Фишера** программа автоматически считает две версии критерия Стьюдента: обычную (для независимых наблюдений) и для парных данных. Исследователь сам должен принять решение, с каким типом данных он работает: с парными или несвязанными наблюдениями, и, сделав этот выбор, ориентироваться на ту или иную строку в файле, содержащем результаты¹.

3. SPSS

Для вычисления парного *t*-теста с помощью SPSS вставьте первые два столбца данных, соответствующие измерениям 1 и 2, из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактора данных) SPSS. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Compare Means** (Сравнение средних), а затем **Paired-Sample T Test** (*t*-тест для парных выборок), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 2.15. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Paired Variables** (Парные переменные) переменные **#измер1** и **#измер2** (содержащие значения наблюдений первого и второго измерений соответственно).

Пример выполнения *t*-теста для повторных измерений

Данное исследование посвящено влиянию уровня мотивации на способности к решению задач и построено таким образом, чтобы 10 участников выступали одновременно как экспериментальная и как контрольная группа. В процессе подготовки студенческой команды к олимпиаде по математике определяли время, затрачиваемое каждым из участников команды на выполнение тренировочного задания, аналогичного олимпиадному (по уровню сложности и подбору задач). Это время сопоставлялось со временем, затраченным на выполнение собственно олимпиадной работы. Сырые данные этого эксперимента — время, затраченное каждым из участников на решение тренировочного и олимпиадного заданий.

¹ Это пример ситуации, когда исследователь должен сам выбирать, что же ему нужно, а не ориентироваться на выбор, сделанный компьютером, руководствуясь правилом: «Раз программа посчитала, значит ответ правильный».

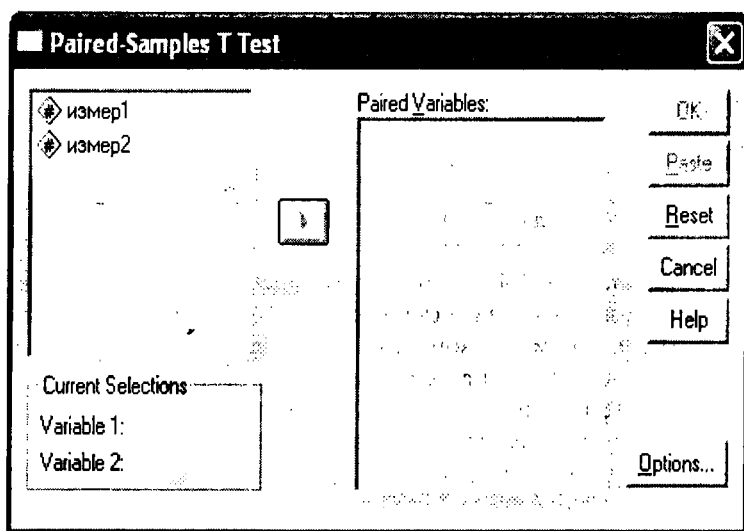


Рис. 2.15. Окно выполнения парного t -теста в SPSS

Была выдвинута односторонняя экспериментальная гипотеза о том, что среднее время, затрачиваемое на решение олимпиадного задания, будет значимо больше, чем среднее время, затрачиваемое на решение тренировочного задания.

Нулевая гипотеза предполагала отсутствие разницы между средними при разных условиях. Был выбран уровень значимости $p = 0,05$ соответственно односторонняя область отвержения. Нулевая гипотеза может быть отвергнута в том случае, если средние отличаются в предложенном направлении и p -значение (вероятность того, что нулевая гипотеза все-таки верна) равно его уровню значимости или меньше.

Данные: время решения в минутах контрольной и тренировочной работ. (Данные и результаты см. в файле *Примеры.xls* Лист: **Мотивационная деятельность Стюдент**).

Следуйте инструкции. Поскольку знак среднего различия (Столбец 4) совпадает с предполагаемым, то можно продолжать проверку односторонней гипотезы.

Отчет о результатах

Анализ данных с помощью t -теста для повторных измерений дал следующие результаты.

¹ При таких малых объемах выборки использование t -теста и других параметрических методов (см. ниже) возможно лишь в учебных целях.

Средние	Выборка 1 Выборка 2	139,96 мин 87,60 мин
Степени свободы		$df = (N - 1) = 9$
Вычисленное t		$t = 4,49$
p -значение		$p = 0,00076017$ (односторонний критерий)
Критическая величина t для $p = 0,05$		$t = 1,833$

Вычисленное $t = 4,49$. Соответствующее p -значение по одностороннему критерию для девяти степеней свободы меньше уровня значимости $p = 0,05$ и, таким образом, лежит в пределах области отвержения, выбранной для данного теста. Следовательно, нулевая гипотеза может быть отвергнута, а экспериментальная гипотеза подтверждена.

Показатели, полученные в t -тесте, устанавливают различие между результатами экспериментов «тренировочная мотивация» и «олимпийская мотивация» и подтверждает исходное предположение, что в условиях умеренной мотивации (тренировка) успешность выполнения задания выше (требует меньше времени), чем в ситуации гипермотивации (олимпиада).

Это означает также, что два набора данных, полученных из данной статистической популяции, обладают разными средними. Исходя из этого мы можем сделать более общее заключение, что обычно уровень мотивации влияет на успешность деятельности: в условиях гипермотивации успешность (скорость) снижается.

Результаты работы пакета Анализ данных в EXCEL

Образец стандартной выдачи результатов при выполнении парного t -теста представлен в табл. 2.3.

Таблица 2

Результаты выполнения парного двухвыборочного t -теста для средних в пакете анализа даны в EXCEL

	Переменная 1	Переменная 2
Среднее	139,760	87,600
Дисперсия	728,860	439,736
Наблюдения	10,000	10,000
Корреляция Пирсона	-0,162	
Гипотетическая разность средних	0,000	
Df	9,000	
t -статистика	4,485	
$P (T \leq t)$ одностороннее	0,001	
t критическое одностороннее	1,833	
$P (T \leq t)$ двухстороннее	0,002	
t критическое двухстороннее	2,262	

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержится несколько таблиц. Собственно результаты парного t -теста содержатся в табл. 2.4, озаглавленной Paired Samples Test (Тест парных выборок):

Таблица 2.4

Тест парных выборок

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	Df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Devia- tion	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Измерение 1 Измерение 2	Контрольная Тренировочная	52,1600	36,77285	11,62860	25,8543	78,4657	4,4859	,002

В таблице помимо основных показателей распределения для выборки, составленной из значений обоих измерений, приводится показатель t и его p -значение по двустороннему критерию.

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

КРИТЕРИЙ ФИШЕРА И СТЬЮДЕНТА.

Переменные: x_1 , x_2

Статистика Фишера = 1,66, Значимость = 0,231, степ.своб = 9,9

Гипотеза 0: <Нет различий между выборочными дисперсиями>

Вероятность средних = 52,2, доверит.интервал = 0,00308

Статистика Стьюдента = 4,83, Значимость = 0,000285, степ.своб = 18

Гипотеза 1: <Есть различия между выборочными средними>

Коэффициент для парных данных = 4,49, Значимость = 0,00184, степ.своб = 9

Гипотеза 1: <Есть различия между выборочными средними>

В данном случае нас интересуют строки, содержащие информацию о статистике Стьюдента для парных данных.

Графическое представление

Представленные совместно боксплоты (рис. 2.16) и парные измерения в осях координат (рис. 2.17) наглядно показывают, что время, затрачиваемое на выполнение тренировочной работы, существенно меньше времени выполнения собственно олимпиадной контрольной. На рис. 2.17 все десять точек лежат ниже биссектрисы первого координатного угла.

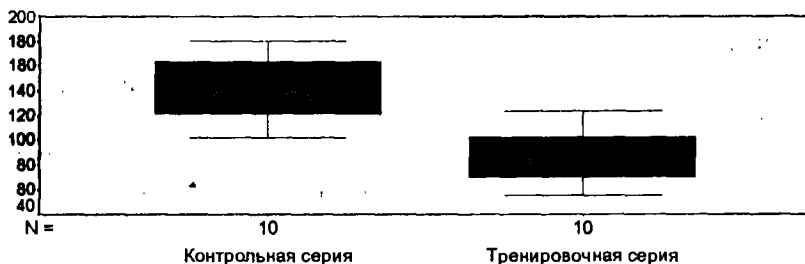


Рис. 2.16. Боксплоты, построенные в SPSS

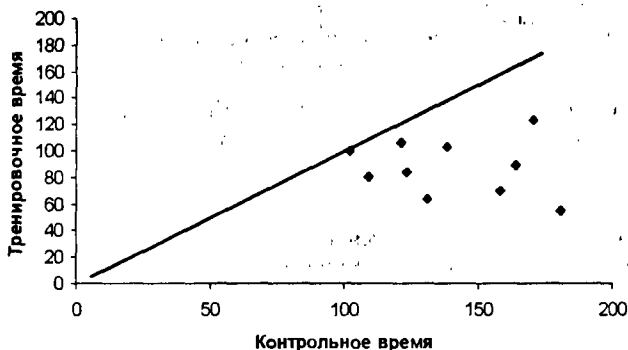


Рис. 2.17. Расположение парных измерений в координатных осях, построенное в EXCEL

Глава 3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ДЛЯ ЗАДАЧ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ОДНОЙ И ДВУХ ВЫБОРОК

U-ТЕСТ МАННА–УИТНИ ДЛЯ НЕЗАВИСИМЫХ ВЫБОРОК

U-тест Манна—Уитни позволяет определить, представляют ли два набора данных, каждый из которых сформирован с требованием удовлетворять определенному условию, одну и ту же статистическую популяцию.

Основания для выбора U-теста Манна—Уитни

Данный тест можно использовать при следующих условиях.

1. Данные представлены как минимум в единицах порядковой шкалы, т.е. не могут быть номинативными.

2. Анализируются данные, полученные на двух независимых выборках (которые не обязательно должны быть одинаковой величины).

Принцип действия U -теста Манна—Уитни

U -тест Манна—Уитни основан на сравнении совместного упорядочения двух наборов данных. Чем больше зона их пересечения, тем больше вероятность того, что данные представляют одну и ту же статистическую популяцию, и наоборот.

Использование U -теста начинается с соединения двух наборов данных $\{x\}$ и $\{y\}$. Затем объединенные данные ранжируются, причем минимальному значению присваивается низший ранг, максимальному — высший.

Ранги каждого набора данных суммируются по отдельности. Полученные суммы сравниваются. В силу того что высоким ранговым значениям соответствуют и более высокие показатели в данных, можно заключить, что набор с большей суммой будет содержать и относительно более высокие показатели.

Мера сходства между двумя наборами данных называется U и вычисляется по формуле

$$U = (n_x \cdot n_y) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - R_x, \quad (3.1)$$

где n_x и n_y — число наблюдений соответственно в каждой выборке $\{x\}$ и $\{y\}$;

n_x — число наблюдений в выборке с большей суммой рангов;

R_x — большая из двух ранговых сумм.

Распределение U для всех возможных размеров выборки может быть вычислено. Чем меньше эта величина, тем меньше сходство между двумя выборками. В самом крайнем случае, когда все элементы одной выборки больше элементов другой, значение $U = 0$. Известны критические значения U для любого заданного уровня значимости. Эти значения для различных уровней значимости по одностороннему (one-tailed) и двустороннему (two-tailed) критерию для выборок объемом не более 20 представлены в Приложении 1¹. В случае, когда объемы выборок больше 20, распределение U близко к нормальному со средним, рав-

¹ В англоязычной литературе можно еще встретить термины one-sided и two-tailed соответственно для обозначения одностороннего и двустороннего критерия (см. Приложение 2). В принципе достаточно лишь знания p -значения лишь по одному из двух критериев, второе вычисляется автоматически. p -значение для двустороннего критерия в двое больше p -значения для одностороннего критерия.

ным $n_x n_y / 2$, и дисперсией, равной $n_x n_y (n_x + n_y + 1) / 12$ ¹. В этом случае p -значения этого распределения можно найти в EXCEL.

При графическом представлении непараметрических выборок можно использовать те же диаграммы, что и для параметрических выборок (за исключением кривой нормального распределения).

Инструкция по вычислению U -теста Манна—Уитни в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как показано на рис. 3.1.

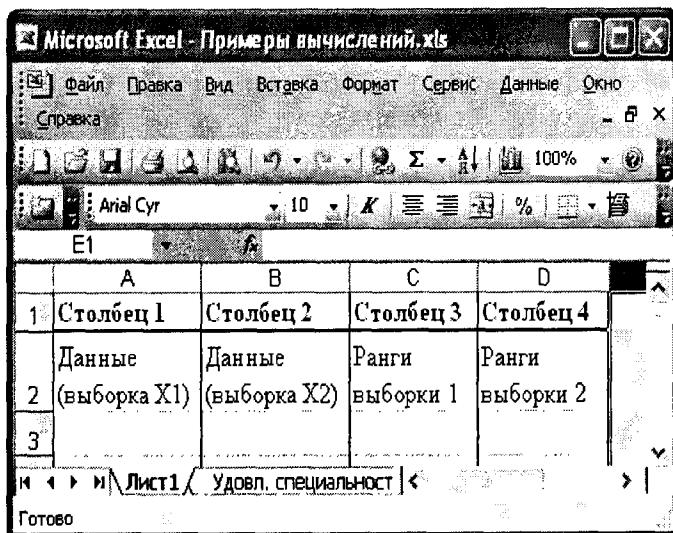


Рис. 3.1. Окно ввода данных в EXCEL

¹ В случае, когда средн наблюдений встречаются одинаковые, им приписываются средние ранги. Эти группы одинаковых наблюдений называют связками. Средний ранг числа z_i в совокупности z_1, z_2, \dots, z_n есть среднее арифметическое из тех рангов, которые были бы назначены z_i и всем остальным совпадающим с ним значениям, если бы они оказались различными. Количество элементов в связке называют ее размером. Наличие связок влияет на асимптотическое распределение статистики Уилкоксона. Дисперсию нужно вычислять по следующей формуле

$$\frac{n_x n_y}{12} \left[(n_x + n_y + 1) - \frac{\sum_{k=1}^g t_k (t_k^2 - 1)}{(n_x + n_y)(n_x + n_y - 1)} \right], \text{ где } \{t_k\} \text{ — размеры выявленных связок среди}$$

выборки $\{y\}$, g — общее число связок среди выборки $\{y\}$. Наблюдение, не совпавшее с каким-либо другим наблюдением, рассматривается как связка размера 1 и в формуле, заменяющей дисперсию, не учитывается. При больших по размеру связках и (или) большом их числе применение критерия Манна—Уитни сомнительно.

1.2. Введите данные выборки 1 в **Столбец 1**, а данные выборки 2 в **Столбец 2**.

2. Вычисление U .

2.1. С помощью функции **РАНГ** присвойте каждому значению объединенной выборки свой ранг.

2.2. После того как все показатели проранжированы, суммируйте все ранги в **Столбце 3**. Затем суммируйте ранги в **Столбце 4**. Определите R_x — большую из двух ранговых сумм.

Если используется односторонняя гипотеза, проверьте, соответствует ли направление разницы между суммами рангов двух наборов альтернативной (экспериментальной) гипотезе. В случае несоответствия прекратите процедуру и зафиксируйте: данные не позволяют отвергнуть нулевую гипотезу. Если соответствие установлено, переходите к 2.3.

2.3. Найдите значение U по формуле (3.1).

2.4.1. Если число наблюдений в каждой из выборок не превосходит 20, то установите допустимый уровень значимости нулевой гипотезы α и обратитесь к таблице из Приложения 1.

2.4.2. В том случае, когда размеры хотя бы одной из выборок больше 20, вычислите число:

$$z_U = \frac{U - \frac{n_x n_y}{2}}{\sqrt{\frac{n_x n_y}{12} \left[(n_x + n_y + 1) - \frac{\sum_{k=1}^g t_k (t_k^2 - 1)}{(n_x + n_y)(n_x + n_y - 1)} \right]}} \quad (3.2)$$

где $\{t_k\}$ — размеры наблюдаемых связей среди выборки $\{y\}$;
 g — общее число связей среди выборки $\{y\}$.

Обратитесь к встроенной в EXCEL функции **НОРМСТРАСП**. В вызванном окне (рис. 3.2) введите рядом с Z получившееся значение. (Справа от нижнего знака = вы увидите одностороннее p -значение для показателя z_U .)

Эта величина будет также являться односторонним p -значением U . Если проверка идет по двустороннему критерию, то полученную величину p нужно умножить на 2.

3. Отчет о результатах.

3.1. После окончания вычисления по тесту необходимо представить следующую информацию:

- ♦ размеры выборок;
- ♦ вычисленное U ;
- ♦ p -значение для вычисленного эмпирического U (если можно);
- ♦ использованный уровень значимости;

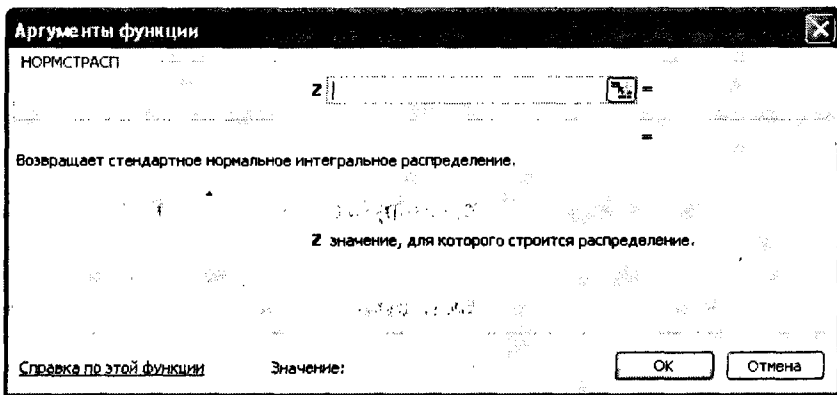


Рис. 3.2. Окно вычисления вероятности нормального распределения в EXCEL

- ♦ критическую величину U для данного размера выборки и уровня значимости;
- ♦ тип использованной гипотезы (односторонняя или двусторонняя).

3.2.1. В том случае, когда размеры обеих выборок не превышают 20, если вычисленное значение U равно или меньше, чем критическое значение для данного размера выборки и уровня значимости в таблице, то оно лежит в области отвержения нулевой гипотезы, что означает значимое различие между двумя наборами данных. Иначе говоря, можно принять альтернативную (экспериментальную) гипотезу и отвергнуть нулевую (о том, что различий между двумя наборами данных нет). Наоборот, если вычисленное значение U больше, чем критическое значение, то вероятность того, что такая разница обнаруживается при верной нулевой гипотезе (равная p -значению), превышает выбранный уровень значимости, то есть эти две выборки данных представляют одну и ту же популяцию, не отличаются друг от друга. Если это так, то нельзя отвергнуть нулевую гипотезу и нет основания для принятия альтернативной (экспериментальной) гипотезы.

3.2.2. В том случае, когда размеры хотя бы одной из выборок больше 20 и если p -значение не превышает выбранного уровня значимости, то это значит, что вычисленное с помощью функции нормального распределения значение U равно или меньше, чем критическое значение для данных размеров выборок и уровня значимости, то есть оно лежит в области отвержения, что показывает значимое различие между двумя наборами данных. Следовательно, можно принять альтернативную (экспериментальную) гипотезу и отвергнуть нулевую. Наоборот, если вы-

численное p -значение больше, чем уровень значимости, то вероятность того, что такая разница обнаруживается при верной нулевой гипотезе, превышает выбранный уровень значимости, т.е. эти две выборки данных представляют одну и ту же популяцию, не отличаются друг от друга. Если это так, то нельзя отвергнуть нулевую гипотезу и нет основания для принятия альтернативной (экспериментальной) гипотезы.

3.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в хорошо контролируемых условиях, то можно заключить, что условия, накладываемые на выборки, приводят к статистически значимым различиям. После того как такие выводы сделаны, предполагается, что аналогичное различие будет ожидать при любом сравнении случайно подобранных групп испытуемых, при условии, что каждая из групп удовлетворяет соответствующему условию.

Вычисление U -теста Манна—Уитни в статистических пакетах

1. Выполнение U -теста Манна—Уитни в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено

В этом случае мы столкнулись с ограничениями, которые накладывают на EXCEL стремление к универсальности. Именно поэтому необходимо овладение компьютерными средствами, ориентированными именно на анализ социолого-психологических данных.

2. STADIA

Для вычисления U -теста с помощью STADIA следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA. Первый столбец (переменная x_1) будет содержать наблюдения первой выборки, а второй столбец (переменная x_2) будет содержать наблюдения второй выборки. В верхней строке — меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем **6 = Сдвига/Положения**. В поле выбора переменных выберите переменные x_1 , x_2 и перенесите их в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), с помощью верхней стрелки и нажмите кнопку **Утвердить**.

3. SPSS

Для вычисления U -теста Манна—Уитни с помощью SPSS в EXCEL сформируйте два новых столбца данных. Первый из них должен содержать наблюдения для обеих выборок, то есть это **Столбец 1** и **Столбец 2**, размещенные один под другим. Второй новый столбец содержит 1 и 2 в клетках рядом с наблюдениями первой выборки и 2 рядом с наблюдениями второй выборки. Вставьте эти два столбца данных из EXCEL в окно **Data Editor**. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем

меню — пункт **Nonparametric Tests** (Непараметрические тесты), а затем **Two-Independent-Samples Tests** (тесты двух независимых выборок), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 3.3. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Test Variable List** (Список тестируемых переменных) переменную **#данные** (содержащую значения наблюдений обеих выборок), а в нижнее правое поле **Grouping Variable** (Переменная группировки) переменную **#выборки** (содержащую показатель принадлежности к одной из двух выборок).

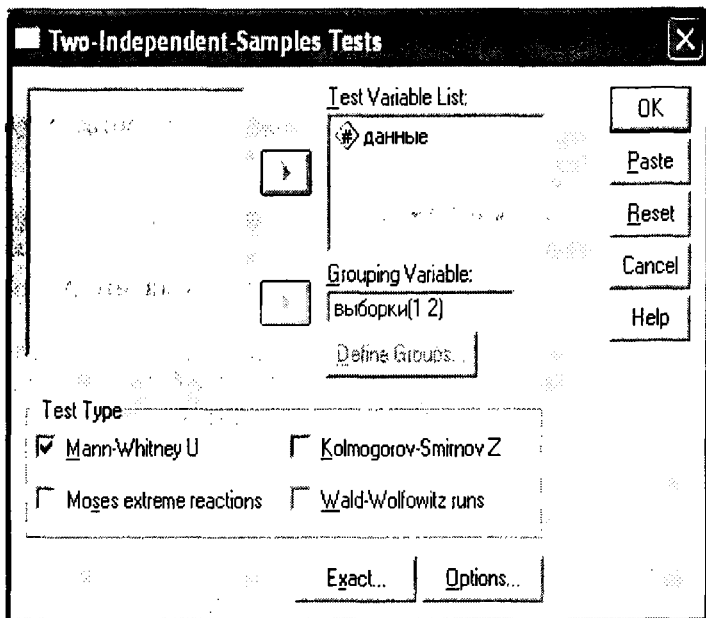


Рис. 3.3. Окно для выполнения непараметрических тестов сравнения двух независимых выборок на однородность в SPSS

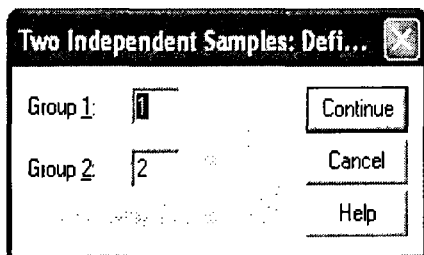


Рис. 3.4. Окно задания групп для проведения тестов на однородность в SPSS

Отметьте флажком **Test Type** (Тип теста) **Mann-Whitney U**. Вернитесь в основное диалоговое окно и нажмите кнопку **ОК**.

Пример для самостоятельного выполнения *U*-теста Манна—Уитни

В процессе разработки новой методики обучения английскому языку для проверки ее эффективности проводилось сопоставительное исследование. Ученики класса произвольно выбранной школы случайным образом были разделены на две подгруппы. Ученики первой подгруппы занимались по традиционной методике (условие 1), а во второй в большей мере были задействованы игровые и ролевые приемы (условие 2).

В конце четверти проводилась итоговая контрольная работа. Максимальное количество баллов, которое мог бы набрать школьник при успешном выполнении абсолютно всех заданий, равно 30.

Двусторонняя экспериментальная (альтернативная) гипотеза предполагала обнаружение значимой разницы между медианами показателей контрольной работы, полученных в обеих подгруппах, в то время как нулевая гипотеза отрицала возможность обнаружения такой разницы. Данные представляли измерение только по порядковой шкале, поэтому был выбран *U*-тест Манна—Уитни, и так как не было сделано никакого прогноза о возможном направлении различия, то оправданно был сделан выбор двусторонней гипотезы. Выбранный уровень значимости $p = 0,05$ и область отвержения носит двухсторонний характер. Данные и результаты см. в файле *Примеры.xls* Лист: **Методика обучения (Манн—Уитни)**

Отчет о результатах

Анализ данных с помощью *U*-теста для независимых наблюдений дал следующие результаты (заполните таблицу):

Размеры выборок	Выборка 1	
	Выборка 2	
Вычисленное <i>U</i>		
<i>p</i> -значение (двусторонний тест)		
Уровень значимости (двусторонний тест)		
Критическая величина для <i>U</i>		
Область отвержения		

Вычисленное *U* равно = _____ (вставить вычисленную величину).

Если эта величина меньше, чем критическая величина *U* для двустороннего теста на выбранном уровне значимости $p = 0,05$, где n_1 и $n_2 = 10$, то она лежит в пределах области отвержения, выбранной для

теста. Следовательно, в этом случае нулевая гипотеза может быть отвергнута, а экспериментальная принята.

Если эта величина больше, чем критическая величина U для двухстороннего теста на выбранном уровне значимости $p = 0,05$, где и n_1 , и $n_2 = 10$, то она лежит за пределами области отвержения, выбранной для теста. Следовательно, в этом случае должна быть отвергнута не нулевая гипотеза, а экспериментальная.

На основании результатов теста можно сделать заключение, что два набора данных статистически не различаются (различаются)¹, и, таким образом, два предложенных метода обучения иностранному языку могут (не могут) считаться одинаково эффективными.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержатся две таблицы. В табл. 3. Ranks содержатся средние и суммарные ранги каждой из выборок. В табл.3.2. Test Statistics содержатся статистики Манна—Уитни U и статистика Вилкоксона W^2 . Если две выборки имеют одинаковые суммы рангов, то в качестве показателя W выбирается сумма рангов первой выборки.

Таблица 3.1

Ранги

Ranks

	Показатель принадлежности к одной выборке	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Данные двух выборок	1,00	10	7,25	72,50
	2,00	10	13,75	137,50
	Total	20		

Таблица 3.2

Статистические показатели теста

Test Statistics(b)

	Данные двух выборок
Mann—Whitney U	17,500
Wilcoxon W	72,500
Z	-2,464
Asymp. Sig. (2-tailed)	,014
b Grouping Variable: Показатель принадлежности к одной выборке	

¹ Здесь надо выбрать нужное в зависимости от величины p -значения.

² Встречается также перевод фамилии и название статистики — Уилкоксон, что тоже правильно.

Статистика W — это наименьшая из двух сумм рангов, вычисленная для двух групп.

Эти две статистики связаны следующим соотношением:

$$W = U + \frac{n_y(n_y + 1)}{n_y}, \quad (3.3)$$

где n_y — число наблюдений в выборке с меньшей суммой рангов.

Удобным свойством статистик Манна — Уитни и Вилкоксона является близость к нормальному распределению при условии, что число наблюдений в каждой группе не менее 10. Вследствие этого в двух следующих строках таблицы содержатся соответствующая z -оценка и ее p -значение, на основании которого собственно и можно принять (в случае если p -значение больше установленного уровня значимости) нулевую гипотезу или отвергнуть ее (в случае если p -значение меньше установленного уровня значимости).

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

КРИТЕРИИ СДВИГА (ПОЛОЖЕНИЯ).

Переменные: x_1, x_2

Вилкоксон = 72,5, Критические границы = 83-127, степ.своб = 10,10

Гипотеза 1: <Есть различия между медианами выборок>

Ман дер Варден = -4,88, $Z = -2,45$, Значимость = 0,00716, степ.своб 10,10

Гипотеза 1: <Есть различия между медианами выборок>

ТЕСТ ВИЛКОКСОНА ДЛЯ СВЯЗАННЫХ ПАР (СХЕМА ПОВТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ)

Тест Вилкоксона представляет собой средство проверки существования значимого различия между двумя связанными наборами непараметрических данных, позволяющее определить, различаются ли ваши данные статистически или нет.

Принцип работы теста Вилкоксона

1. Найдите величину различия (разницу) между двумя показателями одного и того же испытуемого для всех участников выборки.
2. Проранжируйте полученные различия, придавая большему по модулю значению больший ранг.
3. Присвойте каждому полученному рангу знак ранжирования (+ или -) для обозначения направления различия.

Комментарий. Именно учет знаков ранжирования позволяет определить, является ли различие между двумя наборами данных статистически значимым. Если на появление любого различия между двумя наборами данных влияют только случайные факторы, то сумма рангов, отмеченных плюсами, и сумма рангов, отмеченных минусами, будут примерно равны. Существенное различие между этими суммами можно интерпретировать как различие между двумя наборами показателей, что может быть следствием экспериментального воздействия.

4. Определите суммы положительных и отрицательных рангов. Меньшая из них является показателем T_w Вилкоксона.

Комментарий. Поскольку ранги были первично построены на основе общего набора разниц между значениями переменной в двух условиях, то суммы положительных и отрицательных рангов взаимосвязаны — чем больше размер одной, тем меньше размер другой. В связи с этим в тесте используется только одна из них — меньшая.

5. Точное распределение T_w для всех возможных размеров выборки может быть построено. Критические значения T_w при $n \leq 30$ даны в таблице (см. Приложение 2). В случае когда объемы выборок больше 30, распределение T_w близко к нормальному со средним, равным $n(n+1)/4$, и дисперсией, равной $n(n+1)(2n+1)/24$ ¹. И p -значения этого распределения можно найти с помощью EXCEL.

Инструкция по вычислению теста Вилкоксона в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных следующим образом (рис. 3.5).

1.2. Для каждого испытуемого, отмеченного идентификационным номером в **Столбце 1**, введите данные измерения 1 в **Столбец 2**, а данные измерения 2 — в **Столбец 3**.

2. Вычисление показателя T_w .

2.1. Вычтите первый показатель, содержащийся в **Столбце 2**, из соответствующего показателя **Столбца 1** и внесите разность, включая ее знак, в тот же ряд в **Столбце 3**. Продолжайте так до тех пор, пока все разности между показателями не будут внесены в **Столбец 3**.

2.2. С помощью функции ABS, вычисляющей абсолютное значение (модуль) числа X, заполните **Столбец 5**. Значение первой клетки

¹ В случае наличия связей дисперсию нужно вычислять по следующей формуле: $\frac{1}{24} \left[n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^g t_k(t_k-1)(t_k+1) \right]$, где $\{t_k\}$ — размеры наблюдаемых связей среди выборки, g — общее число связей.

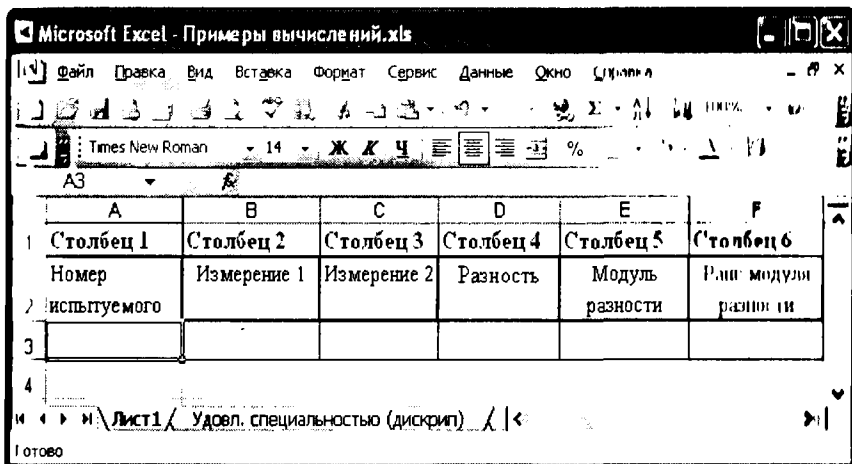


Рис. 3.5. Окно ввода данных в EXCEL

столбца 5 есть модуль числа, стоящего в первой клетке Столбца 4. Продолжайте так до тех пор, пока все абсолютные значения величин Столбца 4 не будут внесены в Столбец 5.

2.3. Проранжируйте абсолютные значения разностей, присвоив ранг 1 самой маленькой по модулю разности и высший ранг — самой большой с помощью функции РАНГ. Внесите ранги в Столбец 5.

Примечания по работе с равными числами в показателях и различиях. В тех случаях, когда разность между показателями равна нулю, эти значения не учитываются и не ранжируются, что приводит к соответствующему уменьшению числа n .

2.4. Перенесите знак каждой разности из Столбца 4 в Столбец 7 с помощью функции ЗНАК. Плюсу соответствует «1», а минусу — «-1».

2.5. Суммируйте значения всех позитивных рангов и укажите результат. То же самое сделайте с негативными рангами.

2.6. Возьмите меньшую из полученных сумм рангов. Это и будет вычисленное значение T_w для этих данных. (Если все ранги имеют один и тот же знак, то $T_w = 0$.)

2.7. Определение значимости T_w .

2.7.1. Если число наблюдений в каждой из выборок не превосходит 30, то установите допустимый уровень значимости нулевой гипотезы α и обратитесь к таблице в Приложении 2, чтобы определить критическое значение T_w для соответствующего числа пар показателей с ненулевой разностью (N).

2.7.2. В том случае, когда размеры хотя бы одной из выборок больше 30, вычислите число:

$$z_{T_w} = \frac{T_w - \frac{n(n+4)}{2}}{\sqrt{\frac{1}{24} \left[n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^g t_k(t_k-1)(t_k+1) \right]}} \quad (3.4)$$

где $\{t_k\}$ — размеры выявленных связей среди выборки $\{y\}$;
 g — общее число связей среди выборки $\{y\}$.

Обратитесь к встроенной в EXCEL функции **НОРМСТРАСП** (рис. 3.6). В вызванном окне введите рядом с z получившееся значение. Справа от нижнего знака $=$ вы увидите одностороннее p -значение для величины z_{T_w} .

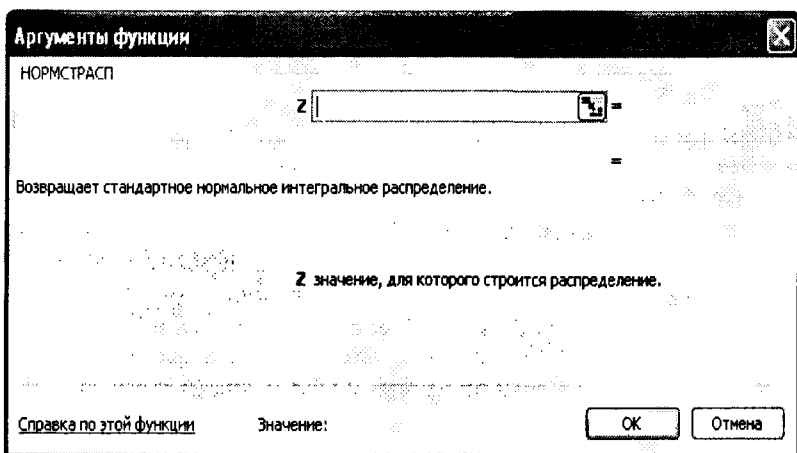


Рис. 3.6. Окно вычисления вероятности нормального распределения

Эта величина будет также являться односторонним p -значением T_w . Если проверка идет по двустороннему критерию, то полученную величину p нужно умножить на 2.

3. Отчет о результатах.

3.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

- ◆ эффективный размер выборки N (количество пар показателей с ненулевой разностью);
- ◆ вычисленное T_w ;
- ◆ использованный уровень значимости;
- ◆ критическая величина T_w для данного размера выборки и уровня значимости;
- ◆ тип использованной гипотезы (односторонняя или двусторонняя).

3.2. Примите решение о гипотезах.

3.2.1. В том случае, когда число пар не превышает 30 и если вычисленное T_w равно или меньше, чем критическая величина для данного размера выборки и уровня значимости в таблице, то она лежит в области отвержения нулевой гипотезы, то есть можно считать, что два набора показателей значимо отличаются друг от друга. Вероятность такого отличия в случае справедливости нулевой гипотезы (p -значение) не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то можно отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную.

В противоположном случае, когда вычисленное T_w больше критической величины, приведенной в таблице, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы (p -значение) больше, чем выбранный уровень значимости. Это означает, что данные выборки могут представлять одну и ту же статистическую популяцию с вероятностью, которой нельзя пренебречь. Если это так, то нельзя отвергнуть нулевую гипотезу.

3.2.2. В том случае, когда число пар больше 30 и если p -значение не превышает выбранного уровня значимости, то вычисленное z_{T_w} равно или меньше, чем критическая величина для данных размеров выборок и уровня значимости, следовательно, оно лежит в области отвержения, что означает наличие значимого различия между двумя наборами данных. Другими словами, можно принять альтернативную (экспериментальную) гипотезу и отвергнуть нулевую. Наоборот, если вычисленное p -значение больше, чем уровень значимости, то вероятность того, что такая разница обнаруживается при верной нулевой гипотезе, превышает выбранный уровень значимости, т.е. эти две выборки данных представляют одну и ту же популяцию, не отличаются друг от друга. Если это так, то нельзя отвергнуть нулевую гипотезу и нет основания для принятия альтернативной (экспериментальной) гипотезы.

3.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в достаточно контролируемых условиях, то можно заключить, что данные, полученные при выполнении двух измерений одной и той же группы испытуемых, статистически различались. После того как такие выводы сделаны, предполагается, что эффект изменений, произошедших в промежутке между измерениями, будет ожидаться при аналогичном сравнении любой другой случайно подобранной группы испытуемых.

Вычисление теста Вилкоксона в статистических пакетах

1. Выполнение теста Вилкоксона в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено.

2. STADIA

Вычисление теста Вилкоксона для парных измерений происходит точно так же, как и для независимых измерений.

3. SPSS

Для вычисления теста Вилкоксона с помощью SPSS вставьте из EXCEL столбцы 2 и 3 в окно **Data Editor**. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Nonparametric Tests** (Непараметрические тесты), а затем **Two-Related-Samples Test** (тест двух связанных выборок), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 3.7. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Paired Variables** (Парные переменные) переменные **#измер1** и **#измер2** (содержащие значения наблюдений первого и второго измерений соответственно).

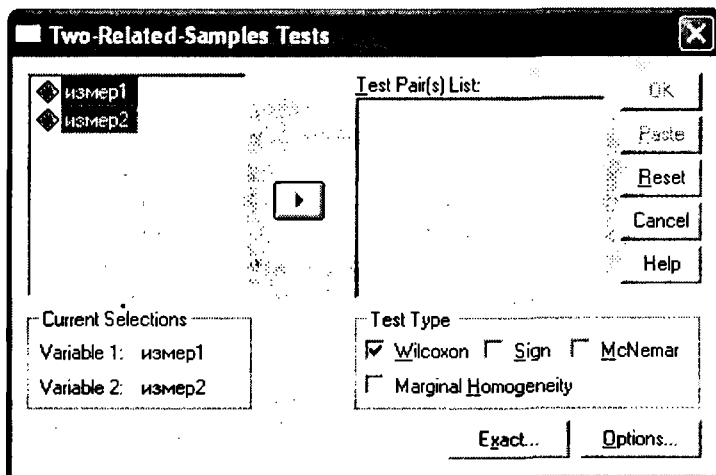


Рис. 3.7. Окно выполнения непараметрического теста двух связанных выборок в SPSS

Отметьте флажком **Test Type Wilcoxon** и нажмите кнопку **OK**.

Пример для самостоятельного выполнения теста Вилкоксона

Объектом психологического исследования явилось изменение самооценки у студентов первого курса. Респондентами являлись 13 студентов-первокурсников вуза. В первую неделю обучения их просили заполнить опросник измерения уровня самооценки. Тем же участникам

было предложено еще раз заполнить тот же опросник в начале следующего семестра (по окончании их первой сессии).

Каждый респондент два раза отвечал на одни и те же вопросы, и результате чего набирал определенное количество баллов (максимально 20), что дало в итоге два набора данных из 13 показателей. Поскольку эти данные, полученные по схеме повторных измерений, носили порядковый характер, мог использоваться тест Вилкоксона для определения того, возникают ли значимые изменения в самооценке студентов-первокурсников после прохождения первой в их жизни студенческой сессии. Нулевая гипотеза предполагала, что никаких изменений не происходит, в то время как двусторонняя альтернативная гипотеза предполагала, что в течение этого периода происходят значимые изменения: самооценка снижается или повышается. Выбранный уровень значимости $p = 0,05$ и область отвержения носит двухсторонний характер (Данные показатели опросника самооценки см. в файле *Примеры.xls*, Лист: **Изменение самооценки Вилкоксон**).

Сумма позитивных рангов = _____ (впишите, что получилось).

Сумма негативных рангов = _____ (впишите, что получилось).

N (количество пар показателей с ненулевой разностью) = _____ (впишите, что получилось).

Поскольку T_w должно быть наименьшим из двух сумм ранжирования, то оставляем меньшее значение, обращаемся к таблице и находим соответствующее критическое значение для T .

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Вычисленное T_w	
Уровень значимости (двусторонний тест)	
Критическая величина T_w	

Если вычисленное T_w больше, чем критическая величина T_w для двустороннего теста на выбранном уровне значимости $p = 0,05$ при $N = 12$, то она лежит за пределами области отвержения. Это будет означать, что нулевая гипотеза не может быть отвергнута, а для принятия экспериментальной нет достаточных оснований. В другом случае делается противоположный вывод.

Психолог может сделать вывод о том, есть ли эмпирические основания поддержать идею об изменении самооценки студентов после сдачи ими первой сессии, или таких оснований не хватает.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS имеются две таблицы 3.3 и 3.4. В табл. 3.3 содержится число наблюдений, когда первое измерение превосходит второе, меньше его или оба измерения равны. Наблюдения,

попавшие в первый случай, составляют группу негативных рангов, а во второй — положительных. Для каждой из этих групп вычисляется Mean Rank (Средний ранг) и Sum of Rank (Сумма рангов).

