# FIZIKA KURSI

A.A. DETLAF,  B.M. YAVORSKIY

A.A. DETLAF,  B.M. YAVORSKIY

# FIZIKA KURSI

## 1-KITOB

1-qism.  Mexanikaning fizik asoslari.
2-qism.  Molekulyar fizika va termodinamika asoslari.

Ruscha ikkinchi, qayta ishlangan
nashridan tarjima

O‘zbekiston Respublikasining Oliy va o‘rta maxsus ta’lim Vazirligi tomonidan texnika oliy o‘quv yurtlari talabalari uchun o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan

Farg‘ona «Texnika» - 2008

UDK 53
BBK 22.3
D 38

Ushbu o‘quv qo‘llanma hozirgi zamon fizikasi asoslarini o‘z ichiga olgan. Unda maxsus nisbiylik nazariyasi, klassik va kvant statistikalari, qattiq jismning kvant nazariyasi va elementar zarralar haqida hozirgi zamon tasavvurlari, shuningdek, hozirgi zamon va klassik fizikalarning o‘zaro aloqasi va izcxilligini ko‘rsatishga salmoqli o‘rin ajratilgan.

Talabalarga foydalanishda qulaylik yaratish uchun ushbu katta hajmdagi «Fizika kursi» to‘rt jildli kitoblar shaklida nashr etilmoqda. Mazkur birinchi kitobda «Mexanikaning fizik asoslari. Molekulyar fizika va termodinamika asoslari» qismlarining tarjimasi keltirilgan.

Tarjimonlar: f.-m.f.d., prof. Yuldashev N.X. (So‘z boshi, Kirish)
f.-m.f.n., dotsent Xatamov S.O. (I-III boblar)
f.-m.f.n., dotsent Tadjibayev M. (IV-XII- boblar)

Mas’ul muharrir: f.-m.f.d., prof. Yuldashev N.X.

ISBN 5-06-003556-5

## RUSCHA IKKINCHI NASHRIGA YOZILGAN SO‘Z BOSHI

Fizika muhandislar tayyorlashning nazariy asosini tashkil etuvchi fundamental fanlar qatoriga kiradi va shunday baza rolini o‘ynaydiki, uningsiz hozirgi zamon texnikasining ixtiyoriy sohasida muhandis muvaffaqiyatli faoliyat yurita olmaydi. Oxirgi uch yuz yil mobaynida texnika taraqqiyoti fizika rivojlanishi bilan yaqindan chatishib ketdi: fizika texnikada prinsipial yangi yo‘nalishlarni bashorat qildi va ilmiy asosladi. XX asrda bu bog‘lanish uzviy tus oldi. Ilmiy – texnikaviy inqilobning shiddatli ravishda o‘sishi oliy texnika o‘quv yurtlarida fizika kursining mazmunini tubdan qayta ko‘rishni taqozo qildi. Zamonaviy muhandisdan faqat klassik fizikadangina emas, balki hozirgi zamon fizikasi (nisbiylik nazariyasi, kvant mexanikasi, qattiq jism fizikasi va boshqalar) dan ham chuqur bilimlar talab etiladi. Ushbu kitob mualliflari oliy texnika o‘quv yurti fizika kursida klassik va hozirgi zamon fizikasining fundamental asoslarini organik birlashtirish g‘oyasini amalga oshirishga harakat qildilar. Bu esa kursning mazmuni va alohida bo‘limlar hajmini ham, ularni bayon qilish ketma – ketligini ham qayta qarab chiqishni taqozo etdi. Masalan, maxsus nisbiylik nazariyasi qo‘llanmada klassik mexanikadan keyinoq bayon qilinadi va kursning kelgusi bo‘limlarida foydalanilgan (xususan, elektrodinamikada harakatlanuvchi elektr zaryadi va tokli o‘tkazgichning o‘zaro ta’sirini relyativistik talqin etish uchun). Fermi – Dirak va Boze – Eynshteyn kvant statistikalarining asoslari hamda ularning metallardagi aynigan elektronlar gaziga, yarim o‘tkazgichlarga, muvozanatli issiqlik nurlanishiga va kristallardagi fononlar gaziga qo‘llanilishi yetarlicha batafsil qarab chiqilgan. O‘ta o‘tkazuvchanlik va u bilan bog‘liq effektlarga, plazma fizikasi asoslariga, elementar zarralar fizikasining hozirgi zamon holatiga zaruriy e’tibor qaratilgan.

Mexanikada saqlanish qonunlari bilan fazo va vaqt simmetriyasining aloqasi ko‘rib o‘tilgan.

Qo‘llanmada fizikaning tarixiy rivojlanish yo‘lida vujudga kelgan qiyincxiliklar va xatolar, shuningdek, u yoki bu fizik nazariyalar va qonunlarning qo‘llanish chegaralari muhokama etiladi. Materialni tanlash va uni bayon qilish usulida mualliflarning ko‘p yillik o‘qituvcxilik tajribasidan foydalanilgan. O‘rganilayotgan hodisalar, tushunchalar va qonunlarning fizik ma’nolarini ochishga ziyon keltirmagan holda mumkin qadar qisqa va umumiy muhokama yuritishga harakat qilindi. Kitobda eng muhim fizik eksperimentlar, shuningdek, ba’zi ma’ruza demonstratsiyalarining qisqa tavsiflari keltirilgan. Fizik kattaliklarning o‘lchamliklari va birliklar sistemalari haqidagi ma’lumotlar Ilovada alohida berilgan. Shu yerning o‘zida fundamental fizik doimiyliklarning qiymatlari va fizik kattaliklarni bevosita va bilvosita o‘lchashdagi xatoliklarni hisoblash qoidalari keltirilgan. Matematik saviya bo‘yicha «Fizika kursi» oliy texnika o‘quv yurtlari birinchi bosqich talabalarining matematik tayyorgarligiga mos keladi va faqat ayrim joylarda kichik matematik qo‘shimchalar berilgan.

Vektor kattaliklarni belgilash uchun barcha rasmlarda va matnda yarim quyuq shriftdan foydalanilgan. Yunon harflari bilan belgilangan kattaliklar bundan mustasno. Texnik sabablarga ko‘ra matnda ular strelkali och rang shriftda terilgan.

Kitobning 1–7, 13–34 - boblari va Ilovasini Detlaf A.A., 8–12, 35–45 - boblarini Yavorskiy B.M., 46–bobni esa Naumov A.I. yozgan.

Mualliflar kitob birinchi nashrining taqrizcxilari – professorlar Berzina I.G., Vereo‘agin I.K., Denisov F.P., Yel’kin A.I., Paxomova N.L. va dotsentlar Narovskiy N.P., Seleznov V.A., Serov Ye.A., Xavrunyak V.G. larga bir qator foydali maslahatlari va tanqidiy fikrlari uchun chuqur minnatdorcxilik izhor qiladilar.