Таблица 3.3

Ранги

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Данные второго измерения - Данные первого измерения	Negative Ranks	2(a)	8,00	16,00
	Positive Ranks	10(b)	6,20	62,00
	Ties	1(c)		
	Total	13		
a Данные второго измерения < Данные первого измерения				
b Данные второго измерения > Данные первого измерения				
c Данные первого измерения = Данные второго измерения				

Таблица 3.4

Статистические показатели теста

Test Statistics(b)

	Данные второго измерения — Данные первого измерения
Z	-1,821(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,069
a Based on negative ranks.	
b Wilcoxon Signed Ranks Test	

Поскольку статистика Вилкоксона близка к нормальному распределению при условии, что число наблюдений не менее 10, то в качестве статистического показателя используется z-оценка и ее p -значение, на основании которого, собственно, и принимается (в случае, если p -значение больше установленного уровня значимости) нулевая гипотеза или отвергается (в случае, если p -значение меньше установленного уровня значимости).

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

КРИТЕРИИ СДВИГА (ПОЛОЖЕНИЯ).

Переменные: x1, x2

Для парных данных:

Вилкоксон = 16, Z = -1,82, Значимость = 0,0343, степ.своб = 2,12

Гипотеза 1: <Есть различия между медианами выборок>

Вилкоксон = 16, Критические границы = 18-60, степ.своб = 12

Гипотеза 1: <Есть различия между медианами выборок>

КРИТЕРИЙ ЗНАКОВ

Критерий знаков предоставляет непараметрический способ проверки существования значимого различия между двумя наборами данных, полученных в случае повторных измерений; решает ту же задачу, что и тест Вилкоксона, однако требует меньше информации. Для критерия знаков не имеет значения величина разницы между двумя индивидуальными показателями, важен только ее знак: + или -.

Тест полезен в том случае, когда можно оценить относительную степень выраженности стимула в сравнении с другим, но нельзя определить точную величину различия. В таком случае нельзя использовать тест Вилкоксона, но критерий знаков позволяет оценить значимость любых различий между двумя наборами данных.

Критерий знаков приложим как к совокупностям непрерывных признаков, так и для оценки различия категориальных признаков (баллы и т.п.) при достаточном числе их градаций.

Основания для выбора критерия знаков

1. Данные представлены в единицах порядковой шкалы и отражают лишь направление различия между показателями.

2. Данные собираются на двух взаимосвязанных наборах показателей. Например, ответы одной и той же группы испытуемых в разных условиях.

3. Поставлена задача проверить существование значимого различия между двумя наборами показателей, т.е. определить, является ли это различие настолько большим, что на установленном уровне значимости его невозможно объяснить лишь случайными влияниями.

Принцип работы критерия знаков

Каждый респондент в исследовании, предусматривающем повторные измерения, имеет два показателя — по одному на каждое условие исследования. Критерий знаков ранжирует эти показатели в одном условии по отношению к соответствующим показателям в другом условии. Для этого надо просто отвечать на вопрос: больше или меньше каждый из показателей в условии 1 соответствующего показателя в условии 2, и отмечать направление различия соответствующим знаком («+» или «-»).

Если данные получены лишь случайным образом (например, участники отвечали просто наугад), то следует ожидать, что число знаков «+» и «-» будет примерно одинаковым. Если, однако, есть существенное различие между условиями, то пропорция знаков («+» или «-») достигает значения, которое уже невозможно объяснить лишь случайностью.

Распределение величины S подчиняется биномиальному закону вероятностью успеха, равной α , и числом испытаний, равным объему выборки. Число успехов и есть S . Поэтому, определив соотношение плюсов и минусов S , надо воспользоваться встроенной в EXCEL функцией биномиального распределения **БИНОМРАСП**. Если вычисленное p -значение (вероятность такой пропорции в случае справедливости нулевой гипотезы) равно или численно меньше выбранного уровня значимости, то это значит, что нулевая гипотеза может быть отвергнута, а альтернативная — принята. В противном случае, нулевая гипотеза не может быть отвергнута.

Инструкция по вычислению критерия знаков в EXCEL

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных следующим образом (рис. 3.8):

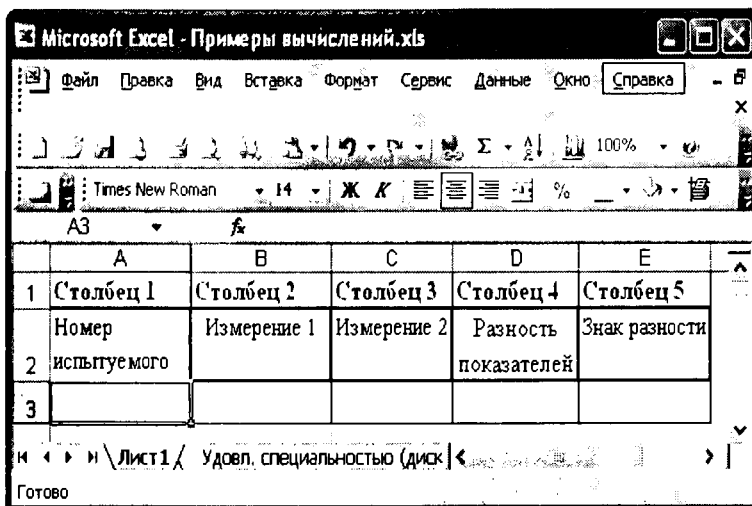


Рис. 3.8. Окно ввода данных в EXCEL

1.2. Для каждого испытуемого, отмеченного идентификационным номером в **Столбце 1**, введите данные измерения 1 в **Столбец 2**, а данные измерения 2 — в **Столбец 3**.

2. Вычисление показателя S .

2.1. Вычтите первый показатель в **Столбце 2** из соответствующего показателя **Столбца 1** и внесите разность в тот же ряд в **Столбце 3**. Продолжайте так до тех пор, пока все разности между показателями не будут внесены в **Столбец 3**.

2.2. Перенесите знак каждой разности из Столбца 4 в Столбец 5 с помощью функции **ЗНАК**.

2.3. Найдите количество плюсов и минусов и определите S как количество случаев появления более редкого знака (нули игнорируются). Проверьте, подтверждает ли баланс знаков альтернативную гипотезу в случае односторонней гипотезы. Если нет — заканчивайте вычисление и делайте вывод о том, что данные не позволяют отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную. В случае подтверждения продолжайте вычисление.

2.4. Определите N — эффективный размер выборки (суммарное количество + и -, игнорируя нулевую разницу).

2.5. Обратитесь к встроенной в EXCEL функции **БИНОМРАСП**. В вызванном окне (рис. 3.9) в поле, соответствующее параметру **Число_успехов**, введите S , в поле, соответствующее параметру **Число_испытаний**, введите N , в поле, соответствующее параметру **Вероятность_успеха**, введите 0,5, и, наконец, в поле, соответствующее параметру **Интегральная**, введите ИСТИНА. Справа от нижнего знака = вы увидите двустороннее p -значение S . Чтобы вычислить одностороннее p -значение, нужно полученный результат разделить на 2.

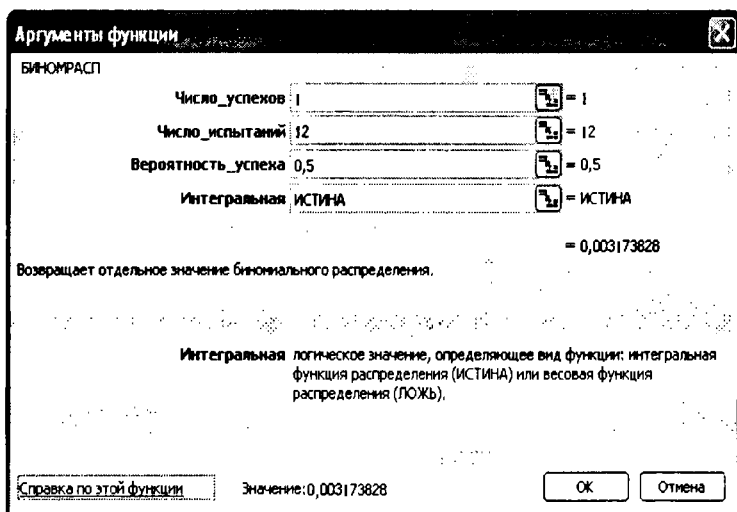


Рис. 3.9. Окно вычисления биномиального распределения в EXCEL

3. Отчет о результатах.

3.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

- ♦ эффективный размер выборки (N);
- ♦ количество менее частых знаков (S);
- ♦ p -значение величины S ;
- ♦ уровень значимости.

3.2. Примите решение о гипотезах.

Если p -значение S меньше выбранного уровня значимости, то это значит, что S лежит в области отвержения, обозначающей, что два набора показателей значимо отличаются друг от друга. Вероятность того, что такое различие может быть достигнуто при справедливости нулевой гипотезы (p -значение), не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, примите альтернативную гипотезу и отвергните нулевую.

В случае, когда вычисленное p -значение для S больше установленного уровня значимости, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы (p -значение) больше, чем выбранный уровень значимости. Этот факт может быть интерпретирован как то, что анализируемые наборы данных статистически не различаются. Если так, то нулевую гипотезу отвергнуть нельзя.

3.3. Переведите результаты данной процедуры в термины задачи исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в контролируемых условиях, то можно заключить, что данные получены из статистически различных наборов данных или что именно соблюдение условий формирования наборов данных приводит к статистически значимым различиям. После этого вывода предполагается, что аналогичное различие будет ожидаться при любом сравнении данных других групп участников, различающихся по этим двум условиям.

Вычисление критерия знаков в статистических пакетах

1. Выполнение критерия знаков в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено.

2. STADIA

Вычисление критерия знаков в STADIA происходит точно так же, как и вычисление теста Вилкоксона для парных данных.

3. SPSS

Для вычисления критерия знаков с помощью SPSS повторите ту же самую процедуру, что и для теста Вилкоксона, с той лишь разницей, что в окне **Two-Related-Samples Test** флажком нужно отметить **Test Type Sign** (Знак) и нажмите кнопку **ОК** (см. рис. 3.7).

Пример для самостоятельного выполнения критерия знаков в EXCEL

При проведении исследования эффективности суггестивного воздействия на внутреннее эмоциональное состояние человека пятнадцати испытуемым было предложено оценить свое эмоциональное состояние по 9-балльной шкале. Ситуации эмоционального напряжения, тревожности, дискомфорта соответствовала 1. Наиболее благоприятное в эмоциональном плане состояние можно было оценить 9. После проведения релаксационного сеанса испытуемых попросили повторно оценить свое состояние по той же шкале.

Каждый человек способен зафиксировать наличие определенной разницы в своем внутреннем состоянии, однако шкала этих различий индивидуальна, и поэтому разницы, вычисленные в баллах, сравнивать не совсем корректно. В данном случае критерий знаков предпочтительней теста Вилкоксона.

Односторонняя альтернативная гипотеза предполагает, что оценки своего эмоционального состояния как более благоприятного будут выше после сеанса. Соответственно нулевая гипотеза утверждает отсутствие такого различия между двумя условиями.

Выбранный уровень значимости $p = 0,05$. Область отвержения носит односторонний характер. Нулевую гипотезу следует отвергнуть, если оценки будут различаться в предполагаемом направлении и p -значение (вероятность, что нулевая гипотеза все-таки при этом верна) равно или меньше, чем выбранный уровень значимости. Данные субъективных оценок эмоционального состояния до и после релаксационного сеанса см. в файле *Примеры.xls* Лист: **Эффективность релаксации**.

На основании данных в таблице посчитайте количество разностей со знаком «-» и со знаком «+». Определите S (меньшее из полученных величин). $S = \underline{\hspace{2cm}}$ (вставить вычисленную величину).

На основании этих данных определите эффективный размер выборки $N = \underline{\hspace{2cm}}$ (вставить вычисленную величину).

По таблице найдите одностороннее критическое значение на уровне значимости $p = 0,05$.

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Эффективный размер выборки (N)	
Уровень значимости (односторонняя гипотеза)	
Меньшее количество знаков (S)	
p -значение (одностороннее) для S	

Если вычисленное S меньше односторонней критической величины для уровня значимости $p = 0,05$ и данного размера эффективной выборки, то это значит, что оно лежит в области отвержения. Следовательно, два набора показателей значимо различаются, и можно отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу. Если же вычисленное S больше соответствующей критической величины из таблицы в Приложении 3, то вывод надо делать противоположный.

На основании результата критерия знаков можно будет сделать вывод, что участники были значимо более склонны оценивать свое эмоциональное состояние как благоприятное после сеанса (односторонняя альтернативная гипотеза), либо то, что сеанс никак не повлиял на их эмоциональное состояние (нулевая гипотеза).

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS имеются две таблицы (3.5 и 3.6). В таблице Frequencies (Частоты) содержится число наблюдений, попадающих в одну из трех групп:

- a) первое измерение превосходит второе;
- b) меньше него или
- c) оба измерения равны.

Наблюдения, попавшие в первый случай, составляют группу отрицательных различий, а попавшие во вторую — положительных.

Таблица 3.5

Частоты

Frequencies

		N
Данные второго измерения - Данные первого измерения	Negative Differences(a)	1
	Positive Differences(b)	11
	Ties(c)	3
	Total	15
a Данные второго измерения < Данные первого измерения		
b Данные второго измерения > Данные первого измерения		
c Данные первого измерения = Данные второго измерения		

Таблица 3.6

Статистические показатели теста

Test Statistics(b)

	Данные второго измерения - Данные первого измерения
Exact Sig. (2-tailed)	,006(a)
a Binomial distribution used.	
b Sign Test	

Статистический показатель, вычисляемый по критерию знаков, асимптотически близок к биномиальному распределению, поэтому в программе SPSS для вычисления p -значения используется именно это распределение.

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

КРИТЕРИИ СДВИГА (ПОЛОЖЕНИЯ). Файл:

Переменные: x1, x2

Для парных данных:

Знаков = 1, Z = -2,6, Значимость = 0,0047, степ. своб = 2,12

Гипотеза 1: <Есть различия между медианами выборок>

Глава 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИКИ χ^2

Непараметрические тесты χ^2 используются в задачах одной выборки (сравнение экспериментального распределения с теоретическим — тест точного попадания) и в задачах о взаимосвязи двух выборок — ассоциативный.

χ^2 -тесты основаны на сравнении наблюдаемых частот (полученных на данных, собранных с помощью наблюдения, эксперимента, опроса или интервью) с «ожидаемыми» частотами.

Формула для вычисления ожидаемой частоты клетки

$$O_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^n H_{il} \cdot \sum_{k=1}^m H_{kj}}{N}, \quad (4.1)$$

- где
- i — номер строки, в которой стоит клетка;
 - j — номер столбца, в которой стоит клетка;
 - n — число столбцов в таблице;
 - m — число строк в таблице;
 - N — общее число наблюдений;
 - H_{ij} — наблюдаемая частота, стоящая в строке i и столбце j .

χ^2 вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(H_{ij} - O_{ij})^2}{O_{ij}}. \quad (4.2)$$

χ^2 -ТЕСТ АССОЦИАТИВНЫЙ

Инструкции по вычислению ассоциативного теста χ^2

1. Подготовка данных (построение таблицы частот).

1.1. Для использования χ^2 -теста в ассоциативной версии необходимо организовать данные в таблицу, которая обладает, как минимум, двумя клетками в столбце и двумя клетками в ряду. Введите наблюдаемые частоты, включая нулевые, в каждую из клеток таблицы. Все клетки должны быть заполнены.

1.2. Посчитайте суммарные значения для каждого ряда и столбца, складывая частоты в клетках, стоящих в одном столбце или ряду соответственно. Подсчитайте общую сумму значений в таблице¹. Это даст число N , то есть общее количество наблюдений, сделанных в исследовании.

2. Вычисление χ^2

2.1. Постройте таблицу со следующими заголовками (рис. 4.1):

Microsoft Excel - Примеры вычислений.xls

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial Cyr 16 Ж К Ч

A16 Первичные данные

	A	B	C	D	E
7	Таблица расчетов				
8	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5
9	Наблюдаемые частоты (H)	Ожидаемые частоты (O)	H-O	(H-O)^2	(H-O)^2 2

Готово

Рис. 4.1. Окно ввода данных в EXCEL

2.2. Введите наблюдаемые частоты из таблицы данных (п. 1.1) для всех клеток в **Столбец 1** в произвольном порядке.

2.3. Посчитайте ожидаемую частоту O_j для каждой клетки в таблице по формуле 4.1. Для каждой клетки из столбца j и строки i возьми-

¹ Общая сумма значений в таблице равна сумме значений, стоящих в обобщающем столбце, или сумме значений, стоящих в обобщающем ряду. Вы можете себя проверить: эти две суммы должны совпадать.

те суммы всех значений строки i и суммы всех значений столбца j и перемножьте их, а затем разделите на N , т.е. на общее количество наблюдений, сделанных в исследовании (см. п. 1.2). Результат внесите в **Столбец 2**.

2.4. Вычтите каждое значение **Столбца 2** из соответствующего значения в **Столбце 1** для получения $(H_{ij} - O_{ij})$. Введите полученные результаты в соответствующие клетки **Столбца 3**.

Если в таблице из п. 1.1 только две строки и два столбца, то в **Столбце 3** нужно ввести значения $\frac{(H_{ij} - O_{ij})}{2}$.

2.5. Возведите в квадрат каждое значение **Столбца 3** для получения $(H_{ij} - O_{ij})^2$ и введите полученные результаты в **Столбец 4**¹.

2.6. Разделите каждое значение **Столбца 4** на соответствующее значение O_{ij} из **Столбца 2** для получения значения $\frac{(H_{ij} - O_{ij})^2}{O_{ij}}$. Введите результат в соответствующую клетку **Столбца 5**.

2.7. Для получения χ^2 суммируйте все значения в **Столбце 5**.

3. Нахождение p -значения.

3.1. Определите количество степеней свободы (df) для частот в таблице данных по формуле: $df = (\text{число рядов} - 1) \times (\text{число столбцов} - 1) = (m - 1)(n - 1)$.

3.2. С помощью функции EXCEL **ХИ2РАСП** определите p -значение вычисленного показателя при соответствующей величине степеней свободы. В вызванном окне (рис. 4.2) введите в поле **X** — вычисленное значение χ^2 , в поле **Степени_свободы** — число степеней свободы. Получаемая величина — это p -значение для одностороннего критерия. Чтобы получить p -значение для двустороннего критерия, это число надо умножить на 2.

4. Отчет о результатах.

4.1. После окончания вычисления по χ^2 -тесту необходимо представить следующую информацию:

- ♦ вычисленное χ^2 ;
- ♦ количество степеней свободы;
- ♦ p -значение;
- ♦ уровень значимости.

¹ В случае если первоначальная таблица состояла из двух столбцов и двух строк, то будут вычисляться квадраты величин $\frac{(H_{ij} - O_{ij})}{2}$.

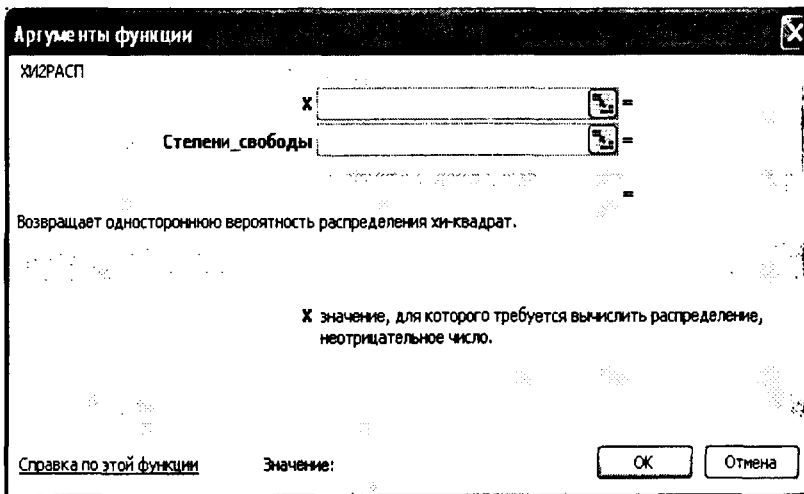


Рис. 4.2. Окно вычисления вероятности распределения χ^2 в EXCEL

4.2. Примите решение о гипотезах путем сравнения p -значения вычисленного χ^2 с принятым уровнем значимости. Если p -значение вычисленного χ^2 меньше или равно уровню значимости, значит, данное лежит в области отвержения нулевой гипотезы, т.е. наблюдаемые и ожидаемые частоты значительно отличаются друг от друга. Следовательно, можно отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную.

В случае, когда p -значение вычисленного χ^2 больше уровня значимости, отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу нельзя.

4.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в контролируемых условиях, то можно заключить, что существует значимая связь между изучаемыми переменными.

Вычисление ассоциативного теста χ^2 в статистических пакетах

1. Выполнение ассоциативного теста χ^2 в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено.

Однако среди встроенных функций есть специальная функция ХИ2ТЕСТ, позволяющая выполнить эту процедуру. Для этого рядом с таблицей наблюдаемых частот нужно построить точно такую же таблицу ожидаемых частот по формулам, указанным в начале параграфа

В открывшемся окне (рис. 4.3) ввести для параметра **Фактический интервал** интервал (двумерная матрица) данных, которые содержат наблюдаемые частоты, **Ожидаемый интервал** — интервалы, который содержит вычисленные по формуле 4.2 ожидаемые частоты.

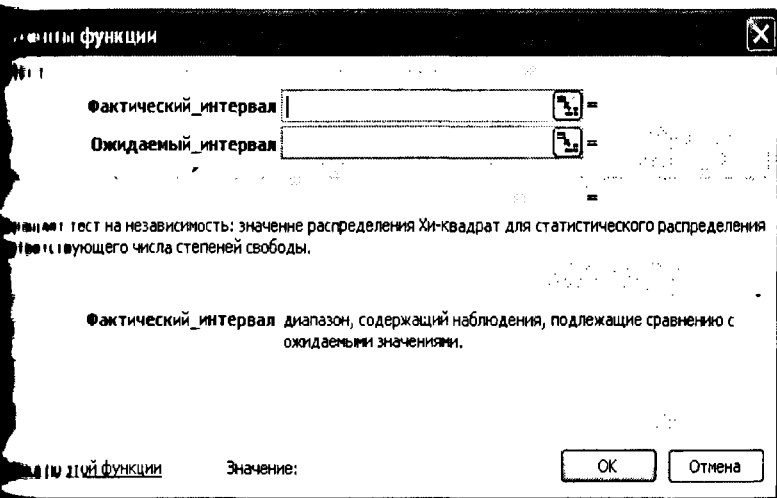


Рис. 4.3. Окно вычисления теста χ^2 в EXCEL

ХИ2ТЕСТ возвращает вероятность того, что при условии независимости двух наборов данных может быть получено значение χ^2 статистики по крайней мере такое же высокое, как полученное из приведенной формулы. Чтобы вычислить эту вероятность, **ХИ2ТЕСТ** использует распределение χ^2 с соответствующим числом степеней свободы (df). Выражение для числа степеней свободы см. в п. 3.1.

1 STADIA

Для вычисления ассоциативного теста χ^2 с помощью STADIA перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA. Первый столбец (переменная x1) будет содержать наблюдения первой характеристики, а второй столбец (переменная x2) будет содержать наблюдения второй характеристики. В верхней строке — меню выберите пункт **Матрица = F9**. Затем пункт **A = Кросс-табуляция**. В поле выбора переменных выберите переменные x1, x2 и перенесите их в правое поле, предназначенное для (см. рис. 1.14), с помощью верхней стрелки и на кнопку **Утвердить**.

1 NPSS

Для вычисления ассоциативного теста χ^2 с помощью SPSS вставить EXCEL. Столбец 1 и Столбец 2, содержащие первичные наблюде-

ния по двум переменным, в окно **Data Editor**¹. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Descriptive Statistics** (Описательная статистика), а затем **Crosstabs** (Кросстабуляции), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 4.4. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Row(s)** (Ряды) переменную **#перемен1**, а в среднее правое поле **Column(s)** (Строки) — **#перемен2** (содержащие значения наблюдений по первой и второй переменным соответственно).

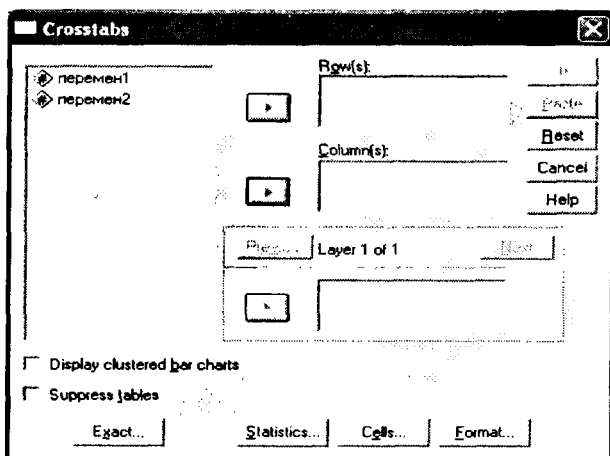


Рис. 4.4. Окно задания условий выполнения кросстабуляции в SPSS

Нажмите кнопку **Statistics** (статистики) и в открывшемся окне (рис. 4.5) отметьте флажком **Chi-square** (Хи-квадрат).

Нажав кнопку **Continue** (Продолжить), вернитесь в окно **Crosstabs** и нажмите кнопку **OK**.

Пример для самостоятельного выполнения ассоциативного χ^2 -теста

Группу из 84 студентов изучали для оценки влияния типа эго-состояния по Берну на стиль взаимодействия в конфликтных ситуациях. Был создан опросник для оценки преобладающего типа эго-состояния индивида, и все испытуемые по результатам ответов на опросник были

¹ Обратите внимание, что в этом случае вставлять нужно данные первичные, т.е. значения двух переменных по всем наблюдениям, а не кросстабуляционные (частотные).

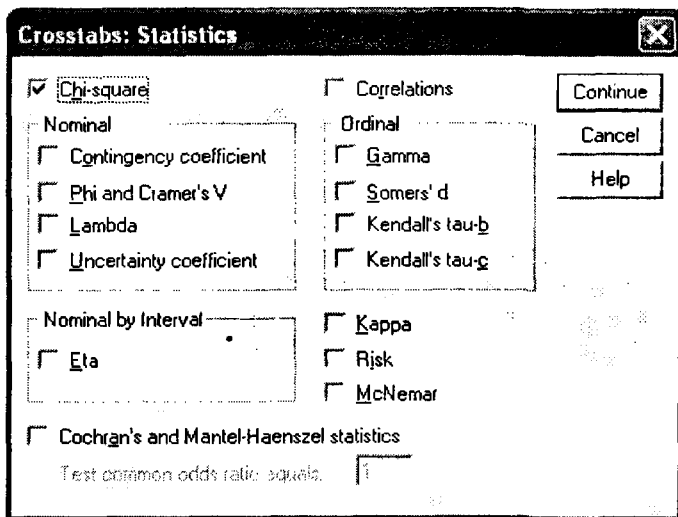


Рис. 4.5. Окно выбора статистических показателей, определяемых при выполнении кросстабуляции в SPSS

разделены на три выборки. Затем с помощью второго опросника выяснялось, какому типу поведения в конфликтных ситуациях чаще всего прибегает тот или иной испытуемый.

Для анализа данных использовался χ^2 -тест как наиболее подходящий. Нулевая гипотеза в данном случае заключалась в том, что нет значимых различий между выборками (иными словами, нет значимой связи между ведущими типами эго-состояний и преобладающим поведением испытуемых в конфликтной ситуации). Альтернативная гипотеза утверждала наличие такой связи. Был выбран уровень значимости 0,05. Это значит, что нулевая гипотеза должна быть отвергнута, если будет установлена связь между этими переменными, и p -значение (то есть вероятность того, что несмотря на это нулевая гипотеза все-таки верна) равно или меньше, чем выбранный уровень значимости 0,05.

Данные частот различного преобладающего поведения в конфликтных ситуациях при различных типах доминирования эго-состояний см. в файле *Примеры.xls* Лист: Эго-состояния и конфликты.

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Вычисленное χ^2	
Степени свободы	
Уровень значимости	
p -значение для χ^2	

Сравните вычисленное p -значение с уровнем значимости и сделайте выводы: исследование посвящено вопросу существования связи между доминирующим типом эго-состояния и стилем поведения в конфликтной ситуации. В соответствии с полученными данными можно заключить, что такая связь _____ (существует/не существует, вписать нужное) в зависимости от величины p -значений.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержатся несколько таблиц. В таблице 4.1 Chi-Square Tests содержатся три показателя. Нас интересует самый первый (Pearson Chi-Square — χ^2 Пирсона). Вычисляется его величина и уровень значимости для принятия/отвержения нулевой гипотезы.

Таблица 4.1

Критерии χ^2

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	22,206(a)	2	,000
Likelihood Ratio	23,354	2	,000
Linear-by-Linear Association	3,679	1	,055
N of Valid Cases	84		

Таблица 4.2, которую можно получить, если в окне **Crosstabs** нажать кнопку **Cell** (Содержание клеток таблицы) и отметить флажками квадратики **Observed** (Наблюдаемые) и **Expected** (Ожидаемые), будет содержать частоты встречаемости (см. рис. 4.6). Эту таблицу можно использовать для проверки вычислений, сделанных непосредственно в EXCEL.

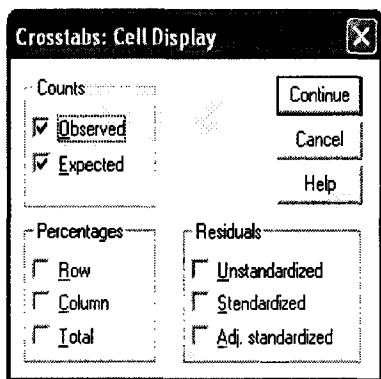


Рис. 4.6. Окно выбора показателей, характеризующих частоты в клетках таблицы при выполнении кросстабуляции в SPSS

Кросстабуляция переменных 1 и 2

ПЕРЕМЕН1 * ПЕРЕМЕН2 Crosstabulation						
			ПЕРЕМЕН2			Total
			1,00	2,00	3,00	
ПЕРЕМЕН1	1,00	Count	7	21	4	32
		Expected Count	8,4	11,4	12,2	32,0
	2,00	Count	15	9	28	52
		Expected Count	13,6	18,6	19,8	52,0
Total		Count	22	30	32	84
		Expected Count	22,0	30,0	32,0	84,0

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле программы STADIA содержится следующая информация:

КРОССТАБУЛЯЦИЯ. Файл:

Столбцы: x1 x2 x3

Строки: 1 2

Наблюдаемые частоты признаков

7 21 4 | 32

15 9 28 | 52

22 30 32 | 84

Процентная встречаемость признаков по рядам:

21,9 65,6 12,5

28,8 17,3 53,8

Процентная встречаемость признаков по столбцам:

31,8 70 12,5

68,2 30 87,5

Общая процентная встречаемость признаков:

8,33 25 4,76 | 38,1%

17,9 10,7 33,3 | 61,9%

26,2% 35,7% 38,1%

Ожидаемые частоты признаков:

8,38 11,4 12,2

13,6 18,6 19,8

Остаточные частоты признаков (набл-ожд):

-1,38 9,57 -8,19

1,38 -9,57 8,19

Chi-квдрат = 22,2, Значимость = 2,06E-5, степ.своб = 2

Гипотеза 1: <Есть связь между признаками>

χ^2 -тест точного попадания

Инструкция по вычислению χ^2 -теста точного попадания

В качестве гипотетического рассматривается распределение, в котором каждая категория переменной имеет равную вероятность появления.

1. Подготовка данных (построение таблицы частот).

1.1. Для использования χ^2 -теста в версии точного попадания необходимо организовать данные в таблицу, которая обладает, как минимум, одной клеткой в одном направлении (столбце и строке) и двумя клетками в другом направлении (строке или столбце соответственно). Для однозначности направления, содержащие большее количество клеток, будем называть рядами. Введите наблюдаемые частоты (H), включая любые нулевые частоты, в каждую из клеток таблицы. Все клетки должны быть заполнены.

1.2. Посчитайте общую сумму для каждого ряда, складывая частоты клеток. Эта сумма должна быть равна общему количеству наблюдений для этого ряда, сделанных в исследовании.

2. Вычисление χ^2 .

2.1. Постройте таблицу со следующими заголовками (рис. 4.7):

Таблица расчетов				
Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5
Наблюдаемые частоты (H)	Ожидаемые $H-O$	$(H-O)^2$	$(H-O)^2/n$	
	частоты (O)			

Рис. 4.7. Окно ввода данных в EXEL

2.2. Введите наблюдаемые частоты из таблицы данных (п. 1.1 этой главы) для всех клеток в **Столбец 1** в произвольном порядке.

2.3. Исходя из того, что в гипотетическом распределении реализация каждой категории равновероятна, то все ожидаемые частоты O равны между собой и вычисляются по формуле $O = \text{Общая частота} / \text{Количество клеток}$.

Результат внесите в **Столбец 2**.

2.4. Вычтите каждое из значений **Столбца 2** из соответствующего значения в **Столбце 1** для получения $(H_i - O)$. Внесите полученные результаты в соответствующие клетки **Столбца 3**.

2.5. Возведите в квадрат каждое из значений **Столбца 3** для получения $(H_i - O)^2$ и внесите полученные результаты в **Столбец 4**.

2.6. Разделите каждое из значений **Столбца 4** на соответствующее значение O в **Столбце 2** для получения значения $\frac{(H_i - O)^2}{O}$. Введите

результат в **Столбец 5**. (В данном случае O везде одинаковы.)

2.7. Для получения χ^2 суммируйте значения в **Столбце 5**.

3. Нахождение p -значения.

3.1. Определите количество степеней свободы для частот в таблице данных, используя формулу $df = n - 1$, где n — число клеток в таблице.

3.2. С помощью функции EXCEL ХИ2РАСП определите p -значения вычисленного показателя при соответствующей величине степеней свободы.

4. Отчет о результатах.

4.1. После окончания вычисления по χ^2 -тесту необходимо представить следующую информацию:

- ♦ вычисленное значение χ^2 ;
- ♦ количество степеней свободы;
- ♦ p -значение;
- ♦ уровень значимости.

4.2. Примите решение о гипотезах путем сравнения вычисленного p -значения с принятым уровнем значимости. Если вычисленное p -значение χ^2 меньше или равно уровню значимости, значит, оно лежит в области отвержения. А это значит, что наблюдаемое распределение значительно отличается от гипотетического.

В случае, когда вычисленное p -значение χ^2 больше уровня значимости, отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу нельзя.

4.3. Переведите результаты данной процедуры в термины задач исследования. Если альтернативная (экспериментальная) гипотеза была принята и данные были собраны в контролируемых условиях, то можно заключить, что полученное в исследовании распределение данных значительно отличается от распределения теоретического, утверждаемого нулевой гипотезой. Этот вывод предполагает, что аналогичное отличие будет ожидаться для любых случайно подобранных выборок участников из исследованной популяции.

5. При проведении χ^2 -теста точного попадания полезным оказывается представление данных с помощью круговой диаграммы.

Вычисление χ^2 -теста точного попадания в статистических пакетах

1. Выполнение χ^2 -теста точного попадания в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено.

Однако среди встроенных функций есть специальная функция **ХИ2ТЕСТ**, позволяющая выполнить это процедуру автоматически.

Для этого рядом со столбцом наблюдаемых частот нужно построить точно такой же столбец ожидаемых частот. Согласно нулевой гипотезе все частоты равны между собой и в сумме равны общему количеству наблюдений. Далее в открывшемся окне (рис. 4.8) ввести для параметра **Фактический_интервал** — интервал (столбец) данных, который содержит наблюдаемые частоты, **Ожидаемый_интервал** — столбец данных, который содержит одинаковые значения во всех клетках. Для каждого интервала в сумме эти величины дают общее число наблюдений.

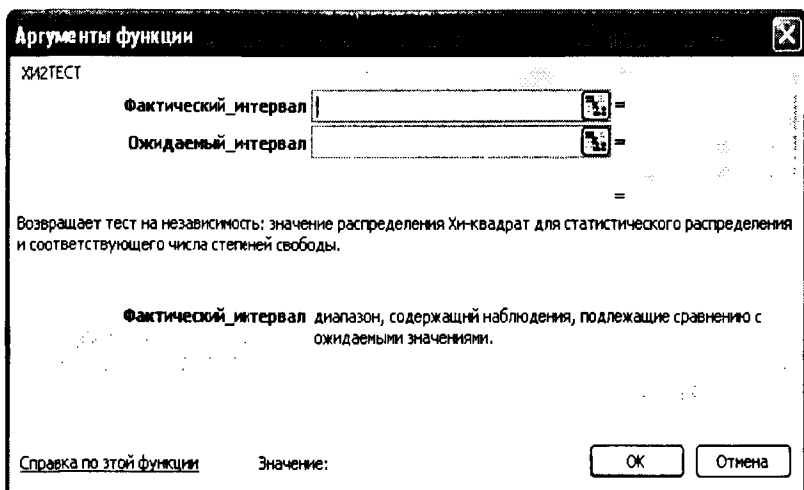


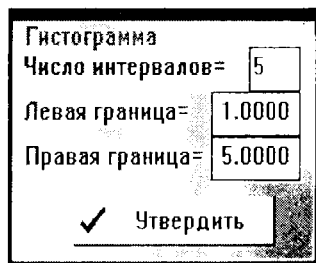
Рис. 4.8. Окно выполнения проверки независимости распределения по критерию χ^2 в EXCEL

ХИ2ТЕСТ возвращает вероятность того, что при условии независимости может быть получено значение χ^2 статистики, по крайней мере такое же высокое, как полученное из приведенной выше формулы. Чтобы вычислить эту вероятность, **ХИ2ТЕСТ** использует распределение χ^2 с соответствующим числом степеней свободы (df). Выражение для числа степеней свободы см. выше. Это число на единицу меньше числа клеток в столбце.

2. STADIA

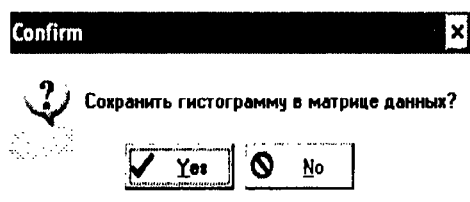
Для вычисления χ^2 -теста точного попадания с помощью STADIA следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA и поместить их в первый столбец (переменная **x1**). В верхней строке — меню выберите пункт **Статистика = F9**, а в полном списке статистических процедур выберите пункт **2 = Гистограмма/Нормальность**. Этот предварительный шаг необходим, чтобы построить переменную, представляющую собой распределение частот в первичной переменной. В поле выбора переменных выберите переменную **x1**, с помощью верхней стрелки перенесите ее в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), и нажмите кнопку **Утвердить**.

Рис. 4.9. Окно определения частотной гистограммы в STADIA



Далее необходимо в поле **Число интервалов** (рис. 4.9) указать число возможных градаций переменных, в поле **Левая граница** — минимальное значение переменной, а в поле **Правая граница** — максимальное значение анализируемой переменной. Далее нажать кнопку **Утвердить**. Появится окно, предлагающее сохранить гистограмму переменной (т.е. частотное распределение) в матрице данных в качестве новой переменной (рис. 4.10). Нажмите кнопку **Yes**.

Рис. 4.10. Окно сохранения гистограммы в матрице данных в STADIA



После этого на экране будет представлено графическое изображение гистограммы. Для наших целей (вычисления χ^2 -теста точного попадания) этот график не нужен, поэтому нажмите кнопку **ОТМЕНИТЬ**.

Теперь можно вновь обратиться к таблице данных и увидеть там новую переменную **x2**, содержащую частоты встречаемости всех значений от минимального до максимального. Первое значение содержит частоту встречаемости минимального значения в первичной переменной, второе — следующее за ним и т.д., последняя клетка новой пере-

менной содержит частоту встречаемости максимального значения первичной переменной.

Создайте еще одну переменную x_3 , содержащую теоретические частоты, с которыми вы хотите сравнить эмпирическое распределение значений первичной переменной x_1 . После этого в верхней строке — меню выберите пункт **Статистика = F9**, а в полном списке статистических процедур — пункт **5 = Хи-квадрат**. В поле выбора переменных выберите переменные x_2 и x_3 , с помощью верхней стрелки перенесите их в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), и нажмите кнопку **Утвердить**.

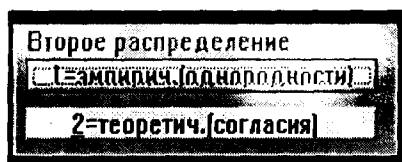


Рис. 4.11. Окно выбора типа распределения для проведения сравнения в STADIA

В появившемся окне (рис. 4.11) нажмите вторую кнопку **2 = теоретич.(согласия)**.

3. SPSS

Для вычисления χ^2 -теста точного попадания с помощью SPSS вставьте из EXCEL столбец, содержащий первичные наблюдения по анализируемой переменной в окно **Data Editor**. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze (Анализ)**, в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Nonparametric Tests (Непараметрические тесты)**, а затем **Chi-Square test (Тест хи-квадрат)**, что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 4.12. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Test Variable List (Список анализируемых переменных)** переменную **#перемен1**. Нажмите кнопку **OK**.

Пример для самостоятельного выполнения χ^2 -теста точного попадания

Исследование проводилось в рамках комплексной программы по изучению толерантности и посвящено изучению этнической предубежденности. Выдвинуто предположение о том, что внутренняя предубежденность к представителям того или иного этноса является глубинной установкой и проявляется на различных уровнях межличностного восприятия. На первом этапе 300 респондентам, работа которых основана на контактах с представителями Китая, было предложено пройти тест имплицитных ассоциаций на выявление существования внутренней предубежденности к этому этносу. Все респонденты — люди в возрасте от 25 до 35 лет — имели высшее образование, и никто из них открыто не декларировал наличие таких установок, более того, в ходе заполнения

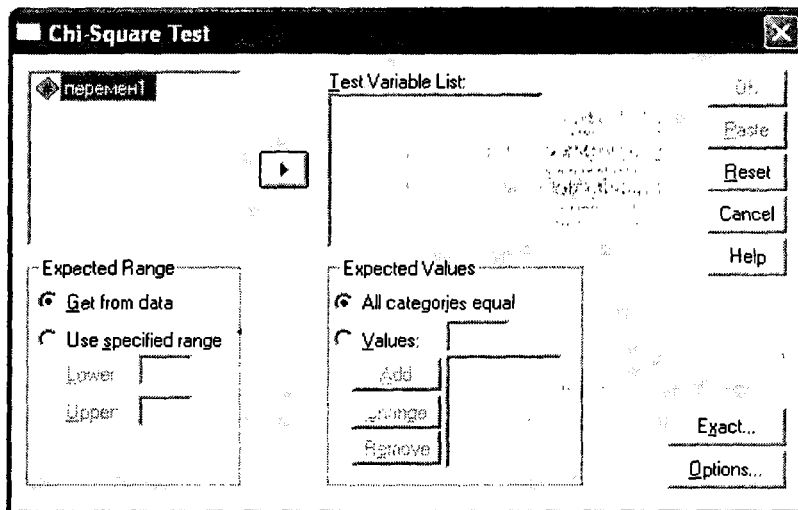


Рис. 4.12. Окно подготовки выполнения χ^2 -теста в SPSS

анонимного прямого опросника были получены достаточно толерантные ответы на соответствующие вопросы. Тем не менее более чем у 20% из них в ходе выполнения специально разработанного проективного теста имплицитных ассоциаций была зафиксирована внутренняя предубежденность к китайцам. Из этой группы «предубежденных» испытуемых для участия в следующем этапе эксперимента были отобраны 50 человек. Им предлагали фотографии китайцев и спрашивали, насколько, по их мнению, человек, изображенный на фотографии, интеллектуально развит. Ответ предусматривал следующие возможности:

- ♦ абсолютно интеллектуально неразвит;
- ♦ интеллектуально развит слабо;
- ♦ интеллектуально развит средне;
- ♦ интеллектуально развит хорошо;
- ♦ очень интеллектуально развит.