Ikkinchi nashrni tayyorlashda kitobga ba’zi o‘zgartirishlar va qo‘shimchalar kiritildi. Xususan, zamonaviy tasavvurlarga muvofiq eskirib qolgan zarraning relyativistik massasi va uning tinchlikdagi massasi tushunchalaridan voz kechishga kelisxildi. Afsuski, uzoq og‘ir kasallik va 1996 yilda hayotdan ko‘z yumishi natijasida mening ko‘p yillik hammuallifim va unitilmas do‘stim Yavorskiy Boris Mixaylovich kitobni qayta nashrga tayyorlashda faol qatnasha olmadi. Biroq barcha o‘zgarishlarni u ma’qullagan edi.

Detlaf A.A.

## TARJIMA MAS’UL MUHARRIRINING SO‘Z BOSHISI

O‘zbek tiliga o‘girilib, o‘quvcxilar hukmiga havola qilinayotgan “Kurs fiziki” (Moskva, “Visshaya shkola”, 2000 g., 2-e. izd., 58.5 usl. pech. l.) o‘quv qo‘llanmasining mualliflari A.A. Detlaf va B.M. Yavorskiylar fizik kitobxonlarga o‘zlarining 3 jildlik “Kurs fiziki” va “Spravochnik po fizike dlya nauchnix rabotnikov i injenerov” kitoblari bilan yaxshi tanish. Ular yaratgan o‘quv qo‘llanmalar materiallarining sinchiklab saralanganligi, qat’iy ketma-ketligi, ixchamliligi, bayon etilishining yuqori ilmiy saviyasi va pedagogik mahorati bilan ajralib turadi. Texnika oliy o‘quv yurtlarining talabalari uchun mo‘ljallangan ushbu o‘quv qo‘llanma ham bundan mustasno emas.

Umumiy fizika bo‘yicha 1960-1980-yillarda bir qator fundamental darslik va o‘quv qo‘llanmalar rus tilidan o‘zbekchaga tarjima qilingan. Chunonchi, Firish S.E., Timoreva A.V. “Umumiy fizika kursi”, Toshkent, “O‘qituvchi”, 1965-1972 (1-3 qismlar); Putilov K.A. “Umumiy fizika kursi”, Toshkent, “O‘qituvchi”, 1968-1971 (1-3 qismlar); Savel’ev I.V. “Umumiy fizika kursi”, Toshkent, “O‘qituvchi”, 1973-1976 (1-3 qismlar, 2-nashri), Sivuxin D.V. 1983-1985 (1-5 qismlar). Biroq, bu qo‘llanmalar nashr qilinganidan beri ko‘p yillar o‘tdi, ularning hajmi ham ancha katta bo‘lib, texnika oliy o‘quv yurtlari bakalavrlari o‘quv dasturiga qaraganda juda keng. Shu sababdan “Umumiy fizikadan” yangi darslik, o‘quv qo‘llanma yozish yoki ma’qul darslik, o‘quv qo‘llanmani tarjima qilish zarurati tug‘ildi. Atroflicha muhokama va mulohazalardan so‘ng tarjima mualliflari A.A. Detlaf va B.M. Yavorskiylarning “Kurs fiziki” o‘quv qo‘llanmasini tanladilar. Tarjima uchun aynan shu o‘quv qo‘llanmasini tanlanishiga quyidagi dalillarni keltirish mumkin:

1. Qo‘llanma mazmuni hozirgi kundagi mavjud OT DTS lariga to‘laroq mos keladi.
2. Etarlicha yuqori matematik saviya va chuqur fizik mohiyatning ma’qul mutanosibligi mavjud.
3. Keng ko‘lamdagi material ixcham qismlarga ajratilib, qulay didaktik usulda lo‘nda va ravon tilda bayon qilingan.
4. Qo‘llanma fizik mutaxassislar doirasida e’tibor qozongan, ular tomonidan ijobiy baholangan va ko‘p yillar mobaynida o‘quvcxilar sinovidan o‘tgan.

Ma’lumki, XX-asrning 70-yillarida jahonning ko‘pcxilik mamlakatlarida fizika o‘qitishning yangi uslubiga o‘tildi. Fizika ta’limning barcha bosqichlarida (Shu jumladan, oliy ta’limda) “Amaliy fizika” shaklidan uzoqlashib, asosiy fizik prinsiplarni o‘rganishga e’tibor qaratilgan va fundamental bilimlarning mustahkam asosini yaratadigan fan sifatida o‘qitila boshlandi. AQSh, Buyuk Britaniya va Rossiya kabi rivojlangan xorijiy davlatlarda 1980-1990-yillarda “Umumiy fizika” bo‘yicha chop etilgan zamonaviy qo‘llanmalarda nazariy fizikaning qator bo‘limlari kiritilgan. Ta’lim evolyutsiyasida o‘quv materiallarining kengayib va murakkablashib borishi tabiiy hol, biroq “Umumiy fizika” eksperimental va fundamental fan sifatida o‘z hayotiyligini saqlab qolishi lozim. Ana shu talabga A.A. Detlaf va B.M. Yavorskiylarning bir jildlik “Fizika kursi” kitobi ma’lum darajada javob beradi deb o‘ylaymiz.

Tarjima kitobning Rossiya Federasiyasi ta’lim vazirligi tomonidan texnika oliy o‘quv yurtlari talabalari uchun o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etgan “to‘g‘rilangan va to‘ldirilgan 2-nashri” asosida amalga oshirildi. O‘quv qo‘llanma o‘zaro uzviy bog‘langan 8 bo‘limni va ilovani o‘z ichiga oladi. Boblar va paragraflar ketma-ketligi saqlangan va fizik mazmundan kelib chiqqan holda talabalarga qulaylik uchun qo‘llanma tarjimasini 4 ta mustaqil kitob shaklida chop etishni lozim topdik.

1-kitob. Mexanikaning fizik asoslari (1-bo‘lim). Molekulyar fizika va termodinamika asoslari (2-bo‘lim).

2-kitob. Elektrodinamika (3-bo‘lim).

3-kitob. Tebranma va to‘lqin jarayonlar. Optika (4-bo‘lim).

4-kitob. Nurlanishning kvant xossalari (5-bo‘lim). Kvant mexanikasi va atom fizikasi elementlari (6-bo‘lim). Kvant statistikasi va qattiq jismlar kvant fizikasi elementlari (7-bo‘lim). Yadro va elementar zarralar fizikasi asoslari (8-bo‘lim).