Каждый участник мог вынести только одно суждение. Для анализа ответов был выбран χ^2 -тест точного попадания. Число наблюдаемых ответов в каждой категории легко определить (каждый участник вынес одно суждение). Всем испытуемым предъявлялись фотографии людей со средним уровнем интеллектуального развития, поэтому ожидаемые вероятности появления каждой из пяти категорий ответа полагались равными. Нулевая гипотеза предполагает, что распределение выборов по этим 5 категориям не будет значимо отличаться от распределения, ожидаемого при чисто случайных факторах выбора, в то время как альтернативная гипотеза утверждает, что такое отличие будет. Уровень значимости 0,05.

Данные частот суждений 50 участников в каждой из пяти категорий см. в файле *Примеры.xls* Лист: **Этническая предубежденность**.

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Вычисленное χ^2 (Сумма столбца 5)	
Количество степеней свободы	
Выбранный уровень значимости	
p -значение для χ^2	

Сравните вычисленное p -значение с конвенциональным уровнем значимости и сделайте выводы.

Если вычисленное p -значение (вероятность того, что нулевая гипотеза все-таки верна) не превышает уровня значимости, то можно отвергнуть нулевую и принять альтернативную гипотезу. Если же вычисленное p -значение больше уровня значимости, то мы должны остаться верными нулевой гипотезе.

Вопрос исследования состоял в том, можно ли ожидать значимо неслучайное распределение выборов между 5 категориями оценки интеллектуальной развитости людей, изображенных на фотографии, при наличии имплицитной предубежденности к представителям этого этноса. Результаты χ^2 -теста означают либо то, что распределение таких выборов значимо отличается (альтернативная гипотеза), либо что оно не отличается от того, какое можно ожидать лишь на основе влияния случайных факторов (нулевая гипотеза). Подобное распределение частот будет ожидаться и при изучении других случайно подобранных групп испытуемых из этой популяции.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS имеются две таблицы (4.3 и 4.4). В таблице 4.3 содержатся наблюдаемые (Observed) и ожидаемые (Expected) (в предположении равномерного распределения) частоты оценок. В последнем столбце Residual содержатся разницы этих величин для каждой оценки. Таблица 4.4 содержит вычисленный χ^2 (Chi-Square), число степеней свободы (Df) и уровень значимости вычисленного показателя χ^2 для принятия или отвержения нулевой гипотезы (Asymp. Sig). Заполните таблицу.

Таблица 4.3

Частоты распределения оценок респондентов

	Observed N	Expected N	Residual
1,00	9	10,0	-1,0
2,00	23	10,0	13,0
3,00	6	10,0	4,0

	Observed N	Expected N	Residual
4,00	9	10,0	-1,0
5,00	3	10,0	-7,0
Total	50		

Таблица 4.4

Статистические показатели χ^2 -Теста точного попадания

Test Statistics

	ОЦЕНКА
Chi-Square(a)	23,600
Df	4
Asymp. Sig.	,000
a 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 10,0.	

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

КРИТЕРИЙ ХИ-КВАДРАТ.

Переменные: x2, x3

Хи-квадрат = 23,6, Значимость = 9,85E-5, степ.своб = 4

Гипотеза 1: <Есть различия между двумя распределениями>

Результаты графического представления

Субъективная оценка интеллектуального развития

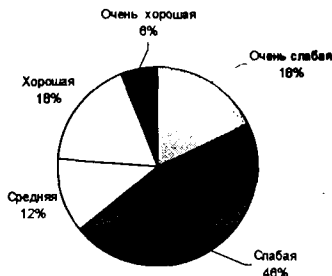


Рис. 4.13. Круговая диаграмма распределения ответов по пяти категориям

Из рисунка 4.13 достаточно наглядно видно, что негативные оценки, данные предубежденными испытуемыми, существенным образом превосходят половину всех ответов.

Глава 5. МЕТОДЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА

Различные меры взаимосвязи между переменными (корреляции) используются для интервальных данных (параметрические) и ранговых (непараметрические).

В качестве графического представления используют изображение наблюдений в координатных осях, одна из которых соответствует первой переменной, а вторая — второй (см. рис. 2.17).

КОЭФФИЦИЕНТ РАНГОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ СПИРМАНА

Формула для вычисления разности рангов

$$d_i = R_{1i} - R_{2i} \quad (5.1)$$

где R_{1i} — ранг, который имеет значение наблюдения i по переменной 1 в ряду значений всех наблюдений по переменной 1;

R_{2i} — ранг, который имеет значение наблюдения i по переменной 2 в ряду значений всех наблюдений по переменной 2.

Формула для вычисления коэффициента корреляции Спирмана

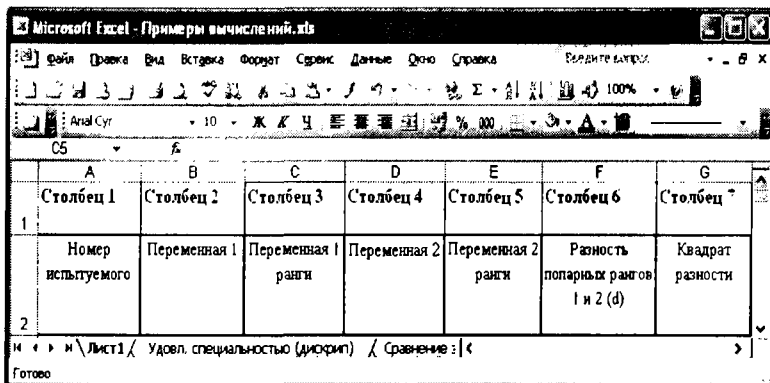
$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}, \quad (5.2)$$

где n — число наблюдений.

Инструкция по вычислению коэффициента ранговой корреляции Спирмана

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как показано на рис. 5.1.



The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Примеры вычислений.xls". The spreadsheet has columns labeled A through G. The headers for columns A through G are: "Столбец 1", "Столбец 2", "Столбец 3", "Столбец 4", "Столбец 5", "Столбец 6", and "Столбец 7". Below these headers, the first two rows of data are defined:

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
1	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7
	Номер испытуемого	Переменная 1	Переменная 1 ранги	Переменная 2	Переменная 2 ранги	Разность попарных рангов 1 и 2 (d)	Квадрат разности

Рис. 5.1. Окно ввода данных в EXCEL

1.2. Для каждого испытуемого, отмеченного идентификационным номером в **Столбце 1**, введите значения переменной 1 в **Столбец 2**, а значения переменной 2 — в **Столбец 4**.

2. Вычисление r_s .

2.1. С помощью функции РАНГ вычислите ранги для значений переменной 1, присваивая меньшим значениям меньший ранг, и т.д. Внесите полученные ранги в **Столбец 3**.

2.2. Аналогично вычислите ранги для значений переменной 2, внося эти результаты в соответствующие места **Столбца 5**.

2.3. Вычтите каждое значение **Столбца 3** из соответствующего значения **Столбца 5**. Поместите полученные результаты в **Столбец 6**.

2.4. Возведите в квадрат значения из **Столбца 6** и внесите результаты в **Столбец 7**.

2.5. Суммируйте значения в **Столбце 7** и внесите результаты в конец **Столбца 7**.

2.6. Найдите коэффициент ранговой корреляции Спирмана по формуле 5.2.

Если вы используете одностороннюю альтернативную гипотезу, то нужно также проверить, соответствует ли знак коэффициента корреляции вашей гипотезе. Если знак коэффициента корреляции не соответствует односторонней альтернативе, то данные не оправдывают отвержения нулевой гипотезы.

2.7. Выберите приемлемый уровень значимости α для принятия/отвержения нулевой гипотезы. Обратитесь к таблице в приложении 4 для определения того, можно ли принять или отвергнуть нулевую гипотезу на уровне значимости α для вычисленного показателя r_s (по двустороннему критерию). Чтобы определить уровень значимости показателя r_s по одностороннему критерию, нужно по таблице выбирать критическое значение для 2α и сравнивать с ним.

2.8. Если число пар наблюдений больше 30, то статистика $r_s\sqrt{n-1}$ является стандартной нормальной величиной, т.е. при большом количестве пар наблюдений для определения значимости вычисленного коэффициента корреляции Спирмана можно пользоваться не таблицей, а встроенной в EXCEL функцией нормального распределения.

2.9. Вычислите p -значение по двустороннему критерию для величины $r_s\sqrt{n-1}$ с помощью встроенной функции НОРМСТРАСП. Чтобы вычислить p -значение по одностороннему критерию, полученную величину разделите на два.

3. Отчет о результатах.

3.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

♦ вычисленное значение коэффициента корреляции Спирмана;

- ♦ p -значение (если установлено);
- ♦ количество пар показателей;
- ♦ выбранный уровень значимости;
- ♦ односторонняя или двусторонняя гипотеза использовалась.

3.2. Примите решение о гипотезах.

3.2.1. В случае, когда число пар наблюдений не более 30 и если значение вычисленного показателя r_s превосходит значение, содержащееся в таблице в строке, соответствующей числу пар наблюдений, и в столбце, соответствующем выбранному уровню значимости, то отвергните нулевую гипотезу и примите альтернативную.

В случае, когда значение показателя r_s меньше по величине табличного значения, нельзя отвергнуть нулевую гипотезу, а альтернативная не может быть принята из-за отсутствия эмпирических оснований.

3.2.2. В случае, когда число пар наблюдений более 30 и если p -значение не превосходит выбранный уровень значимости, нулевую гипотезу можно отвергнуть. При p -значении большем уровня значимости, отвергать нулевую гипотезу нет оснований.

3.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная гипотеза была принята, то можно сделать вывод о существовании значимой связи между этими двумя переменными. Этот вывод предполагает, что аналогичная связь может также ожидаться при изучении любой случайно подобранной группы испытуемых из такой же популяции.

Вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмана в статистических пакетах

1. Вычисление коэффициента ранговой корреляции Спирмана в пакете Анализ данных в EXCEL не предусмотрено.

2. STADIA

Для вычисления коэффициента ранговой корреляции Спирмана с помощью STADIA следует перенести столбцы 2 и 4, содержащие первичные наблюдения по двум переменным, из EXCEL в таблицу данных STADIA и поместить их в первый и второй столбцы (переменные x_1 и x_2 соответственно). В верхней строке меню выберите пункт **Статистика = F9**, а в полном списке статистических процедур выберите пункт **9 = Корреляция/Независимость**. В окне выбора переменных выделите переменные x_1 и x_2 и перенесите их в правое окно, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), с помощью верхней стрелки и нажмите кнопку **Утвердить**.

3. SPSS

Для вычисления коэффициента ранговой корреляции Спирмана с помощью SPSS вставьте из EXCEL **Столбец 2** и **Столбец 4**, содержа-

щие первичные наблюдения по двум переменным в окне **Data Editor**. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню пункт — **Correlate** (Корреляционный анализ), а затем **Bivariate** (Парная корреляция), что приведет к открытию необходимого диалогового окна изображенного, на рис. 5.2. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в поле **Variable(s)** (Переменные) **#перемен1** и **#перемен2**. Отметьте флажком **Spearman**. Укажите, по какому критерию вы хотите проверить значимость вычисленного коэффициента. Если по двустороннему, то отметьте позицию **Two-tailed**, если по одностороннему, то **One-tailed**. Чтобы в результирующем файле значимо высокие коэффициенты сразу же были выделены специальными отметками, укажите флажком квадратик **Flag significant correlation** (Отмечать значимые корреляции). Нажмите кнопку **OK**.

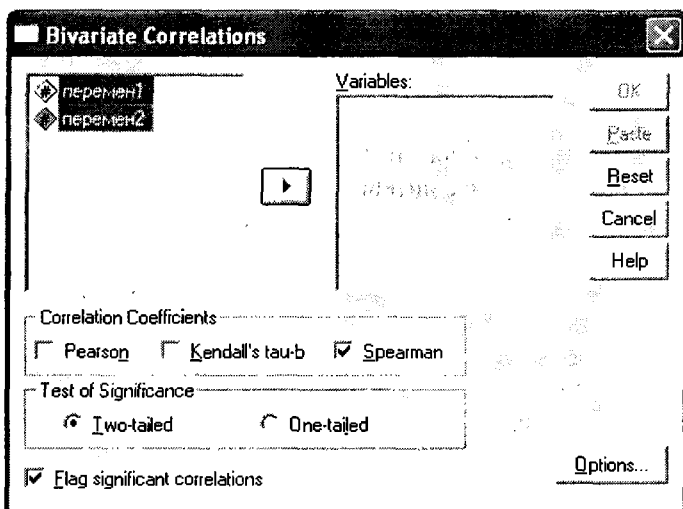


Рис. 5.2. Окно задания параметров парной корреляции в SPSS

Пример для самостоятельного вычисления коэффициента ранговой корреляции Спирмана

Исследователь проводит оценку валидности вновь сконструированного теста агрессивности. Для того чтобы это сделать, следует сравнить показатели, полученные на выборке из 12 испытуемых по новому тесту, с показателями, полученными на той же самой выборке с помощью уже существующего аналогичного теста. Нулевая гипотеза утверждает, что коэффициент корреляции двух переменных в данной популяции статистически не отличается от нуля (переменные не связаны

между собой), в то время как односторонняя альтернативная гипотеза утверждает, что переменные положительно коррелируют (коэффициент корреляции статистически значимо больше нуля). Уровень значимости 0,05. Область отвержения односторонняя. Данные показателей двух тестов агрессивности см. в файле *Примеры.xls*, Лист: **Тест на агрессивность (Спирман)**.

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Вычисленный коэффициент корреляции Спирмана	
Количество пар показателей	
<i>p</i> -значение	

Выбранный уровень значимости (по одностороннему или двустороннему критерию).

Исходный вопрос данного исследования заключался в том, существует ли позитивная ковариация между показателями двух тестов. Так как значение коэффициента ранговой корреляции Спирмана _____ (впишите, что получилось), *p*-значение _____ (впишите), то можно утверждать, что _____ (впишите интерпретацию результатов).

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержится таблица результатов корреляционного анализа. В ней (табл. 5.1) для указанных переменных приводятся попарные коэффициенты корреляции, их уровень значимости по двустороннему критерию, число пар наблюдений. Корреляции переменных сами с собой равны 1.

Таблица 5.1

Результаты вычисления коэффициента корреляции Спирмана в SPSS

Correlations

		ПЕРЕМЕН1	ПЕРЕМЕН2
Spearman's rho	ПЕРЕМЕН1	Correlation Coefficient	1,000
		Sig. (2-tailed)	,
		N	12
	ПЕРЕМЕН2	Correlation Coefficient	-,211
		Sig. (2-tailed)	,511
		N	12

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ. Файл:

Переменные: x1, x2

Спирмен = -0,206, Z = -0,655, Значимость = 0,256, степ.своб = 12

Гипотеза 0: <Нет корреляции между выборками>

КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ МОМЕНТОВ ПИРСОНА

Коэффициент корреляции произведения моментов Пирсона¹ может использоваться для обработки данных, измеренных в единицах интервальной шкалы или шкалы отношений. Если ваши данные представлены единицами порядковой шкалы, следует использовать описанный выше тест Спирмана. Как всегда, переменные, для которых проверяется корреляция, должны состоять из одинакового количества измерений.

Коэффициент Пирсона допускает проверку гипотез относительно взаимосвязи между переменными. Нулевая гипотеза заключается в том, что коэффициент корреляции двух переменных в популяции равен 0, в то время как альтернативная гипотеза утверждает, что он отличен от 0. Критические значения коэффициента корреляции произведения моментов Пирсона для различных размеров выборок и соответствующие р-значения можно определить с помощью функций EXCEL.

Формула для вычисления коэффициента Пирсона.

$$r = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left[n \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}}, \quad (5.3)$$

где n — число наблюдений;

X_i — значение наблюдения i по переменной X ;

Y_i — значение наблюдения i по переменной Y .

Инструкции по вычислению коэффициента корреляции произведения моментов Пирсона

1. Подготовка данных.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как представлено на рис. 5.3.

¹ Чаше говорится просто о коэффициенте корреляции Пирсона, что одно и то же.

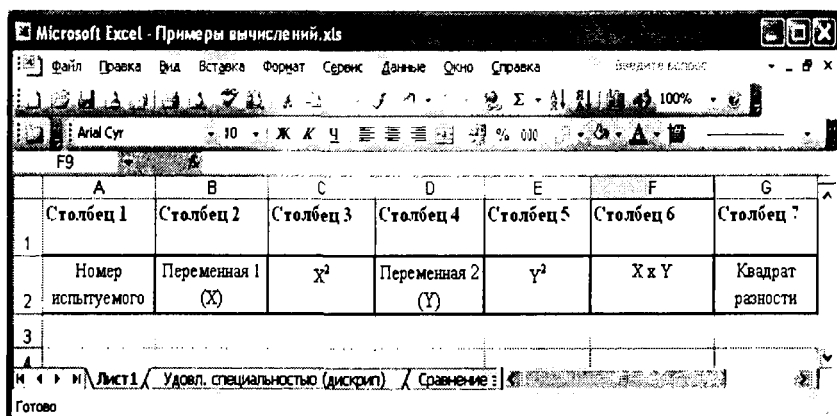


Рис. 5.3. Окно ввода данных в EXCEL

1.2. Для каждого испытуемого, отмеченного идентификационным номером в **Столбце 1**, введите значения переменной 1 в **Столбец 2**, а значения переменной 2 — в **Столбец 4**.

1.3. Суммируйте данные в каждом столбце и поместите результат внизу соответствующих столбцов.

2. Вычисление числителя формулы.

2.1. Возведите в квадрат каждое значение **Столбца 2** и внесите ответы в **Столбец 3**. То же самое сделайте с данными в **Столбце 4** и результаты внесите в **Столбец 5**. Суммируйте значения в **Столбце 3**, а результат запишите внизу **Столбца 3**. То же самое сделайте с данными, содержащимися в **Столбце 5**.

2.2. Для нахождения $S(XY)$ умножьте каждое значение **Столбца 2** на соответствующее значение **Столбца 4** и внесите результаты в **Столбец 6**. Суммируйте полученные значения и внесите в низ **Столбца 6**.

2.3. Найдите значение n путем подсчета количества пар показателей.

2.4. Умножьте сумму в **Столбце 5** на n .

2.5. Найдите $(SX)(SY)$. Для этого перемножьте суммы в **Столбце 1** и **Столбце 3**.

2.6. Вычтите результат 2.5 из результата 2.4.

3. Вычисление знаменателя формулы.

3.1. Вычисление первого сомножителя знаменателя формулы, связанного с переменной X .

3.1.1. Умножьте сумму в столбце 3 на n .

3.1.2. Возведите в квадрат сумму данных из **Столбца 2**.

3.1.3. Вычтите результат операции 3.1.2 из результата 3.1.1.

3.2. Вычисление второго сомножителя знаменателя формулы, связанного с переменной Y .

3.2.1. Умножьте сумму в столбце 5 на n .

3.2.2. Возведите в квадрат сумму **Столбца 4**.

3.2.3. Вычтите результат операции 3.2.2 из результата 3.2.1.

4. Вычисление r .

4.1. Перемножьте результаты 3.1.3 и 3.2.3.

4.2. Извлеките квадратный корень из результата 4.1.

4.3. Чтобы получить значения коэффициента корреляции r , разделите результат 2.6 на результат 4.2.

В случае односторонней гипотезы необходимо проверить, совпадает ли знак коэффициента корреляции r с предполагаемой альтернативной гипотезой. Если нет, то данные не позволяют отвергнуть нулевую гипотезу.

4.4. Число степеней свободы равно $(n - 2)$.

4.5. Коэффициент корреляции Пирсона можно вычислить также с помощью встроенной функции EXCEL **KORREL**.

5. Вычисление p -значения.

5.1. Для определения p -значения вычисленного показателя r полу-

чите значение показателя $t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2}$. p -значение показателя t , вы-

численное по распределению Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы, будет равно p -значению r . Воспользуйтесь встроенной в EXCEL функцией распределения Стьюдента (**СТЬЮТРАСП**).

5.2. Если число пар наблюдений больше 20, то статистика

$\frac{1}{2} \ln \frac{1+r_n}{1-r_n} \sqrt{n-3}$ является стандартной нормальной величиной, т.е. при

большом количестве пар наблюдений для определения значимости вычисленного коэффициента корреляции Пирсона можно пользоваться встроенной в EXCEL функцией нормального распределения (**НОРМСТРАСП**).

6. Отчет о результатах.

6.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

- ♦ вычисленное значение коэффициента Пирсона;
- ♦ количество степеней свободы;
- ♦ выбранный уровень значимости;
- ♦ односторонняя или двухсторонняя гипотеза использовалась;
- ♦ p -значения вычисленного показателя r ;

6.2. Примите решение о гипотезах. Если p -значение вычисленного показателя r (вероятность того, что отличие коэффициента корреляции от нуля обусловлена случайными факторами — нулевая гипотеза) меньше или равно уровню значимости, то отвергните нулевую гипотезу и

примите альтернативную о том, что между двумя переменными действительно существует значимая взаимосвязь. В случае, когда p -значение больше по величине уровня значимости, нельзя отвергнуть нулевую гипотезу, а альтернативная не может быть принята из-за отсутствия эмпирических оснований.

6.3. Переведите результаты данной процедуры в термины задачи исследования. Если альтернативная гипотеза была принята, то можно заключить, что существует значимая связь между этими двумя переменными. Подобный вывод предполагает, что аналогичная связь может также ожидаться при любом изучении случайной выборки испытуемых из этой же популяции.

Вычисление коэффициента корреляции Пирсона в статистических пакетах

1. Вычисление коэффициента корреляции Пирсона в пакете Анализ данных в EXCEL.

В строке меню в верхней части окна программы выберите Сервис, в открывающемся ниспадающем меню пункт Анализ данных и в отрывшемся подменю — Корреляция (рис. 5.4).

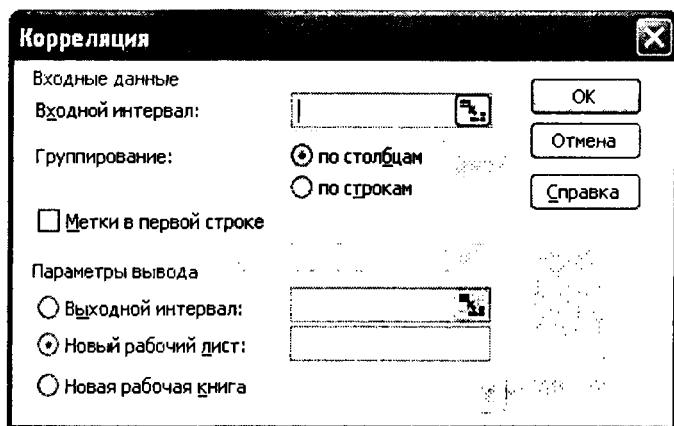


Рис. 5.4. Окно задания массива данных для вычисления коэффициента корреляции Пирсона в EXCEL

В качестве входного интервала укажите массив данных, состоящий из столбцов (строк) данных, соответствующих переменным, предназначенным для анализа. Неудобство тут в том, что все переменные должны быть расположены рядом: либо в смежных (соседних) столбцах, либо в смежных строках. Однако в отличие от непосредственного вычисления, описанного раньше, в данном случае можно посчитать сразу

нет только коэффициентов корреляций между набором переменными попарно, тогда как использование встроенной функции **КОРРЕЛ** позволяет вычислить коэффициент корреляции только между одной парой переменных. В результате программа выдает симметричную матрицу попарных корреляций, на диагонали этой матрицы стоят единицы (корреляция переменной с самой собой равна единице). Однако уровень значимости не вычисляется.

2. STADIA

Для вычисления коэффициента корреляции Пирсона с помощью **STADIA** следует из таблицы **EXCEL** перенести данные из **Столбца 2** и **Столбца 4**, содержащих первичные наблюдения по двум переменным, в таблицу **STADIA** и поместить их в первый и второй столбцы (переменные **x1** и **x2** соответственно). В верхней строке меню выберите пункт **Статистика = F9**, а в полном списке статистических процедур выберите пункт **3 = Корреляция**. В поле выбора переменных выделите переменные **x1** и **x2**, с помощью верхней стрелки перенесите их в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), и нажмите кнопку **Утвердить**.

3. SPSS

Для вычисления коэффициента корреляции Пирсона с помощью **SPSS** вставьте из **EXCEL** **Столбец 2** и **Столбец 4**, содержащие первичные наблюдения по двум переменным, в окно **Data Editor**. В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню пункт — **Correlate** (Корреляционный анализ), а затем **Bivariate** (Парная корреляция), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 5.2. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в поле **Variable(s)** (Переменные) **#перемен1** и **#перемен2**. Отметьте флажком **Pearson**. Укажите, по какому критерию вы хотите проверить значимость вычисленного коэффициента. Если по двустороннему, то отметьте позицию **Two-tailed**, если по одностороннему, то **One-tailed**. Чтобы в результирующем файле значимо высокие коэффициенты сразу же были выделены специальными отметками, укажите флажком квадратик **Flag significant correlation** (Отмечать значимые корреляции). Нажмите кнопку **ОК**.

Пример для самостоятельного вычисления коэффициента корреляции Пирсона

Исследование было посвящено изучению взаимосвязи интеллекта логического (способность решать логические задачи) и эмоционального (способность понимать эмоциональное состояние других людей). Оба показателя определялись с помощью набора задач: в первом случае это были логические задачи, а во втором — изображения различных быто-

вых ситуаций с вопросом об эмоциональном состоянии персонажей. Не было никаких ожиданий, в каком направлении могут коррелировать эти показатели.

В исследовании приняли участие 10 человек. Данные состояли из общего количества времени в минутах, которое испытуемые затрачивали для того, чтобы выдать решение всех задач в каждом наборе. Таким образом, данные представляют меру интервальной шкалы непрерывной переменной, поэтому может быть использован коэффициент корреляции произведения моментов Пирсона.

Нулевая гипотеза заключается в том, что коэффициент корреляции двух переменных в популяции равен 0, в то время как двухсторонняя альтернативная гипотеза утверждает, что он отличен от 0. Были выбраны уровень значимости 0,05 и двухсторонняя область отвержения. Данные показателей решения двух классов задач в минутах см. в файле *Примеры.xls*, Лист: **Логический и эмоциональный инт.** X — время решения «логических» задач в минутах; Y — время решения «эмоциональных» задач в минутах.

Отчет о результатах (заполните таблицу):

Вычисленный коэффициент корреляции Пирсона	
Количество степеней свободы	
Выбранный уровень значимости (по одностороннему или двустороннему критерию)	
p -значение для коэффициента Пирсона	

Исходный вопрос данного исследования заключался в том, существует ли позитивная взаимосвязь между показателями двух тестов. Так как p -значение лежит _____¹, то можно показать, что _____².

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержится таблица результатов корреляционного анализа. В ней (табл. 5.2) для указанных переменных приводятся попарные коэффициенты корреляции Пирсона, их уровень значимости по двустороннему критерию, число пар наблюдений. Корреляции переменных сами с собой равны 1.

¹ Укажите, в зоне отвержения или принятия нулевой гипотезы лежит p -значение.

² В зависимости от p -значения отвергните или примите нулевую гипотезу. В случае отвержения нулевой гипотезы, примите альтернативную.

**Результаты вычисления коэффициента корреляции Пирсона
в SPSS**

Correlations

		VAR00001	VAR00002
VAR00001	Pearson Correlation	1	-,528
	Sig. (2-tailed)	,	,116
	N	10	10
VAR00002	Pearson Correlation	-,528	1
	Sig. (2-tailed)	,116	,
	N	10	10

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы STADIA содержится следующая информация:

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ.

Переменные: x1, x2

Козфф. корреляции = -0,528 Т: = -1,76, Значимость = 0,114, степ.своб - 8

Гипотеза 0: <Коэффициент корреляции не отличен от нуля.>

Графическое представление данных

Исходя из графического представления данных (рис. 5.5) можно говорить об отсутствии какой-либо явно выраженной закономерной связи между двумя анализируемыми показателями.



Рис. 5.5. Распределение респондентов в координатных осях, соответствующих двум различным видам интеллекта

Часть 2

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ МЕТОДАХ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТИКИ

Глава 6. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Дисперсионный анализ (для его обозначения часто используется сокращение ANOVA¹) объединяет группу статистических методов, применяемых для определения того, значимо ли отличаются друг от друга несколько (чаще всего более двух) выборок по признаку, измеренному в метрической шкале. Деление на выборки происходит по какому-либо основанию, задаваемому независимой переменной, называемой фактором². Значения, принимаемые фактором и задающие разбиение на выборки, называются уровнями реализации фактора. Переменная, составляющая значения, которые принимают выборочные данные, называется откликом.

Простейший вариант ANOVA — однофакторный параметрический дисперсионный анализ — рассматривает нулевую гипотезу об отсутствии влияния независимой переменной (фактора), не обязательно метрической, на зависимую переменную (отклик), являющуюся нормально распределенной метрической величиной.

Более точно нулевая гипотеза утверждает равенство межвыборочной (межгрупповой) и внутривыборочных (внутригрупповых) составляющих дисперсии. Это происходит тогда и только тогда, когда различия между средними значениями переменных на всех уровнях фактора не значимы. Альтернативная гипотеза предполагает, что межгрупповая дисперсия значимо больше внутригрупповой, а значит, среди множества наборов средних значений (число этих наборов равно числу уровней реализации фактора) по крайней мере два средних значения различаются.

Когда можно использовать ANOVA

Главное ограничение связано с требованием, чтобы дисперсии выборок, соответствующие различным градациям фактора, были примерно равны между собой. Однако это ограничение является существенным, в том случае, если сравниваемые выборки значимо отличаются по численности.

¹ Буквально Analysis Of Variance.

² В связи с этим достаточно часто дисперсионный анализ называют факторным дисперсионным анализом.

Если это ограничение не выполняется, то необходимо воспользоваться непараметрическим дисперсионным анализом Краскала—Уоллеса для независимых выборок или χ^2 Фридмана для повторных (связанных) измерений, проведенных на одной и той же выборке в разных условиях¹.

Если стоит задача изучить влияние на отклик нескольких независимых переменных, используют соответственно двух-, трех- и т.д. дисперсионный факторный анализ.

Если зависимая переменная измеряется на одной и той же выборке, которая ставится в различные условия, соответствующие уровням реализации фактора, то говорят об ANOVA с повторяющимися измерениями.

Когда зависимая переменная является многомерной, т.е. представляет собой набор показателей, то используют многомерный ANOVA.

Попарные сравнения

В том случае, когда принята альтернативная гипотеза, т.е. установлено наличие различий в результатах измерений в зависимости от уровня принимаемых фактором, есть возможность выделить пары средних значений по измерениям, которые привели к этим различиям. Наиболее популярным является метод Шеффе.

ОДНОФАКТОРНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Формулы нахождения критериальных показателей для повторных измерений

Показатель F^2

$$F = \frac{MS_{bg}}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_{wg} = N - k, df_{bg} = k - 1, \quad (6.1)$$

где N — общее количество данных, равное nk ;
 n — число испытуемых;
 k — число уровней (градаций) фактора.

¹ Условия определяются в соответствии со значением уровня фактора для данного измерения.

² Конечно, можно было бы избежать англоязычной терминологии и вместо wg (within group) и bg (between group) ввести русские аналоги: $вг$ (внутригрупповой) и $мг$ (межгрупповой), но с учетом того, что большинство методической литературы по дисперсионному анализу написано на английском языке и там используются именно эти обозначения, мы также решили остановиться на них.

$MS_{bg} = \frac{SS_{bg}}{df_{bg}}$ — среднее межгрупповое квадратичное отклонение;

$MS_{wg} = \frac{SS_{wg}}{df_{wg}}$ — среднее внутригрупповое квадратичное отклонение;

$SS_{bg} = \sum_{j=1}^k n (\bar{X}_j - \bar{X})^2$ — межгрупповая сумма квадратичных отклонений (between-group);

\bar{X}_j — внутригрупповое среднее для группы j ;

\bar{X} — общее среднее;

$SS_{wg} = SS_{total} - SS_{bg}$ — внутригрупповая сумма квадратичных отклонений (within-group);

SS_{total} — общая сумма квадратичных отклонений.

Показатель *t*-Шеффе

$$t_{j_1 j_2} = \frac{\bar{X}_{j_1} - \bar{X}_{j_2}}{\sqrt{\frac{2MS_{wg}}{n}}} \text{ — показатель Шеффе}$$

для сравнения средних для измерений j_1 и j_2 , (6.2)

где \bar{X}_{j_1} , \bar{X}_{j_2} — сравниваемые внутригрупповые средние для измерений j_1 и j_2 .

Графическое представление

В качестве возможных диаграмм используются боксплоты, гистограммы, выражающие зависимость показателя, меры центральной тенденции (отклика) от независимой переменной (фактора). Если уровни фактора можно упорядочить, то используют не гистограмму, а график.

Инструкция по проведению однофакторного параметрического дисперсионного анализа для повторных измерений в EXCEL

1. Подготовка данных¹.

1.1. Озаглавьте столбцы для внесения данных, как представлено на рис. 6.1.

1.2. Для каждого испытуемого, отмеченного идентификационным номером в Столбце 1, введите данные измерения 1 в Столбец 2, данные измерения 2 — в Столбец 3, а данные измерения 3 — в Столбец 4.

¹ Пример разбирается для случая, когда фактор имеет три уровня реализации, однако легко может быть использован в случае двух уровней или расширен до большего количества уровней.

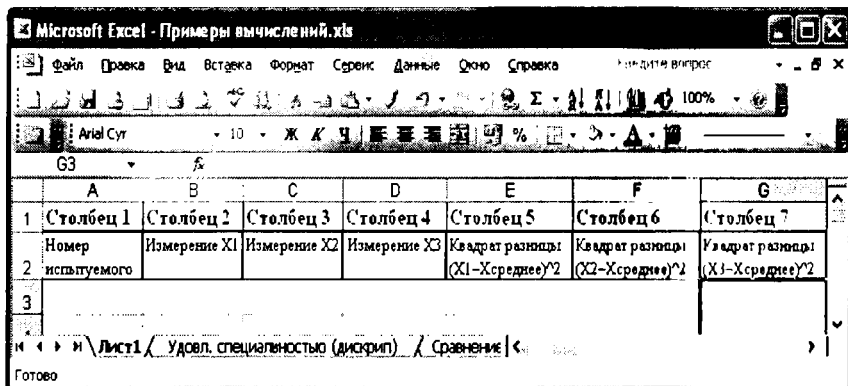


Рис. 6.1. Окно ввода данных в EXCEL

1.3. Для набора данных по каждому измерению вычислите среднее \bar{X}_i , $i = 1, 2, 3$. Для удобства запишите эти результаты внизу под каждым из Столбцов (2, 3, 4) соответственно.

1.4. Для всего массива данных по всем измерениям вычислите среднее \bar{X} .

2. Вычисление показателей SS_{total} (общая сумма квадратичных отклонений), SS_{bg} и SS_{wg} .

2.1. Вычтите \bar{X} — среднее значение по всему массиву данных — из первого показателя в Столбце 2, возведите эту разность в квадрат и введите полученный квадрат разности в тот же ряд в Столбце 5. Продолжайте так до тех пор, пока все квадраты разностей между значением измерения 1 у каждого испытуемого и средним по всем данным не будут внесены в Столбец 5.

2.2. Вычислите сумму квадратов разностей для измерения 1 и запишите в нижней клетке Столбца 5 таблицы.

2.3. Выполните ту же процедуру для измерений 2 и 3, полученные результаты записывайте в Столбец 6 и Столбец 7 соответственно.

2.4. Вычтите \bar{X} — среднее значение по всему массиву данных — из \bar{X}_1 — среднего данных, стоящих в Столбце 2. Выполните ту же процедуру для \bar{X}_2 и \bar{X}_3 .

2.5. SS_{bg} равно сумме квадратов трех разностей, полученных в п. 2.4, умноженной на n (число испытуемых), т.е.

$$SS_{bg} = \sum n((\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + (\bar{X}_2 - \bar{X})^2 + (\bar{X}_3 - \bar{X})^2).$$

2.6. SS_{total} равно сумме квадратов разностей, полученных для всех наблюдений во всех измерениях, т.е. сумме величин, стоящих в столбцах 5, 6, 7 в первых n строках, т.к. в последней строке каждого из указанных столбцов стоят величины, $i = 1, 2, 3$ соответственно.

$$2.7. SS_{wg} = SS_{total} - SS_{bg}$$

3. Вычислите количество степеней свободы для SS_{total} , SS_{bg} и SS_{wg} :
 $df_{total} = N - 1$, $N = nk$ — общее количество данных, k — число градаций фактора (в данном случае это 3);

$$df_{wg} = N - k;$$

$$df_{bg} = k - 1.$$

4. Вычислите средние квадратичные отклонения:

$$MS_{bg} = \frac{SS_{bg}}{df_{bg}};$$

$$MS_{wg} = \frac{SS_{wg}}{df_{wg}}.$$

5. Вычислите F -отношение.

$$F = \frac{MS_{bg}}{MS_{wg}},$$

где $df_{wg} = N - k$, $df_{bg} = k - 1$.

6. Определение p -значения F -отношения.

Обратитесь к встроенной в EXCEL функции ФРАСП.

В вызванном окне (рис. 6.2) введите рядом с X получившееся значение F . В поле Степени_свободы1 введите df_{bg} , в поле Степени_свободы2 введите df_{wg} .

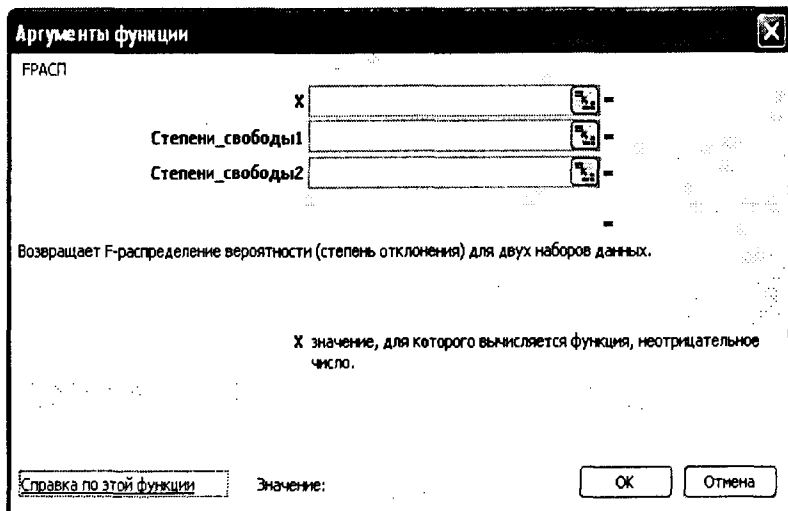


Рис. 6.2. Окно вычисления F -распределения в EXCEL

Справа от нижнего знака = вы увидите одностороннее p -значение F , т.е. вероятность того, что F может быть больше числа, введенного в поле **X** в условиях, когда нулевая гипотеза об отсутствии различий в выборках верна.

Следует помнить, что в однофакторном дисперсионном анализе всегда проверяется направленная односторонняя альтернатива, что $MS_{bg} > MS_{wg}$, поэтому именно это отношение, полученное с помощью функции **FPАСП**, и является искомым.

7. Парные сравнения.

В случае отвержения нулевой гипотезы установите значимые попарные различия между средними в каждом из трех измерений.

7.1. Для измерений 1 и 2 вычислите показатель Шеффе

$$t_{12} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{2MS_{wg}}{n}}}$$

7.2. Вычислите критериальный показатель, используя формулу

$$F_{12} = \frac{t_{12}^2}{k-1}$$

7.3 Определение p -значения показателя F_{12} .

Обратитесь к встроенной в EXCEL функции **FPАСП**.

В вызванном окне (рис. 6.2) введите рядом с **X** получившиеся в результате вычислений F . В поле **Степени_свободы1** введите df_{bg} , в поле **Степени_свободы2** введите df_{wg} .

Справа от нижнего знака = вы увидите одностороннее p -значение F , т.е. вероятность того, что F может быть больше числа, введенного в поле **X** в условиях, когда нулевая гипотеза об отсутствии различий в выборках верна. Следует помнить, что при проверке парных различий могут проверяться как направленная односторонняя альтернатива, так и двусторонняя. В случае односторонней альтернативы получаемое p -значение является искомым, для двусторонней альтернативы получаемое p -значение нужно умножить на 2.

7.4. Повторите вычисления для попарного сравнения результатов измерений 1 и 3, 2 и 3.

8. Отчет о результатах.

8.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

- ♦ размер выборки n (число испытуемых);
- ♦ число измерений k ;
- ♦ вычисленное F -отношение;
- ♦ p -значение для вычисленного F ;

- ♦ использованный уровень значимости;
- ♦ критическую величину F для данного размера выборки, количества измерений и уровня значимости.

В случае принятия альтернативной гипотезы укажите результаты сравнения Шеффе. Для каждой пары измерений укажите:

- ♦ величину различий средних;
- ♦ p -значение этого различия.

8.2. Примите решение о гипотезах.