Kitobda kechagina maxsus ilmiy adabiyotlarning sahifalarida muhokama qilingan muammolarning tahliliga o‘rin berilgan. Zamonaviy fizikaning eng dolzarb masalalari 5-8-bo‘limlarda atroflicha aks ettirilgan. Mualliflar fizika fani va texnikaning eng oxirgi yutuqlarini va bizni o‘rab turgan olam haqidagi yangi tasavvurlarni o‘z ichiga olgan bilimlarni ixcham ma’lumotlar ko‘rinishida berishga intilganlar. Bular o‘quv qo‘llanmaning qimmatini va umrboqiyligini oshiradi.

Kitobning o‘zbekcha tarjimasini nashrga tayyorlashda ayrim juz’iy qiyincxiliklarga duch kelindi: birinchidan, mualliflarning o‘ziga xos fikrlash uslublarini tarjimada qat’iy saqlash va tez-tez uchrab turadigan o‘ta katta hajmdagi gaplarning ma’nosini uzviy holda berishdan iborat qarama-qarsxilikni yengish; ikkinchidan, 1990-yilarda paydo bo‘lgan fizikaviy atamalarning asossiz yangi avlodini yaratish yo‘lidan bormasdan, ko‘p yillar mobaynida sinovdan o‘tgan an’anaviy atamashunoslik elementlarini saqlab qolish. Bularni bartaraf etishga tarjima mualliflari qay darajada erishganligi haqida xulosa chiqarish kitobxonlar hukmiga havola qilinadi.

Kitobning tarjimasi Farg‘ona politexnika instituti fizika kafedrasining dotsentlari, fiz.-mat. fanlari nomzodlari Xatamov S.O. (1-3 boblar), Tadjibayev M. (4-12, 27-34), Xaydarov A.X. va Xomidov T.X. (13-26) hamda fiz.-mat. fanlari doktori, professor Yuldashev N.X. (So‘z boshi, Kirish, 35-46) lar tomonidan bajarildi.

Tarjima sifati va kitob to‘g‘risidagi barcha fikr-mulohazalar quyidagi manzilga yuborilishi so‘raladi: 712028 Farg‘ona shahar, Farg‘ona ko‘chasi 86-uy, tel: 222-13-30.

Yuldashev N.X.

# KIRISH

**1.** Fizika – materiya harakatining eng sodda ko‘rinishlari va tabiatning ularga mos eng umumiy qonunlari haqidagi fandir. Fizika matematika bilan uzviy bog‘liq. U aniq fanlar qatoriga kiradi va o‘zining tushunchalari va qonunlarini matematik tilda ifodalaydi. Fizika bilan boshqa tabiiy fanlar (kimyo, geologiya, biologiya va boshqalar) chambarchas bog‘langan, chunki ularda fizik tushunchalar, qonunlar va tabiat hodisalarini tekshirish usullari, shuningdek, turli xil fizik asboblar keng qo‘llaniladi.

Fizika-eksperimental fan. Eksperiment, ya’ni aniq nazorat qilinadigan shart – sharoitlarda o‘rganilayotgan hodisani kuzatish, fizikadagi asosiy tadqiqot usullaridan biridir. Eksperimental ma’lumotlarni tushuntirish uchun berilgan hodisani boshqaruvchi ichki bog‘lanishlar haqida gipoteza ishlab chiqiladi. Gipotezaning to‘g‘riligi mos eksperimentlarni qo‘yish va gipotezadan kelib chiqadigan xulosalarni tajribalar va kuzatishlar natijalari bilan mos kelishini aniqlashtirish vositasida tekshirib ko‘riladi. Eksperimental tekshirishdan muvaffaqiyatli o‘tgan va bilimlar tizimiga kiritilgan gipoteza qonunga yoki nazariyaga aylanadi. Fizik nazariya tajriba natijalarini umumlashtiruvchi va tabiatning ob’ektiv qonuniyatlarini aks ettiruvchi asosiy g‘oyalar to‘plamidan iborat. Fizik nazariya tabiat hodisalarining yaxlit bir sohasini yagona nuqtai nazardan tushuntirib beradi. Nazariyaning to‘g‘riligi pirovardida uning xulosalarini tajriba natijalari, amaliyotga mos kelishi bilan aniqlanadi. Demak, amaliyot bilimlar manbaigina bo‘lmasdan, balki ularning haqiqiylik mezoni hamdir. Har qanday fizik hodisani o‘rganishda teng ravishda eksperiment ham, nazariya ham zarurdir.

**2**. Yuqorida ko‘rilgan tadqiqotning induktiv usuli (eksperimentdan nazariyaga) fizikada tabiat hodisalarini bilishning yagona usuli deb o‘ylamaslik kerak. Bilishning boshqa, deduktiv usuli (nazariyadan eksperimentga va amaliyotga) ham mavjud. Fizika tarixi shuni ko‘rsatadiki, deduktiv usul fizika taraqqiyotida juda muhim rol o‘ynagan va o‘ynab kelmoqda. Ko‘pgina fizik hodisalar dastlab fizik – nazariyotcxilar tomonidan bashorat qilingan va so‘ngra maxsus qo‘yilgan eksperimentlar yordamida topilgan. Ishonchli misol tariqasida Maksvell J.K. tomonidan ishlab chiqilgan elektromagnit maydon nazariyasida elektromagnit to‘lqinlar mavjudligi, ularning xossalari va shu asosda yorug‘lik elektromagnit tabiatining kashf etilishini ko‘rsatamiz. Bu kashfiyot faqatgina 20 yil o‘tgandan so‘ng Gerts G., Lebedev P.N. va boshqalarning tajribalarida ekperimental tasdig‘ini topdi.

Fizika filosofiya bilan chambarchas bog‘langan. Fizika sohasidagi yirik kashfiyotlar (masalan, energiyaning saqlanish va o‘zgarish qonuni, termodinamikaning ikkinchi qonuni, korpuskulyar – to‘lqin dualizmi va materiyaning ikki ko‘rinishi – modda va maydonning o‘zaro bir – biriga aylanuvchanligi, mikroolamdagi qonuniyatlarni ifodalashning statistik xarakteri va boshqalar) har doim materializm va idealizm kurashi bilan bog‘liq bo‘lgan. Fizikaning butun tarixi dialektik materializmning asosiy qonun – qoidalarini yorqin tasdig‘idan iborat. Shuning uchun fizikani o‘rganish va uning kashfiyotlari va qonunlarini falsafiy anglab yetish chinakam ilmiy dunyoqarash shakllanishida muhim rol o‘ynaydi.

**3.** XIX asrning ikkinchi yarmida va ayniqsa, XX asrda fizika shunday tez sur’atlar bilan rivojlandiki va shunday buyuk natijalarga erishdiki, ularni biror boshqa tabiiy fan bilmagan. Ulardan faqat ba’zilarini ko‘rsatib o‘tamiz. XIX asrning ikkinchi yarmida elektromagnit maydon nazariyasi qurildi, elektromagnit to‘lqinlar kashf etildi va o‘rganildi. Buning asosida elektro va radiotexnika gurkirab rivojlana boshladi. XX yuz yillik boshlanishi kvantlar nazariyasining tug‘ilishi va nisbiylik nazariyasining yaratilishi bilan nishonlandi. Asrimizning 20 – yillarida kvant mexanikasi yuzaga keldi va hayratda qolarli tezlikda rivojlandi. U nisbiylik nazariyasi bilan birga atom va yadro fizikasi, qattiq jismlar fizikasi va hozirgi zamon fizikasi boshqa bo‘limlarining nazariy asosi bo‘lib qoldi.

Eksperimental fizikaviy tadqiqotlarning o‘z ahamiyatiga ko‘ra nodir yangi usullari turli yadroviy o‘zgarishlarni o‘rganish va insoniyatga xizmat qildirish imkonini berdi. Shu asosda yadro energetikasi rivojlandi, sun’iy radioaktivlik esa ishlab chiqarishning har xil sohalarida, geologiyada, biologiyada va meditsinada keng qo‘llanilayotgan nishonli atomlar usulining asosiga aylandi. Yarim o‘tkazgichlar fizikasining muvaffaqiyatlari texnika va elektronikada, shuningdek, hisoblash texnikasida chinakam inqilobga olib keldi. Hozirgi kunlarda fizikaning buyuk yutuqlarini hatto oddiy sanab chiqish nihoyatda ko‘p vaqt olar edi. Biroq buning zarurati yo‘q, inchunin, faqat fizika kursini muntazam o‘rganib chiqishgina bu yutuqlar ma’nosi va ahamiyatini anglab yetishga imkon beradi.

**4.** Fizika kursining eng muhim vazifalaridan biri talabalarda olamning hozirgi zamon fizik manzarasi haqida tasavvur shakllantirishdir. Atrofimizdagi jismlar makroolamni tashkil etadi. Makroolamni tavsiflaydigan klassik fizikada materiya ikki shaklda – modda va maydon ko‘rinishida mavjud deb hisoblanadi. Modda atomlar va molekulalardan tuzilgan. Atomlar va molekulalar shunchalik kichikki, ular ob’ektlarining xarakterli o‘lchamlari $R \leq 10^{-9}$m bo‘lgan mikroolamning o‘lcham bo‘yicha eng yirik vakillari qatoriga kiradi. Mikroolamning bundan keyingi maydaroq ob’ektlari atomlarning tarkibiy qismlari – elektronlar va atom yadrolaridir. O‘z navbatida atom yadrolari protonlar va neytronlardan tashkil topgan. Elektronlar va nuklonlar (protonlar va neytronlar) odatda elementar zarralar deb ataladigan zarralar toifasiga taalluqlidir. Elektronlar fundamental zarralar deb nomlanadigan oddiy, ya’ni chinakam «elementar» zarralarga tegishli. Protonlar va neytronlar murakkab zarralardir. Ular kvarklar deb ataladigan fundamental zarralardan tarkib topgan.

Hozirgi vaqtda asosan turg‘un bo‘lmagan bir necha yuz elementar zarralar ma’lum. Bu zarralar qatnashadigan barcha jarayonlar uch xil fundamental o‘zaro ta’sirlar bilan bog‘liq: kuchli, elektromagnit va kuchsiz. Kuchli o‘zaro ta’sir kvarklardan qurilgan murakkab elementar zarralar – adronlar (masalan, nuklonlar) o‘rtasida yuzaga chiqadi. Atom yadrolarining mustahkamligini ta’minlaydigan yadro kuchlari yadrodagi nuklonlarning kuchli o‘zaro ta’siri bilan bog‘langan. Elektromagnit ta’sir hamma elektr jihatdan zaryadlangan zarralarga (masalan, elektronlar, protonlar, ionlar va boshqalar uchun) xarakterlidir. U o‘rta maktab fizika kursidan yaxshi ma’lum. Kuchsiz o‘zaro ta’sir barcha elementar zarralarga xos va, masalan, bu zarralardan ko‘pcxiligining noturg‘unligiga sabab bo‘ladi. Fundamental o‘zaro ta’sirlarning to‘rtinchi turi – gravitatsion o‘zaro ta’sir bo‘lib, u hamma zarralar va jismlarga xos. Elementar zarralar uchun gravitatsion tortishish kuchlari shunchalik kichikki, ularni e’tiborga olmaydilar. Makroolamda gravitatsion o‘zaro ta’sir butun olam tortishish kuchlarida namoyon bo‘ladi va hisobga olinishi zarur.

Barcha fundamental o‘zaro ta’sirlar almashinuv xarakteriga egaligi isbotlangan: har qanday o‘zaro ta’sirning elementar aktlari o‘zaro ta’sirlashuvchi zarralar tomonidan o‘zaro ta’sirning taShuvcxilari bo‘lgan biror zarralarni chiqarishi va yutishi bilan bog‘liq. Masalan, elektromagnit o‘zaro ta’sirning tashuvchisi fotondir. O‘zaro ta’sir tashuvcxilari chinakam elementar, ya’ni fundamental zarralar deb qaraladi.

**5.** Ma’lumki, fan va texnikaning rivojlanishi jamiyatning iqtisodiy ehtiyojlari bilan aniqlanadi. Ishlab – chiqarishning texnik ko‘rsatkichi ma’lum darajada fanning imkoniyatlariga bog‘liq. Fizika va texnikaning taraqqiyot tarixi fizikadagi kashfiyotlar texnikaning yangi sohalarini yaratish va rivojlantirish uchun naqadar katta ahamiyat kasb etganligini ko‘rsatadi. Fizika texnikaning elektro va radiotexnika, elektron va hisoblash texnikasi, kosmik texnika va asbobsozlik, yadro energetikasi va lazer texnikasi va boshqalar kabi yangi – yangi tarmoqlari o‘sib chiqqan ilmiy fundamenti bo‘lib qoldi. Fizika fanining yutuqlari asosida umuman yangi va yanada takomillashgan ishlab chiqarish usullari, asboblar va qurilmalar tadqiq qilinmoqda.

O‘z navbatida texnika fizika taraqqiyotiga katta ta’sir ko‘rsatmoqda. Ma’lumki, aynan jamiyatning texnik ehtiyoji o‘z zamonasida turli inshootlar qurilishi uchun zarur bo‘lgan mexanikaning rivojlanishga olib keldi. Tejamliroq issiqlik dvigatellarini yaratish masalasi termodinamikaning tez rivojlanishini yuzaga chiqardi. Bunday misollarni davom ettirish mumkin. Texnika taraqqiyoti fizik tadqiqotlarning eksperimental usullarini takomillashtirishga ulkan ta’sir ko‘rsatmoqda. Hozirgi zamon texnikasi eksperimentatorlarga zaryadli zarralarni tezlatgichlar, Yerning sun’iy yo‘ldoshlari va kosmik stansiyalar, radioteleskoplar, mass – spektrometrlar, lazerlar, elektron hisoblash mashinalari va boshqalar kabi asboblar va qurilmalarini bermoqda.