Если p -значение меньше используемого уровня значимости, это значит, что вычисленное F лежит в области отвержения нулевой гипотезы, т.е. вероятность установленного отличия в случае справедливости нулевой гипотезы (p -значение) не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, отвергните нулевую гипотезу и примите альтернативную гипотезу о том, что межгрупповая дисперсия выше внутригрупповой. Иными словами, существует статистически достоверное влияние фактора, градации которого задают номер измерения, на отклик (значения измеряемых показателей). Примите решение о том, в каких парах при сравнении средних показателей по измерениям эти различия значимо проявляются. Если p -значение, зафиксированное при сопоставлении той или иной пары средних величин между собой, меньше уровня значимости, то можно считать, что существует достоверное различие между измерениями, составляющими именно эту пару. В противном случае, когда вычисленное значение F больше критической величины, приведенной в таблице, вероятность такого различия в случае справедливости нулевой гипотезы (p -значение) больше, чем выбранный уровень значимости. Это означает, что две данные выборки представляют одну и ту же статистическую популяцию. Если это так, то отвергнуть нулевую гипотезу и принять вместо нее альтернативную нельзя. Иными словами, не существует статистически значимого влияния фактора на отклик.

8.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная гипотеза была принята и данные были собраны в достаточно контролируемых условиях, то можно заключить, что данные, полученные в различных измерениях одной и той же группы испытуемых, статистически различались. После того как такие выводы сделаны, предполагается, что эффект изменений, произошедших между измерениями, будет ожидаться при сравнении результатов измерения исследуемого показателя на любой случайно подобранной группы испытуемых, если их ставят в условия, определяемые уровнями градации фактора.

Вычисление однофакторного параметрического дисперсионного анализа повторных измерений в статистических пакетах

1. Выполнение однофакторного параметрического дисперсионного анализа повторных измерений в пакете Анализ данных в EXCEL.

В строке меню в верхней части окна программы выберите Сервис, в открывающемся ниспадающем меню — пункт Анализ данных и в открывшемся подменю — Однофакторный дисперсионный анализ.

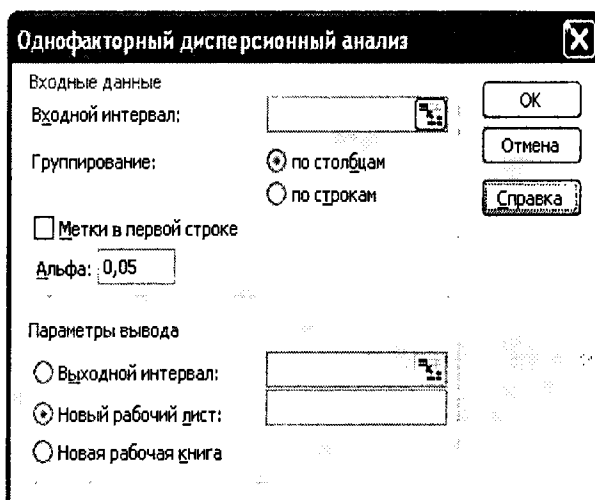


Рис. 6.3. Окно задания массива данных для выполнения однофакторного параметрического дисперсионного анализа в EXCEL

В открывшемся диалоговом окне (рис. 6.3) в поле **Входной интервал** введите ссылку на массив, содержащий данные измерений. Поскольку они сгруппированы по столбцам (т.е. данные, полученные в рамках одного измерения, содержатся в одном столбце), маркер кнопки представлять не нужно. Уровень значимости теста указывается рядом со словом **Альфа**. По умолчанию он равен 0,05. На дополнительно появившемся листе вы увидите все вычисленные показатели, включаемые в отчет. Теперь вы можете сравнить их с тем, что получилось при непосредственных вычислениях.

Отметим, что проверка однородности дисперсий и попарные сравнения в EXCEL не выполняются.

2. STADIA

В терминах программы STADIA данная схема называется однофакторным дисперсионным анализом по модели групповых измерений.

Чтобы его выполнить, следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA. Первый столбец (переменная x_1) будет содержать наблюдения первого измерения выборки, второй столбец (переменная x_2) — наблюдения второго измерения, в третьем столбце (переменная x_3) — результаты третьего измерения. В верхней строке меню выберите пункт Статистика = F9, затем — пункт с = Групповой.

Далее (рис. 6.4) выберите 1 = однофакторный.

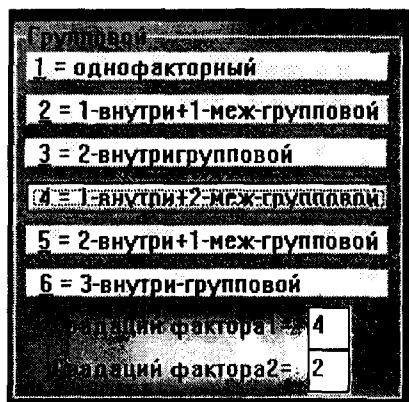


Рис. 6.4. Окно выбора типа дисперсионного анализа в STADIA

3. SPSS

Для проведения однофакторного параметрического дисперсионного анализа повторных измерений с помощью SPSS сформируйте два новых столбца данных в EXCEL. Первый из них должен содержать наблюдения для всех трех измерений, т.е. это Столбцы 1, 2 и 3, размещенные один под другим. Второй новый столбец содержит единицы в клетках рядом с наблюдениями первого измерения, двойки рядом с наблюдениями второго измерения и тройки рядом с наблюдениями третьего измерения. Вставьте эти два столбца данных из EXCEL в окно Data Editor (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт Analyze (Анализ), в открывающемся выпадающем меню пункт Compare means (Сравнение средних), а затем One-Way ANOVA (Однофакторный дисперсионный анализ¹), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 6.5. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле Dependent list (Список зависимых переменных) переменную #перем1, содержащую значения наблюдений первого, второго и третьего измерений, а в нижнее правое поле Factor — переменную #перем2, содержащую распределение данных по измерениям.

¹ Дословно — однофакторный анализ вариаций.

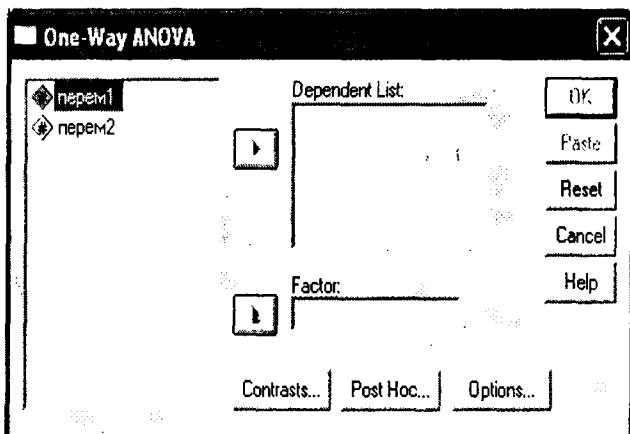


Рис. 6.5. Окно задания переменных и определяемых статистических показателей для однофакторного параметрического дисперсионного анализа в SPSS

Нажмите кнопку **Options**. В открывшемся окне диалога (рис. 6.6) отметьте флажком **Descriptive** (Описательные статистики), **Homogeneity of variance test** (Тест однородности дисперсии), **Means plot** (График средних значений). Нажмите **Continue**.

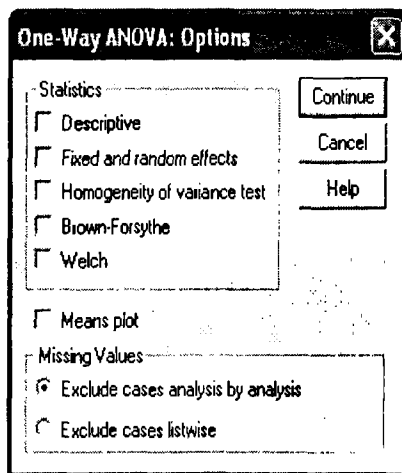


Рис. 6.6. Окно задания показателей, определяемых при проведении однофакторного параметрического дисперсионного анализа в SPSS

Для парного сравнения средних в диалоговом окне (рис. 6.7) нажмите кнопку **Post Hoc** (Постфактум, т.е. после отклонения H_0). В открывшемся окне отметьте флажком метод сравнения **Scheffe** (Шеффе). Нажмите **Continue**.

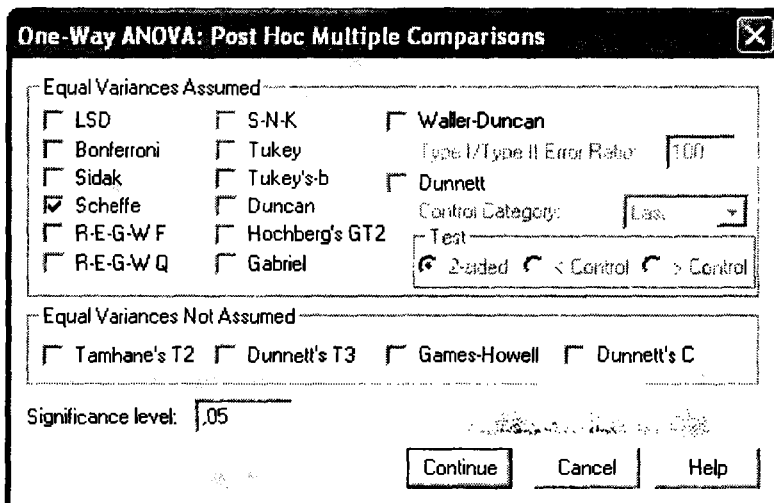


Рис. 6.7. Окно задания показателей, определяемых при проведении апостериорных попарных сравнений в однофакторном параметрическом дисперсионном анализе в SPSS

Для выполнения анализа нажмите кнопку **ОК**.

Формулы нахождения критериальных показателей для независимых измерений

Процедура вычисления критериальных показателей для независимых измерений мало отличается от предыдущего. Главное различие в том, что в повторных измерениях все первичные данные должны быть получены на одной и той же выборке испытуемых. В независимых измерениях первичные данные по зависимой переменной-отклику собираются на различных группах, каждая из которых находится в разных условиях, определяемых тем или иным уровнем фактора. Число испытуемых в каждой группе может различаться. В случае, когда во всех группах число испытуемых одинаковое, вычисления совпадают.

Показатель F

$$F = \frac{MS_{bg}}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_{wg} = N - k, df_{bg} = k - 1,$$

где N — общее количество данных, равное nk ;
 n — число испытуемых;
 k — число уровней (градаций) фактора.

$MS_{bg} = \frac{SS_{bg}}{df_{bg}}$ — среднее межгрупповое квадратичное отклонение;

$MS_{wg} = \frac{SS_{wg}}{df_{wg}}$ — среднее внутригрупповое квадратичное отклонение;

$SS_{bg} = \sum_{j=1}^k n (\bar{X}_j - \bar{X})^2$ — межгрупповая сумма квадратичных отклонений (between-group);

\bar{X}_j — внутригрупповое среднее для группы j ;

\bar{X} — общее среднее;

$SS_{wg} = SS_{total} - SS_{bg}$ — внутригрупповая сумма квадратичных отклонений (within-group);

SS_{total} — общая сумма квадратичных отклонений.

Показатель *t*-Шеффе

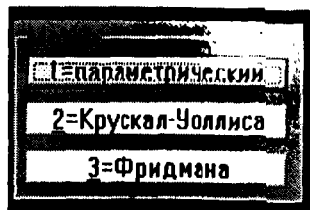
$$t_{j_1 j_2} = \frac{\bar{X}_{j_1} - \bar{X}_{j_2}}{\sqrt{\frac{2MS_{wg}}{n}}} \text{ — показатель Шеффе}$$

для сравнения средних для измерений j_1 и j_2 ,

где \bar{X}_{j_1} , \bar{X}_{j_2} — сравниваемые внутригрупповые средние для измерений j_1 и j_2 .

В терминах программы STADIA данная модель называется однофакторным дисперсионным анализом с повторяемым экспериментом. Чтобы его выполнить, следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA. Первый столбец (переменная **x1**) будет содержать измерения первой выборки испытуемых в условиях, задаваемых первым уровнем фактора, второй столбец (переменная **x2**) будет содержать измерения второй выборки в условиях, задаваемых вторым уровнем фактора, в третьем столбце будут содержаться результаты измерения третьей выборки в условиях, задаваемых третьим уровнем фактора. В верхней строке-меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем пункт **В = Однофакторный**. В поле выбора переменных с помощью верхней стрелки выберите переменные **x1**, **x2**, **x3** и перенесите их в правое поле, озаглавленное **Для** (см. рис. 1.14), и нажмите кнопку **Утвердить**. Далее необходимо выбрать метод анализа в зависимости от типа измерений (рис. 6.8).

Рис. 6.8. Окно выбора метода однофакторного параметрического дисперсионного анализа для независимых наблюдений в STADIA



Подчеркнем еще раз, что параметрический метод применим к данным, подчиняющимся нормальному закону распределения¹.

**Пример для самостоятельного выполнения
однофакторного параметрического дисперсионного
анализа для независимых измерений**

Объектом психологического исследования явилось изменение показателей темперамента у людей в зависимости от возраста. В качестве опросника использовалась методика диагностики формально-динамических характеристик поведения, разработанная Я. Стрелю и адаптированная на русский язык². Выделяются 6 относительно независимых шкал, индивидуальная выраженность которых определяет тот или иной темперамент.

Динамичность (живость) определяется как тенденция быстро реагировать на различные события и явления, выполнять свои ответные действия в высоком темпе и легко приспосабливать их к особенностям наличной ситуации. Динамичность включает в себя такие характеристики, как мобильность, темп и скорость реакции.

Настойчивость подразумевает определенное постоянство в поведении, тенденцию к продолжению, возврату и повторению своих действий после завершения вызвавшей их ситуации.

Сенсорная чувствительность определяется как способность субъекта реагировать на слабо выраженную стимуляцию, например, на стимулы с низкими показателями интенсивности.

Выносливость — способность адекватно реагировать в ситуации с длительной и/или с сильно выраженной стимуляцией, а также при наличии ярко выраженных внешних посторонних отвлекающих факторов. Выносливость включает две составляющие — *выносливость при утомлении* (как способность сопротивляться этому утомлению, перегрузке) и *выносливость в ситуации отвлечения*, дающая возможность адекватно реагировать, несмотря на влияние отвлекающих факторов, всевозможных помех.

Эмоциональная реактивность — тенденция реагировать интенсивно на стимулы, порождающие эмоциональные реакции, выражается в высокой эмоциональной чувствительности и низкой эмоциональной выносливости.

Активность — тенденция совершать действия высокой стимулирующей силы. Иными словами, подчеркивается, что активность субъекта

¹ В данном пособии мы рассматриваем только параметрический метод, с остальными (непараметрическими) методами можно ознакомиться в книге (Кулаичев, 2006).

² Стрелю Я., Митина О., Завадский Б., Бабаева Ю., Менчук Т. Методика диагностики темперамента. М.: Смысл, 2004.

направлена вовне. Она либо вызывает у окружения ответную реакцию, направленную непосредственно на данного субъекта, либо побуждает окружающих людей к какому-то виду деятельности, к нему не относящейся.

Респондентами являлись 577 человек разного возраста в диапазоне от 12 до 85 лет. Результаты были сгруппированы в три возрастные группы: не старше 29 лет, от 30 до 50 и старше 50 (файл *Примеры вычислений.xls*: Лист: **Темперамент**).

Выполните однофакторный параметрический дисперсионный анализ разными способами и сравните результаты по разным шкалам.

Анализ данных в EXCEL по шкале активности дал результаты, представленные в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Результаты выполнения однофакторного параметрического дисперсионного анализа независимых переменных в EXCEL.

Однофакторный дисперсионный анализ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	194	2304	11,87629	22,1711447
Столбец 2	202	1867	9,242574	22,9209645
Столбец 3	181	1475	8,149171	15,2276243

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	p-значение	F критическое
Между группами	1392,235	2	696,1173	34,36547	8,00444E-15	3,011421679
Внутри групп	11627,12	574	20,2563			
Итого	13019,35	576				

p-значение для вычисленного показателя *F* крайне мало. Такой результат свидетельствует о возможности отвержения нулевой гипотезы и принятия альтернативной. Другим словами, можно говорить о том, что существуют значимые различия в проявлении активности у людей различных возрастных групп. Визуальное сопоставление средних показателей активности (см. рис. 6.9), вычисленных для каждой возрастной группы, позволяет говорить о возможном убывании проявлений этой черты с возрастом.

Результаты работы программы STADIA

В выходном файле работы программы по анализу данных шкалы *активность* содержатся

1-ФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ. Файл:
параметрический

Источник	Сум.кв.др	Ст.своб	Ср.кв.др	F	Значимость	Сила влияния
факт.1	1,39E3	2	696	34,4	5,98E-8	-0,00505
Остат.	1,16E4	574	20,3			
Общая	1,3E4	576	22,6			

F(фактор1) = 34,4, Значимость = 5,98E-8, степ.своб = 2,574

Гипотеза 1: <Есть влияние фактора на отклик>

Параметры модели:

Среднее = 9,79, доверит.инт. = 97,8

Эффект1 = 2,09, доверит.инт. = 31,7

Эффект2 = -0,543, доверит.инт. = 31

Эффект3 = -1,64, доверит.инт. = 32,8

Парные сравнения Шеффе

Переменные	Разность	Интервал	Значим	Гипотеза H1
1-2	2,63	1,1	6,16E-6	Да
1-3	3,73	1,14	9,31E-8	Да
2-3	1,09	1,12	0,0589	

Результаты работы программы SPSS

Ниже приводятся данные анализа шкалы *активность*.

В выходном файле работы SPSS имеются следующие таблицы.

Во-первых, результаты дескриптивной (описательной) статистики (табл. 6.2) содержат средние значения показателя *активности* по разным возрастным группам и по выборке в целом (**Total**), стандартные отклонения (**Std. Deviation**), 95% доверительный интервал (**95% Confidence Interval for Mean**) и стандартную ошибку (**Std. Error**).

Таблица 6.3 содержит результаты проверки данных внутри групп на однородность (гомогенность) дисперсии.

Таблица 6.2

Результаты дескриптивной статистики при проведении однофакторного параметрического анализа в SPSS

Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
1,00	194	11,8763	4,70862	,33806	11,2095	12,5431	,00	22,00
2,00	202	9,2426	4,78758	,33685	8,5784	9,9068	,00	20,00
3,00	181	8,1492	3,90226	,29005	7,5768	8,7215	,00	19,00
Total	577	9,7851	4,75427	,19792	9,3964	10,1738	,00	22,00

**Результаты проверки распределения данных трех выборок
на однородность дисперсии в SPSS**

Test of Homogeneity of Variances

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4,263	2	574	,015

Уровень значимости достаточно низок, что говорит о том, что гомогенность отсутствует. Если мы взглянем на таблицу описательной статистики, то заметим, что вариативность в третьей возрастной группе явно меньше вариативности в первых двух. Однако поскольку количество испытуемых в каждой из групп примерно одинаково, мы можем продолжать анализ.

В таблице 6.4 приводятся значения межгрупповой, внутригрупповой сумм квадратов, соответствующие среднеквадратичные отклонения, величина F и соответствующее ей p -значение.

Таблица 6.4

**Результаты однофакторного параметрического дисперсионного
анализа в SPSS**

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1392,235	2	696,117	34,365	,000
Within Groups	11627,117	574	20,256		
Total	13019,352	576			

Поскольку p -значение меньше 10^{-3} , мы можем принять альтернативную гипотезу о наличии значимых различий в проявлениях *активности* в различных возрастных группах и статистически проверить попарные различия с помощью критерия Шеффе. Результаты сравнений содержатся в табл. 6.5.

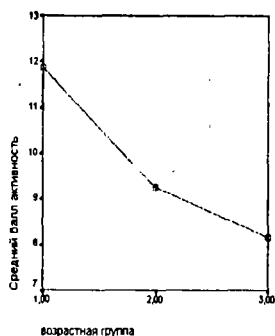
Различия, значимые на уровне отвержения нулевой гипотезы, равном ,05, отмечены знаком *. Можно с очень большой степенью уверенности утверждать, что различия между 1-й группой, с одной стороны, и 2-й и 3-й группами, с другой, являются статистически значимыми. Различия между 2-й и 3-й группами звездочкой не отмечены, p -значение равно 0,061. Тем не менее, в определенной ситуации, допускающей принятие менее строгого уровня значимости, такое различие тоже можно считать неслучайным.

Результаты попарных сравнений с помощью критерия Шеффе
в однофакторном параметрическом дисперсионном анализе в SPSS

Multiple Comparisons
Dependent Variable: активность
Scheffe

(I) возрастная группа	(J) возрастная группа	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1,00	2,00	2,6337(*)	,45243	,000	1,5234	3,7440
3,00	3,7271(*)	,46511	,000	2,5857	4,8686	
2,00	1,00	-2,6337(*)	,45243	,000	-3,7440	-1,5234
	3,00	1,0934	,46064	,061	-,0371	2,2239
3,00	1,00	-3,7271(*)	,46511	,000	-4,8686	-2,5857
	2,00	-1,0934	,46064	,061	-2,2239	,0371

* The mean difference is significant at the ,05 level.



Графическое представление

Изображенный на рис. 6.9 график наглядно демонстрирует тенденцию к убыванию показателя активности с возрастом.

Рис. 6.9. График зависимости среднего балла активности от возраста, построенный в SPSS

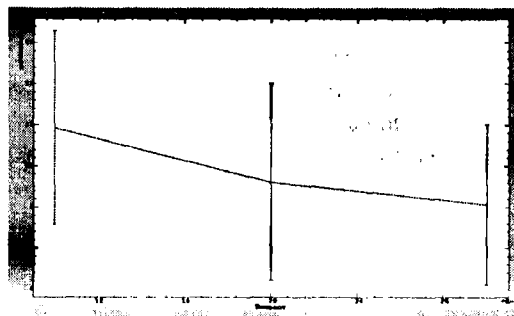


Рис. 6.10. График зависимости среднего балла активности от возраста со средноквадратичным отклонением, построенный в STADIA

На рис. 6.10 помимо графика средних указан еще и диапазон разброса данных (среднеквадратичное отклонение) для каждого уровня фактора.

ДВУХФАКТОРНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Двухфакторный параметрический дисперсионный анализ проверяет четыре статистические гипотезы:

- 1) о главном эффекте влияния первого фактора (A);
- 2) главном эффекте влияния второго фактора (B);
- 3) эффекте влияния взаимодействия двух факторов (A и B);
- 4) совокупном эффекте влияния двух факторов.

Распределение первичных данных по столбцам происходит в соответствии с уровнем реализации одновременно двух факторов (независимых переменных, которые не обязательно являются метрическими). Для каждого возможного сочетания уровня реализации первого фактора и уровня реализации второго фактора определяется своя выборка. Набор данных по этой выборке составляют значения метрической переменной — отклика.

В каждой из четырех проверок нулевая гипотеза утверждает отсутствие статистически значимого систематического влияния того или иного фактора и (или) их взаимодействия на отклик.

Более точно нулевая гипотеза утверждает, что различия межвыборочной (межгрупповой) и внутривыборочных (внутригрупповых) составляющих обусловлены лишь случайными флуктуациями и не должны приниматься во внимание при интерпретации результатов анализа взаимодействия переменных — факторов и отклика. Альтернативная гипотеза предполагает, что межгрупповая дисперсия значимо больше внутргрупповой, а значит, среди множества наборов средних значений (число этих наборов равно числу всевозможных сочетаний градаций уровней реализации обоих факторов), по крайней мере, два средних значения статистически значимо различаются.

Дисперсии выборок, соответствующие различным сочетаниям градаций факторов, не должны быть статистически значимо различны. Однако это ограничение является существенным, если сравниваемые выборки значимо отличаются по численности. Если это ограничение не выполняется, то необходимо воспользоваться непараметрическим двухфакторным дисперсионным анализом.

В различных компьютерных программах в зависимости от дизайна исследования используется различная терминология для обозначения типа двухфакторного анализа. Простейший вариант — когда для различных сочетаний уровней реализации двух факторов проводится

одно-единственное измерение. Число наблюдений в этом случае равно произведению числа градаций первого фактора на число градаций второго фактора. Этот анализ называется анализом без повторений и не позволяет проверить гипотезу о влиянии взаимосвязи между факторами. Более информативным является массив данных, в котором для каждого сочетания градаций факторов содержится целый набор данных. В этом случае говорят о двухфакторном дисперсионном анализе повторяющихся измерений. Если для каждого сочетания факторов зависимая переменная измеряется на одной и той же выборке, которая ставится в различные условия, соответствующие уровням реализации хотя бы одного из двух факторов, то говорят о двухфакторном дисперсионном анализе с повторяющимися измерениями связанных выборок. Если для каждого сочетания градаций факторов используются данные, полученные с новой выборки, то в этом случае говорят о двухфакторном дисперсионном анализе независимых выборок.

Формулы нахождения критериальных показателей для независимых измерений

$$SS_{total} = SS_{bg} + SS_{wg},$$

где SS_{total} — общая сумма квадратичных отклонений;

SS_{wg} — межгрупповая сумма квадратичных отклонений (within-group);

$SS_{bg} = SS_A + SS_B + SS_{AB}$ — межгрупповая сумма квадратичных отклонений (between-group);

SS_A — сумма квадратичных отклонений для фактора A ;

SS_B — сумма квадратичных отклонений для фактора B ;

SS_{AB} — сумма квадратичных отклонений для взаимодействия факторов A .

$$SS_{bg} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^l n_{ij} (\bar{X}_{ij} - \bar{X})^2,$$

где k — число уровней фактора A ;

l — число уровней фактора B ;

\bar{X}_{ij} — внутригрупповое среднее для группы, в которой фактор A имеет уровень j , а фактор B — уровень i ;

n_{ij} — число данных, входящих в группу, в которой фактор A имеет уровень j , а фактор B имеет уровень i .

$$SS_A = \sum_{j=1}^k (\bar{X}_{A_j} - \bar{X})^2 \cdot \sum_{i=1}^l n_{ij},$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^l (\bar{X}_{B_i} - \bar{X})^2 \cdot \sum_{j=1}^k n_{ij},$$

где \bar{X}_{A_j} — внутригрупповое среднее для группы, в которой фактор A имеет уровень j ;

\bar{X}_{B_i} — внутригрупповое среднее для группы, в которой фактор B имеет уровень i .

$$SS_{AB} = SS_{bg} - SS_A - SS_B.$$

Количество степеней свободы:

$df_A = k - 1$, $df_B = l - 1$, $df_{AB} = df_A df_B$, $df_{bg} = kl - 1$, $df_{wg} = N - kl$; N – общее количество данных.

Среднеквадратичные отклонения:

$$MS_A = \frac{SS_A}{df_A}; MS_B = \frac{SS_B}{df_B}; MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{df_{AB}}; MS_{bg} = \frac{SS_{bg}}{df_{bg}}; MS_{wg} = \frac{SS_{wg}}{df_{wg}}.$$

Эмпирические F -отношения для проверки каждой из четырех гипотез:

1) $F_A = \frac{MS_A}{MS_{wg}}$ со степенями свободы df_A и df_{wg} ;

2) $F_B = \frac{MS_B}{MS_{wg}}$ со степенями свободы df_B и df_{wg} ;

3) $F_{AB} = \frac{MS_{AB}}{MS_{wg}}$ со степенями свободы df_{AB} и df_{wg} ;

4) $F = \frac{MS_{bg}}{MS_{wg}}$ со степенями свободы df_{bg} и df_{wg} .

Инструкция по проведению двухфакторного параметрического дисперсионного анализа в EXCEL

1. Подготовка данных¹.

1.1. Озаглавьте столбцы в таблице для внесения данных, как показано на рис. 6.11.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7
2		1-ый Уровень реализации фактора B				2-ой Уровень реализации фактора B	
3	Номер испытуемого	1-ый Уровень реализации фактора A	2-ой Уровень реализации фактора A	3-ий Уровень реализации фактора A	1-ый Уровень реализации фактора A	2-ой Уровень реализации фактора A	3-ий Уровень реализации фактора A

Рис. 6.11. Окно ввода данных в EXCEL

¹ Пример разбирается для случая, когда один фактор имеет три уровня реализации, а второй — два.

1.2. Введите данные измерений в **Столбцы 2—7**.

1.3. Для наборов данных, содержащихся в каждом из указанных столбцов, вычислите среднее \bar{X}_{ij} , $i = 1, 2, j = 1, 2, 3$. Запишите эти результаты внизу под каждым соответствующим столбцом.

1.4. Для наборов данных, содержащихся в **Столбцах 2, 3, 4**, вычислите общее среднее \bar{X}_B . Для наборов данных, содержащихся в **Столбцах 5, 6, 7**, вычислите общее среднее \bar{X}_B . Запишите эти два результата внизу под таблицей.

1.5. Для наборов данных, содержащихся в **Столбцах 2 и 5**, вычислите общее среднее \bar{X}_A . Для наборов данных, содержащихся в **Столбцах 3 и 6**, вычислите общее среднее \bar{X}_A . Для наборов данных, содержащихся в **Столбцах 4 и 7**, вычислите общее среднее \bar{X}_A . Запишите эти три результата внизу под таблицей.

1.6. Для всего массива данных по всем измерениям вычислите среднее \bar{X} .

2. Вычисление показателей SS_{total} (общая сумма квадратов), SS_{bg} и SS_{wg} .

2.1. Вычтите \bar{X} — среднее значение по всему массиву данных из \bar{X}_{11} — среднего значения **Столбца 2**, возведите эту величину в квадрат и умножьте на число данных в этом столбце. Выполните эту процедуру для всех столбцов. Сумма полученных таким образом величин есть SS_{bg} .

2.2. Дополнительно рядом с имеющимися данными **Столбцами 1—7** создайте еще шесть новых **Столбцов 8—13**.

2.3. Вычтите среднее значение по всему массиву данных из первого показателя в **Столбце 2**, возведите эту разность в квадрат и внесите полученный квадрат разности в тот же ряд в **Столбце 8**. Продолжайте так до тех пор, пока все квадраты разностей между значением в **Столбце 2** у каждого испытуемого и средним по всем данным не будут внесены в **Столбец 8**.

2.4. Выполните ту же процедуру для **Столбцов 3—7**, а результаты запишите в **Столбцы 9—13**.

2.5. Сумма всех чисел в **Столбцах 8—13** равна SS_{total} .

2.6. $SS_{wg} = SS_{total} - SS_{bg}$.

3. Вычисление показателей SS_A , SS_B и SS_{AB} .

3.1. Вычтите \bar{X} — среднее значение по всему массиву данных из \bar{X}_A — среднего для данных, находящихся в **Столбцах 2 и 5**. Возведите полученную величину в квадрат и умножьте ее на число данных,

находящихся в этих двух столбцах. Прodelайте эту же процедуру для \bar{X}_{A_2} и \bar{X}_{A_3} . Сумма полученных трех чисел равна SS_A .

3.2. Вычтите \bar{X} — среднее значение по всему массиву данных из \bar{X}_{B_1} — среднего для данных, находящихся в Столбцах 2, 3, 4. Возведите полученную величину в квадрат и умножьте ее на число данных, находящихся в этих трех столбцах. Прodelайте эту процедуру для \bar{X}_{B_2} . Сумма полученных двух чисел равна SS_B .

3.3. $SS_{AB} = SS_{bg} - SS_A - SS_B$.

4. Вычисление количества степеней свободы.

$$df_A = k - 1 = 2;$$

$$df_B = l - 1 = 1;$$

$$df_{AB} = df_A df_B = 2, df_{bg} = kl - 1 = 5;$$

$$df_{wg} = N - kl = N - 6, N — \text{общее количество данных};$$

$$df_{total} = N - 1 = 576;$$

$$df_{wg} = N - 6 = 571;$$

$$df_{bg} = 5.$$

5. Вычислите средние квадраты.

$$MS_A = \frac{SS_A}{df_A}; MS_B = \frac{SS_B}{df_B}; MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{df_{AB}}; MS_{bg} = \frac{SS_{bg}}{df_{bg}}; MS_{wg} = \frac{SS_{wg}}{df_{wg}}.$$

6. Вычислите F -отношения.

$$F_A = \frac{MS_A}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_A \text{ и } df_{wg};$$

$$F_B = \frac{MS_B}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_B \text{ и } df_{wg};$$

$$F_{AB} = \frac{MS_{AB}}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_{AB} \text{ и } df_{wg};$$

$$F = \frac{MS_{bg}}{MS_{wg}} \text{ со степенями свободы } df_{bg} \text{ и } df_{wg}.$$

7. Определение p -значений F -отношений.

Чтобы определить p -значения необходимых показателей, обратитесь к встроенной в EXCEL функции ФРАСП.

7. Отчет о результатах.

7.1. Представьте результаты в виде следующей информации:

- ♦ размер выборки N ;

- ♦ число данных в каждом столбце;
- ♦ число градаций фактора A (равно k);
- ♦ число градаций фактора B (равно l);
- ♦ вычисленные F, F_A, F_B, F_{AB} ;
- ♦ p -значение для вычисленных F -отношений (для F_A, F_B, F_{AB} величины, полученные в п. 6 с помощью функции ФРАСП, нужно умножить на два);
- ♦ использованный уровень значимости;
- ♦ критические величины F для данного размера выборки, количества измерений и уровня значимости.

7.2. Примите решение о гипотезах.

Если вычисленные p -значения меньше используемого уровня значимости, это значит, что соответствующие величины F лежат в области отвержения нулевой гипотезы, т.е. вероятность установленного отличия в случае справедливости нулевой гипотезы (равна p -значению) не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, отвергните нулевую гипотезу и примите альтернативную гипотезу о том, что межгрупповая дисперсия выше внутригрупповой для каждого фактора в отдельности, и (или) для их взаимодействия, и (или) интегральная. Иными словами, существует статистически достоверное влияние каждого из факторов A , и (или) B , и (или) их взаимодействия на отклик (значения измеряемых показателей).

7.3. Переведите результаты данной процедуры снова в термины задач исследования. Если альтернативная гипотеза была принята и данные были собраны в достаточно контролируемых условиях, то можно заключить, что данные, полученные при различных уровнях реализации двух факторов, статистически различались. После того как такие выводы сделаны, предполагается, что эффект от изменения уровней реализации указанных факторов будет ожидаться на любой случайно подобранной группе испытуемых из той же выборки, что и экспериментальная группа.

Вычисление двухфакторного параметрического дисперсионного анализа в статистических пакетах

1. Выполнение двухфакторного параметрического дисперсионного анализа в пакете Анализ данных в EXCEL.

В строке меню в верхней части окна программы выберите Сервис, в открывающемся ниспадающем меню пункт Анализ данных и в открывшемся подменю (рис. 6.12) Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями или Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений в зависимости от схемы получения данных в вашем исследовании.

В открывшемся диалоговом окне (рис. 6.13) в поле Входной интервал введите ссылку на массив, содержащий данные измерений. Схема расположения данных во входном интервале представлена на рис. 6.14.

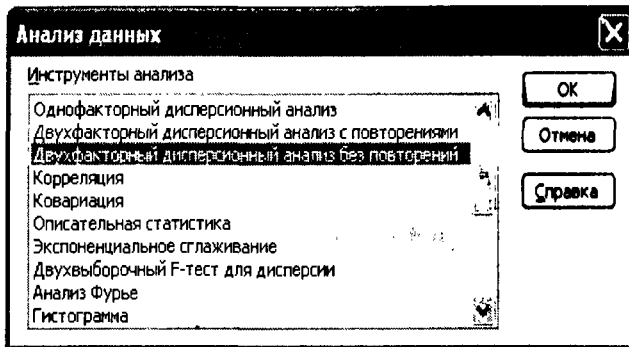


Рис. 6.12. Окно для выполнения Анализа данных в EXCEL

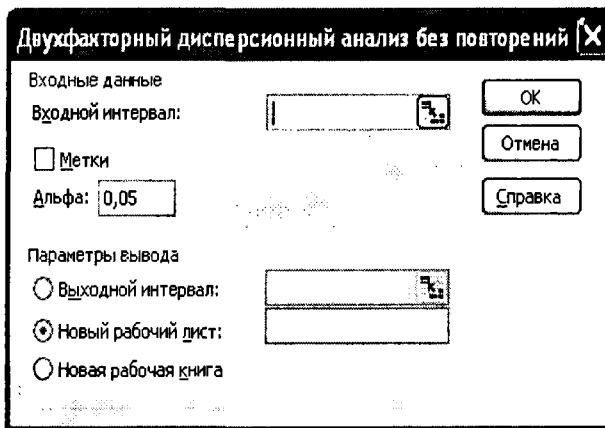


Рис. 6.13. Окно задания массива данных для выполнения двухфакторного параметрического дисперсионного анализа без повторений в EXCEL

	Уровни реализации фактора <i>A</i>			
Градации фактора <i>A</i>	1-й	2-й	...	<i>k</i> -й
Градации фактора <i>B</i>				
Уровни реализации фактора <i>B</i>	Столбец данных	Столбец данных		Столбец данных
...				
<i>l</i> -й	Столбец данных	Столбец данных		Столбец данных

Рис. 6.14. Схема расположения данных во входном интервале при проведении двухфакторного дисперсионного анализа в EXCEL

В простейшем случае двухфакторного дисперсионного анализа без повторений — это таблица, состоящая из столбцов, число которых равно числу градаций первого фактора, а число строк — числу градаций второго фактора. В каждой клетке стоит соответствующая данному сочетанию уровней первого и второго фактора величина отклика.

Анализ данных повторных измерений в EXCEL выполняется только в том случае, если реализация всех соотношений градаций факторов выполнялась на одной и той же выборке.

В поле **Число строк для выборки** введите объем исследуемой выборки. Уровень значимости теста указывается рядом со словом **Альфа**. По умолчанию он равен 0,05. На дополнительно появившемся листе вы увидите все вычисленные показатели, включаемые в отчет. Теперь вы можете сравнить их с тем, что получилось при непосредственных вычислениях.

2. STADIA

В программе STADIA двухфакторный анализ с повторениями называется дисперсионным анализом групповых изменений по схеме 1-внутри- + 1-межгрупповой (если по одному фактору проводились повторные измерения, а по второму независимые) или 2-внутригрупповой (если измерения по обоим факторам проводились по повторной схеме). Двухфакторный анализ с независимыми измерениями называется двухфакторным дисперсионным анализом, который выполняется по схеме:

- ♦ неповторяемого эксперимента (если для каждого сочетания значений факторов может быть измерено одно значение отклика), или
- ♦ повторяемого эксперимента (если для каждого сочетания значений факторов может быть измерено несколько значений отклика), но все выборки независимые.

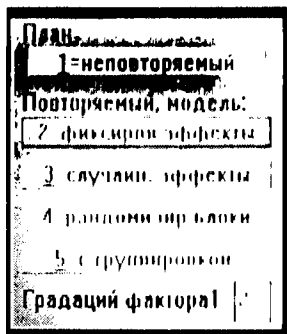
Чтобы выполнить двухфакторный анализ, следует перенести данные из EXCEL в таблицу данных STADIA.

Для неповторяемого эксперимента исходные данные должны представлять собой матрицу, в которой число столбцов равно числу уровней первого фактора, а число строк равно числу уровней второго фактора. Каждая ячейка содержит один отклик, измеренный при соответствующем сочетании уровней исследуемых факторов.

Для повторяемого эксперимента исходные данные должны представлять собой «псевдоматрицу», со столбцами, длины которых необязательно должны быть равны между собой. Наборы данных содержатся в столбцах и располагаются в порядке изменения уровней сначала первого фактора A , а затем второго фактора B : $A1B1, A2B1, \dots, A1B2, A2B2, \dots, A1B3, A2B3, \dots$

В верхней строке меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем пункт **C = Двухфакторный**.

Рис. 6.15. Окно выбора различных способов анализа данных в двухфакторном параметрическом дисперсионном анализе

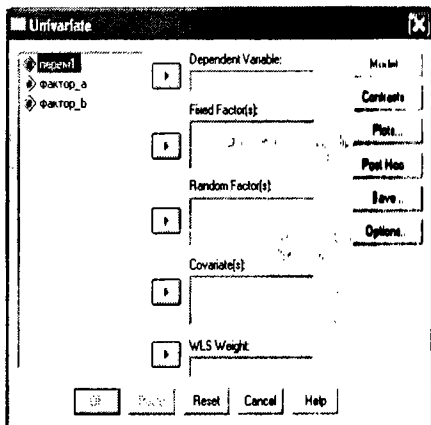


На рис. 6.15 представлено окно выбора различных способов анализа данных в двухфакторном параметрическом дисперсионном анализе. Для модели повторяемого эксперимента необходимо в поле **Число градаций фактора 1** указать нужное число и далее нажать кнопку **2 = фиксиров. эффекты.**

3. SPSS

Для проведения двухфакторного параметрического дисперсионного анализа с помощью SPSS данные должны быть представлены следующим образом. Помимо измерений (значений отклика) необходимо создать две дополнительные переменные. Первая переменная соответствует фактору *A*, вторая — фактору *B*. В каждой из этих дополнительных переменных содержатся значения уровней факторов, при которых соответствующее измерение было сделано. Вставьте эти три столбца данных из EXCEL в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню пункт — **General Linear Model** (Общая линейная модель), а затем **Univariate** (Анализ одной зависимой переменной), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 6.16.

Рис. 6.16. Окно задания переменных и определяемых статистических показателей для двухфакторного параметрического дисперсионного анализа в SPSS



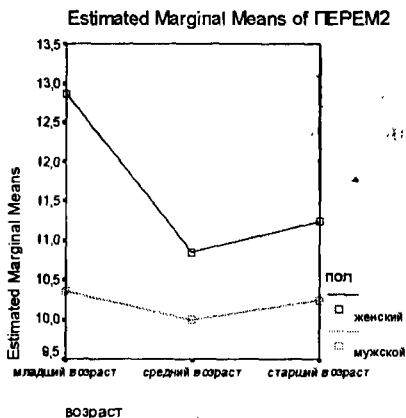


Рис. 6.18. Графики зависимости средних значений выраженности настойчивости от уровня реализации первого фактора при фиксированных уровнях второго фактора

Результаты работы программы STADIA

2-ФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ. Файл:

факторный план: повторяемый, с фиксированными эффектами

Источник	Сум. квадрат	Ст. своб	Ср. квадрат	F	Значимость	Сила влияния
факт.1	148	2	74	4,38	0,0129	-0,0104
факт.2	310	1	310	18,3	7,43E-12	-0,0104
Межфак	81,9	2	41	2,42	0,0874	-0,0104
Остат.	9,65E3	571	16,9			
Общая	1,02E4	576	17,7			

F(фактор1) = 4,38, Значимость = 0,0129, степ.своб = 2,571

Гипотеза 1: <Есть влияние фактора на отклик>

F(фактор2) = 18,3, Значимость = 7,43E-12, степ.своб = 571

Гипотеза 1: <Есть влияние фактора на отклик>

F(межфакт) = 2,42, Значимость = 0,0874, степ.своб = 2,571

Гипотеза 0: <Нет влияния фактора на отклик>

Глава 7. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Регрессионный анализ используется для определения того, какая доля метрической переменной может быть объяснена другими переменными. Таким образом, назначение регрессионного анализа сходно с назначением дисперсионного анализа. Различаются они в возможностях использования. Так, если дисперсионный анализ применяется, когда независимые переменные не являются метрическими, то регрессионный анализ требует, чтобы все переменные — и зависимые, и независимые — были измерены в метрической шкале. В общем случае, когда независимых переменных несколько, говорят о множественном регрессионном анализе.