Agar o‘tmishda yangi fizik hodisa ocxilishi va uning amaliy qo‘llanilishi borasida ko‘p o‘n yilliklar o‘tgan bo‘lsa, fizika va texnikaning zamonaviy taraqqiyoti bu vaqt oralig‘ining keskin qisqarishi bilan xarakterlanadi. Chunonchi, masalan, 1939 yilda neytronlar ta’siri ostida uran yadrolari bo‘linishining zanjiriy reaksiyasi kashf etilgan bo‘lsa, 1954 yilda dunyoda birinchi sanoat atom elektrostansiyasi (AES) ishga tushirildi. Fan va texnikaning turli tarmoqlarini birgalikdagi zo‘r berishlarining ajoyib yutug‘i - 1961 yilda amalga oshirilgan insonning kosmosga parvozi bo‘ldi.

**6.** Oxirgi o‘n yilliklarda jahon o‘z ko‘lami va tezligi bo‘yicha misli ko‘rilmagan ilmiy-texnikaviy inqilob ro‘y berishini boshidan kechiryapti. Hozirgi zamon fan va texnikasi nihoyat darajada tez sur’atlar bilan rivojlanyapti. Ishlab chiqarish usullari va texnologiyasi, foydalanilayotgan asbob – uskunalar muntazam ravishda takomillashyapti va yangilanyapti. Eng muhimi, muhandis – texnik va boshqa mutaxassislarga qo‘yiladigan talablar sifat jihatdan o‘zgaryapti. Mutlaqo shubhasiz, hozirgi zamonda oliy o‘quv yurtlarining ta’lim jarayonida yetarlicha keng va chuqur fundamental tayyorgarlik, shuningdek, mustaqil tadqiqot ishlari malakasini olgan bitiruvcxilarigina tez yo‘l topa bilishlari va muvaffaqiyatli ishlay olishlari mumkin. Bulardan kelib chiqqan holda oliy texnika o‘quv yurtlarida fizika kursining roli va vazifalarini quyidagi shaklda ifodalash mumkin:

**a)** fizikani o‘rganish bitiruvcxilarning fundamental tayyorgarligini shakllantirishda va ularda ilmiy dunyoqarash hosil qilishda muhim rol o‘ynaydi;

**b)** fizika ko‘pcxilik umummuhandislik va ixtisoslashtiruvchi fanlar uchun tayanch fandir;

**c)** hozirgi zamon ishlab chiqarishi ixtiyoriy tarmog‘ining rivojlanish yo‘li fizika bilan nihoyatda chambarchas qo‘sxilib ketadi.

Shning uchun har qanday ixtisos muhandisi o‘zining ishlab chiqarish faoliyatida ilmiy – texnikaviy inqilob yutuqlarini faol va ish ko‘zin bilgan holda tadbiq eta olish darajasida fizikani egallashi lozim.

# 1-qism

## *MEXANIKANING FIZIK ASOSLARI*

**1-bob**
Moddiy nuqta va
qattiq jism ilgarilanma
harakatining kinematikasi

**2-bob**
Moddiy nuqta va
qattiq jism ilgarilanma
harakatining dinamikasi

**3-bob**
Ish va mexanik energiya

**4-bob**
Aylanma harakat
kinematikasi va dinamikasi

**5-bob**
Mexanikada
saqlanish qonunlari

**6-bob**
Noinersial sanoq
sistemalaridagi harakat

**7-bob**
Maxsus nisbiylik
nazariyasi asoslari

# MODDIY NUQTA VA QATTIQ JISM ILGARILANMA HARAKATINING KINEMATIKASI

## 1.1-§. Mexanik harakat

**1.** Jismlarning yoki ular qismlarining o‘zaro joylashuvini o‘zgarishidan iborat bo‘lgan eng oddiy va shu bilan bir vaqtda juda tez-tez uchrab turuvchi va biz o‘rganib qolgan tabiatdagi harakat turlaridan biri **mexanik harakatdir**.

Jismlarning mexanik harakat va o‘zaro ta’sir qonuniyatlarini o‘rganish bilan shug‘ullanuvchi fizikaning bo‘limi **mexanika** deyiladi. Bunda jismga mexanik ta’sir deganda boshqa jismlarning ko‘rilayotgan jismning mexanik harakat holatini o‘zgarishiga yoki uning **deformasiyalanishiga,** ya’ni uning qismlarini o‘zaro joylashuvini o‘zgarishiga olib keluvchi ta’siri tushuniladi.

Umumiy holda jismga mexanik ta’sirning bu ikki ko‘rinishi bir-biri bilan birga uchraydi.

Tez harakatlanuvchi jismlarning **relyativistik mexanikasidan** farqli o‘laroq kichik tezlik bilan (yorug‘likning vakuumdagi tezligi $s=3\cdot10^8$m/c ga qaraganda) harakatlanuvchi jismlar mexanikasi **klassik mexanika** deyiladi. Klassik mexanika asoslarini I. N’yuton ishlab chiqqan. Shuning uchun uni, odatda, **N’yuton mexanikasi** deyiladi. Relyativistik mexanika maxsus nisbiylik nazariyasiga asoslanadi va uni keyinroq ko‘rib (7.6.- § ga qarang) chiqamiz.

Har doim mexanikaning u yoki bu aniq masalasini yechishda xayolan jismlar to‘plamidan berilgan masalada muhim bo‘lgan jismni ajratib olishga to‘g‘ri keladi. Bunday ko‘rilayotgan jismlarning xayolan ajratilgan majmuasiga mexanik sistema deyiladi.

Biz N’yuton mexanikasining ikki asosiy bo‘limi: kinematika va dinamikani o‘rganish bilan chegaralanamiz. Kinematikada harakatning har bir aniq turini amalga oshish sababini hisobga olmasdan jismlar mexanik harakatining matematik tavsifi beriladi. Mexanikaning asosiy bo‘limi dinamika bo‘lib, jismlar o‘zaro ta’sirlarining ular mexanik harakatiga ta’sirini tadqiqot qilish bilan shug‘ullanadi.

**2.** Bizni o‘rab olgan hamma jismlar nihoyatda ko‘p sonli molekula va atomlardan tuzilgan bo‘lib, **makroskopik sistemani** tashkil qiladi. Jismlarning mexanik xossalari ularning kimyoviy tarkibi, ichki tuzilishi va holati bilan aniqlanib, ularni o‘rganish mexanika doirasidan chetga chiqishi sababli bu masalalar fizikaning boshqa bo‘limlarida ko‘rib chiqiladi. Mexanikada real jismlarni tavsiflashda konkret masala shartiga qarab moddiy nuqta, absolyut qattiq jism, absolyut elastik jism, absolyut noelastik jism va shu kabi sodda modellardan foydalaniladi. U yoki bu modelni tanlash berilgan masalada real jismning barcha muhim o‘ziga xos xususiyatlarini hisobga olish, hamma ikkinchi darajali, masala yechishni qiyinlashtiruvcxilarini esa tashlab yuborish bilan amalga oshirilishi zarur.

*Moddiy nuqta deb, berilgan masalada shakli va o‘lchamlari ahamiyatsiz bo‘lgan jismga aytiladi.*

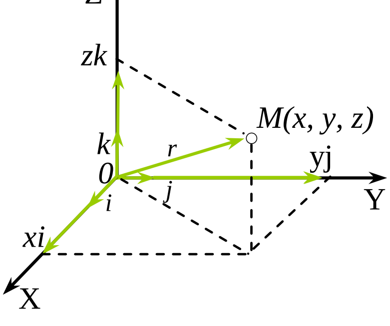
Ayni bir jismni bir masalada moddiy nuqta deb hisoblash mumkin, boshqalarida esa mumkin emas. Masalan, Yer va boshqa sayyoralarning Quyosh atrofidagi orbitada harakati koʻrilayotganda ularni moddiy nuqta deb qarash mumkin, chunki sayyoralar oʻlchami ularning orbitalari oʻlchamlaridan kichik. Shu vaqtning oʻzida mexanikaning Yerdagi barcha masalalarida Yerni moddiy nuqta deb hisoblash mumkin emas. Oʻrganilayotgan mexanik sistemani tashkil etuvchi har qanday koʻlami katta jism yoki jismlar sistemasini **moddiy nuqtalar sistemasi** deb qarash mumkin. Buning uchun sistemasining barcha jismlarini xayolan shu qadar koʻp sondagi qismlarga boʻlish kerakki, har bir qism oʻlchami jismlarning oʻzlarini oʻlchamlariga nisbatan solishtirilganda juda ham kichik boʻlsin.

*Absolyut qattiq jism deb, xohlagan ikki nuqtasi orasidagi masofa doimo oʻzgarmay qoladigan jismga aytiladi.* Bu model koʻrilayotgan masalada jismning boshqa jismlar bilan oʻzaro ta’sirlashgandagi deformasiyasi juda ham kichik boʻlgan hollarda yaroqlidir. Absolyut qattiq jismni bir-biri bilan qattiq bogʻlangan moddiy nuqtalar tizimi koʻrinishida deyishimiz mumkin. Kelgusida anglasxilmovcxilik keltirib chiqarmaydigan joylarda «absolyut qattiq jism» demasdan qisqacha «qattiq jism» deb ayta qolamiz. Mos ravishda «jism tarkibiga kiruvchi moddiy nuqtalar» soʻzlari oʻrniga «moddiy nuqta» deb aytamiz.

Absolyut elastik jism va absolyut noelastik jism-real jismlarning ikki chegaraviy holi boʻlib, oʻrganilayotgan jarayonlarda ularning deformasiyalarini hisobga olmaslik mumkin emas (masalan, jismlarning urilishida). **Absolyut elastik jism** deb, uning deformasiyalari Guk qonuniga boʻysunadigan, ya’ni ularni yuzaga chiqaruvchi kuchga proporsional boʻlgan jismga aytiladi. **Absolyut noelastik jism** deb, tashqi mexanik ta’sir toʻxtatilgach ta’sir tufayli hosil boʻlgan deformasiya holatini toʻliq oʻzida saqlaydigan jismga aytiladi.

**3.** Hamma jismlar fazo va vaqtda mavjud va harakatlanadi. Fazo va vaqt tushunchalari hamma tabiiy fanlar uchun asosiydir. Har qanday jism hajmga, ya’ni fazoviy koʻlamga ega. Vaqt-har qanday jarayon, ixtiyoriy harakatni tashkil etuvchi holatlarning almashinish tartibini ifodalaydi. U jarayonning davomiyligini oʻlchovi boʻlib xizmat qiladi. Shunday qilib, fazo va vaqt materiya mavjudligining eng umumiy shaklidir. Shuningdek qandaydir, boshqa jismlarga qiyos qilmay turib «umuman» biror jismning fazodagi vaziyati va mexanik harakati toʻgʻrisida gapirish hech qanday ma’noga ega emas. Doimo qandaydir aniq tanlangan boshqa jismga nisbatan bu jismning holati va harakati haqida gapiriladi (masalan, Quyoshga nisbatan sayyoralar, Yerga nisbatan samolyot va hokazo).

Oʻrganilayotgan jismning holatini ixtiyoriy vaqt momentida bir qiymatli aniqlash uchun sanoq sistemasini tanlab olishimiz zarur.



1.1-rasm

*Sanoq sistemasi deb, soat bilan ta’minlangan, absolyut qattiq jismga qattiq bogʻlangan va unga nisbatan vaqtning har xil momentlarida boshqa jismlarning holatlari aniqlanadigan koordinatalar sistemasiga aytiladi.* Bunda soat deganda vaqtni yoki, aniqrogʻi hodisalar oʻrtasidagi vaqt oraliqlarini oʻlchashda ishlatiladigan qurilma tushuniladi: vaqt bir jinsli boʻlganligidan uning sanoq boshini ixtiyoriy tanlash mumkin. N’yuton mexanikasida fazoning xossalari Yevklid geometriyasi bilan tavsiflanadi, vaqt oʻtishi esa hamma sanoq sistemalarida bir xil deb faraz qilinadi. Bundan buyon Yer bilan qattiq bogʻlangan sanoq sistemasini Yer yoki laboratoriya sistemasi deb ataymiz.

**4.** Ko‘pincha, 1.1-rasmda tasvirlangan to‘g‘riburchakli dekart koordinatalarning o‘ng sistemasidan foydalaniladi. Bu yerda $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ - **ortonormalangan bazis**, koordinatalar sistemasining ortlari - modul bo‘yicha birlik va o‘zaro perpendikulyar vektorlar. Agar uchinchi ort (vektor $\vec{k}$) oxiridan birinchi ort ($\vec{i}$) dan ikkinchi ort ($\vec{j}$) ga eng qisqa masofa orqali aylanish, soatstrelkasi aylanishiga teskari ko‘rinsa, ya’ni $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ vektorlarning o‘zaro yo‘nalishi o‘ng qo‘lning uchta bosh, ko‘rsatgich va o‘rta barmoqlari o‘zaro perpendikulyar joylashgandagi o‘zaro yo‘nalishlari bilan mos tushsa, bunday koordinatalar sistemasini o‘ng koordinatalar sistemasi deyiladi.