Если независимые переменные входят в регрессионное уравнение только в виде линейных членов, то такая зависимость называется ли-

нейной. Однако в регрессионном анализе допускаются любые виды зависимостей — в том числе нелинейные.

Простейший случай устанавливает линейный вид зависимости от одной-единственной переменной — одномерная линейная регрессия.

ОДНОМЕРНАЯ ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Основные формулы

Для независимой переменной X , представленной набором экспериментальных данных, и зависимой переменной Y одномерное линейное уравнение устанавливает связь

$$Y = a + bX. \quad (7.1)$$

Это уравнение для любого значения переменной X , равного x , позволяет предсказывать соответствующее значение переменной Y , равное \tilde{y} . Необходимо просто подставить известное значение x в уравнение (7.1): $\tilde{y} = a + bx$.

Однако для каждой из имеющихся пар данных (x_i, y_i) , полученных в ходе эксперимента, значения $\tilde{y}_i = a + bx_i$ и y_i , вообще говоря, не совпадают. Значения $e_i = y_i - \tilde{y}_i$ называются ошибками оценки или остатками¹. Нахождение коэффициентов регрессии a и b сводится к интегральной минимизации этих остатков таким образом, чтобы их сумма квадратов была минимальной из всех возможных: $\sum_i e_i^2 = \min$. Чтобы этого добиться

в линейном случае, необходимо положить:

$$b = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \text{ — коэффициент регрессии;}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \text{ — свободный член;}$$

\bar{Y}, \bar{X} — средние значения переменных Y и X соответственно;

σ_y, σ_x — стандартные отклонения этих переменных;

r_{xy} — коэффициент корреляции Пирсона.

Однако вычисленное с помощью указанных формул уравнение регрессии хоть и минимизирует остатки, но требует статистической проверки своей значимости, т.е. проверки, насколько гипотеза, о том что данная модель действительно удовлетворяет экспериментальным данным (альтернативная гипотеза), может быть предпочтительнее нулевой

¹ Такие ошибки присутствуют всегда в любой процедуре измерения. В традиционной метрологии, связанной с физикой, инженерными работами и пр., они называются погрешностями и обязательно принимаются во внимание. Наличие погрешностей — неизбежность, а не недостаток процедуры.

гипотезы, утверждающей отсутствие значимой связи между переменными X и Y . Интегральным показателем того, насколько экспериментальные данные удовлетворяют теоретической модели (линейному уравнению), служит коэффициент множественной детерминации.

Чтобы воспользоваться статистическим критерием, необходимо вычислить величину F -отношения:

$$F = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (N - 2), \quad (7.2)$$

где N — число наблюдений.

Для определения p -значения F -отношения обратитесь к встроенной в EXCEL функции **FPАСП**.

В вызванном окне (рис. 6.2) введите рядом с X получившееся значение F . В поле **Степени_свободы1** введите единицу, а в поле **Степени_свободы2** $N - 2$.

Указания по вычислению одномерной линейной регрессии в EXCEL

1. Все вычисления «вручную» с помощью EXCEL можно выполнять, основываясь на приведенных выше инструкциях (см. инструкции по вычислению описательных характеристик переменных и коэффициента корреляции Пирсона между ними).

2. В отчет о результатах включите следующие данные:

- ♦ объем выборки;
- ♦ установленный уровень значимости;
- ♦ p -значение регрессии в целом;
- ♦ p -значения и доверительные интервалы вычисленных параметров регрессионной прямой — свободного члена a и коэффициента наклона b .

3. Примите решение относительно гипотез.

3.1. Если p -значение регрессии в целом равно или меньше допустимого уровня значимости, то вероятность статистической близости экспериментальных данных с данными, предсказанными на основании используемого уравнения, в случае справедливости нулевой гипотезы, утверждающей, что связь между переменными X и Y отсутствует, равное p -значению, не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, отвергните нулевую и примите альтернативную гипотезу о том, что одномерная линейная модель, задаваемая регрессионным уравнением, соответствует экспериментальным данным.

В случае, когда вычисленное p -значение больше уровня значимости, вероятность совпадения экспериментальных и модельных данных в случае справедливости нулевой гипотезы (о том, что линейная зависи-

мость Y от X отсутствует) больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то нулевая гипотеза уже не может быть отвергнута, т.е. проверяемая линейная модель не удовлетворяет экспериментальным данным.

3.2. В случае принятия альтернативной гипотезы о регрессионном уравнении в целом примите решение о частных гипотезах в отношении регрессионных коэффициентов a и b .

Если p -значения регрессионных коэффициентов a и (или) b равны или меньше уровня значимости, то вероятность того, что они окажутся равными нулю, равная p -значению не больше, чем выбранный уровень значимости для каждого из них. Если это так, отвергните нулевую и примите альтернативную гипотезу о том, что значения коэффициентов a и (или) b значимо отличаются от нуля и являются вычисленными в ходе анализа значениями в пределах доверительного интервала.

В случае, когда вычисленное p -значение для какого-то коэффициента больше уровня значимости, вероятность того, что этот коэффициент может оказаться равным нулю, больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то вычисленное в ходе анализа значение этого коэффициента не является достоверно отличным от нуля и не может использоваться для дальнейшей интерпретации модели.

Вычисление одномерной линейной регрессии в статистических пакетах

1. Анализ данных в EXCEL

В строке меню в верхней части окна программы выберите Сервис, в открывающемся ниспадающем меню — пункт Анализ данных, затем Регрессия (рис. 7.1).

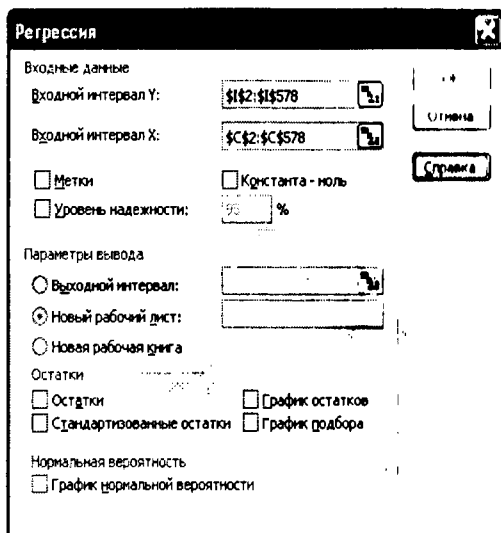


Рис. 7.1. Окно для выполнения одномерной линейной регрессии в пакете Анализ данных в EXCEL

В открывшемся диалоговом окне в поле **Входной интервал Y** введите ссылку на диапазон анализируемых зависимых данных. Диапазон должен состоять из одного столбца. В поле **Входной интервал X** введите ссылку на диапазон независимых данных, подлежащих анализу. В поле **Уровень надежности** указывается требуемый показатель доверия — *допустимый уровень значимости*. По умолчанию он равен 0,95. Если согласно вашей теоретической гипотезе необходимо, чтобы регрессионная прямая проходила через начало координат, т.е. чтобы при нулевом значении независимой переменной значение зависимой переменной также было равно нулю, установите флажок **Константа-ноль**. Если вас интересуют величины и характер распределения остаточных членов, вы можете отметить флажками пункты, находящиеся в поле **Остатки**. Нажмите **ОК**.

2. STADIA

Для вычисления одномерной линейной регрессии с помощью STADIA вставьте столбцы, содержащие данные по переменным X, Y в таблицу данных STADIA.

В верхней строке меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем — пункт **L = Простая регрессия/Тренд**. В открывшемся диалоговом окне (рис. 7.2) перенесите из левого поля переменную X в нижнее правое поле (**X-переменные**), а переменную Y в верхнее правое поле (**Y-переменная**). Нажмите клавишу **Утвердить**. Выберите тип регрессионной линии (рис. 7.3). В данном случае нажмите **1 = линейная**.

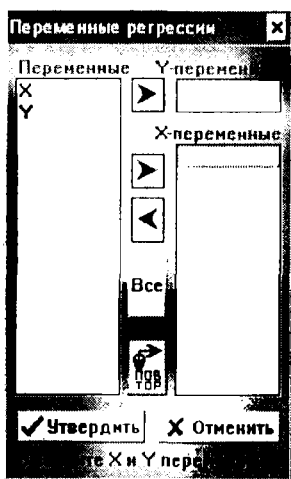


Рис. 7.2. Окно задания переменных для регрессионного анализа в STADIA

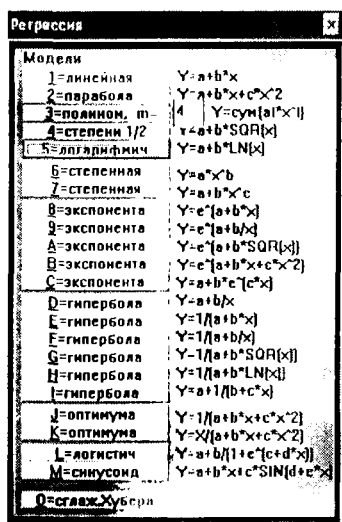


Рис. 7.3. Окно определения вида регрессионной кривой в STADIA

3. SPSS

Для вычисления одномерной линейной регрессии с помощью SPSS вставьте столбцы, содержащие данные по переменным X , Y , в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Regression** (Регрессия), а затем **Linear Regression** (Линейная регрессия), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 7.4. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Dependent** (Зависимая переменная) переменную #перем2, содержащую значения наблюдений переменной Y , а в находящееся под ним поле **Independent(s)** (Независимые переменные) — переменную #перем1, содержащую значения наблюдений переменной X . В данном простейшем случае в качестве метода анализа оставьте стандартный, стоящий по умолчанию **Enter**. Нажмите кнопку **OK**.

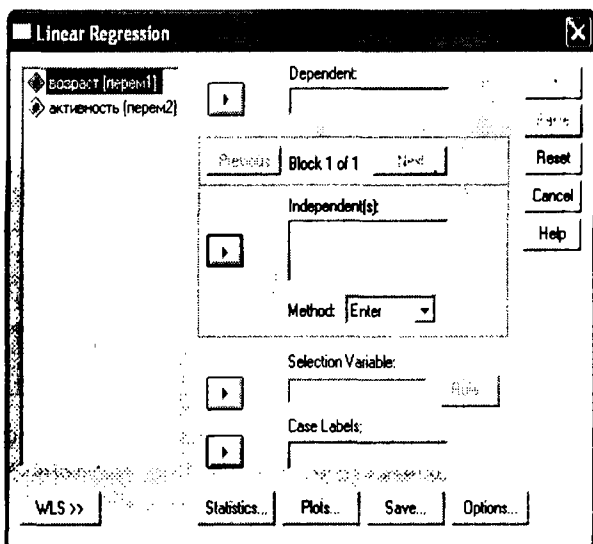


Рис. 7.4. Окно спецификации линейного регрессионного анализа в SPSS

Пример выполнения линейной регрессии

Для выполнения примера используем данные изучения темперамента (см. описание данных выше). Нулевая гипотеза предполагает отсутствие детерминации той или иной черты с возрастом, в то время как альтернативная гипотеза утверждает наличие линейной зависимости

проявления темпераментной черты человека от возраста. Рассмотрим процедуру одномерной линейной регрессии для шкалы *активность*.

Анализ данных в EXCEL дал результаты, представленные в табл. 7.1.

Таблица 7.1

**Результаты выполнения одномерного линейного
регрессионного анализа в EXCEL**

Регрессионная статистика

Множественный R	0,338
R -квадрат	0,114
Нормированный R -квадрат	0,113
Стандартная ошибка	4,478
Наблюдения	577,000

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	1489,713	1489,713	74,294	6,5E-17	
Остаток	575	11529,638	20,052			
Итого	576	13019,352				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t -статистика	p -значение	Нижние 95%	Верхние 95%
У-пересечение	13,442	0,463	29,005	1,2E-114	12,532	14,353
Переменная X 1	-0,090	0,010	-8,619	6,53E-17	-0,111	-0,070

В разделе **Регрессионная статистика** указываются коэффициент детерминации и производные от него величины. Статистическая значимость соответствия модели экспериментальным данным проверяется с помощью F -отношения и соответствующее p -значение указывается в разделе Дисперсионный анализ, столбец **Значимость F**. В данном случае величина очень маленькая (практически нулевая), поэтому можно принимать альтернативную гипотезу о соответствии экспериментальных данных теоретической модели. В нижнем разделе содержатся оценки коэффициентов. Информация о свободном члене (коэффициенте a) содержится в строке **У-пересечение**, а о коэффициенте b — в строке **Переменная X1**. В соответствующем столбце **p -значения** очень близки к нулю для обоих коэффициентов, что позволяет утверждать их статистическую значимость. Отрицательное значение коэффициента b указывает на убывающую зависимость проявления **активности** по мере взросления человека.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS содержится та же информация, что и по результатам работы пакета анализа данных EXCEL, в табл. 7.2–7.4.

В таблице 7.2 содержатся коэффициент детерминации e и производные от него величины. Статистическая значимость соответствия модели экспериментальным данным проверяется с помощью F -отношения и соответствующее p -значение указывается в табл. 7.3. Таблица 7.4 содержит оценки коэффициентов уравнения.

Таблица 7.2

Показатели детерминации линейной одномерной регрессионной модели экспериментальных данных

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,338(a)	,114	,113	4,47790

a Predictors: (Constant), возраст

Таблица 7.3

Характеристики общего соответствия теоретической линейной одномерной регрессионной модели экспериментальным данным

ANOVA(b)

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1489,713	1	1489,713	74,294	,000(a)
	Residual	11529,638	575	20,052		
	Total	13019,352	576			

a Predictors: (Constant), возраст
b Dependent Variable: активность

Таблица 7.4

Статистические характеристики коэффициентов линейной одномерной регрессионной модели

Coefficients(a)

		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
Model		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	13,442	,463		29,005	,000
	возраст	–9,034E-02	,010	–,338	–8,619	,000

a Dependent Variable: активность

Результаты работы программы STADIA

ПРОСТАЯ РЕГРЕССИЯ.

Переменные: X, Y

Модель: линейная $Y = a_0 + a_1 \cdot x$

Y = Y	X					
Коэфф.	a0	a1				
Значение	13,4	-0,0903				
Ст. ошиб.	0,463	0,0105				
Значим.	5,9E-14	3,96E-8				
Источник	Сум. квадр.	Степ. св	Средн. квадр.			
Регресс.	1,49E3	1	1,49E3			
Остаточн	1,15E4	575	20,1			
Вся	1,3E4	576				
Множеств	R R^2	R^2прив	Ст. ошиб.	F	Значим	
0,33826	0,11442	0,11288	4,4779	74,3	1,45E-17	

Гипотеза 1: <Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным>

ОДНОМЕРНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Вполне очевидно, что зависимость одной переменной от другой может существовать, однако в большинстве случаев она не является линейной. Достаточно вспомнить законы Вебера—Фехнера (описываемый логарифмической кривой) или Йеркса—Дотсона (параболической). В связи с этим в общем виде уравнение $Y = F(X)$ может иметь произвольный вид, например, быть многочленом любой степени, больше первой, логарифмической кривой, синусоидой и т.д. Процедура построения модели во всех случаях сходна, включая рассмотренный выше линейный случай¹.

На первом этапе исследователь сам на основе теоретических соображений задает вид кривой. Далее исходя из минимизации остатков методом наименьших квадратов подбираются коэффициенты таким образом, чтобы выполнялось условие $\sum_i e_i^2 = \min$. На третьем этапе выпол-

няется статистическая проверка значимости теоретической модели в целом, т.е. проверяется гипотеза, утверждающая, что данная регрессионная кривая статистически значимо приближает экспериментальные данные (альтернативная гипотеза). И, наконец, проверяются частные гипотезы о том, что все вычисленные коэффициенты значимо отличны от нуля (альтернативная гипотеза).

Вычисления «вручную» — достаточно трудоемкая процедура, поэтому мы не будем приводить ее здесь, заинтересованный читатель мо-

¹ Линейная зависимость может рассматриваться как частный случай полиномиальной зависимости, когда степень многочлена равна единице.

жет обратиться к более полным учебникам по математической и прикладной статистике.

В отчет о результатах необходимо включить следующие данные:

- ♦ объем выборки;
- ♦ формулу кривой;
- ♦ установленный уровень значимости;
- ♦ p -значение регрессии в целом;
- ♦ p -значения и доверительные интервалы вычисленных значений коэффициентов, определяющих регрессионную кривую.

Решение относительно гипотез принимается исходя из следующих соображений.

1. Если p -значение регрессии в целом равно или меньше уровня значимости, то вероятность совпадения экспериментальных данных с предсказанными на основании используемого уравнения в случае справедливости нулевой гипотезы, утверждающей, что связь между переменными X и Y отсутствует, равная p -значению, не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, отвергните нулевую и примите альтернативную гипотезу о том, что одномерная нелинейная модель, задаваемая регрессионным уравнением, соответствует экспериментальным данным.

В случае, когда вычисленное p -значение больше уровня значимости, вероятность совпадения экспериментальных и модельных данных при справедливости нулевой гипотезы (о том, что зависимость Y от X отсутствует) больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то вы не можете отвергнуть нулевую гипотезу, т.е. утверждать, что модель удовлетворяет экспериментальным данным, нельзя.

2. В случае принятия альтернативной гипотезы о регрессионном уравнении в целом примите решение о частных гипотезах в отношении регрессионных коэффициентов.

Если p -значения регрессионных коэффициентов равны или меньше уровня значимости, то вероятность того, что они окажутся равными нулю, равная p -значению, не больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, отвергните нулевую и примите альтернативную гипотезу о том, что значения коэффициентов значимо отличаются от нуля и являются вычисленными в ходе анализа значениями в пределах доверительного интервала.

В случае, когда вычисленное p -значение для какого-то коэффициента больше уровня значимости, вероятность того, что этот коэффициент может оказаться равным нулю, больше, чем выбранный уровень значимости. Если это так, то нельзя утверждать, что вычисленное в ходе анализа значение этого коэффициента значимо отлично от нуля и его не следует использовать для дальнейшей интерпретации модели.

Вычисление одномерной нелинейной регрессии в статистических пакетах

1. В EXCEL одномерную нелинейную регрессию можно выполнять с помощью Мастера построения диаграмм.

В строке меню в верхней части окна программы выберите Вставка, в открывающемся ниспадающем меню — пункт Диаграммы (рис. 7.5).

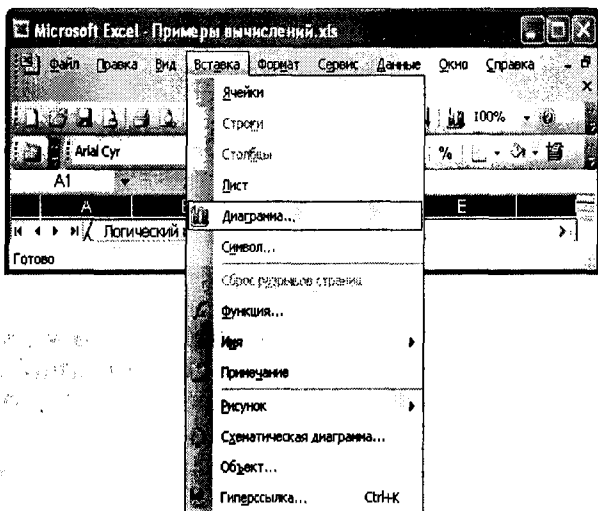


Рис. 7.5. Меню выбора построения диаграммы



Рис. 7.6. Окно выбора построения графика зависимости одного столбца-переменной от другого в EXCEL

Процедура построения диаграммы предусматривает следующие шаги.

1. Выбор типа диаграммы. В поле, содержащем все возможные к построению типы диаграмм (рис. 7.6), укажите **Точечная**. В правой части будут изображены все возможные для построения виды точечных диаграмм. Выберите самый первый (левый верхний) и нажмите кнопку **Далее**.

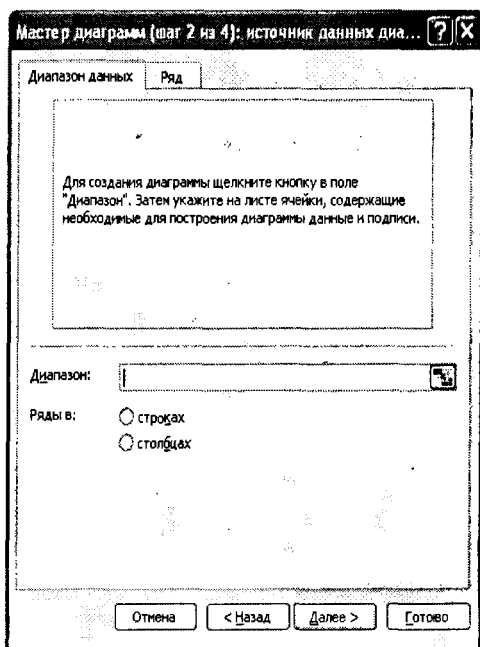


Рис. 7.7. Окно задания массива данных для построения диаграммы

2. Задав диапазон, включающий столбец, содержащий возраст респондентов и полученные ими баллы по шкале *активности* (рис. 7.7), отметьте в кружке, что данные расположены в **столбцах**, и перейдите к вкладке **Ряд**.

В левом поле, содержащем названия рядов (рис. 7.8), оставьте только **Активность**. Проверьте, чтобы поле **Значения X** указывало на столбец, содержащий возраста, а поле **Значения Y** — на столбец с баллами активности. Нажмите кнопку **Далее**.

3. Третий шаг Мастера диаграмм предусматривает возможность придания диаграмме окончательного вида, удобного для восприятия. На этом этапе можно подписать оси, названия для диаграммы, отобразить, добавить к ним названия или вообще скрыть основные оси диаграммы,

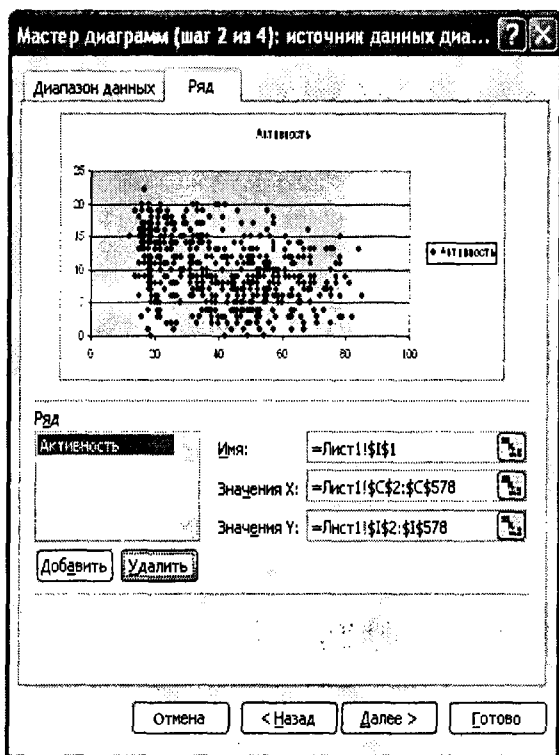


Рис. 7.8. Окно определения характеристик серий данных в Мастере диаграмм в EXCEL

предусмотреть формат вывода промежуточной сетки на диаграмме и интервальные шаги по осям, а также указать содержание и формат вывода дополнительной информации: легенды, метки и т.д. Нам в данном случае эти операции не интересуют, однако рекомендуем читателю иметь в виду такие возможности для визуализации различных числовых массивов, получаемых в ходе всех видов количественного анализа.

4. На этом шаге вы можете выбрать, где должна быть размещена диаграмма: на том же листе, где и анализируемый массив данных, или на новом.

После того как на экране появилась диаграмма, установите стрелку-указатель на любую точку графика и нажмите правую кнопку мыши. В появившемся меню выберите **Добавить линию тренда**.

EXCEL предоставляет достаточно широкий выбор регрессионных кривых (рис. 7.9), вы можете выбрать любую. На вкладке **Параметры** (рис. 7.10) укажите флажками необходимость показывать на диаграмме регрессионное уравнение и величину достоверности аппроксимации R^2 . Нажмите **ОК**.

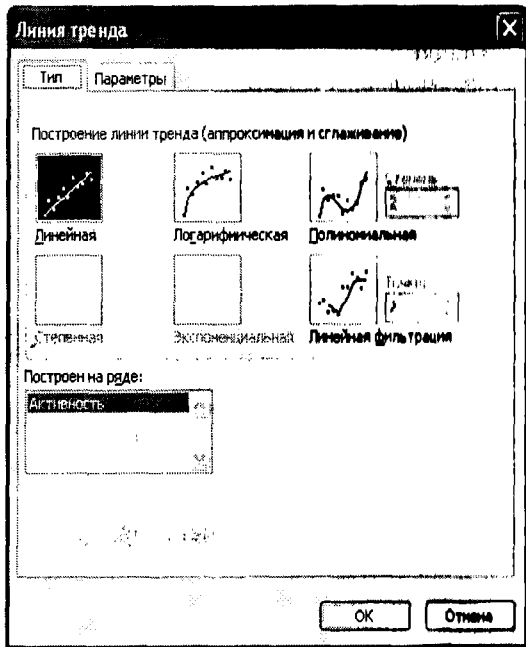


Рис. 7.9. Окно задания вида аппроксимирующей кривой

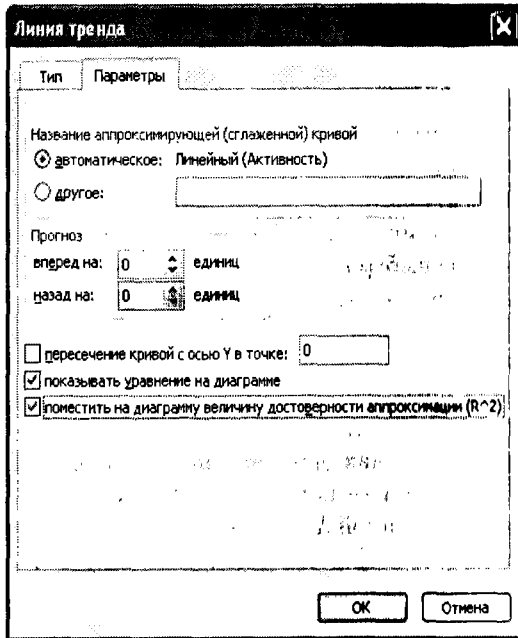


Рис. 7.10. Определение выводимых показателей, полученных в ходе одномерного регрессионного анализа в EXCEL

К сожалению, в этом режиме вы не сможете получить статистические показатели модели, однако достаточно быстро можете попробовать различные модели и сравнить их пригодность с точки зрения величины R^2 . Чем больше ее значение, тем лучше регрессионная модель. Чтобы определить статистическую значимость модели, необходимо самостоятельно «вручную» вычислить F -отношение, пользуясь следующей формулой:

$$F = \frac{R^2 / df_1}{(1 - R^2) / df_2}, \quad (7.3)$$

где df_1 равно числу коэффициентов в одночленах, содержащих независимую переменную. Например, для линейной и логарифмической зависимостей $df_1 = 1$ (так как свободный член, не содержащий независимой переменной, не учитывается). Для общей квадратичной зависимости $df_1 = 2$ (два слагаемых содержат независимую переменную — в степени 1 и в степени 2);
 $df_2 = N - df_1 - 1$, N — число испытуемых (пар значений переменных).

Вычислив F необходимо определить его p -значение с помощью функции FPACП для df_1 и df_2 степеней свободы.

2. STADIA

Для вычисления одномерной нелинейной регрессии с помощью STADIA вставьте столбцы, содержащие данные по переменным X , Y , в таблицу данных STADIA.

В верхней строке меню выберите пункт **Статистика = F9**, затем пункт **L = Простая регрессия/Тренд**. Перенесите из левого поля переменную X в нижнее правое поле (**X-переменные**), а переменную Y в верхнее правое поле (**Y-переменная**) (рис. 7.2). Нажмите клавишу **Утвердить**. Выберите тип регрессионной линии.

3. SPSS

Для вычисления одномерной нелинейной регрессии с помощью SPSS вставьте столбцы, содержащие данные по переменным X , Y , в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Regression** (Регрессия), а затем **Curve Estimation** (Оценка кривых), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 7.11. Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Dependents** (Зависимые переменные) переменную **#перем1**, содержащую значения наблюдений переменной Y , а в находящееся под ним окно **Independent** (Независимая переменная) — переменную **#перем2**, содержащую значения наблюдений переменной X . Отметьте флажками модели (Models), которые вы хотели бы проверить, а также отметьте необходимость вывода **ANOVA table**. Эта таблица содержит статистические характеристики коэффициентов. Нажмите кнопку **OK**.

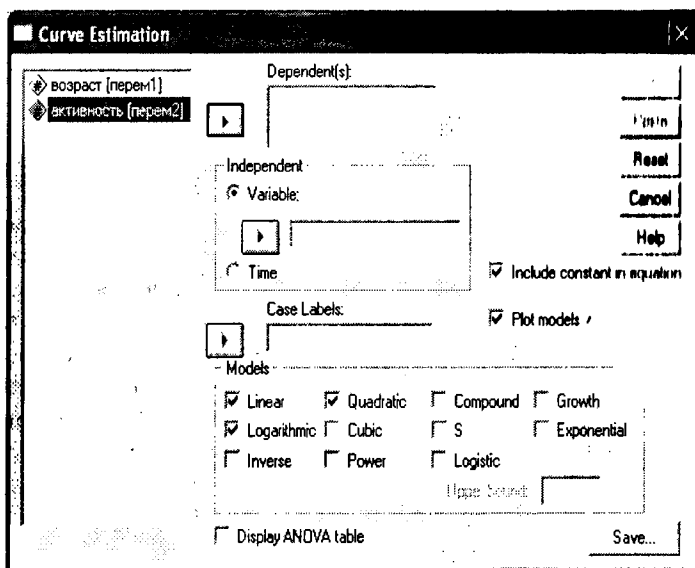


Рис. 7.11. Окно спецификации одномерного регрессионного анализа в SPSS

Пример выполнения одномерной нелинейной регрессии

Продолжим использовать пример зависимости проявления *активности* от *возраста*.

На рис. 7.12 представлены три различные регрессионные кривые: линейная, квадратичная и логарифмическая.

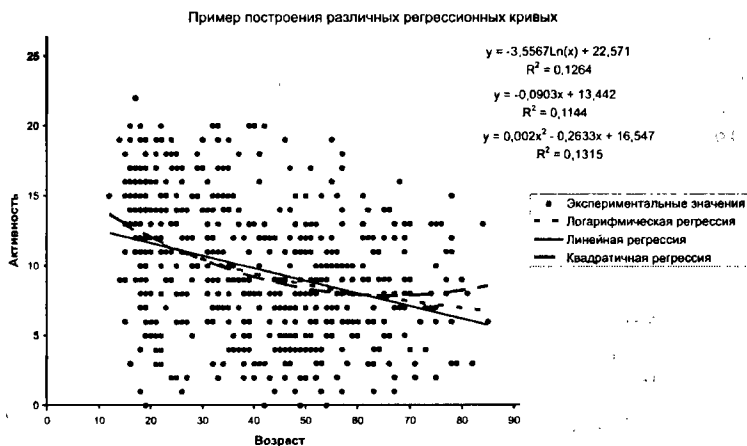


Рис. 7.12. Массив экспериментальных данных и три одномерные регрессионные кривые на одном графике в EXCEL

На этот же график выводятся уравнения регрессионных кривых и коэффициенты детерминации. Так, для линейной регрессионной модели $R^2 = 0,114$, в случае квадратичного приближения $R^2 = 0,132$, а для логарифмической $R^2 = 0,126$.

Результаты работы программы SPSS

В выходном файле работы SPSS для каждой регрессионной модели содержатся значения R^2 и связанных с ним показателей, F -значение и число степеней свободы, на основании чего определяется интегральное p -значение, позволяющее принять или отвергнуть проверяемую модель. Далее следуют значения и статистические характеристики коэффициентов регрессионного уравнения, в том числе p -значения, позволяющие принять гипотезу о значимости каждого из этих коэффициентов. В заключение приводится график, содержащий все три кривые вместе с экспериментальными данными.

Dependent variable.. ПЕРЕМ2 Method.. LINEAR
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R ,33826
R Square ,11442
Adjusted R Square ,11288
Standard Error 4,47790

Analysis of Variance:

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	1	1489,713	1489,7134
Residuals	575	11529,638	20,0515

F = 74,29419 Signif F = ,0000

Variables in the Equation

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
ПЕРЕМ1	-,090336	,010481	-,338265	-8,619	,0000
(Constant)	13,442368	,463452		29,005	,0000

Dependent variable.. ПЕРЕМ2 Method.. LOGARITH
Listwise Deletion of Missing Data
Multiple R ,35554
R Square ,12641
Adjusted R Square ,12489
Standard Error 4,44749

Analysis of Variance:

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	1	1645,735	1645,7351
Residuals	575	11373,617	19,7802

F = 83,20112 Signif F = ,0000

Variables in the Equation

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
ПЕРЕМ1	-3,556693	,389926	-,355537	-9,121	,0000
(Constant)	22,570713	1,413882	15,964	,0000	

Dependent variable.. ПЕРЕМ2 Method.. QUADRATI

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R ,36256

R Square ,13145

Adjusted R Square ,12842

Standard Error 4,43850

Analysis of Variance:

DF Sum of Squares Mean Square

Regression 2 1711,397 855,69869

Residuals 574 11307,954 19,70027

F = 43,43589 Signif F = ,0000

Variables in the Equation

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
ПЕРЕМ1	-,263260	,052586	-,985782	-5,006	,0000
ПЕРЕМ1**2	,001992	,000594	,660535	3,355	,0008
(Constant)	16,547059	1,033256		16,014	,0000

Результаты анализа позволяют говорить о том, что все три проверяемые модели хорошо соответствуют экспериментальным данным, p -значения F -величин меньше установленного уровня значимости. На графике (рис. 7.13) видно, что в области экспериментальных данных эти кривые мало отличаются между собой, поэтому исходя из принципа максимальной простоты следует выбрать линейную регрессию.

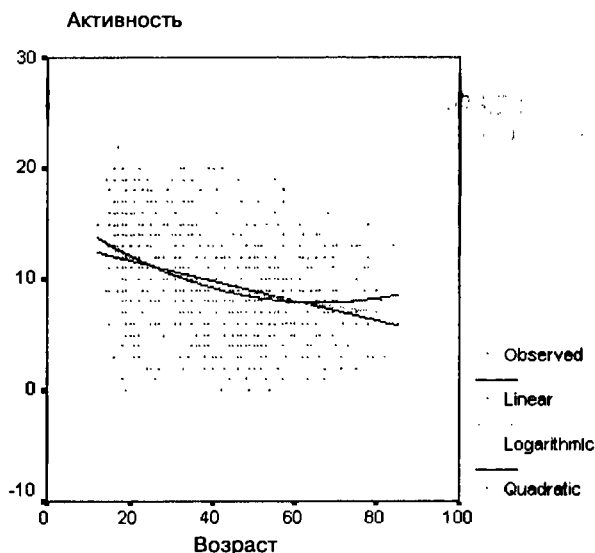


Рис. 7.13. Массив экспериментальных данных и три одномерные регрессионные кривые на одном графике в SPSS

Результаты работы программы STADIA

ПРОСТАЯ РЕГРЕССИЯ

Переменные: X, Y

Модель: парабола $Y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$

Коэфф.	a0	a1	a2			
Значение	16,5	-0,263	0,00199			
Ст.ошиб.	1,03	0,0526	0,000594			
Значим.	3,26E-11	2,09E-5	0,00123			
Источник	Сум.квадр.	Степ.св	Средн.квадр.			
Регресс.	1,71E3	2	856			
Остаточн	1,13E4	574	19,7			
Вся	1,3E4	576				
Множеств	R	R^2	R^2прив	Ст.ошиб.	F	Значим
	0,36256	0,13145	0,12842	4,4385	43,4	1,31E-8

Гипотеза 1: <Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным>

Модель: логарифмическая $Y = a_0 + a_1 \cdot \text{LN}(x)$

$Y = Y \quad X$

Коэфф.	a0	a1				
Значение	22,6	-3,56				
Ст.ошиб.	1,41	0,39				
Значим.	3,38E-11	2,04E-8				
Источник	Сум.квадр.	Степ.св	Средн.квадр.			
Регресс.	1,65E3	1	1,65E3			
Остаточн	1,14E4	575	19,8			
Вся	1,3E4	576				
Множеств	R	R^2	R^2прив	Ст.ошиб.	F	Значим
	0,35554	0,12641	0,12489	4,4475	83,2	6,46E-18

Гипотеза 1: <Регрессионная модель адекватна экспериментальным данным>

Программа STADIA так же строит графики регрессионных кривых (см. рис. 7.14 (а, б, в)).

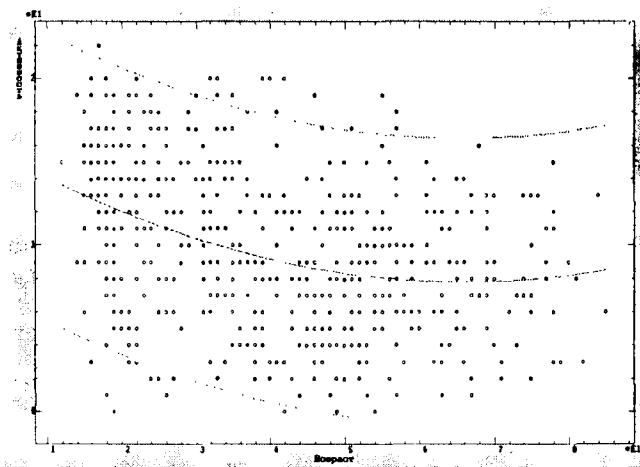


Рис. 7.14а.
График квадратичной регрессионной кривой в STADIA

Рис. 7.14б.
График
логарифмической
регрессионной
кривой в STADIA

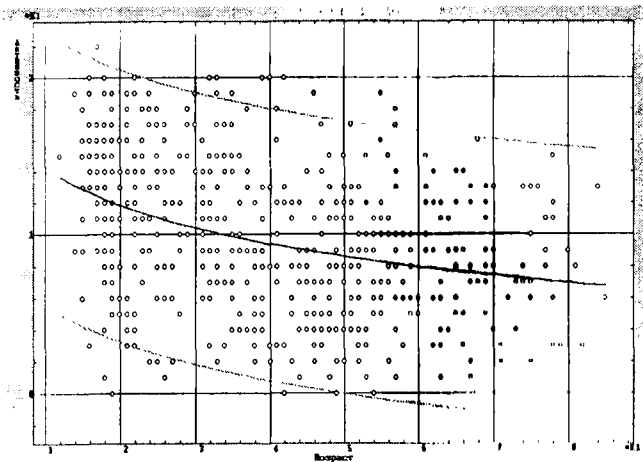
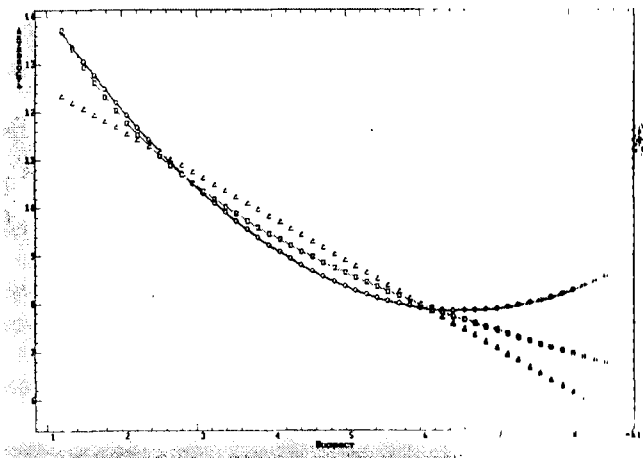


Рис. 7.14в.
Совмещенный
график трех
регрессионных
кривых
в STADIA



Часть 3

МНОГОМЕРНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ

В данном пособии рассматриваются два самых популярных у психологов метода анализа данных: эксплораторный факторный и кластерный анализы. Вычислительные процедуры, лежащие в основе этих методов, громоздки и утомительны, поэтому мы не будем их здесь приводить. Однако заинтересованный читатель при желании может найти их в специальной статистической литературе. Учитывая также, что пособие рассчитано на самый широкий круг читателей, не имеющих глубокой предварительной подготовки, мы приводим здесь простейшие техники указанных методов.

Глава 8. ЭКСПЛОРАТОРНЫЙ ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ, ПОНЯТИЯ И ПРИНЦИПЫ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА

Факторный анализ представляет собой совокупность методов, призванных определить, насколько связанные (коррелирующие) переменные могут быть сгруппированы так, чтобы каждую группу можно было рассматривать как одну составную переменную, или фактор, а не как ряд отдельных переменных. Очень часто при конструировании психологического теста для измерения какой-либо психологической характеристики (латентной переменной, выраженность которой нельзя измерить непосредственно) исследователь придумывает не один, а несколько связанных с этой характеристикой вопросов (наблюдаемых переменных или индикаторов) и дальше на основе ответов, полученных от испытуемого по этим пунктам, вычисляет степень выраженности латентной характеристики. Это делается для того, чтобы повысить надежность измеряемого показателя, увеличить число возможных значений, которые принимает латентная переменная. Именно в этой ситуации использование факторного анализа оказывается наиболее адекватным.

С помощью факторного анализа исследуется взаимосвязь измеряемых индикаторов (наблюдаемых зависимых переменных) и латентных факторов (независимых переменных) между собой. Задача состоит в группировке этого большого числа наблюдаемых переменных в существен-

но меньшее число групп. Каждая группа трактуется как латентная переменная. Латентные переменные полагаются независимыми и детерминирующими измеряемые переменные. Сила детерминации выражается в факторных нагрузках. Чем больше абсолютное значение факторной нагрузки, тем в большей степени измеряемая переменная характеризует соответствующую латентную. Задача интерпретации факторного решения заключается в содержательном объяснении статистически полученной группировки. Для этого сопоставляют отдельные смыслы каждой вошедшей в один фактор переменной и выделяют общий инвариант.

Различают два вида факторного анализа: эксплораторный (разведочный), целью которого является создание (математическое, выполняемое программой на основе вычислений) оптимальной (с математической точки зрения) группировки первичных переменных в факторы, и конфирматорный (подтверждающий). Конфирматорный факторный анализ используют, когда группировка первичных переменных по факторам уже существует (например, исходя из теоретических соображений) и необходимо проверить, насколько она статистически соответствует экспериментальным данным.

В данном случае мы рассмотрим простейший пример эксплораторного факторного анализа. Вычислительные процедуры, лежащие в основе факторного анализа, мы не будем здесь приводить. Однако при желании их можно найти в специальной статистической литературе.