Moddiy nuqta M ning koordinata sistemasiga nisbatan holatini ikkita ekvivalent usul bilan berish mumkin: M nuqtaning hamma *x*, *y*, *z* koordinatalari qiymatlarini ko‘rsatish yoki uning radius vektori $\vec{r}$ - koordinata boshi 0 dan M nuqtaga o‘tkazilgan vektor qiymatini ko‘rsatish bilan. Vektorlarni qo‘shish qoidasidan kelib chiqadiki, M nuqtaning radius vektorini $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ bazislar yordamida quyidagicha yoyish mumkin:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\,. \tag{1.1}$$

M nuqtaning koordinatalari *x*, *y*, *z* bazisga nisbatan $\vec{r}$ **radius-vektorning koordinatalari** (komponentlari), $x\vec{i}, y\vec{j}, z\vec{k}$ - vektorlar esa koordinata o‘qlari bo‘yicha **tashkil etuvchi vektorlar** deyiladi. Bu koordinatalar sistemasi ortogonal bo‘lganligidan *x*, *y*, *z* larning qiymatlari $\vec{r}$ vektorning dekart koordinatalar o‘qlaridagi proeksiyalariga teng:

$$\left.\begin{aligned} r_x &= np_x\vec{r} = r\cos\alpha = x, \\ r_y &= np_y\vec{r} = r\cos\beta = y, \\ r_z &= np_z\vec{r} = r\cos\gamma = z. \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

bu yerda α, β va γ - radius-vektor $\vec{r}$ bilan koordinata o‘qlarining ortlari orasidagi burchaklar.

**5.** M nuqtaning harakati tufayli uning koordinatalari va radius-vektori vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi. Shunga ko‘ra M nuqtaning harakat qonunini berish uchun t vaqt bo‘yicha funksional bog‘lanishning ko‘rinishini yoki hamma uchta uning koordinatasi:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \tag{1.3}$$

yoki uning radius-vektori

$$\vec{r} = \vec{r}\,(\text{t}) \tag{1.3`}$$

uchun ko‘rsatish zarur. Uchta tenglama (1.3) yoki unga ekvivalent bo‘lgan bitta (1.3`) vektor tenglamani nuqta **harakatining kinematik tenglamasi** deyiladi.

*Nuqtaning traektoriyasi deb, tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan nuqta harakatida chiziladigan chiziqqa aytiladi.*

Nuqta harakatining kinematik tenglamalari (1.3) uning traektoriyasini parametrik shaklda beradi. Parametr bo‘lib vaqt t xizmat qiladi. Nuqta traektoriyasi tenglamasining odatdagi, ya’ni traektoriya nuqtalarining dekart koordinatalarini o‘zaro bog‘lovchi ikki tenglama ko‘rinishidagi shaklini (1.3) tenglamalarni yechib, parametr t ni chiqarib tashlash yo‘li bilan olish mumkin. Masalan, nuqta harakatining kinematik tenglamasi quyidagi shaklda berilgan bo‘lsin:

$$x = a\cos\omega t,\ \ y = b\sin\omega t,\ \ z = 0\,,$$

bu yerda ω=sonst.

Bu nuqta traektoriyasining tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad z=0,$$

ya'ni nuqta z=0 tekislikda yarim o'qlari *a* va b ga teng elliptik traektoriya bo'ylab harakatlanadi.

Traektoriyaning shakliga bog'liq ravishda **nuqtaning to'g'ri chiziqli** va **egri chiziqli harakatlarini** farqlaydilar. Nuqta traektoriyasi yassi egri chiziq bo'lib, ya'ni butunlay bir tekislikda yotsa, bunday nuqta harakati **yassi harakat** deyiladi.

Jismning mexanik harakati **nisbiydir:** uning xarakteri, xususan, jism nuqtalarining traektoriyalari sanoq sistemasini tanlanishiga bog'liq. Masalan, ma'lumki, Quyosh bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan Quyosh sistemasidagi sayyoralar elliptik orbita bo'ylab harakatlanadi. Xuddi shu vaqtda yerdagi sanoq sistemasiga nisbatan ular yetarlicha chalkash traektoriya bo'yicha harakatlanadi.

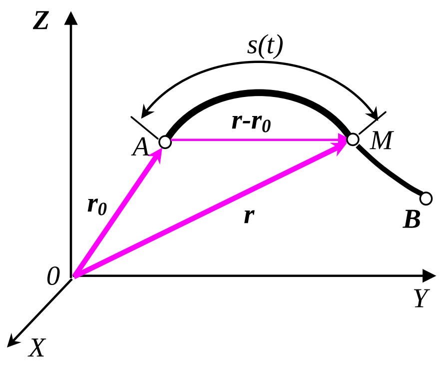
**6.** Umumiy holda nuqta traektoriyasi fazoviy chiziqdir. Kinematikada nuqtaning ixtiyoriy traektoriyasini tavsiflashda urinuvchi tekislik va urinuvchi aylana, egrilik markazi va radiusi, bosh normal va boshqa tushunchalardan foydalaniladi.

Egri chiziqning biror M nuqtasidagi **urinuvchi tekislik** deb, bu egri chiziqning uchta N, M va R nuqtalaridan o'tuvchi tekislikning N va R nuqtalar cheksiz M nuqtaga yaqinlashgandagi chegaraviy holatiga aytiladi. Egri chiziqqa M nuqtada **urinuvchi aylana** deb, bu egri chiziqning uchta N, M va R nuqtalaridan o'tuvchi aylananing N va R nuqtalar cheksiz M nuqtaga yaqinlashgandagi chegaraviy holatiga aytiladi. Urinuvchi aylana urinuvchi tekislikda yotadi, uning markazi va radiusi egri chiziqning M nuqtasidagi **egrilik markazi** va **egrilik radiusi** deb ataladi. **Bosh normalning** M nuqtadagi **birlik vektori** $\vec{n}$ traektoriyaning M nuqtasidan egrilik markaziga yo'naltiriladi, **urinmaning birlik vektori** $\vec{\tau}$ - harakat yo'nalishida M nuqtada traektoriyaga urinma bo'ladi. $\vec{n}$ va $\vec{\tau}$ vektorlar urinuvchi tekisliklarda yotadi va ular o'zaro ortogonaldir (to'g'ri burchaklidir).

Agar nuqta traektoriyasi yassi egri chiziq bo'lsa, urinuvchi tekislik hamma nuqtalari traektoriya yotgan tekislik bilan ustma-ust tushadi.

Agar traektoriya to'g'ri chiziqli bo'lsa, uning uchun urinuvchi tekislik, urinuvchi aylana, bosh normal, egrilik markazlari ma'noga ega emas. Bunday traektoriyani tobora to'g'rilanib borayotgan egri chiziqli traektoriyaning chegaraviy holi sifatida qarab, to'g'ri chiziqli traektoriyaning egrilik radiusi cheksiz katta deb hisoblash mumkin.