Выполнение факторного анализа начинается с построения матрицы взаимосвязей (чаще всего корреляционной, но большинство программ позволяет также строить и использовать для факторного анализа ковариационную матрицу)¹.

В программе EXCEL не предусмотрено никаких возможностей для выполнения факторного анализа.

Корреляционная матрица

Первым шагом при осуществлении факторного анализа является создание корреляционной матрицы, в которой содержатся коэффициенты корреляции Пирсона всех переменных друг с другом. Корреляция отражает направление и величину линейной зависимости между двумя переменными (см. гл. 5). Коэффициент корреляции принимает значения в диапазоне от $-1,00$ до $+1,00$. Значение коэффициента корреляции, равное $-1,00$, указывает на максимальную обратную зависимость между переменными, при которой присутствие в наблюдении наибольшего

¹ Анализ корреляционной матрицы при проведении факторного анализа в большинстве программ установлен по умолчанию, однако наиболее продвинутые в этом направлении исследователи полагают более правильным анализ матрицы ковариаций.

значения одной переменной встречается одновременно с присутствием наименьшего значения другой переменной, следующее по величине значение первой переменной присутствует в наблюдении со следующим из наименьших значений второй переменной, и т.д. Коэффициент корреляции, равный $+1,00$, указывает на максимальную прямую зависимость между двумя переменными, при которой максимальное значение одной переменной встречается вместе с максимальным значением другой переменной, следующее по величине наибольшее значение первой переменной вместе со следующим по величине наибольшим значением второй переменной, и т.д. Значение коэффициента корреляции, равное $0,00$, указывает на отсутствие линейной зависимости между двумя переменными. Максимальные по модулю значения коэффициента корреляции $+1,00$ или $-1,00$ очень редко встречаются и скорее могут служить предостережением, требующим проверки первичных данных¹. Коэффициенты корреляции, стоящие на диагонали корреляционной матрицы, представляют собой просто корреляции переменных с самими собой и, следовательно, всегда равны $1,00$, а потому не представляют никакого интереса и никакой роли в анализе не играют².

Чем больше по абсолютной величине коэффициент корреляции (независимо от знака), тем сильнее линейная зависимость между двумя переменными. Величина совместной дисперсии, объясняемой тем общим признаком, что присутствует в каких-то двух переменных, есть просто квадрат коэффициента корреляции этих переменных. Максимальное значение величины совместной дисперсии равно $1,00$ ($\pm 1,00^2 = 1,00$), а минимальное $0,00$ ($0,00^2 = 0,00$).

Если имеется некоторая тенденция, проявляющаяся в том, что существуют несколько групп переменных, внутри которых коэффициенты корреляции больше по абсолютной величине, чем коэффициенты корреляции между переменными из разных групп, то говорят о том, что каждая из этих групп детерминирована отдельным фактором. Однако заметить это визуально, глядя на матрицу, особенно включающую большое количество строк и столбцов, практически невозможно. Чтобы определить, действительно ли можно среди всего множества переменных выделить обособленные группы и каково их число, используют формальный статистический метод — эксплораторный факторный анализ.

¹ При проведении факторного анализа рекомендуется исключать как положительно, так и отрицательно высококоррелирующие переменные. Например, из каждой такой группы оставлять для анализа только одну переменную.

² В отличие от ковариаций.

МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ¹

При использовании данного метода компоненты являются синонимом слова «фактор». В методе главных компонент величина объясняемой дисперсии равна числу переменных, поскольку дисперсия, или общность каждой переменной, принимается равной 1.00. Число теоретически возможных компонент математически всегда равно числу переменных, участвующих в анализе. Они всегда упорядочиваются в соответствии с величиной их дисперсии. Первый фактор (компонента) объясняет наибольшую долю общей дисперсии, второй фактор объясняет следующую по величине долю общей дисперсии, которая не была объяснена первым фактором, и т.д., последний фактор объясняет наименьшую долю общей дисперсии. Значения коэффициентов корреляции переменной с каждым фактором дают величины нагрузок данной переменной по этим факторам, если полагать каждый фактор как некоторую гипотетическую латентную переменную. Такая интерпретация коэффициентов корреляции переменных с факторами правомерна. В результате мы допускаем, что факторы могут коррелировать с другими, реальными переменными, и именно эти гипотетические коэффициенты корреляции и называются факторными нагрузками.

Сумма квадратов факторных нагрузок всех переменных по фактору (сумма совместных дисперсий) равна объясняемой этим фактором дисперсии, умноженной на число первичных переменных. Поскольку первый фактор объясняет наибольшую долю общей дисперсии, значения коэффициентов корреляции, или нагрузки, всех переменных по этому фактору будут в среднем самыми высокими, следующими по величине будут нагрузки на второй фактор и т.д. Чтобы вычислить долю общей дисперсии, объясняемой каждым фактором, мы просто суммируем квадраты нагрузок по данному фактору, получаем *собственное*, или *характеристическое*, значение этого фактора и делим эту величину на число переменных.

Определение числа главных компонент, оставляемых для дальнейшего анализа

Поскольку задача факторного анализа — сократить число переменных, сгруппировав их в классы на основе каких-то общих свойств, а теоретически возможно выделить число компонент (факторов), равное

¹ Строго говоря, метод главных компонент не есть метод факторного анализа с математической точки зрения, однако с точки зрения содержательной идеологии они очень похожи. Метод главных компонент является более простым и менее требовательным к данным, поэтому является популярным среди практических психологов и новичков. Он установлен практически во всех известных статистических пакетах, реализующих эксплораторный факторный анализ, по умолчанию.

общему количеству измеряемых переменных, то необходим критерий отбора и решения вопроса о том, сколькими меньшими факторами мы можем пренебречь, учитывая незначительную долю объясняемой ими общей дисперсии. Одним из главных критериев, используемых для решения этого вопроса, является критерий Кайзера, согласно которому не следует рассматривать факторы с собственными значениями, меньшими или равными единице. Обосновать это можно следующим образом. Наибольшая величина дисперсии, объясняемая одной переменной, равна единице, поэтому факторы с собственными значениями, меньшими единицы, могут хорошо объяснить самое большее, дисперсию одной-единственной переменной.

Однако критерий Кайзера может сохранять слишком много факторов в случае большого числа переменных и слишком мало факторов в случае малого числа переменных. Существует альтернативный критерий «каменистой осыпи» (англ. *scree test*). Он связан с нахождением отчетливой границы между первыми большими факторами, с точки зрения объяснения значительной части общей дисперсии, и следующими за ними меньшими факторами, объясняющими примерно равные по величине малые доли общей дисперсии. Чтобы определить, где проходит эта граница, собственные значения каждого фактора изображают точками на плоскости, где по вертикали откладывают собственное значение, а по горизонтали располагают номера факторов в порядке уменьшения величин соответствующих собственных значений (рис. 8.14). «Каменная осыпь» представляет собой геологический термин для обозначения обломков горных пород, скапливающихся у подножья крутого склона и скрывающих настоящее основание самого склона. Факторы, образующие сам склон, считаются важными для рассмотрения, а факторы, представляющие «каменистую осыпь», — нет. Последние можно определить путем проведения прямой линии либо через точки, представляющие соответствующие собственные значения, либо в непосредственной близости от них. В результате число незначимых факторов определяется количеством точек, лежащих вблизи этой прямой линии (каменистой осыпи). Однако выбор, с какого же фактора на самом деле начинается «осыпь», — процедура субъективная. В этом случае может оказаться полезным сравнение общего набора переменных, имеющих в альтернативных моделях значимые факторные нагрузки, с целью определить, какое же из решений имеет больший смысл. Выбор числа значимых факторов, основанный на сравнении решений с точки зрения их осмысленности, имеет существенный недостаток, связанный с отсутствием формальных статистических критериев. Иначе говоря, в этом случае исследователь должен выбрать модель исходя из своих субъективных предпочтений. Здесь стоит отметить, что даже в тех слу-

чаях, когда общепризнанные статистические критерии существуют, субъективность при выборе того или иного решения (гипотезы, модели) также присутствует. Например, выбор границы уровня значимости, т.е. допускаемой вероятности совершить ошибку первого рода, выбирается исследователем и может быть конвенциональным: 0,05, 0,1, 0,01 (а также любым другим числом в диапазоне от 0 до 1).

Причины для осуществления вращения факторов будут обсуждаться в следующем разделе. Если с помощью проведения прямых линий можно выделить несколько осыпей, то заслуживающей максимального доверия считается самая верхняя из них, устанавливающая наименьшее число значащих факторов.

Для каждой переменной можно вычислить ее *общность*, т.е. вариативность, объясняемую выделенными факторами. Для этого необходимо суммировать квадраты факторных нагрузок этой переменной по оставленному числу факторов. Чем больше полученная величина, тем полнее учитывается данная переменная объясняемой факторной моделью¹. Максимально возможная общность равна единице. Реально она всегда меньше.

Вращение факторов

Математическая процедура, позволяющая прояснить содержательный смысл выделенных на предыдущем этапе начальных главных компонент, объясняющих большую часть общей дисперсии переменных, называется вращением. Факторные нагрузки преобразуются по специальным формулам. Эти преобразования факторов производятся по формулам таким образом, что если сопоставить старые и новые факторы, полученные после пересчета факторных нагрузок, в многомерном пространстве, координатами которого являются значения факторных нагрузок у этих факторов по всем первичным переменным, то геометрически это будет выглядеть как поворот на какой-то угол вокруг начала координат. Существует множество способов таких преобразований (вращений). Наиболее распространенным способом вращения является Varimax (Варимакс), при котором факторы остаются независимыми или ортогональными по отношению друг к другу, так что баллы испытуемых по одному из факторов не коррелируют с баллами по другим факторам. Метод варимакс пытается максимизировать дисперсию, объясняемую значимыми (отобранными на предыдущем этапе с

¹ Показатели общности могут быть полезными при выборе между альтернативным числом факторов. Обдумывая свой выбор, посмотрите на переменные, имеющие высокие показатели общности в сравниваемых моделях. Возможно, с содержательной точки зрения какой-либо из альтернативных наборов покажется более осмысленным.

помощью критерия Кайзера, следа или другими способами) факторами путем еще большего увеличения величин коэффициентов корреляции (факторных нагрузок), высоко коррелирующих с этим фактором переменных, и уменьшения коэффициентов корреляции, низко коррелирующих с этим фактором переменных.

В отечественной психологии вращение выполняется как минимум в 80% случаев применения эксплораторного факторного анализа (хотя существует точка зрения, что лучше обойтись и без него (Кулаичев, 2006)), при этом именно варимакс используется в 99%. Западные коллеги все чаще и чаще стремятся просчитывать модели, допускающие, что латентные переменные-факторы не обязательно должны быть ортогональны по отношению друг к другу, и для этого используют косоугольные вращения. Примером такого типа преобразования является поворот прямой облимин. *Direct oblimin* происходит от слова *oblique* — в геометрии острый или тупой, наклонный, т.е. неортогональный (непрямой). Результаты косоугольного вращения обычно представляются в двух матрицах. Первая — это так называемая матрица факторного отображения (в SPSS *pattern matrix*), которая обычно приводится в выходных файлах, содержащих результаты анализа. Матрица факторного отображения показывает, как переменная и фактор связаны напрямую, т.е. коэффициенты детерминации переменной фактором. Однако поскольку в результате косоугольного вращения факторы коррелируют, то можно говорить о том, что фактор связан с переменной не только на прямую, но и еще косвенным опосредованным образом через другие факторы. Например, если прямая взаимосвязь переменной V с фактором F_1 равна a_1 , а с фактором F_2 равна a_2 , то соответствующее факторное уравнение будет выглядеть так:

$$V = a_1 F_1 + a_2 F_2 + e \quad (e \text{ — остаточный член}).$$

В матрице факторного отображения в столбце 1 в строке соответствующей переменной V будет стоять a_1 , а в столбце 2 в этой строке будет стоять a_2 . Однако если корреляция между факторами равна r , то между переменной V и фактором F_1 помимо прямой связи есть еще и опосредованная (косвенная) через фактор F_2 и равна она $a_2 r_{12}$. Точно так же между переменной V и фактором F_2 есть опосредованная связь через фактор F_1 , равная $a_1 r_{12}$. Показатели взаимосвязи, учитывающие не только прямые, но и косвенные взаимосвязи, содержатся в структурной матрице. Структурная матрица совпадает с матрицей факторного отображения, когда коэффициенты r_{ij} между всеми факторами равны нулю, т.е. факторная структура является ортогональной.

Вследствие этого если в результате предварительного косоугольного вращения выяснилось, что коэффициенты корреляции между факторами очень маленькие, то проще и корректнее осуществить вращение по методу варимакс.

Существуют разные точки зрения, какую матрицу при косоугольном вращении лучше интерпретировать — факторного отображения или структурную. Единого мнения в этом вопросе нет, и ответ на этот вопрос должен в большинстве случаев определяться целями исследования.

Факторные значения (баллы)

Вычислив факторные нагрузки, определим значения факторов (факторные баллы) для каждого наблюдения (испытуемого), т.е. координаты каждого испытуемого в новом факторном пространстве. Эта процедура позволяет описывать каждого респондента уже не с помощью первичных переменных, а в терминах латентных характеристик. Конечно, часть характеристической информации теряется, однако описание меньшим, обозримым для человеческого восприятия числом более надежных показателей имеет неоспоримые преимущества.

Отчет о результатах

Форма отчета о проведении анализа по методу главных компонент в определенной степени зависит от целей его проведения, а также от жанра публикации (тезисы, статья, диссертация, технический отчет). В самом полном случае необходимо указать размерность первичной матрицы, каким методом она факторизовалась и вращалась, сколько факторов и по какому критерию было выделено. Кроме того, необходимо указать вклад каждого фактора в общую дисперсию и привести матрицу взаимосвязей переменных и факторов (либо факторных нагрузок в случае ортогональных факторов, либо одну из двух при косоугольном вращении: факторного отображения или структурную). Если объемы публикации не позволяют, то необходимо указать хотя бы те переменные, которые имеют максимальные нагрузки по каждому фактору, чтобы читатель мог согласиться или не согласиться со сделанной автором интерпретацией факторов. Если оказалось, что факторы существенно коррелируют между собой, то необходимо привести матрицу их корреляций.

Графические построения

Для наглядного представления результатов факторного анализа используют:

- ♦ график факторной осыпи. По оси абсцисс через равные промежутки откладываются номера факторов, а по оси ординат — соответствующие им собственные значения. Точки соединяются линиями;

- ♦ размещение первичных переменных в факторном пространстве. Каждая точка в таком координатном пространстве, чаще в его проекции на координатную плоскость, образованную какими-либо двумя факто-

рами, соответствует той или иной первичной переменной. Координатами являются факторные нагрузки;

♦ размещение наблюдений в факторном пространстве. В этом случае точки соответствуют наблюдениям. Координатами являются факторные значения (баллы) наблюдений по соответствующим факторам.

Выполнение факторного анализа в статистических пакетах

1. SPSS

Для проведения факторного анализа в SPSS данные должны представлять собой матрицу. Каждая строка — это наблюдение (например, испытуемый, респондент), а столбцы соответствуют вопросам, на которые все респонденты отвечают. В терминах программы — это переменные, которые факторизируются (т.е. группируются) в ходе анализа. Факторизируемая матрица называется матрицей первичных данных¹.

Для проведения эксплораторного факторного анализа с помощью SPSS вставьте 6 столбцов, содержащих ответы на 6 вопросов (6 переменных), в окно **Data Editor** (Редактор данных). В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню — пункт **Data Reduction** (Сокращение данных), а затем **Factor** (Факторный анализ), что приведет к открытию необходимого диалогового окна, изображенного на рис. 8.1.

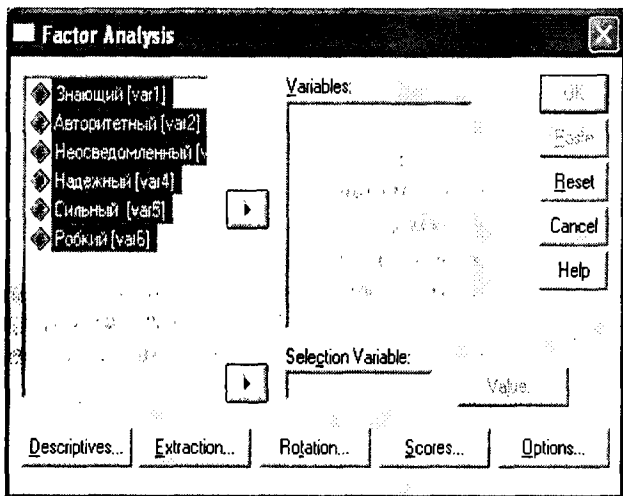


Рис. 8.1. Окно спецификации процедуры факторного анализа в SPSS

¹ Возможно также использование в качестве исходного массива данных матрицы корреляций или ковариаций. Но это уже более сложный вариант и мы не будем его здесь рассматривать.

Перенесите из общего поля с переменными (слева) в верхнее правое поле **Variables** (Переменные) переменные **#var1 — #var6** (содержащие значения баллов по каждой из шести шкал, название каждой шкалы предварительно введите в виде меток для удобства чтения выходных файлов)¹.

Нажмите **Descriptive**, что приведет к открытию следующего диалогового окна (рис. 8.2).

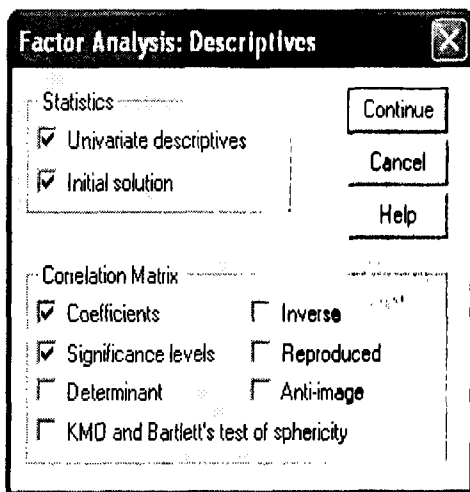


Рис. 8.2. Окно спецификации предварительного анализа данных при проведении факторизации в SPSS

Собственно опции этого окна не содержат команд, касающихся непосредственно факторного анализа, однако некоторые из полей полезно отметить, так как выполнение соответствующих команд является своеобразной формой контроля: все ли данные правильно прочитались, нет ли где пропусков и т.д. Отметьте флажками в группе **Statistics** (Статистические показатели): **Univariate descriptives** (Описательная статистика отдельных переменных), а в группе **Correlation Matrix** (Корреляционная матрица) — **Coefficients** (Коэффициенты) и **Significance level** (Уровень значимости). Нажмите кнопку **Continue** и вернитесь к предыдущему окну.

Нажмите кнопку **Extraction** (Извлечение факторов), чтобы открыть диалоговое окно **Factor Analysis: Extraction** (Факторный анализ: Извлечение факторов), представленное на рис. 8.3.

¹ Поскольку в дальнейшем при рассмотрении конкретного примера мы будем использовать данные по шести переменным, то и сейчас, говоря о принципах работы в SPSS, мы иллюстрируем все процедуры на этих же шести переменных. Однако, конечно, возможности SPSS существенно шире и позволяют по той же схеме факторизовать практически неограниченное количество переменных.

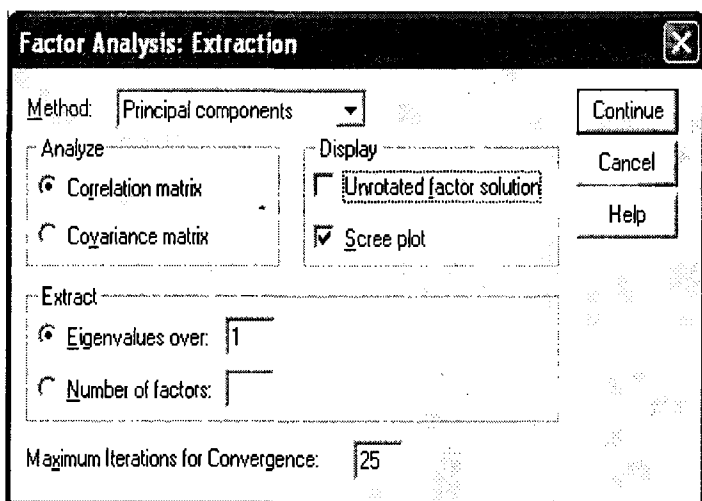


Рис. 8.3. Окно спецификации способа факторизации связанных с этим параметров в SPSS

Установите флажок **Scree plot** (График собственных значений) в группе флажков **Display** (Отображать), чтобы получить график собственных значений («каменистую осыпь»). По умолчанию в SPSS предполагается выполнять 25 итераций для реализации процедуры извлечения факторов. В случае 6 переменных этого вполне достаточно, однако при анализе больших наборов данных может потребоваться более 25 итераций, обеспечивающих нормальное выполнение факторизации. В этом случае следует увеличить значение в поле **Maximum Iterations for Convergence** (Максимальное число итераций для сходимости) до 50 или 100 вначале и более — в случае необходимости. В качестве критерия для выделения значимого количества факторов в SPSS по умолчанию используется критерий Кайзера, оставляющий факторы с собственными значениями, превосходящими единицу. Однако можно оставить меньше или больше факторов. Для этого нужно указать число в поле рядом с переключателем **Number of factors** (Число факторов) в группе **Extract** (Извлечение факторов). Нажмите кнопку **Continue** (Продолжить), чтобы вернуться в диалоговое окно **Factor Analysis** (Факторный анализ).

Нажатие кнопки **Rotation** (Вращение) приводит к открытию диалогового окна **Factor Analysis: Rotation** (Факторный анализ: Вращение), представленного на рис. 8.4.

В рамках одной сессии анализа можно выполнить только одно вращение. Чтобы выполнить ортогональное вращение, установите переключатель **Varimax** (Варимакс). В следующей сессии анализа, чтобы

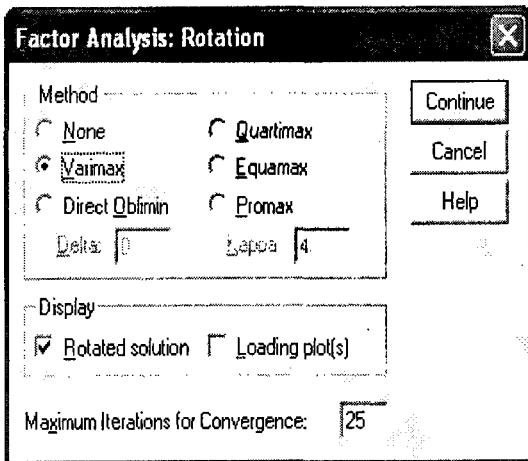


Рис. 8.4. Окно спецификации вращения факторов в SPSS

выполнить косоугольное вращение, установите переключатель **Direct Oblimin**. Чтобы вывести график размещения первичных переменных в факторном пространстве, отметьте флажком **Loading plot(s)** в блоке **Display** (Предъявить).

Если вы хотите вывести факторные нагрузки в порядке убывания их величин, нажмите кнопку **Options** (Опции), чтобы открыть диалоговое окно **Factor Analysis: Options** (Факторный анализ: Опции), представленное на рис. 8.5.

Установите флажок **Sorted by size** (Сортировать по величине) в группе **Coefficient Display Format** (Формат вывода коэффициентов). Нажмите **Continue** (Продолжить), чтобы вернуться в диалоговое окно **Factor Analysis** (Факторный анализ). Щелкните на кнопку **OK** и проведите анализ. Эта опция оказывается полезной при анализе большого

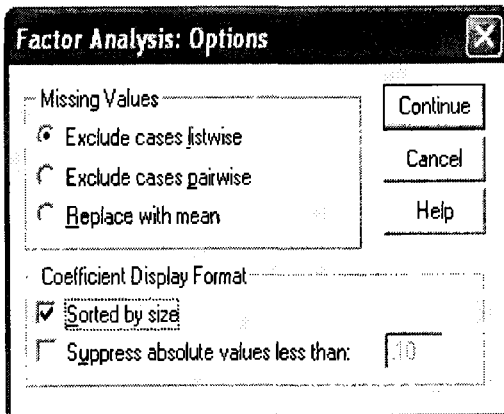


Рис. 8.5. Окно задания формата вывода вычисленных показателей и работы с неполными данными в SPSS

количества переменных, позволяет видеть, какие из переменных имеют самые высокие абсолютные значения факторных нагрузок по рассматриваемым факторам.

Чтобы вывести факторные значения *factor scores* (баллы) в окне, изображенном на рис. 8.1, нажмите кнопку **Scores**. В следующем окне (рис. 8.6) отметьте флажком **Save as variables** (Сохранить как переменные). В качестве метода в группе **Method** по умолчанию оставьте **Regression** (Регрессию), нажмите кнопку **Continue** (Продолжить).

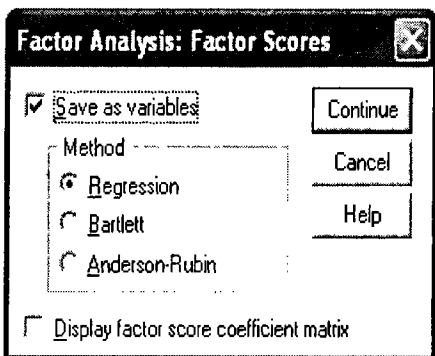
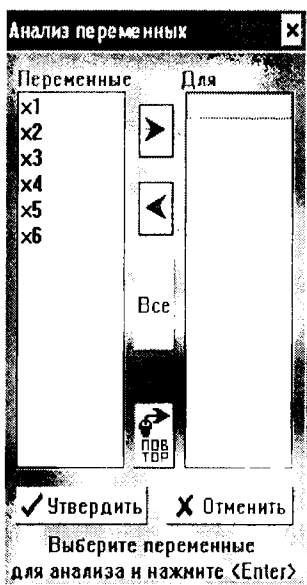


Рис. 8.6. Окно спецификации способа вычисления факторных баллов и их сохранение в файл в SPSS



2. STADIA

Для проведения факторного анализа в STADIA данные должны представлять собой матрицу, аналогичную анализируемой в SPSS. Каждая строка — это наблюдение (испытуемый, респондент), а столбцы соответствуют вопросам, на которые все респонденты отвечают. Факторизируются переменные. Факторизируемая матрица называется матрицей первичных данных¹.

Для проведения эксплораторного факторного анализа вставьте 6 столбцов, содержащих ответы на 6 вопросов (6 переменных), в окно **Редактора данных**. В верхней строке меню выберите пункт **Статистика=F9**, выберите пункт **P=Факторный**.

Рис. 8.7. Окно выбора переменных для анализа в STADIA

¹ В STADIA также возможен анализ корреляционной матрицы.

В окне, представленном на рис. 8.7, выберите переменные для анализа из левого поля и перенесите их в правое. Нажмите кнопку **Утвердить**.

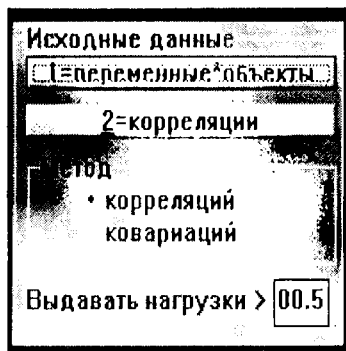


Рис. 8.8. Окно определения вида матрицы исходных данных, подлежащей факторизации в STADIA

В окне, представленном на рис. 8.8, нажмите кнопку **1=переменные*объекты**, которая означает, что исходные данные для анализа организованы в матрицу первичных данных: строки соответствуют объектам¹, столбцы — переменным. Если было бы необходимо сразу факторизовать корреляционную или ковариационную матрицы, то следовало бы нажать кнопку **2=корреляции**. Поле рядом со словами **Выдавать нагрузки >** устанавливает фильтр, и в результирующей матрице факторных нагрузок незначимые нагрузки будут опущены. По дополнительному запросу можно выводить в результирующей файл средние значения и корреляционную матрицу (рис. 8.9). Как и в случае программы SPSS, это полезная опция, позволяющая проконтролировать правильность прочтения данных.

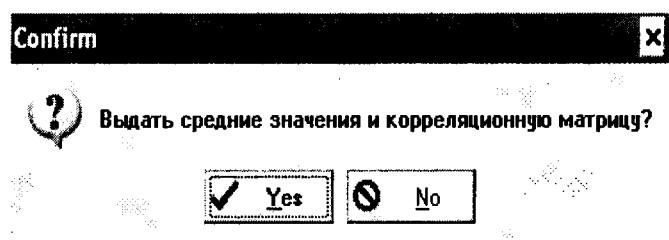


Рис. 8.9. Окно подтверждения выдачи дескриптивных показателей в STADIA

¹ В данном случае термин «объект» является синонимом слова «наблюдение».

На следующем шаге программа выдает график следа в специальном файле-вкладке **Gr1**.

На рисунке 8.10 представлено меню выбора типа вращения. В нижнем поле укажите число фактором и нажмите кнопку **1=варимакс** или **5=обликью**¹.

Рис. 8.10. Окно спецификации вращения в STADIA

Окно, представленное на рис. 8.11, позволяет вывести размещение первичных переменных в факторном пространстве. Координатами точек будут факторные нагрузки этих переменных по соответствующим факторам.

Рис. 8.11. Окно STADIA задания осей факторного пространства для размещения переменных

Рис. 8.12. Окно STADIA задания осей факторного пространства для размещения наблюдений

¹ Дословно английское слово *обликью* (*oblique*) переводится на русский язык как косоугольный, однако, строго говоря, в англоязычной литературе для обозначения этого косоугольного вращения используется термин «облимин», подобно тому, как термин «вармакс» используется для названия ортогонального вращения.

Окно, представленное на рис. 8.12, позволяет вывести размещение наблюдений (респондентов) в факторном пространстве. Координатами точек будут факторные значения (баллы) наблюдений по соответствующим факторам.

При нажатии кнопки **Утвердить** в обоих случаях программа выдает график. В первом случае (рис. 8.11) это будут переменные в проекции факторного пространства, задаваемого двумя указанными **факторами X и Y**, во втором в плоскости, задаваемой двумя факторами, будут размещены наблюдения. Если поставить указатель мыши на этот график и нажать правую кнопку, то появится меню команд, изображенных на рис. 8.13.

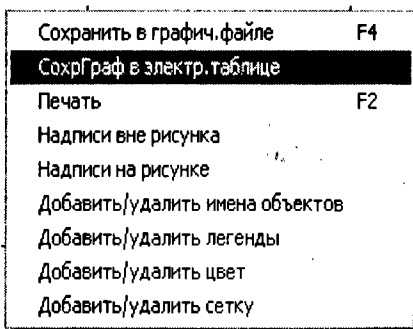


Рис. 8.13. Меню работы с графиком в STADIA

Выбрав опцию **СохрГраф в электр. таблице**, можно в начальной таблице в **Редакторе данных** получить новые переменные: факторные значения объектов по указанным в качестве **X и Y** факторам.

Пример для выполнения эксплораторного факторного анализа

Для примера используем данные из гипотетического исследования **профессиональной компетентности и общей уверенности в себе**. Представим себе, что респондентами являются профессионально реализовавшиеся люди и каждый из них отвечает на вопросы, касающиеся этих сфер. Исследователя может интересовать вопрос, является ли в этом случае **уверенность в себе** следствием **профессиональной компетентности** (т.е. это части одного общего фактора) или же эти два фактора различны.

Чтобы не усложнять пример, ограничимся тремя вопросами по **профессиональной компетентности** и тремя — по **уверенности в себе**, хотя в большинстве случаев использования факторного анализа оперируют бóльшим числом переменных.

Итак:

К1 Разговаривая с коллегами по профессиональным вопросам, я знаю, о чем идет речь.

К2 Я пользуюсь авторитетом среди коллег на работе как хороший специалист в своем деле.

К3 Я чувствую, что плохо осведомлен о последних достижениях в моей профессиональной деятельности.

У1 На меня можно положиться в жизненных ситуациях.

У2 Я оказываюсь сильнее обстоятельств.

У3 Я робею в присутствии других людей.

Ответы на каждый из этих вопросов даются по 5-балльной шкале, где 1 означает «никогда», 2 — «иногда», 3 — «часто», 4 — «большую часть времени» и 5 — «всегда».

Для краткости будем обозначать переменные, соответствующие ответам на каждый из вопросов, следующим образом:

К1 Знающий.

К2 Авторитетный.

К3 Неосведомленный.

У1 Надежный.

У2 Сильный.

У3 Робкий.

В файле данных *Примеры.xls* Лист: **Уверенность в себе и компетентность** приведены ответы десяти испытуемых. Мы ограничились малым количеством респондентов только потому, что пример учебный. При проведении факторного анализа с исследовательской целью число испытуемых должно быть существенно больше.

Результаты работы программы SPSS

Таблица 8.1

Корреляционная матрица

Correlation Matrix

		Знающий	Автори- тетный	Неосведом- ленный	Надеж- ный	Сильный	Робкий
Corre- lation	Знающий	1,000	,774	-,630	,288	,367	-,297
	Автори- тетный	,774	1,000	-,508	,348	,452	-,559
	Неосве- домленный	-,630	-,508	1,000	-,414	-,500	,421
	Надежный	,288	,348	-,414	1,000	,670	-,750
	Сильный	,367	,452	-,500	,670	1,000	-,548
	Робкий	-,297	-,559	,421	-,750	-,548	1,000

Наибольший по абсолютной величине коэффициент корреляции в табл. 8.1 равен 0,774 (корреляция между **Знающий** и **Авторитетный**). Следующая по абсолютной величине корреляция между **Сильный** и **Надежный** равна 0,670, далее по убыванию **Неосведомленный** и **Знающий** – 0,630. Наименьший по абсолютной величине коэффициент корреляции — между **Надежный** и **Знающий** равен 0,288.

Если мы посмотрим на значения коэффициентов корреляции в таблице 8.1, то увидим, что в большинстве своем пункты вопросника, связанные с компетентностью, сильнее коррелируют друг с другом, чем с пунктами, связанными с уверенностью в себе, а последние в свою очередь сильнее коррелируют между собой, чем с пунктами, связанными с компетентностью. Таким образом, можно предположить существование двух отдельных групп для пунктов, связанных с компетентностью и уверенностью в себе. Например, коэффициент корреляции между **Знающим** и **Авторитетным** равен 0,774, в то время как коэффициент корреляции между **Знающим** и **Надежным** равен всего лишь 0,288. Однако существуют и исключения, поскольку абсолютная величина коэффициента корреляции между **Авторитетным** и **Робким**, входящим в разные группы пунктов, больше по абсолютной величине (–0,559), чем абсолютная величина коэффициента корреляции между **Авторитетным** и **Неосведомленным** (–0,504). Как видно даже в этом простейшем случае шести переменных, невозможно однозначно установить, глядя на корреляционную матрицу, можно ли разбить на слабо связанные между собой группы имеющиеся первичные переменные. Следовательно, процедура факторного анализа является необходимой.

В таблице 8.2 приведены статистические характеристики шести главных компонент. Как можно видеть, все шесть переменных сильнее всего коррелируют с первым фактором (компонентой — **Component**) — собственное значение (**Initial Eigenvalues**) здесь наибольшее. Помимо этого указаны доли общей дисперсии (**% of Variance**), объясненной этими шестью главными компонентами.

Таблица 8.2

Объясняемая дисперсия в SPSS

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative, %	Total	% of Variance	Cumulative, %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3,512	58,530	58,530	3,512	58,530	58,530	2,369	39,485	39,485
2	1,146	19,107	77,637	1,146	19,107	77,637	2,289	38,152	77,637
3	,570	9,495	87,132						

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative, %	Total	% of Variance	Cumulative, %	Total	% of Variance	Cumulative %
4	,406	6,773	93,905						
5	,270	4,507	98,413						
6	9,524E-02	1,587	100,000						

Extraction Method: Principal Component Analysis

Чтобы их вычислить, необходимо возвести в квадрат нагрузки всех переменных по этому фактору (см. табл. 8.3), сумма этих квадратов равна собственному значению соответствующего фактора. Разделив собственное значение на количество переменных, найти долю общей дисперсии¹.

Таблица 8.3

**Матрица факторных нагрузок по всем компонентам
(до вращения) в SPSS**

Component Matrix(a)

	Component					
	1	2	3	4	5	6
Знающий	,726	,609	2,719E-02	7,008E-02	,270	-,152
Авторитетный	,795	,396	,380	,134	-,140	,173
Неосведомленный	-,753	-,269	,470	,345	,133	-5,215E-02
Надежный	,758	-,542	-1,072E-02	-6,558E-02	,336	,120
Сильный	,773	-,306	-,294	,447	-,144	-5,215E-02
Робкий	-,784	,399	-,342	,246	,163	,149

Extraction Method: Principal Component Analysis

a 6 components extracted.

Как следует из табл. 8.2, первые два фактора имеют собственные значения, превосходящие единицу, в то время как собственные значения остальных четырех факторов меньше единицы. Таким образом, если мы воспользуемся критерием Кайзера, следует оставить только два первых фактора.

На рисунке 8.14 изображена «осыпь». Не совсем ясно, начинается ли осыпь со второго или с третьего фактора. В этом случае может ока-

¹ Попробуйте проделать эту процедуру в EXCEL и сравните с тем, что указано в табл. 8.2.

заться полезным сравнение переменных, коррелирующих как с первыми двумя, так и с первыми тремя факторами (после соответствующего вращения факторов), с целью определить, какое же из двух решений — двухфакторное или трехфакторное — имеет больший смысл.

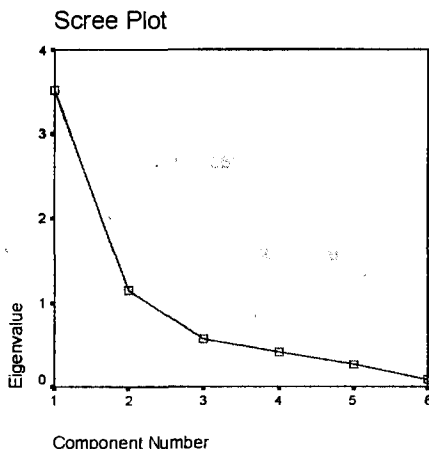


Рис. 8.14. График факторной осыпи в SPSS

В таблице 8.4 представлены результаты вращения двух выделенных главных компонент по методу варимакс, а на рис. 8.15 — размещение переменных в факторном пространстве в соответствии с их факторными нагрузками, после поворота.

Таблица 8.4

Матрица факторных нагрузок по двум компонентам (после вращения варимакс) в SPSS

Rotated Component Matrix(a)

	Component	
	1	2
Знающий	9,885E-02	,943
Авторитетный	,296	,837
Неосведомленный	-,355	-,717
Надежный	,922	,137
Сильный	,768	,317
Робкий	-,841	-,258
Extraction Method: Principal Component Analysis. Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.		
a Rotation converged in 3 iterations		

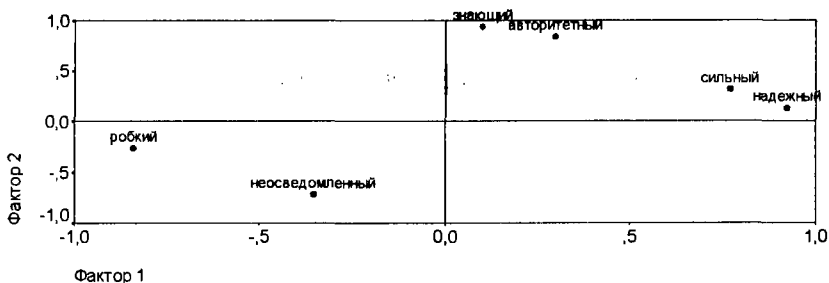


Рис. 8.15. Размещение первичных переменных в факторном пространстве в SPSS

Сравнивая величины коэффициентов корреляции (факторных нагрузок) в табл. 8.4 с соответствующими значениями из табл. 8.3 по первым двум факторам, мы видим, что одни коэффициенты корреляции увеличились, в то время как другие, наоборот, уменьшились. В целом факторная структура первых двух компонент после вращения стала более интерпретируемой. Первый из факторов после вращения варимакс можно интерпретировать как фактор уверенности в себе, поскольку все три соответствующих пункта имеют по этому фактору нагрузки $\pm 0,77$ и выше по абсолютной величине, в то время как все три вопроса, касающиеся компетентности, имеют нагрузки $\pm 0,32$ и ниже. Второй фактор после вращения варимакс можно интерпретировать как фактор профессиональной компетентности, поскольку пункты, соответствующие компетентности, имеют по этому фактору нагрузки $\pm 0,72$ и выше, в то время как пункты, связанные с уверенностью в себе, имеют по этому фактору нагрузки $\pm 0,36$ и ниже. В третьей секции табл. 8.3 представлены доли общей дисперсии двух факторов после вращения, они равны 0,39 и 0,38. Эти доли объясняемой дисперсии отличаются от соответствующих величин для начальных, не подвергавшихся вращению главных компонент, поскольку в результате вращения изменились нагрузки переменных на эти факторы.

Дополнительно в матрице первичных данных появились две новые переменные — `fac1_1` и `fac2_1` (рис. 8.16). Это факторные значения каждого испытуемого по выделенным факторам. Так, испытуемый под номером 10, имеющий максимальные баллы по переменным 1 и 2 и минимальный по антонимичной им переменной 3 (переменные профессиональной компетентности), как и следовало ожидать, получил максимальное факторное значение по соответствующему фактору профессиональной компетентности (фактор 2). Максимальные значения по переменным 4, 5 и минимальное по антонимичной переменной 6 (уверенности в себе) имеет испытуемый под номером 7. Именно у него максимальный факторный балл по фактору 1 — уверенности в себе.

factor.sav - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

14: fac2_1

	var1	var2	var3	var4	var5	var6	fac1_1	fac2_1
1	2,00	1,00	3,00	1,00	2,00	5,00	-1,56739	-.85077
2	1,00	2,00	3,00	4,00	3,00	3,00	.68380	-1,64296
3	3,00	3,00	4,00	2,00	1,00	4,00	-1,45233	-.39765
4	4,00	4,00	3,00	3,00	2,00	3,00	-.67720	.37053
5	5,00	5,00	2,00	3,00	4,00	4,00	-.57434	1,40090
6	4,00	5,00	2,00	4,00	3,00	1,00	.55592	.65622
7	4,00	3,00	2,00	5,00	4,00	1,00	1,39383	-.11051
8	3,00	3,00	4,00	4,00	4,00	3,00	.60232	-.89814
9	3,00	5,00	3,00	3,00	4,00	1,00	.63457	.03424
10	5,00	5,00	1,00	4,00	4,00	2,00	.40083	1,43814

Data View Variable View

SPSS Processor is ready

Рис. 8.16. Таблица данных по первичным переменным с вновь полученными факторными значениями по двум факторам в SPSS

График размещения респондентов в факторном пространстве (рис. 8.17) делает восприятие информации о факторных значениях, полученных каждым из испытуемых, более простым. Рядом с каждой точкой стоит номер респондента. Так сразу видно, что самыми компетентными оказались респонденты под номерами 5 и 10, однако последний в большей степени уверен в себе.

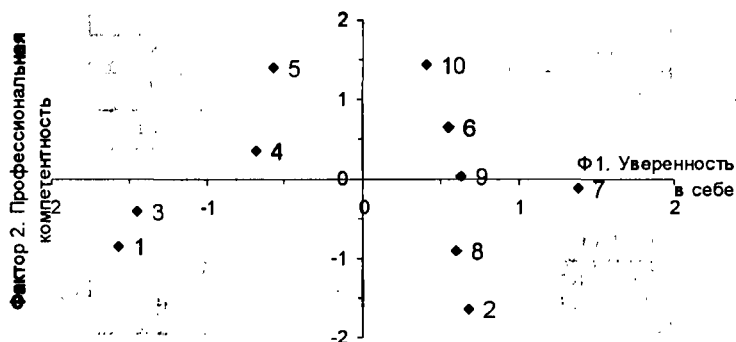


Рис. 8.17. Размещение респондентов в факторном пространстве в SPSS

Упражнение. Выполните ортогональное вращение трех факторов и сравните двухфакторное и трехфакторное решения.

В таблицах 8.5 и 8.6 приведены матрицы факторного отображения и структурная для двух главных компонент после вращение по методу прямой облимин.

Таблица 8.5

Матрица факторного отображения в SPSS

Pattern Matrix(a)

	Component	
	1	2
Знающий	-,150	1,009
Авторитетный	9,560E-02	,839
Неосведомленный	-,193	-,690
Надежный	,977	-,105
Сильный	,758	,136
Робкий	-,854	-5,106E-02
Extraction Method: Principal Component Analysis. Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.		
a Rotation converged in 7 iterations		

Таблица 8.6

Структурная матрица в SPSS

Structure Matrix

	Component	
	1	2
Знающий	,326	,938
Авторитетный	,491	,884
Неосведомленный	-,519	-,781
Надежный	,927	,356
Сильный	,822	,494
Робкий	-,878	-,454
Extraction Method: Principal Component Analysis. Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization		

Матрица корреляции факторов в SPSS

Component Correlation Matrix

Component	1	2
1	1,000	,472
2	,472	1,000

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization

Коэффициент корреляции между двумя выделенными косоугольными факторами равен 0,472 (табл. 8.7). Поскольку факторы коррелируют, величины нагрузок в матрицах факторного отображения и структурной различаются между собой, хотя результаты в целом сходны. Первый фактор, подвергнутый вращению по методу прямого облимина, можно интерпретировать как фактор уверенности в себе, поскольку в матрице факторного отображения все три пункта, связанные с **уверенностью в себе**, имеют по этому фактору нагрузки $\pm 0,758$ или выше, в то время как все три элемента, связанные компетентностью, имеют по данному фактору нагрузки $\pm 0,136$ или ниже. Второй фактор после вращения по методу прямого облимина представляет **профессиональную компетентность**, так как все три переменные, связанные с профессиональной компетентностью, имеют по этому фактору в матрице факторного отображения нагрузки $\pm 0,69$ или выше, в то время как все три пункта, связанные с уверенностью в себе, имеют по данному фактору нагрузки $\pm 0,193$ или ниже. В данном отношении результаты вращения по методу прямого облимина в основном совпадают с результатами вращения по методу варимакс.

Результаты работы программы STADIA

Ниже приводятся интересующие нас фрагменты из результирующего файла, получаемого в программе STADIA¹. Максимальное число символов в названии переменной, выводимое в результирующем файле, — 8, поэтому длинные названия автоматически обрезаются.

Корреляционная матрица представлена в виде нижнего треугольника. Кроме того, приводится критическое значение, равное 0,621. Коэффициенты корреляции, большие этой величины, можно считать значимыми с уровнем доверия 0,95. Все, что меньше, — статистически незначимо.

¹ Приводим результаты ортогонального вращения. Результирующие данные косоугольного вращения имеют аналогичный вид.

Корреляционная матрица

	Знающий	Авторите	Неосведо	Надежный	Сильный	Робкий
Авторите	0,774					
Неосведо	-0,629	-0,507				
Надежный	0,287	0,348	-0,414			
Сильный	0,367	0,451	-0,5	0,67		
Робкий	-0,297	-0,558	0,421	-0,75	-0,548	

Критическое значение=0,621

Число значимых коэффициентов=4 (26%)

Собственные значения и процент объясняемой дисперсии факторов	1	2	3	4	5	6	7
Фактор:	1	2	3	4	5	6	7
Собств.зн	3,51	1,15	0,57	0,407	0,27		
Дисперс%	58,5	19,1	9,51	6,78	4,5		
Накоплен%	58,5	77,6	87,1	93,9	98,4		

Переменная	Факторные нагрузки до вращения				
Фактор:	1	2	3	4	5
Знающий	0,726	0,609	-0,026	0,0701	-0,27
Авторите	0,794	0,399	-0,379	0,133	0,139
Неосведо	-0,753	-0,267	-0,471	0,345	-0,133
Надежный	0,758	-0,543	0,00925	-0,0655	-0,336
Сильный	0,772	-0,306	0,293	0,447	0,144
Робкий	-0,784	0,397	0,343	0,246	-0,163

Переменная	Вращение: варимакс, число факторов=2	
	Общность	Специфичность
Знающий	0,898	0,102
Авторите	0,789	0,211
Неосведо	0,639	0,362
Надежный	0,869	0,132
Сильный	0,69	0,31
Робкий	0,772	0,227

Собственные значения и процент объясняемой дисперсии факторов после вращения

Фактор:	1	2	3	4	5	6	7
Собств.зн	2,37	2,29					
Дисперс%	39,5	38,1					
Накопл%	39,5	77,6					

Переменная	Факторные нагрузки после вращения	
Фактор:	1	2
Знающий	0,0988	0,942
Авторите	0,294	0,838
Неосведо	-0,356	-0,715
Надежный	0,922	0,136
Сильный	0,768	0,316
Робкий	-0,84	-0,259

Дополнительно в матрице первичных данных появились две новые переменные: x7 и x8 (рис. 8.18).

STADIA 7.0/prof для Windows (С) Кулаичев А.П., 1996-2005, для DOS: 1988-1996

Файл Графики=F6 Калькулятор=F7 Преобразования=F8 Статистика=F9 Окна Помощь=F1

ВсехX=8, x7=10

Таблица данных

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
1	2	1	3	1	2	5	-2,40867	-1,29011
2	1	2	3	4	3	3	1,0528	-2,48643
3	3	3	4	2	1	4	-2,23815	-0,599536
4	4	4	3	3	2	3	-1,04349	0,561622
5	5	5	2	3	4	4	-0,881472	2,11744
6	4	5	2	4	3	1	0,854604	0,994185
7	4	3	2	5	4	1	2,14734	-0,168743
8	3	3	4	4	4	3	0,924996	-1,3574
9	3	5	3	3	4	1	0,972634	0,0556377
10	5	5	1	4	4	2	0,620406	2,17333

Stat Rez Gr1 Gr2 Gr3 Gr4

Рис. 8.18. Таблица данных по первичным переменным с вновь полученными факторными значениями по двум факторам в STADIA

Это факторные значения каждого испытуемого по выделенным факторам¹.

Отчет о результатах

Матрица первичных данных, содержащая ответы респондентов на пункты опросника, была подвергнута процедуре анализа по методу главных компонент. Было извлечено две компоненты с собственными значениями больше единицы. Эти факторы подвергались вращению по методу варимакс и прямой облимин. Были получены существенно сходные результаты. Первый фактор можно интерпретировать как фактор уверенности в себе, так как все три пункта, связанные с уверенностью в себе, имеют по нему самые высокие нагрузки. Второй фактор можно интерпретировать как фактор, отражающий профессиональную компетентность, поскольку все три пункта, соответствующие профессиональной компетентности, имеют по нему высокие факторные нагрузки. Факторы, полученные в результате вращения по методу варимакс, объясняют 39,5% и 38% совокупной дисперсии соответственно. Коэффициент корреляции между факторами, полученными в результате косоугольного вращения, составил 0,472.

¹ Отметим, что факторные значения, вычисляемые в SPSS и STADIA, отличаются друг от друга. Это объясняется существованием множества различных алгоритмов вычисления этих значений. Однако все из них сохраняют порядок расположения наблюдений по факторам и общую схему расположения в факторном пространстве.

Глава 9. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ, ПОНЯТИЯ И ПРИНЦИПЫ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА

В то время как при факторизации задается система взаимосвязанных между собой категорий, позволяющих дифференцировать различия классов по набору критериев, кластерный анализ дает группировку на основе совокупного интегрального критерия. С другой стороны, при факторном анализе исследователь должен искусственно оставить лишь небольшое число факторов, а значит, пренебречь каким-то объемом информации (иногда эти потери информации составляют более половины). Кластерный анализ позволяет учесть **всю** информацию. Таким образом, можно говорить о том, что кластерный и факторный анализ не конкурируют, а взаимно дополняют друг друга, позволяя более полно проанализировать данные. Однако по сравнению с факторным анализом, кластерный анализ реже используется в социальных науках и психологии.

Существует несколько различных методов проведения кластерного анализа, и в настоящее время все еще нет общепринятого соглашения по поводу того, какой из этих способов является наиболее адекватным.

Меры и матрица сходства

Первым этапом в проведении кластерного анализа является решение вопроса об измерении степени сходства между переменными. Одной из возможных мер сходства является коэффициент корреляции (см. гл. 5).

Формула для вычисления коэффициента Пирсона

$$r = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left[n \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}}, \quad (9.1)$$

где n — число наблюдений;
 X_i — значение наблюдения i по переменной X ;
 Y_i — значение наблюдения i по переменной Y .

Чем более сходны значения двух переменных, тем выше величина положительного коэффициента корреляции между этими переменными.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЙ МЕЖДУ КЛАСТЕРАМИ

Имеются различные методы для пересчета матрицы расстояний на каждом шаге кластеризации. Расстояния между переменными, существовавшими на предыдущем шаге, сохраняются, заново вычисляются расстояния между ними и вновь образованным кластером, который является объединением двух существовавших до этого отдельно переменных и рассматривается как новая переменная.

Пусть $K(X, Y)$ — новый кластер, объединивший переменные X и Y . Расстояния между ними и любой оставшейся переменной Z , зафиксированные в матрице расстояний на предыдущем шаге: $D(X, Z)$ и $D(Y, Z)$. Среди возможных способов вычисления расстояния $D(K(X, Y), Z)$ укажем следующие:

$$D(K(X, Y), Z) = \min(D(X, Z), D(Y, Z)) \quad (9.3a)$$

$$D(K(X, Y), Z) = \max(D(X, Z), D(Y, Z)) \quad (9.3b)$$

$$D(K(X, Y), Z) = (D(X, Z) + D(Y, Z))/2. \quad (9.3в)$$

Это так называемые методы: ближнего соседа, дальнего соседа и среднего связывания.

Выбор числа кластеров

К сожалению, не предусмотрены статистические критерии, позволяющие осуществить однозначный выбор числа кластеров, т.е. этапа, на котором процедуру следует прекратить. Решение принимается исследователем исходя из теоретических соображений. Группировка должна быть осмысленной и иметь содержательное объяснение: почему именно эти переменные объединились в один класс, те — в другой, третьи — в третий и т.д.

Одним из критериев может быть выбор числа кластеров в точке, где происходит значительный разрыв в величине среднего расстояния между кластерами.

Графические формы представления результатов кластерного анализа

Для наглядного представления результатов кластеризации можно использовать:

- ♦ *кластер дерева*, синонимом этого термина является дендрограмма (*dendron* — это древнегреческое слово, обозначающее «дерево»). Этот графический объект напоминает структуру ветвей дерева. Две «ветви» («побеги») связываются в одну, если в процессе кластеризации на каком-то этапе они объединились в один кластер. Чем раньше это произошло, тем меньше длина соответствующих ветвей, чем позже на-

ступил этап объединения, тем больше ветви «успели вырасти», существуя независимо друг от друга (рис. 9.9);

♦ другим способом графического представления результатов кластерного анализа является *диаграмма накопления* (см. табл. 9.3). Она строится в SPSS и может быть ориентирована вертикально или горизонтально. Вертикальная диаграмма состоит из столбцов, число которых равно удвоенному числу первичных переменных минус 1. Таким образом, каждой переменной соответствует один столбец и между каждой переменной имеется пустой столбец. В самой нижней строке диаграммы первые нижние ячейки столбцов, соответствующие переменным, отмечены крестиками, а промежутки между ними пустые. В следующем ряду, втором снизу, опять заполняются все ячейки в столбцах соответствующих переменным, а также промежуток между переменными, которые на первом шаге образовали один кластер. На третьем шаге опять-таки заполняются крестиками все столбцы переменных, уже заполненный на игром шаге пустой столбец между переменными, вошедшими в кластер на первом шаге, а также пустой столбец, разделяющий переменные или переменную и кластер, связываемые на этом шаге. Процедура продолжается, пока вся строчка не окажется заполненной крестами, что будет означать группировку всех переменных в единую структуру¹. Горизонтальная ориентация получится, если вертикальную диаграмму повернуть по часовой стрелке на 90°.

Отчет о результатах

Форма отчета о проведении кластерного анализа в определенной степени зависит от целей его проведения. Очень краткий отчет мог бы выглядеть следующим образом: «Матрица сходства квадратов Евклидовых расстояний², построенная по результатам ответов на пункты опросника, была подвергнута процедуре иерархического агломеративного кластерного анализа с использованием метода межгруппового связывания для объединения кластеров. Результаты, представленные в табличном и графическом виде, содержатся в ... В решении, содержащем ____ (указать название файла) кластеров, первый кластер состоит из пунктов опросника, соответствующих ____, второй — из пунктов, соответствующих ____ и т.д.»¹.

¹ Такое графическое представление напоминает сосульки, свисающие с крыши. На английском языке соответствующий термин был образован на основе этого образа: *icicle plot* (дословно — «сосулочный график»).

² Напомним, что может быть использована и иная мера сходства, тогда надо указать именно ее.

³ Пропуски, отмеченные многоточиями, следует заполнить в соответствии с результатами анализа.

Выполнение кластерного анализа в статистических пакетах

1. SPSS

Для проведения кластерного анализа, описанного в настоящей главе, следует использовать следующую процедуру.

Введите данные в окно **Data Editor** (Редактора данных). Если эти данные были сохранены в файле, откройте его, используя команды **File** (Файл), **Open** (Открыть), **Data** (Данные) и выбрав в диалоговом окне **Open File** (Открытие файла) имя файла и команду **Open** (Открыть)¹.

В строке меню в верхней части окна программы выберите пункт **Analyze** (Анализ), в открывающемся ниспадающем меню пункт **Classify** (Классификация), а затем **Hierarchical Cluster** (Иерархическая кластеризация), что приведет к открытию диалогового окна **Hierarchical Cluster Analysis** (Иерархический кластерный анализ), изображенного на рис. 9.1.

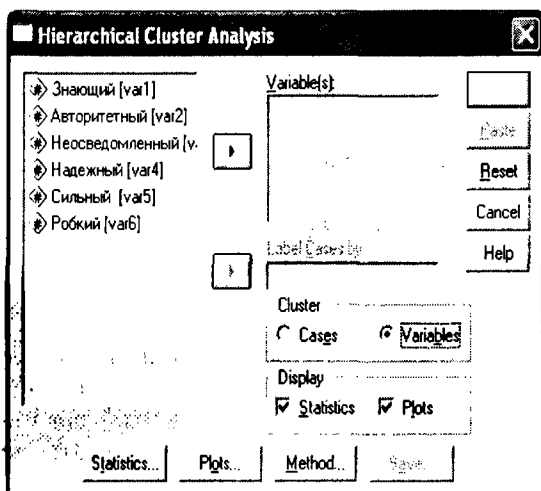


Рис. 9.1. Окно спецификации выполнения кластерного анализа в SPSS

Выберите переменные, начиная со **Знающий** и заканчивая **Робкий**, и нажмите первую из кнопок ►, чтобы переместить их в список **Variable(s)** (Переменные). Установите переключатель **Variables** (Переменные) в группе **Cluster** (Кластеризация), если вы хотите провести кластерный анализ переменных, или **Cases** (Наблюдения), если хотите кластеризовать наблюдения (испытуемых, объекты).

¹ Эта же процедура применима и во всех примерах, приводимых выше, если данные, предназначенные для анализа, были ранее сохранены в файле. Если же данные не были сохранены в файле, то их, как и в предыдущих случаях, необходимо скопировать из файла *Примеры.xls* и перенести в таблицу ввода данных в SPSS.

Нажатие кнопки **Statistics** (Статистики) приводит к открытию диалогового окна **Hierarchical Cluster Analysis: Statistics** (Иерархический кластерный анализ: Статистики), изображенного на рис. 9.2.

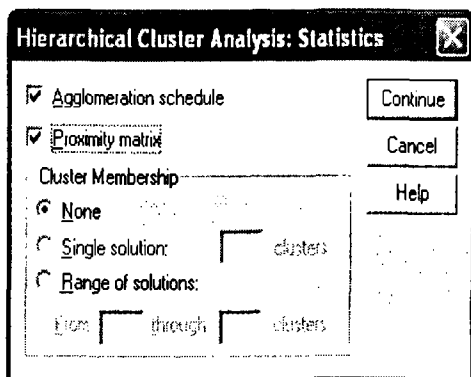


Рис. 9.2. Окно выбора статистических показателей для вывода в результирующем файле кластерного анализа в SPSS

Установите флажок **Proximity Matrix** (Матрица сходства), чтобы получить в выходном файле матрицу сходства. Это будет квадратная матрица, в которой элементы представлены десятичными числами, округленными до третьего знака после запятой. Флажок **Agglomeration Schedule** (Последовательность слияния) установлен по умолчанию. Это позволяет вывести последовательность слияния элементов (переменных или наблюдений) в кластеры.

Нажмите кнопку **Continue** (Продолжить), чтобы вернуться в диалоговое окно **Hierarchical Cluster Analysis** (Иерархический кластерный анализ), показанное в окне 9.1.

Нажатие кнопки **Plots** (Диаграммы) открывает диалоговое окно **Hierarchical Cluster Analysis: Plots** (Иерархический кластерный анализ: Диаграммы), показанное на рис. 9.3.

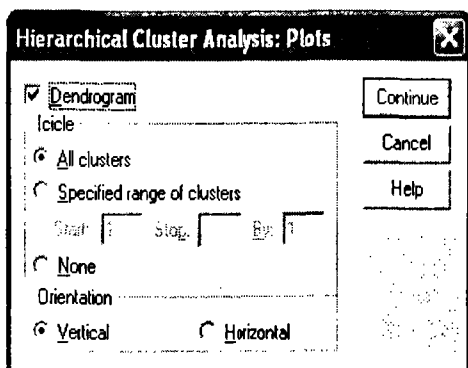


Рис. 9.3. Окно выбора графиков для вывода в результирующем файле кластерного анализа в SPSS

Установка флажка **Dendrogram** (Дендрограмма) позволяет включить в результаты дендрограмму (кластер-дерево). В группе **Icicle** (Диаграмма накопления) уже установлен соответствующий переключатель, позволяющий вывести диаграмму накопления, описанную выше. Выберите предпочтительную ориентацию диаграммы в блоке **Orientation** (**Vertical** — вертикальную или **Horizontal** — горизонтальную).

Для возврата в диалоговое окно **Hierarchical Cluster Analysis** (Иерархический кластерный анализ) нажмите кнопку **Continue** (Продолжить).

Нажатие кнопки **Method** (Метод) открывает диалоговое окно **Hierarchical Cluster Analysis: Method** (Иерархический кластерный анализ: Метод), изображенное на рис. 9.4.

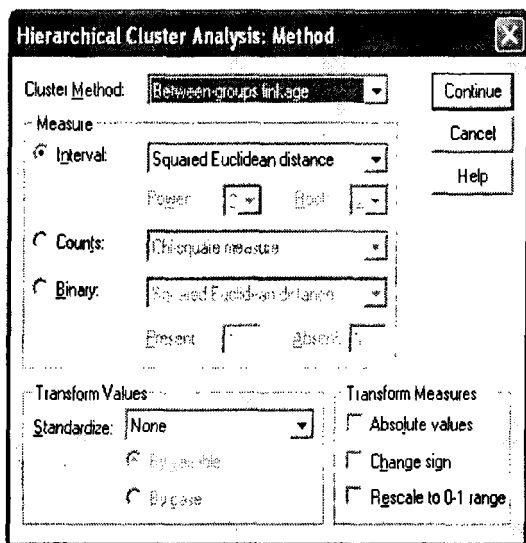


Рис. 9.4. Окно выбора метода кластерного анализа в SPSS

Диалоговое окно показывает, какие процедуры будут выполнены, если оставить значения параметров без изменения, — так называемые значения параметров по умолчанию. В списке **Cluster Method** (Метод кластеризации) пунктом по умолчанию является **Between-groups linkage** (Межгрупповое связывание), соответствующее методу связывания средних внутри групп. **Measure** (Мерой сходства) по умолчанию является **Squared Euclidean Distance** (квадрат Евклидова расстояния).

Нажмите кнопку **Continue** (Продолжить), чтобы вернуться в диалоговое окно **Hierarchical Cluster Analysis** (Иерархический кластерный анализ).

Нажмите кнопку **OK**, чтобы провести требуемый анализ.

2. STADIA

В STADIA кластеризоваться могут только строки, это необходимо помнить. Если в SPSS выбор элементов кластеризации наблюдения или переменные легко установить в диалоговом окне (см. рис. 9.1), то в STADIA прежде чем начать процедуру, следует повернуть матрицу таким образом, чтобы нужные элементы (переменные или наблюдения) были ориентированы горизонтально. Этот поворот (на 90°) называется транспонированием. В STADIA его легко выполнить. Для этого в верхней строке меню выберите **Преобразования=F8** и в диалоговом окне (рис. 9.5) — опцию **V=транспонирование**.

Для проведения кластерного анализа в верхней строке меню выберите пункт **Статистика=F9**, затем пункт **Q=Кластерный**.

В поле выбора переменных перенесите все переменные в правое поле — Для анализа и нажмите клавишу **Утвердить**. В диалоговом окне, предлагающем указать тип исходных данных, нажмите клавишу **1=переменные*объекты** (рис. 9.6).

Окно, представленное на рис. 9.7, содержит меню различных способов вычисления матрицы расстояний. Нажмите необходимую кнопку.

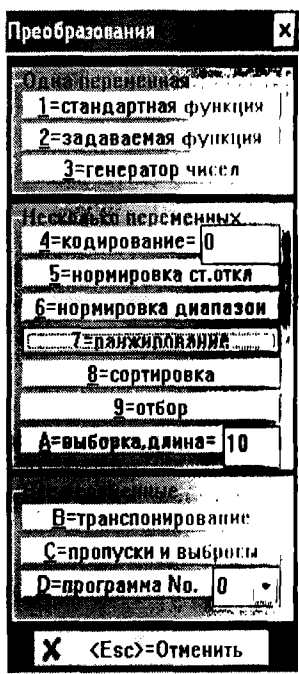


Рис. 9.5. Окно задания преобразований данных в STADIA

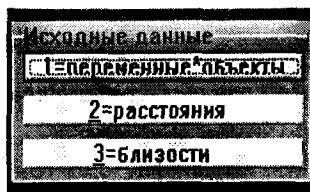


Рис. 9.6. Окно указания типа исходных данных для кластерного анализа в STADIA

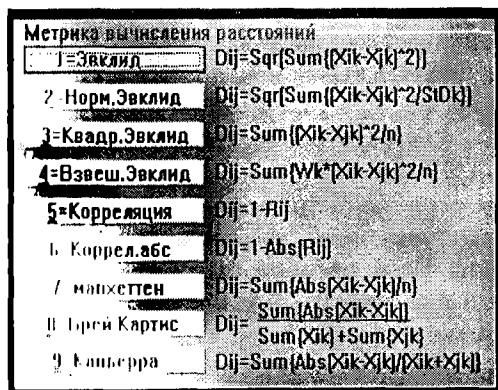


Рис. 9.7. Окно выбора меры расстояния в STADIA

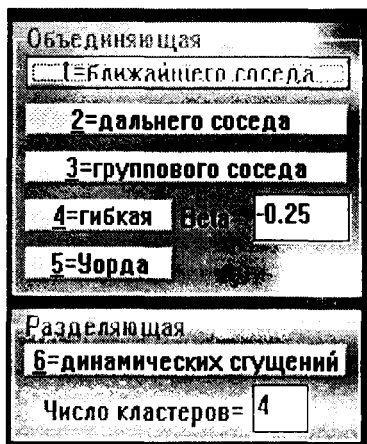


Рис. 9.8. Окно выбора метода кластеризации в STADIA

Появится окно, содержащее различные способы пересчета расстояний между вновь образуемым кластером и первичными переменными или кластерами, образованными ранее (рис. 9.8).

В файле результатов будут содержаться таблицы и числовые результаты анализа, а кластерное дерево будет размещено на отдельном листе Gr1.

Пример для выполнения кластерного анализа

Чтобы иметь возможность сравнить результаты кластерного анализа с результатами факторного анализа, мы проиллюстрируем последовательность шагов, необходимых для выполнения кластерного анализа, с помощью данных, используемых в предыдущей главе: баллов ответов десяти испытуемых по трем пунктам вопросника, связанным с уверенностью в себе, и трем пунктам, связанным с профессиональной компетентностью, приведенным в файле *Примеры.xls* Лист: Уверенность в себе и компетентность.

Результаты работы программы SPSS

Наиболее близкими (сходными) являются пары **Знающий—Авторитетный** и **Сильный—Надежный**, а квадрат Евклидова расстояния между переменными, составляющими эти пары, в обоих случаях равен 8. Наиболее рассогласованными (удаленными) являются переменные **Авторитетный** и **Робкий**, квадрат Евклидова расстояния между которыми равен 65.

Достаточно информативный способ представления результатов кластерного анализа — последовательность слияния (табл. 9.2). В первом столбце указаны номера этапов анализа (**Stage**). Во втором и третьем столбцах отображаются номера кластеров, объединяемых (**Cluster**

Матрица расстояний, посчитанная в SPSS

Proximity Matrix

Case	Matrix File Input					
	Знающий	Автори-тетный	Неосведом-ленный	Надежный	Сильный	Робкий
Знающий	,000	8,000	41,000	19,000	17,000	47,000
Автори-тетный	8,000	,000	47,000	21,000	19,000	65,000
Неосведом-ленный	41,000	47,000	,000	32,000	30,000	16,000
Надежный	19,000	21,000	32,000	,000	8,000	56,000
Сильный	17,000	19,000	30,000	8,000	,000	46,000
Робкий	47,000	65,000	16,000	56,000	46,000	,000

Таблица 9.2

Результаты последовательности слияния в SPSS

Agglomeration Schedule

Stage	Cluster Combined		Coeffi- cients	Stage Cluster First Appears		Next Stage
	Cluster 1	Cluster 2		Cluster 1	Cluster 2	
1	4	5	8,000	0	0	4
2	1	2	8,000	0	0	4
3	3	6	16,000	0	0	5
4	1	4	19,000	2	1	5
5	1	3	45,500	4	3	0

Combined) на каждом этапе. Вновь образованному кластеру присваивается номер первой по порядку из объединяемых переменных. Так, первый образованный кластер состоит из переменных **Надежный** и **Сильный**. **Надежный** является четвертой по порядку в списке переменных, а **Сильный** — пятой, в итоге новому кластеру присваивается номер 4. В следующий раз он участвует в слиянии на этапе 4 — см. столбец **Next Sage** (Следующий этап). Второй кластер состоит из переменных **Тревожный** и **Знающий** (это переменные под номером 1 и 2). Кластеру присваивается номер 1, и на этапе 4 кластер 1 объединяется с кластером 4, полученным на 1-м этапе. Четвертый столбец отражает расстояние между объектами (кластерами или первичными переменными, которые можно трактовать как кластеры, состоящие из одной-един-

ственной переменной), объединяемыми в соответствующий кластер. Так расстояние между кластером, состоящим из единственной переменной **Надежный**, и кластером, состоящим из единственной переменной **Сильный**, которые объединяются в пару на первом шаге, равно 8. Пятый и шестой столбцы содержат номера шагов, на которых были образованы первый и второй из объединяемых на данном этапе кластеров (**Stage clusters first appear**). Первые три из образованных кластеров формировались путем объединения отдельных переменных, которые существовали до начала кластеризации (на нулевом этапе), поэтому в соответствующих клетках стоят нули. Кластер, созданный на четвертом этапе, объединяет два кластера. Один из них образован на втором этапе (**Знающий—Авторитетный**), а другой (**Надежный—Сильный**) — на первом этапе. В последнем столбце указывается номер следующего этапа, на котором этот кластер объединяется с другим кластером.

Другим способом графического представления результатов кластерного анализа является вертикальная диаграмма накопления (табл. 9.3).

Таблица 9.3

Диаграмма накопления в SPSS

Vertical Icicle

Number of clusters	Case										
	Робкий		Неосведомленный		Сильный		Надежный		Авторитетный		Знающий
1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
3	X	X	X		X	X	X		X	X	X
4	X		X		X	X	X		X	X	X
5	X		X		X	X	X		X		X

С точки зрения авторов этой таблицы-диаграммы, заполненные крестиками столбцы напоминают сосульки, свисающие с горизонтальной поверхности. В первом столбце отображается число кластеров, начиная с конечного решения в виде единого кластера, объединяющего все переменные (верхняя строка таблицы), и заканчивая начальным этапом кластеризации (нижняя строка), на котором были объединены переменные **Надежный** и **Сильный**, а все остальные переменные представляли свои собственные индивидуальные кластеры. Переменные представлены крестиками во всех строках тех столбцов, которые обозначены их именами. Связывание в кластер обозначается крестиком в столбце или столбцах, разделяющих соответствующие элементы (переменные или более мелкие кластеры). Таким образом, в нижней строке

диаграммы стоит крестик в столбце, отделяющем столбец, соответствующий надежности, от столбца, соответствующего силе. По мере того как мы поднимаемся вверх по строкам диаграммы, в каждой последующей строке появляется новый кластер.

На рис. 9.9 приведен наиболее распространенный способ графического представления результатов кластерного анализа — кластер-дерево (дендрограмма). Первый столбец содержит имена переменных, второй — их порядковый номер в общем списке переменных. Первыми объединяются в пару **Надежный** и **Сильный**, потом — **Знающий** и **Авторитетный**, за ними — **Неосведомленный** и **Робкий**. Пунктирная горизонтальная линия с отмеченными на ней числами от 0 до 25 — это масштабированная шкала расстояний: 1 соответствует наименьшему расстоянию, а 25 — наибольшему. В нашем случае 1 соответствует расстоянию, равному 8, а 25 — расстоянию, равному 45,5. Таким образом, расстоянию, равному 16, соответствует отметка 7 на нашей относительной шкале [так как $(16 - 8) : (45,5 - 8) \times 24 + 1 = 6,12$], в то время как расстоянию 18 будет соответствовать отметка 8,04 [$(18 - 8) : (45,5 - 8) \times 24 + 1 = 8,04$].

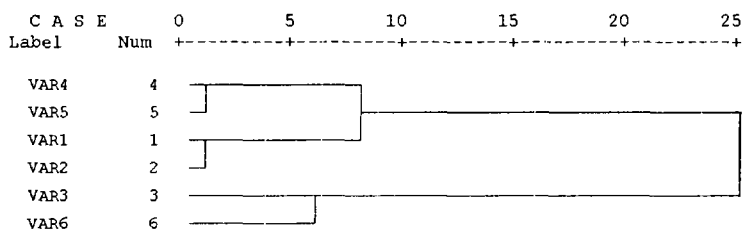


Рис. 9.9. Дендрограмма переменных в SPSS

Результаты работы программы STADIA

КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ. Файл:

Квадр. Эвклид. + Групп. сосед

Таблица 9.4. Расстояния

(x1) (x2) (x3) (x4) (x5) (x6)

(2) 0,8

(3) 4,1 4,7

(4) 1,9 2,1 3,2

(5) 1,7 1,9 3 0,8

(6) 4,7 6,5 1,6 5,6 4,6

Таблица 9.5. Слияние кластеров в STADIA

Кластеры:

(список объектов) -> расстояние

(2,1) -> 0,8

(5,4) -> 0,8

(6,3) -> 1,6

(5,2,1,4) -> 1,9

(6,5,2,1,4,3) -> 4,55

И в SPSS и в STADIA вычислялся квадрат Евклидовой метрики. Различия в том, что в STADIA сумма квадратов разностей по каждому наблюдению между соответствующими переменными делится на число наблюдений. В данном случае число наблюдений равно 10, поэтому все элементы матрицы расстояний в STADIA (табл. 9.4) в 10 раз меньше соответствующих расстояний в матрице расстояний, вычисленных SPSS (табл. 9.1). Соответственно в 10 раз меньше и расстояния между объединяемыми кластерами. Сравните матрицы расстояний 9.1 и 9.4.

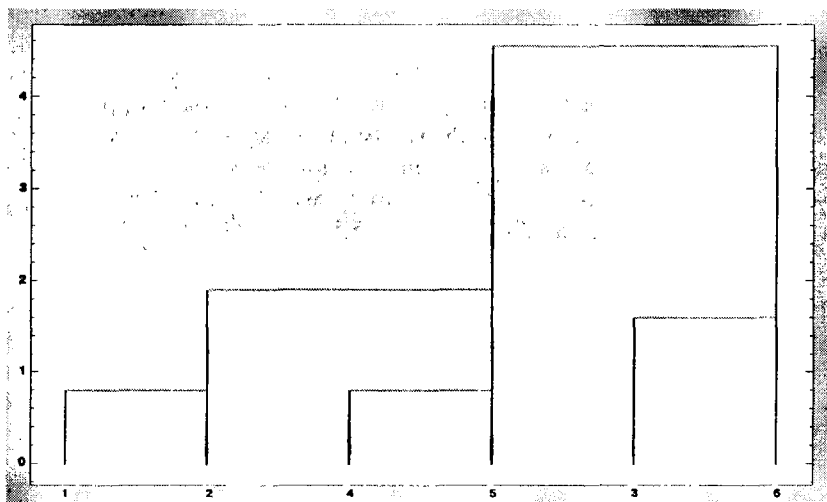


Рис. 9.10. Кластер-дерево, построенное в STADIA

STADIA выдает кластер-структуру в иной ориентации по сравнению с SPSS (рис. 9.10). Также шкала расстояний слева, по которой можно определить, в какой точке происходит образование того или иного кластера, приведена в непреобразованных значениях. Так, первый и второй кластеры образованы между переменными, находящимися на расстоянии 0,8 друг от друга, третий — 1,6, и т.д.

Отчет о результатах

Предварительное замечание. Поскольку в настоящем примере используется всего лишь шесть переменных и число кластеров, получаемых в результате агломерации, мало, то сделать выбор окончательного числа кластеров, представляющих адекватную информацию о соотношениях между переменными, достаточно легко. По всей видимости, следует остановиться на решениях, содержащих два или три кластера.

Можно привести доводы в пользу каждого из этих решений. К сожалению, не предусмотрены статистические критерии, позволяющие осуществить данный выбор. Решение из трех кластеров содержит кластеры, представляющие уверенность в себе, профессиональную компетентность и низкую самооценку, в то время как решение из двух кластеров включает кластеры, соответствующие позитивной и негативной самооценкам. Одним из критериев может быть выбор числа кластеров в точке, где происходит значительный разрыв в величине среднего расстояния между кластерами. Как можно видеть из рис. 9.9 и 9.10, этот разрыв происходит после образования четвертого кластера и проявляется в том, что третий и четвертый кластеры относительно близки друг к другу и каждый из них примерно одинаково удален от конечного кластера.

Итак: матрица сходства квадратов Евклидовых расстояний, построенная по результатам ответов на шесть пунктов вопросника, была подвергнута процедуре иерархического агломеративного кластерного анализа с использованием метода межгруппового связывания для объединения кластеров. Дендрограмма анализа представлена на рис. 9.9. В решении, содержащем два кластера, первый кластер состоит из пунктов опросника, соответствующих негативной самооценке, а второй — из пунктов, соответствующих позитивной самооценке.

Часть 4

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Контрольные работы могут использоваться для всех предусмотренных учебным планом форм контроля: от текущего до итогового и состоят из двух частей: учебных практических заданий и итоговой практической работы.

Главной целью данного курса является формирование навыка практической работы с данными, полученными в ходе исследований. Как известно, действительно устойчивый навык может быть сформирован только в ходе осмысленных многократных повторений, поэтому предлагаемые практические задания являются важной частью данного пособия и могут служить как материалом для самостоятельной работы студентов, так и одним из способов контроля, в том числе и итогового. Числовые данные ко всем практическим заданиям содержатся в файле *Данные к практическим заданиям.xls*¹ и могут быть загружены с сайта издательства (www.aspectpress.ru).

Одной из областей психологии, где статистические методы очень востребованы, является психодиагностика, точнее — создание психодиагностических опросников. В связи с этим заключительная глава посвящена проведению целостной практической работы на основе использования психодиагностического опросника. Работа предусматривает использование всех навыков, полученных в курсе: выполнение описательной статистики, сравнение выборок на однородность, дисперсионный, регрессионный и факторный анализ. Предварительно студенты должны ввести данные в компьютер. Процедура ввода данных, как правило, не является сложной, и преподаватели не обращают на нее внимания, однако если студент ни разу ее не выполнял, то он просто не знает, с чего начать. Заключительный этап практической работы — написание отчета — также очень важен, так как часто у студентов вполне успешно выполняющих анализ в курсе статистики, отсутствует четкое представление о том, что же из большого объема информации, выдаваемого ста-

¹ Частично эти данные заимствованы из конкретных психологических исследований с указанием источников, частично носят чисто учебный характер и не могут быть использованы для содержательных выводов.

тистическими программами, необходимо включать в содержательный отчет.

Сбор экспериментальных данных целесообразно распределить между всеми студентами таким образом, чтобы общая анализируемая совокупность была достаточно велика и могла бы действительно считаться репрезентативной, а полученные в ходе ее анализа результаты могли бы представлять не только учебный с точки зрения математики, но и содержательный психологический интерес.

Глава 10. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Задача 1¹

Описание эксперимента. В курсе психологического практикума по групповой психологии иногородним слушателям ФПК по педагогике и психологии, где назрел глухой конфликт между иногородними слушателями и слушателями, проживавшими в Санкт-Петербурге, было предложено принять на себя роль петербуржцев и участвовать в споре на их стороне. 7 слушателей были протагонистами — активными игроками, перевоплотившимися в петербуржцев, а 7 других суфлировали им, подсказывая реплики и ссылки на те или иные факты. После этого сеанса социодраматической замены ролей участникам был задан вопрос: «Если принять за 100% психологическую дистанцию между Вами и петербуржцами до дискуссии, то на сколько процентов она сократилась или увеличилась после дискуссии?».

Экспериментальные данные. Показатели сокращения психологической дистанции (в %) после социодраматической замены ролей в группе протагонистов и суфлеров содержатся в файле данных.

Вопрос. Могут ли данные исследования использоваться как подтверждение идеи Д. Морено о том, что принятие на себя роли оппонента способствует сближению с ним?

Указание. Сформулируйте основную и альтернативную гипотезу. Выберите метод для проверки гипотез. Выполните проверку в любом статистическом пакете.

Задача 2

Описание эксперимента. В исследовании проблемы психологических барьеров при обращении в службу знакомств у испытуемых мужчин и женщин обоого пола (17 мужчин и 23 женщины) просили графически указать длину отрезка, соответствующую интенсивности

¹ Задачи с 1 по 9 взяты из учебника (Сидоренко, 2003).

внутреннего сопротивления, которое им пришлось преодолеть, чтобы обратиться в службу знакомств (по методике Дембо-Рубинштейн). Длина отрезка, отражающая максимально возможное сопротивление, составляла 100 мм.

Экспериментальные данные. Показатели интенсивности внутреннего сопротивления при обращении в службу знакомств (в мм) представлены в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что мужчинам приходится преодолевать субъективно более мощное сопротивление?

Указание. Сформулируйте основную и альтернативную гипотезу. Выберите метод для проверки гипотез. Выполните проверку в любом статистическом пакете.

Задача 3

Описание эксперимента. Перед началом курса тренинга партнерского общения проводилось обследование с помощью 16-факторного личностного опросника Кеттелла 28 мужчин — руководителей подразделений крупного промышленного предприятия Санкт-Петербурга.

Экспериментальные данные. Баллы, полученные испытуемыми по шкале *N*-увлеченность (стремление к эффективным нововведениям, деловитый радикализм) в зависимости от возрастной группы, содержатся в файле данных. Каждая группа оказалась представлена одинаковым числом испытуемых.

Вопрос. Можно ли утверждать, что есть определенная тенденция изменения значений фактора *N* при переходе от группы к группе?

Указание. Сформулируйте основную и альтернативную гипотезу. Выберите метод для проверки гипотез. Выполните проверку в любом статистическом пакете.

Задача 4

Описание эксперимента. При изучении того, насколько личностное донесение информации эффективнее простого текстового сообщения, были составлены две группы: экспериментальная (16 испытуемых) и контрольная (23). В качестве испытуемых в обеих группах участвовали слушатели колледжа и спецфакультета практической психологии Санкт-Петербургского университета, 9 мужчин и 30 женщин в возрасте от 18 до 39 лет. В экспериментальной группе испытуемые просматривали видеозапись речи, в которой авторитетный преподаватель рассказывал о целесообразности применения физических наказаний в воспитании детей, а в контрольной группе испытуемые просто читали про себя пись-

менный текст. Содержание устного выступления и текста полностью совпадали. До и после просмотра видеозаписи (в экспериментальной группе) и прочтения текста (в контрольной группе) испытуемые отвечали на 4 вопроса, оценивая степень согласия с их содержанием по 7-балльной шкале от «абсолютно не согласен» (1) до «абсолютно согласен» (7).

1. Я считаю возможным иногда шлепнуть своего ребенка за дело, если он этого заслужил.

2. Если, придя домой, я узнаю, что *кто-то из близких*, бабушка или дедушка, шлепнул моего ребенка за дело, то я буду считать, что это нормально.

3. Если мне станет известно, что *воспитательница* детского сада или *учительница* в школе шлепнула моего ребенка за дело, то я восприму это как должное.

4. Я бы согласился отдать своего ребенка в *школу*, где применяется система физических наказаний по итогам недели.

Экспериментальные данные. Оценки степени согласия с утверждениями о допустимости телесных наказаний до и после информационного воздействия в обеих группах представлены в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что:

1. Есть статистически значимые различия в ответах на каждый из вопросов до и после получения информации по каждому вопросу в отдельности и в целом:

- а) в контрольной группе;
- б) экспериментальной группе.

2. Есть статистически значимые различия в изменении отношения к телесным наказаниям по каждому вопросу в отдельности и в целом между участниками контрольной и экспериментальной группы.

3. Рассмотрите ответы на различные вопросы с точки зрения допущения телесного наказания к ребенку со стороны лиц, являющихся близкими ему в разной степени:

Вопрос	Степень близости
«Я сам»	4
«Бабушка»	3
«Воспитатель»	2
«Школа»	1

Указание. Выполните однофакторный дисперсионный анализ в каждой группе в отдельности и в обеих вместе для выявления наличия влияния фактора (степень близости к ребенку) на отклик:

- а) начальное отношение к применению телесного наказания;
- б) изменение в отношении к применению телесного наказания.

Выполните двухфакторный дисперсионный анализ для выявления того, насколько два независимых фактора:

- а) степень близости к ребенку;
- б) способ получения информации;

влияют на отклик: изменение в отношении к применению телесного наказания к ребенку

Задача 5

Описание эксперимента. В исследовании влияние тренинга партнерского общения на формирования коммуникативных качеств: активное слушание, снижение эмоционального напряжения, аргументация своих слов 12 участников комплексной программы тренинга партнерского общения, продолжавшегося 7 дней, дважды оценивали у себя уровень владения тремя важнейшими коммуникативными навыками, а также свой идеал в развитии каждого из навыков. Первое измерение производилось в первый день тренинга, второе — в последний. Все измерения производились по 10-балльной шкале.

Экспериментальные данные. Результаты ответов обоих опросов представлены в файле данных.

Вопрос. Ощущаются ли участниками достоверные сдвиги в уровне владения каждым из трех навыков после тренинга?

Задача 6

Описание эксперимента. В исследовании по проективной методике Х. Хекхаузена (модификация ТАТ) испытуемым 113 студентам в возрасте от 20 до 35 лет (средний возраст 23,2 года, 67 мужчин, 46 женщин) последовательно предъявляли 6 картин. Всякий раз они сначала рассматривали картину в течение 20 секунд, а затем в течение 5 минут писали по ней рассказ, стараясь, в соответствии с инструкцией, проявить «максимум фантазии и воображения». После того как испытуемый заканчивал писать первый рассказ, ему предъявлялась вторая картина, и т.д. В данном исследовании разным испытуемым картины предъявлялись в разном порядке, так что каждая картина оказывалась первой, второй, третьей и т.д. примерно одинаковое количество раз. В качестве результатов фиксировались количество словесных формулировок, включенных в описание той или иной картины, отражающие «боязнь неудачи» и «надежду на успех».

Экспериментальные данные. Эмпирическое распределение словесных формулировок, отражающих мотивы «надежда на успех» и «боязнь неудачи», представлены в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что картины методики обладают разной побудительной силой в отношении мотивов: «надежда на успех»?

Задача 7

Описание эксперимента. Психологическое поглаживание — это некое действие, предполагающее признание присутствия другого человека. Практически в транзактно-аналитических сессиях под поглаживанием понимается выражение симпатии, восхищения, одобрения, любое искреннее признание положительных качеств и проявлений другого человека, к которым могут относиться внешние данные, глубинные личностные свойства, мастерство в своем деле, способность дарить психологическое тепло и вовремя произнесенное слово и т.д. Наряду с самими «поглаживаниями» люди очень часто руководствуются различными формами запретов. Например, «Не проси психологических поглаживаний у других людей» или «Не давай психологических поглаживаний самому себе». В данном исследовании структура запретов, признаваемая в нашей культуре. Респондентами были 166 участников транзактно-аналитической сессии, которых просили указать, какими запретами они руководствуются в жизни.

Экспериментальные данные. Эмпирическое распределение частот встречающихся запретов представлено в файле данных.

Вопрос. Можно ли считать, что распределение запретов не является равномерным?

Задача 8

Описание эксперимента. В ходе социально-психологического исследования стереотипов мужественности испытуемым (31 женщина с высшим образованием в возрасте от 22 до 49 лет) предъявлялись напечатанные на отдельных карточках перечни качеств, характеризующих один из четырех типов мужественности: мифологический, национальный, современный и религиозный. Испытуемым предлагалось внимательно ознакомиться с предложенными описаниями и проранжировать их в порядке убывания соответствия их представлениям об идеальном мужчине.

Экспериментальные данные. Эмпирическое распределение частот присваивания каждого из 4 рангов каждому из четырех типов представлено в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что наблюдается какая-либо групповая тенденция предпочтений каких-то типов или предпочтения распределяются равномерно?

Задача 9

Описание эксперимента. В ходе социально-психологического исследования, направленного на изучение различия в реагировании

Экспериментальные данные. Индивидуальные показатели по шкалам интра-экстраверсии, нейротизма, лжи в экспериментальной ($n_1=20$) и контрольной группах ($n_2=10$) представлены в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что две группы различаются по выраженности различных показателей? Как?

Задача 15¹

Описание эксперимента. В процессе исследования риска суицида выборку испытуемых составили 45 мужчин, из общего массива осужденных, состоявших на спецучете, как склонные к совершению самоубийства, имеющих 1-ю и 3-ю группу учета по активности туберкулеза, средний возраст 35 лет. Испытуемому предъявляли его собственный словесный портрет под именем портрета другого лица, а также портрет его вымышленной противоположности (состоявший на основе ответов испытуемого на различные опросники, в том числе опросник Басса-Дарки, тест Айзенка, ММРІ, методика управляемой проекции).

Экспериментальные данные. Результаты исследования личностных особенностей испытуемых содержатся в файле данных.

Вопрос. Можно ли говорить о том, что более активная форма туберкулеза снижает риск прямого суицида?

Задача 16²

Описание эксперимента. В процессе исследования личностных особенностей интернет-зависимых людей респонденты-мужчины 20—30 лет — 114 человек с разным уровнем образования (средним, неполным высшим и высшим) отвечали на вопросы «Самооценки тревожности, фрустрированности, агрессивности и ригидности», а также выполняли тест «интернет-зависимости».

Экспериментальные данные. Результаты исследования личностных особенностей интернет-зависимости (I); тревожности (T); агрессивности (A); ригидности (R); фрустрированности (F) для всех испытуемых содержатся в файле данных. (Согласно тесту интернет-зависимости можно считать зависимым человека при $I > 54,1$. Уверенно свободным от интернет-зависимости можно считать человека, набравшего по этой шкале $I < 30,9$).

¹ Авторы исследования Т. А. Звездина, О. В. Шапатина (Влияние туберкулеза на формирование суицидального риска, 2001).

² Авторы исследования С. С. Левин, К. С. Лисецкий (Личностно-психологические особенности интернет-пользователей, 2001).

Вопрос. Можно ли говорить о существовании различий в чертах личности (тревожность, агрессивность, ригидность, фрустрированность) между интернет-зависимыми и интернет-независимыми?

Задача 17¹

Описание эксперимента. В процессе исследования влияния употребления марихуаны на организм человека был проведен следующий эксперимент. 30 добровольцам — студентам и студенткам, курящим обычные сигареты, но не марихуану предлагалось играть в компьютерную игру, цель которой состояла в уничтожении ракет, появляющихся в разных участках экрана с нерегулярными интервалами. Каждому испытуемому были предъявлены 10 последовательностей из 25 мишеней. По результатам предварительной игровой серии на основе среднего числа попаданий, а также среднего времени реакции для 250 попыток было образовано две группы: контрольная и экспериментальная (по 7 девушек и 8 юношей). Испытуемые в контрольной группе получили сигарету с обычным табаком и сушеной травой, в экспериментальной — сигарету с табаком и марихуаной. После курения сигарет каждый испытуемый подвергался тесту на глазодвигательную координацию.

Экспериментальные данные. Результаты исследования глазодвигательной координации и времени реакции с помощью упомянутой компьютерной игры для всех испытуемых содержатся в файле данных.

Вопрос. Можно ли утверждать, что вдыхание марихуаны оказывает в зависимости от дозы различное воздействие на организм? Различаются ли эти проявления у мужчин и женщин?

Задача 18

Описание эксперимента. В процессе исследования взаимосвязи успеваемости школьников и уровня образования родителей проводилась комплексная оценка 100 старшеклассников на предмет их успеваемости.

Экспериментальные данные. Результаты исследования содержатся в файле данных.

Вопрос. Существует ли связь между этими двумя показателями?

Задача 19

Описание эксперимента. Для оценивания эффективности воздействия СМИ на политическое сознание было проведено следующее исследование. Студентам предлагалось оценить известного политическо-

¹ Годфруа Дж. Что такое психология: В 2 т. / Пер. с франц. М.: Мир, 1992. Т. 2.

го деятеля, кандидата на пост президента одной из стран СНГ по пяти-балльной шкале по пяти характеристикам: *Достоин быть избранным на высокий пост, Компетентный, Честный, Приведет страну к благоденствию, Вызывает у меня симпатию*. После того как все респонденты выставили свои оценки, группа случайным образом была поделена на две подгруппы. Участникам первой подгруппы предлагалось прочитать газетную публикацию в поддержку данного политика, а участники второй подгруппы читали критическую заметку. После прочтения необходимо было повторить оценивание. Баллы, выставленные каждым респондентом в обоих случаях по пяти характеристикам, суммировались. Таким образом, было сформировано 30 пар показателей. Эти показатели были разбиты на две группы.

Экспериментальные данные. Результаты исследования содержатся в файле данных.

Вопрос. Существует ли значимая позиция мнений в результате получения позитивной или негативной информации?

Глава 11

ПРОВЕДЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПСИХОДИАГНОСТИЧЕСКОГО ОПРОСНИКА

ВЫБОР ПСИХОДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МЕТОДИКИ

Используемый для проведения практической работы психодиагностический опросник должен быть предназначен для взрослых людей и включать как минимум три шкалы. Каждая из шкал должна рассчитываться на основе нескольких пунктов. Рекомендуется, чтобы этих пунктов было не менее 5 на каждую шкалу. Еще одна рекомендация заключается в том, чтобы среди пунктов были как прямые (положительно коррелирующие со шкалой), так и обратные (отрицательно коррелирующие со шкалой).

Описание выборки (социально-демографический анализ)

Как правило, социально-демографические показатели — это половозрастной состав, иногда профессиональный, социальный и семейный статус. Однако группы могут быть сформированы по принципу контрастных, тогда необходимы дополнительные характеристики, а также все остальные характеристики, релевантные анализируемому психологическим показателям.

Эксплораторный факторный анализ

Получив матрицу данных — ответы респондентов на все пункты опросника, бывает полезно эту матрицу подвергнуть процедуре эксплораторного факторного анализа для того, чтобы проверить, на сколько теоретические представления о распределении пунктов по шкалам соотносятся со статистическим распределением пунктов по факторам, установленным на основе экспериментальных данных. Выделенная факторная структура впоследствии может помочь при исследовании отдельных шкал и определении «хорошо работающих» и «плохо работающих» пунктов.

Надежность шкал

В качестве меры надежности как минимум необходимо использовать коэффициент альфа Кронбаха (α)¹. Прежде чем его вычислять, нужно перекодировать все ответы по всем пунктам таким образом, чтобы были только прямые ответы, т.е. пункты положительно коррелировали с той шкалой, к которой относятся.

Второй способ проверить надежность — разделить выборку случайным образом на две равные части и провести корреляцию между пунктами и шкалами.

Третий способ проверить надежность — сопоставить результаты теста ретеста. Для того чтобы проверить надежность опросника во времени (ретестовую надежность), необходимо провести процедуру повторного тестирования испытуемых (срок между тестом и ретестом — от

¹ Более современным и строгим методом является конфирматорный факторный анализ. Его использование помогает определить состав шкал, статистически оценить, насколько задаваемая ключом структура опросника согласуется с экспериментальными данными. В то время как проверка на надежность альфа Кронбаха, во-первых, не дает статистических критериев, а во-вторых, анализирует каждую шкалу по составляющим ее индикаторам изолированно, конфирматорный факторный анализ преодолевает оба этих существенных недостатка. Помимо показателей, позволяющих провести сравнительное сопоставление, насколько тот или иной пункт опросника действительно согласуется с измеряемым шкалой конструктом, КФА выдает статистические критерии согласованности модели с экспериментальными данными и одновременно определяет структуру взаимосвязей всех латентных характеристик данной методики (опросника). Однако, учитывая, что данное методическое пособие охватывает лишь простейшие методы анализа, мы не будем использовать здесь конфирматорный факторный анализ, а заинтересованного читателя отошлем к другим публикациям (*Митина О. В. Основные идеи и принципы структурного моделирования // Ученые труды кафедры общей психологии МГУ, 2006*).

одной недели до двух месяцев). При этом априорно предполагается, что измеряемое свойство устойчиво во времени. Надежность проверяется отдельно по всем пунктам (корреляция между соответствующими пунктами), а затем по шкалам (корреляция между соответствующими шкалами).

Наиболее простой мерой ретестовой надежности служат значения коэффициентов корреляции. Перед тем как их вычислять, необходимо проверить пункты и шкалы на нормальность. Только в этом случае можно вычислять коэффициенты корреляции Пирсона, иначе более правомерны коэффициенты ранговой корреляции Спирмена или Кендела.

Конструктивная валидность

Традиционная процедура теста на конструктивную валидность подразумевает сопоставление исследуемого опросника с эталонными опросниками, т.е. тестами, уже зарекомендовавшими себя в качестве адекватного диагностического инструментария.

Отчет

Необходимо указать, что психометрический анализ данных исследуемой шкалы показал ее состоятельность, целостность и достоверность, конструктивная валидность опросника была подтверждена на всех уровнях анализа: теоретическом и статистическом. При этом следует упомянуть, что применялись различные методы обработки данных: как одномерные, так и многомерные.

СБОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Требование к выборке¹

Для сбора экспериментальных данных студенты распределяются таким образом, чтобы в итоге опрошенное всеми студентами количество испытуемых было не менее 150. Должно быть одинаковое количество испытуемых в следующих возрастных категориях:

- от 16 до 20 лет;
- от 21 до 30 лет;
- от 31 до 40 лет;
- от 41 до 50 лет;
- от 51 до 60 лет;
- от 61 и старше.

¹ Приведенные требования к выборке лишь пример и могут устанавливаться исходя из теоретических или учебных целей преподавателем самостоятельно.

В каждой возрастной категории должно быть одинаковое число мужчин и женщин.

Сбор и ввод данных

1. Данные собираются на стандартном опросном бланке, на котором респонденты для каждого вопроса отмечают подходящий ответ из возможных вариантов, а также указывают свой пол и возраст.

2. Все данные вводятся в программе EXCEL следующим образом:

2.1. На **Листе 1** ответы каждого респондента заносятся в отдельную строку.

В первом столбце **A** — **Порядковый номер** (респондента) (этот же номер должен стоять на бланке, заполненном респондентом). Бланки необходимо сохранять.

Во втором столбце **B** — **Пол** (респондента) (женский пол кодируется 1, мужской 2).

В третьем столбце **C** — **Возраст** (респондента).

С 4-го столбца **D** вводятся ответы на все вопросы опросника по порядку. Каждому возможному варианту ответа единым способом присваивается балл, начиная с 1. Например, если использовалась 2-балльная шкала, то возможных вариантов будет 2, а именно, «1» и «2». Если пятибалльная, то возможных ответов 5: «1», «2», «3», «4», «5» и т.д. (рис. 10.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
№	П/номер	Пол	Возраст	Опрос1	Опрос2	Опрос3	Опрос4	Опрос5	Опрос6	Опрос7	Опрос8	Опрос9
1	1	1	24	1	3	5	2	3	5	3	2	1
2	2	1	24	1	3	5	2	3	5	3	2	1
3	3	2	27	3	2	3	4	1	2	4	1	3

Рис. 10.1. Фрагмент файла с данными студента Иванова в EXCEL

После ввода данных по первому респонденту необходимо перейти к бланку с ответами на вопросы второго респондента, продолжать до тех пор, пока не будут введены ответы всех респондентов, опрошенных студентом.

2.2. Данные в формате *.xls необходимо сохранить. Название файла должно содержать фамилию студента, чтобы потом эти данные можно было легко идентифицировать. Например, ИВАНОВ.xls. Файл необходимо сдать преподавателю.

2.3. Преподаватель объединяет все данные студентов в один файл, на один общий Лист. В результате каждый студент для выполнения работы получает файл с агрегированными данными по всей группе в формате *.xls. Название файла *Все данные.xls*. На Листе 1 содержатся данные по всем респондентам в формате, описанном в п. 1. Однако имеется дополнительный столбец, в котором указывается фамилия студента, опросившего соответствующего респондента (рис. 10.2).

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Все данные.xls". The spreadsheet has the following data:

Фамилия	П/номер	Пол	Возраст	Опрос1	Опрос2	Опрос3	Опрос4	Опрос5	Опрос6	Опрос7	Опрос8	Опрос9
Иванов	1	1	24	1	3	5	2	3	5	3	2	1
Иванов	2	2	27	3	2	3	4	1	2	4	1	3

Рис. 10.2. Фрагмент агрегированного файла с данными всех студентов

3. Обращение пунктов.

3.1. После каждого столбца, соответствующего обратному пункту, в соответствии с ключом вставить пустой столбец. В первой клетке столбца поставить номер вопроса (см. предыдущий столбец) и букву R рядом. Например, Опрос3R (в одной клетке). Далее в каждой строке, начиная со второй, вставленного пустого столбца ввести значение, равное: (максимально возможный балл ответа) + 1-текущий балл.

Для бинарной шкалы, состоящей из двух возможных значений 1 и 2, это преобразование выглядит как $3 - x_i$, x_i — ответ i -го испытуемого на вопрос. Для 5-балльной шкалы: $6 - x_i$, и т.д.

В опроснике, приводимом на рис. 10.3, используется 5-балльная шкала. Чтобы обратить ответы пункта 3, содержащиеся в столбце G, был дополнительно вставлен столбец, озаглавленный Опрос 3R (столбец H), и все значения преобразованы по формуле $H_i = 6 - G_i$, i — номер строки.

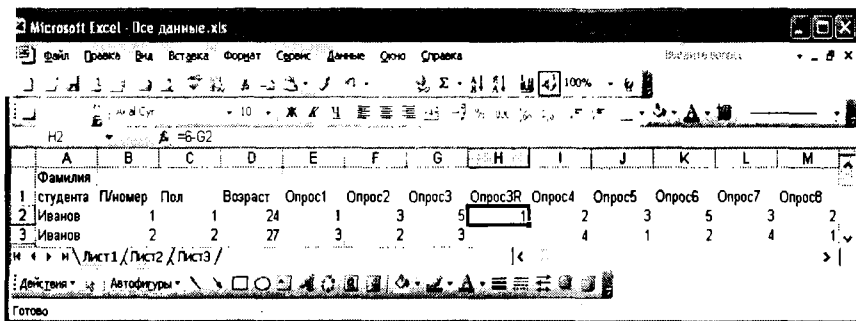


Рис. 10.3. Процедура обращения ответов пункта 3 опросника в EXCEL

3.2. После преобразования всех столбцов, содержащих букву R, скопировать Лист1 и перейти на Лист2. Содержимое вставить через меню: Правка — Специальная вставка (вставить только значения) (рис. 10.4).

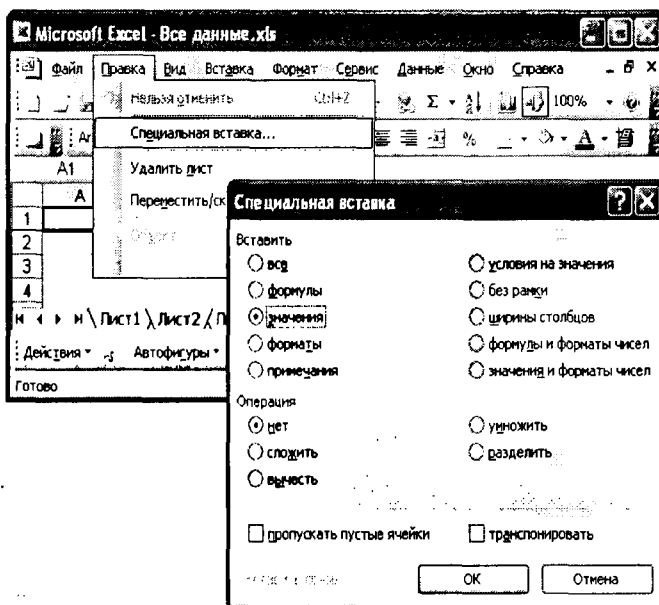


Рис. 10.4. Процедура копирования значений из одного Листа в другой

3.3. Перед каждым столбцом, номер которого содержит букву R, удалить столбец с тем же номером, но без буквы R.

Анализ данных

1. Подсчет шкальных оценок по ключам.

1.1. Сортировка пунктов опросника по шкалам.

Перед второй строкой вставить пустую строку. В первой клетке слева озаглавить ее: «номер шкалы».

Согласно ключу отметить каждый вопрос номером шкалы, в которую он входит.

Выполнить сортировку всех столбцов по строке «номер шкалы». Скопировать полученную матрицу на Лист3.

Для каждой шкалы провести суммирование баллов, набранных респондентами. Для этого после последнего вопроса, относящегося к шкале 1, вставить пустой столбец. В первой клетке вставленного столбца поставить номер шкалы (1). Далее в каждой клетке, начиная с третьей, вставленного пустого столбца ввести значение, равное СУММА.

Подобную операцию повторить для всех шкал.

После вычисления значений всех шкал у всех респондентов скопировать Лист3 и перейти на Лист4. Содержимое вставить через меню: **Правка — Специальная вставка** (вставить только значения).

Удалить все столбцы, кроме столбцов, содержащих баллы по шкалам. В результате должна остаться таблица, содержащая следующие столбцы:

Номер респондента

Пол

Возраст

И далее столбцы, соответствующие шкалам.

2. Социально-демографический анализ

2.1. Представить данные распределения респондентов по возрастам и по полу в таблице (см. образец табл. 10.1):

Таблица 10.1

Социально-демографический состав выборки

	Женщин	Мужчин	Всего
от 16 до 20 лет			
от 21 до 30 лет			
от 31 до 40 лет			
от 41 до 50 лет			
от 51 до 60 лет			
от 61 и старше			
Всего			

Построить частотную гистограмму распределения респондентов по возрастам и по полу.

Для всей выборки для возрастной шкалы вычислить допустимые меры центральной тенденции и разброса¹.

3. Анализ пунктов.

3.1. Провести факторный анализ всех пунктов опросника.

3.1.1. Скопировать из **Листа 2** столбцы, соответствующие пунктам опросника, в редактор данных SPSS и сохранить данные в файле **all.sav**. Нумерация респондентов соответствует нумерации строк.

3.1.2. Данную матрицу необходимо профакторизовать методом главных компонент с ортогональным и косоугольным вращением, исходя из значимых факторов по: а) критерию осыпи; б) Кайзера и в) также равным изначальному числу шкал опросника.

3.1.3. Проинтерпретировать выделенные факторы исходя из семантики пунктов опросника, получивших наибольшие факторные нагрузки для этих факторов. Сооставить выделенные факторы со шкалами опросника. Похожи они или нет по составу пунктов?

3.1.4. Выбрать для себя наиболее понравившееся решение из всех моделей и написать отчет (см. гл. 8). В отчете должна быть представлена расширенная матрица факторных нагрузок, в которую помимо факторных нагрузок и номеров пунктов должны быть включены тексты вопросов пунктов, а также вклад в общую дисперсию каждого фактора. Необходимо выделить смысловые инварианты, на основе которых те или иные пункты получили максимальные факторные нагрузки.

3.2. Провести анализ надежности любых двух шкал опросника.

3.2.1. В верхней строке меню SPSS выбрать **Analyze** (Анализ), далее **Scale** (Шкала), затем **Reliability analysis** (Анализ надежности) (рис. 10.5).

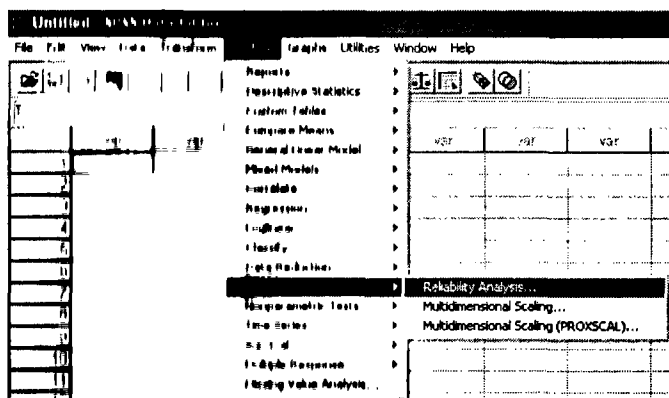


Рис. 10.5. Процесс установки анализа надежности в SPSS

¹ Подсказка. Поскольку шкала интервала — это интервальная шкала, необходимо вычислять среднее и среднеквадратичное отклонение.

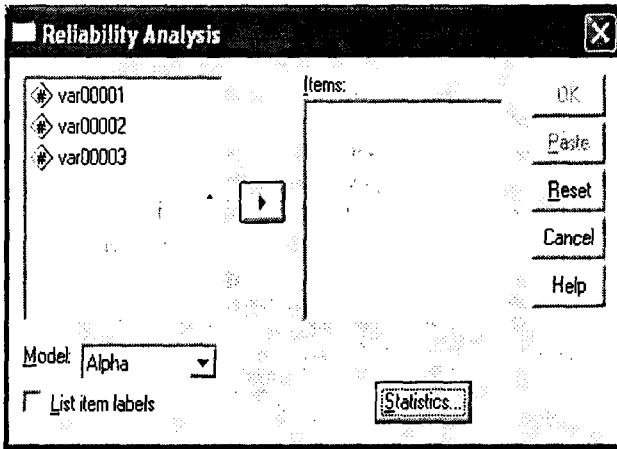


Рис. 10.6. Окно спецификации анализа надежности в SPSS

В появившемся диалоговом окне (рис. 10.6) перенесите из поля всех переменных (слева) в правое поле **Items** (Пункты) переменные, образующие анализируемую шкалу, нажмите кнопку **Statistics** (Статистические показатели).

В появившемся окне (рис. 10.7) установите флажки, указывающие необходимость вычисления дескриптивных показателей для шкал и

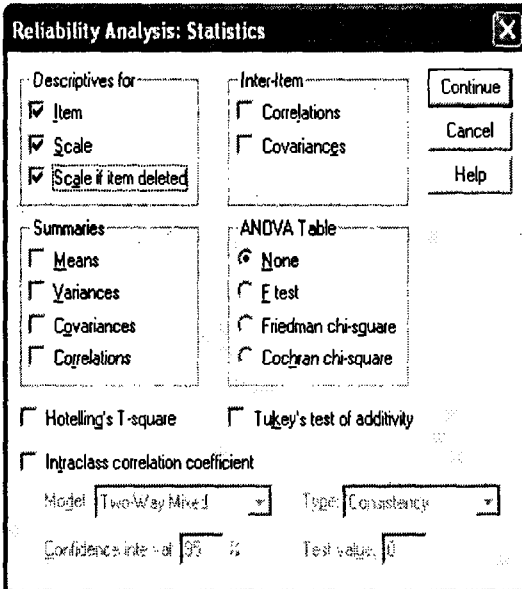


Рис. 10.7. Задание статистических показателей, выводимых при определении надежности шкалы в SPSS

пунктов в отдельности, а также показателя **Scale if item deleted** (Надежность в случае удаления пункта). Последний показатель можно рассматривать как меру соответствия пункта шкале: если при удалении пункта показатель альфа Кронбаха возрастает, пункт плохо работает на шкалу, если показатель альфа уменьшается, то пункт хорошо работает на шкалу.

Другим показателем соответствия пункта шкале является коэффициент корреляции этого пункта со шкалой. Для всех пунктов вычислить коэффициент корреляции Пирсона с соответствующей шкалой.

Получившиеся результаты записать в таблице:

Название шкалы		Значение альфа Кронбаха	
Номер пункта	Содержание вопроса пункта	Альфа Кронбаха, если пункт удален	Коэффициент корреляции пункта со шкалой

Проанализировать результаты: на основе данных, представленных в двух последних столбцах, выделить пункты, соответствующие шкале в наибольшей и наименьшей степени. Сравнить и проинтерпретировать результаты.

4. Анализ шкал.

4.1. Для всей выборки по любым двум шкалам опросника вычислить допустимые меры центральной тенденции и разброса.

4.2. На одном графике по любым двум шкалам опросника нарисовать два боксплота.

4.3. Для любых двух шкал построить частотные диаграммы распределения бальных оценок

4.4. Проверить тест на нормальность.

4.5. Сравнение подвыборок.

4.5.1. По любому из двух демографических параметров сформировать две подвыборки. Например, МУЖЧИНЫ и ЖЕНЩИНЫ или ДО 30 ЛЕТ и ПОСЛЕ 40 и т.д. Вычислить допустимые меры центральной тенденции и разброса для обеих подвыборок для каждой из 2-х шкал.

4.5.2. Результаты ответов каждой подвыборки сравнить между собой (задача об однородности двух выборок — параметрический критерий).

4.6. Для любых двух шкал проверить гипотезу об их взаимосвязи/независимости (корреляция) для всей выборки в целом.

4.7. Взаимосвязь шкалы и социально-демографических показателей.

Для любой ШКАЛЫ построить таблицу сопряженности ПОЛ×ШКАЛА. Диапазон ШКАЛЫ разбить на три интервала: $(-\infty, X_{cp} - \sigma)$, $[X_{cp} - \sigma; X_{cp} + \sigma]$, $(X_{cp} + \sigma; +\infty)$. X_{cp} — выборочное среднее, σ — стандартное отклонение по ШКАЛЕ — показатели, вычисленные в п. 4.1.

Построить новую категориальную переменную ШКАЛА_K по следующему принципу.

Если показатель по ШКАЛЕ у испытуемого меньше, чем $X_{cp} - \sigma$, то значение переменной ШКАЛА_К у этого испытуемого равно 1;

если показатель по ШКАЛЕ у испытуемого лежит в диапазоне от $X_{cp} - \sigma$ до $X_{cp} + \sigma$, то значение переменной ШКАЛА_К у этого испытуемого равно 2;

если показатель по ШКАЛЕ у испытуемого больше, чем $X_{cp} + \sigma$, то значение переменной ШКАЛА_К у этого испытуемого равно 3.

Проверить гипотезу о независимости признаков (ассоциативный χ^2 -тест).

Для любой ШКАЛЫ построить таблицу сопряженности ВОЗРАСТ \times ШКАЛА.

Категоризация переменной ВОЗРАСТ происходит аналогично категоризации любой другой ШКАЛЫ. Строится переменная ВОЗРАСТ_К, принимающая значения 1, 2, 3 в зависимости от того, в какой интервал попадает значение переменной ВОЗРАСТ: $(-\infty, X_{cp} - \sigma)$, $[X_{cp} - \sigma; X_{cp} + \sigma]$, $(X_{cp} + \sigma; +\infty)$ соответственно.

4.8. ВОЗРАСТ разбить на три уровня согласно п. 4.7 или на шесть уровней, как в таблице 1. Выполнить однофакторный дисперсионный анализ для проверки гипотезы о влиянии фактора ВОЗРАСТА на отклик для каждой параметризации. Сравнить результаты. Результаты и интерпретацию включить в отчет.

4.9. Выполнить двухфакторный дисперсионный анализ: первым независимым фактором является возраст (три уровня), вторым — пол (два уровня). Проверить гипотезу о влиянии обоих факторов на отклик, а также о наличии межфакторного взаимодействия. Построить графики средних при различных уровнях реализации обоих факторов.

4.10. Регрессионный анализ.

Для любых двух шкал опросника провести регрессионный анализ возраста на эти шкалы. Построить:

- ♦ простую линейную регрессию;
- ♦ подобрать вид формулы из списка, предлагаемого в программах, которая с вашей точки зрения могла бы наилучшим образом приблизить экспериментальные данные;
- ♦ сравнить полученные результаты регрессионного анализа с точки зрения лучшего приближения и статистической значимости:

а) для каждого типа формулы

б) для каждой шкалы

5. Анализ данных по испытуемым.

По выбранным двум шкалам вычислить стандартизированные z-оценки для своих испытуемых. По выбранным двум шкалам вычислить стандартизированные z-оценки для «своих» испытуемых (тех, ко-

торые были опрошены непосредственно данным студентом). Для этого следует воспользоваться формулой для определения значения z-оценки i -го испытуемого:

$$z_i = \frac{x_i - X_{cp}}{\sigma}$$

где x_i — оценка i -го испытуемого по шкале;
 X_{cp} — выборочное среднее;
 σ — стандартное отклонение по этой шкале.

Сформулировать полученные результаты на содержательном уровне.

6. Чтобы отчет соответствовал требованиям научно-исследовательского текста, помимо таблиц и графиков в него необходимо включить введение. Во введении должны быть указаны:

- ♦ постановка задачи;
- ♦ цель, конкретные статистические задачи, которые нужно выполнить, определения (паттернов, среднее, медиана, дисперсия, квартиль, межквартильный размах, коэффициент корреляции);
- ♦ используемая компьютерная программа;
- ♦ выполняемый анализ.

Цели:

- ♦ анализ пунктов;
- ♦ шкал;
- ♦ респондентов.

Методы:

- ♦ дискриптивная статистика (вычисление мер центральной тенденции: медиана и среднее, дисперсия и межквартильный размах, разброса, коэффициента корреляции);
- ♦ сравнение двух выборок на однородность. Проверка равенства средних;
- ♦ однофакторный дисперсионный анализ для трех и шести выборок;
- ♦ двухфакторный дисперсионный анализ;
- ♦ регрессионный анализ;
- ♦ эксплораторный факторный анализ.

Во введении нужно сформулировать нулевую и альтернативную гипотезы в каждом конкретном случае.

КВАНТИЛИ СТАТИСТИКИ МАННА-УИТНИ

**Односторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,001$
и двусторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,002$**

n_1	n_2																		
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20				
1																			
2																			
3																			
4					0	0	0	1	1	1	2	0	0	0	0				
5		0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7				
6	0	1	2	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
7		2	3	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16				
8			5	5	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	21				
9				7	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	26				
10					10	12	14	17	19	21	23	25	27	29	32				
11						15	17	20	22	24	27	29	32	34	37				
12							20	23	25	28	31	34	37	40	42				
13								26	29	32	35	38	42	45	48				
14									32	36	39	43	46	50	54				
15										40	43	47	51	55	59				
16											48	52	56	60	65				
17												57	61	66	70				
18													66	71	76				
19														77	82				
20															88				

**Односторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,01$
и двусторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,02$**

n_1	n_2																		
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
1																			
2																			
3										0	0	0	0	0	1	1			
4				0	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5			
5	0	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	8	9	9	10				
6	1	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			
7			6	6	7	8	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28	
8				8	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28	30	32	34
9				10	11	13	15	17	20	22	24	26	28	31	33	36	38	40	
10					14	16	18	21	23	26	28	31	33	36	38	41	44	47	
11						19	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47	50	53	
12							25	28	31	34	37	41	44	47	50	53	56	60	
13								31	35	38	42	46	49	53	56	60	66	70	
14									39	43	47	51	55	59	63	67	73	77	
15										47	51	56	60	65	69	73	78	80	
16											56	61	66	70	75	80	87	87	
17												66	71	76	82	87	93	93	
18													77	82	88	93	99	100	
19														88	94	100	107	107	
20															101	107	114	114	

**Односторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,025$
и двусторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,05$**

n_1	n_2																			
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
1																				
2					0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2			
3		0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8			
4	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13			
5		2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20			
6			5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27			
7				8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34			
8					13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41			
9						17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48			
10							23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55			
11								30	33	37	40	44	47	51	55	58	62			
12									37	41	45	49	53	57	61	65	69			
13										45	50	54	59	63	67	72	76			
14											55	59	64	67	74	78	83			
15												64	70	75	80	85	90			
16													75	81	86	92	98			
17														87	93	99	105			
18															99	106	112			
19																113	119			
20																	127			

**Односторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,05$
и двусторонний критерий для уровня значимости $\alpha = 0,10$**

n_1	n_2																			
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
1																		0	0	
2				0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	
3	0	0	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7	8	9	10	11	11	11	
4		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	18	
5			4	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25	25	
6				7	8	10	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32	32	
7					11	13	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39	39	
8						15	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47	47	
9							21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	54	
10								27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62	62	
11									34	38	42	46	50	54	57	61	65	69	69	
12										42	47	51	55	60	64	68	72	77	77	
13											51	56	61	65	70	75	80	84	84	
14												61	66	71	77	82	87	92	92	
15													72	77	83	88	94	100	100	
16														83	89	95	101	107	107	
17															96	102	109	115	115	
18																109	116	123	123	
19																	123	130	130	
20																		138	138	

КВАНТИЛИ СТАТИСТИКИ ВИЛКОКСОНА

n	Односторонний $\alpha = 0,01$	Односторонний $\alpha = 0,025$	Односторонний $\alpha = 0,05$
	Двусторонний $\alpha = 0,02$	Двусторонний $\alpha = 0,05$	Двусторонний $\alpha = 0,10$
5			1
6		1	2
7	0	2	4
8	2	4	6
9	3	6	8
10	5	8	11
11	7	11	14
12	10	14	17
13	13	17	21
14	16	21	26
15	20	25	30
16	24	30	36
17	28	35	41
18	33	40	47
19	38	46	54
20	43	52	60
21	49	59	68
22	56	66	75
23	62	73	83
24	69	81	92
25	77	90	101
26	85	98	110
27	93	107	120
28	102	117	130
29	111	127	141
30	120	137	152

**КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ ЗНАКОВ ДЛЯ УРОВНЯ
СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ $P < 0.05$ И $P < 0.01$**

Преобладание типичного сдвига является достоверным, если $S_{эмп}$ ниже или равен $S_{0,05}$, и тем более достоверным, если $S_{эмп}$ ниже или равен $S_{0,01}$.

n	0,05	0,01
5	0	—
6	0	—
7	0	0
8	1	0
9	1	0
10	1	0
11	2	1
12	2	1
13	3	1
14	3	2
15	3	2
16	4	2
17	4	3
18	5	3
19	5	4
20	5	4
21	6	4
22	6	5
23	7	5
24	7	5
25	7	6
26	8	6
27	8	7
28	8	7
29	9	7
30	10	8
31	10	8
32	10	8

n	0,05	0,01
33	11	9
34	11	9
35	12	10
36	12	10
37	13	10
38	13	11
39	13	11
40	14	12
41	14	12
42	15	13
43	15	13
44	16	13
45	16	14
46	16	14
47	17	15
48	17	15
49	18	15
50	18	16
52	19	17
54	20	18
56	21	18
58	22	19
60	23	20
62	24	21
64	24	22
66	25	23
68	26	23
70	27	24

<i>n</i>	0,05	0,01
72	28	25
74	29	26
76	30	27
78	31	28
80	32	29
82	33	30
84	33	30
86	34	31
88	35	32
90	36	33
92	37	34
94	38	35
96	39	36
98	40	37
100	41	37

<i>n</i>	0,05	0,01
110	45	42
120	50	46
130	55	51
140	59	55
150	64	60
160	69	64
170	73	69
180	78	73
190	83	78
200	87	83
220	97	92
240	106	101
260	116	110
280	125	120
300	135	129

КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ РАНГОВ СПИРМАНА

Связь достоверна на уровне значимости α , если $r_{\text{Спирман}} > r(n, \alpha)$.

n	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,025$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,005$
5	0,900	—	—	—
6	0,829	0,886	0,943	—
7	0,714	0,786	0,893	—
8	0,641	0,738	0,833	0,881
9	0,600	0,683	0,783	0,833
10	0,564	0,648	0,745	0,794
11	0,521	0,623	0,736	0,818
12	0,497	0,591	0,703	0,780
13	0,475	0,566	0,673	0,745
14	0,457	0,545	0,646	0,716
15	0,441	0,525	0,623	0,689
16	0,425	0,507	0,601	0,666
17	0,412	0,490	0,582	0,645
18	0,399	0,476	0,564	0,625
19	0,388	0,462	0,549	0,608
20	0,377	0,450	0,534	0,591
21	0,368	0,438	0,521	0,576
22	0,359	0,428	0,508	0,562
23	0,351	0,418	0,496	0,549
24	0,343	0,409	0,485	0,537
25	0,336	0,400	0,475	0,526
26	0,329	0,392	0,465	0,515
27	0,322	0,385	0,456	0,505
28	0,317	0,377	0,448	0,496
29	0,311	0,370	0,440	0,487
30	0,305	0,364	0,432	0,478

ЛИТЕРАТУРА

- Годфруа Дж.* Что такое психология: В 2 т. / Пер с франц. М.: 1992. Т. 2.
- Гусев А.Н.* Дисперсионный анализ в экспериментальной психологии. М., 2000.
- Кричевец А.Н., Шикин Е.В., Дьячков А.Г.* Математика для психологов: Учебник. М., 2003.
- Кулаицев А.П.* Методы и средства комплексного анализа данных. М.: Форум; Инфра-М., 2006.
- Минько А.А.* Статистический анализ в Microsoft Office Excel. Профессиональная работа. М.: Диалектика, 2004.
- Митина О.В., Михайловская И.Б.* Факторный анализ для психологов. М., 2001.
- Наследов А.Д.* Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. СПб.: Речь, 2004.
- Сидоренко Е.В.* Методы математической обработки данных в психологии. СПб., 2003.
- Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.* Анализ данных на компьютере. М., 2003.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
----------------	---

Часть 1

НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТИКИ

Глава 1. Описательная статистика	6
Глава 2. Тесты Стьюдента	44
Глава 3. Непараметрические критерии для задач об однородности одной и двух выборок	68
Глава 4. Вычисление статистики χ^2	91
Глава 5. Методы корреляционного анализа	108

Часть 2

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ МЕТОДАХ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТИКИ

Глава 6. Дисперсионный анализ	120
Глава 7. Регрессионный анализ	148

Часть 3

МНОГОМЕРНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ

Глава 8. Эксплораторный факторный анализ	168
Глава 9. Кластерный анализ	194

Часть 4

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Глава 10. Практические задачи	209
Глава 11. Проведение статистического анализа использования психодиагностического опросника	218
Приложение 1. Квантили статистики Манна-Уитни	230
Приложение 2. Квантили статистики Вилкоксона	232
Приложение 3. Критические значения критерия знаков для уровня статистической значимости $p < 0.05$ и $p < 0.01$	233
Приложение 4. Критические значения коэффициентов корреляции рангов Спирмана	235
Литература	236