**7.** *Yo'l uzunligi deb, ko'rilayotgan vaqt oralig'ida nuqta bosib o'tgan va traektoriya bo'ylab nuqtaning harakat yo'nalishida o'lchanadigan S masofaga aytiladi.*




1.2-rasm

Boshqacha aytganda, nuqtaning o'tgan yo'l uzunligi ko'rilayotgan vaqt oralig'ida nuqta bosib o'tgan traektoriyadagi hamma qismlarning uzunliklari yig'indisiga teng. Bu ta'riflardan kelib chiqadiki, yo'l uzunligi S manfiy bo'lishi mumkin emas. Aytaylik, nuqta traektoriyaning *AB* qismi bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsin (1.2-rasm). Vaqtning boshlang'ich paytida (t=0) radius-vektori $\vec{r}_0=\vec{r}(0)$ bo'lgan *A* nuqtada, vaqtning t>0 paytida esa radius-vektori $\vec{r}=\vec{r}$ (t) bo'lgan M nuqtada bo'lsin. Agar nuqta hamma ko'rilayotgan 0 dan t gacha vaqt oralig'ida ayni bir yo'nalishda harakatlansa, u holda 1.2-rasmda ko'rsatilgandek, bu vaqtda nuqtaning o'tgan yo'li s(t)=∪MA. Lekin nuqta yanada murakkabroq ko‘rinishda harakatlanishi ham mumkin. Masalan, 0 dan $t_1<t$ gacha bo‘lgan vaqt oralig‘ida traektoriyaning *A* nuqtasidan B nuqtasiga ko‘chishi mumkin, so‘ngra shu traektoriya bo‘yicha orqaga qaytib, vaqtning t payitida M nuqtada bo‘ladi. Bu holda 0 dan t gacha bo‘lgan vaqt oralig‘ida nuqtaning yo‘li $s(t) = \cup AB + \cup BM$, ya’ni $S(t) > \cup AB$.

**8.** *$t=t_1$ dan $t=t_2$ gacha vaqt oralig‘idagi* ***nuqtaning ko‘chish vektori*** *deb, ko‘rilayotgan vaqt oralig‘ida shu nuqta radius- vektorining orttirmasiga aytiladi:*

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1).$$

Ko‘chish vektori nuqta traektoriyasining harakatlanuvchi nuqtani $t_1$ vaqt momentidagi holatidan $t_2$ vaqt momentidagi holatigacha mos kelgan qismini tortib turuvchi vatar bo‘yicha yo‘nalgan. Shuning uchun nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakatidan tashqari hamma hollarda ko‘chish vektorining moduli nuqtaning shu vaqt oralig‘ida bosib o‘tgan yo‘li uzunligidan kichik. 1.2-rasmda 0 dan t gacha vaqt oralig‘idagi nuqtaning ko‘chish vektori $\vec{r} - \vec{r}_0$ ko‘rsatilgan.

Geometriyadan ma’lumki, biror egri chiziq va uni tortib turuvchi vatar uzunligining farqi shu qism uzunligi ozayishi bilan kamayib boradi. Demak, yetarlicha kichik dt (t dan t+dt gacha) vaqt oralig‘ida ko‘rilayotgan traektoriya bo‘yicha **nuqtaning elementar ko‘chish** vektori d$\vec{r}$ = $\vec{r}$(t+dt)- $\vec{r}$(t) moduli bilan shu vaqtdagi yo‘l uzunligi ds=s(t+dt) - s(t) ning farqini hisobga olmasligimiz mumkin : |dr|=ds. Aytilganlardan ma’lumki, d$\vec{r}$ vektor birlik urinma vektor $\vec{\tau}$ kabi traektoriyaga urinma ravishda nuqta harakati tomon yo‘nalgan. Shunday qilib,

$$d\vec{r} = |d\vec{r}|\vec{\tau} = ds \cdot \vec{\tau}\ . \qquad (1.4)$$

(1.1) ga asosan t dan t+Δt gacha har qanday chekli vaqt oralig‘ida moddiy nuqtaning ko‘chish vektorini uch koordinata o‘qlari bo‘ylab nuqta siljishlarining geometrik yig‘indisi ko‘rinishida quyidagicha ko‘rsatish mumkin:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}\ . \qquad (1.5)$$

Bu yerda $\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t),\ \Delta y = y(t+\Delta t) - y(t),\ \Delta z = z(t+\Delta t) - z(t)$- moddiy nuqta koordinatalarining ko‘rilayotgan vaqt oralig‘idagi orttirmalari.

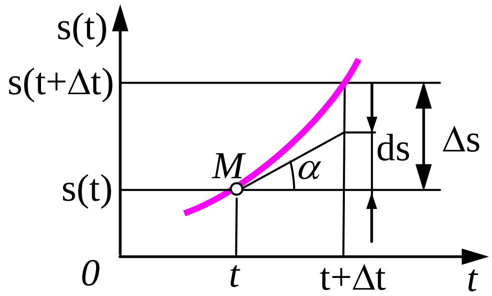
**9.** Nihoyat fizikada keng foydalaniladigan d$\vec{r}$, ds va hokazo belgilarning fizika va matematikada talqin qilishning ayrim farqlari masalasiga to‘xtalamiz. Bir o‘zgaruvcxili funksiya uchun (bizning holimizda vaqt t) matematikada qabul qilingan belgilanishga ko‘ra d$\vec{r}$ va ds lar mos funksiyalarning differensiallari ya’ni argumentning t dan t+Δt gacha ixtiyoriy o‘zgarishida bu funksiyalar orttirmasining chiziqli qismidir. Matematikada differensial tushunchasining ta’rifiga ko‘ra $dt = \Delta t,\ d\vec{r} = \vec{r}'dt = \vec{r}'\Delta t$, shuningdek, *ds=s`dt=s`Δt,* bu yerda *r`* va *s`* lar *r(t)* va *s(t)* funksiyalardan *t* bo‘yicha hosilalar.

Shubhasiz, *Δt* ning ixtiyoriy qiymatlarida *Δ$\vec{r}$ =$\vec{r}$ (t+Δt)-$\vec{r}$ (t)* va *Δs=s(t+Δt)=s(t)* funksiya orttirmalari differensiallardan jiddiy farqlanishi mumkin. 1.3-rasmda aytilganlar tasvirlangan *s(t)* funksiya uchun namoyish qilingan. *s`=tgα,* bu yerda *α* - *s(t)* bog‘lanish egri chizig‘ining *M* nuqtasiga o‘tkazilgan urinmaning og‘ish burchagi bo‘lganligidan *dS=Δt·tgα* differensial *s(t)* funksiyaning *ΔS* orttirmasidan sezilarli kichikdir.

Fizikada argumentning differensiali *dt* bilan argumentning ixtiyoriy (chekli) orttirmasi $\Delta t$ farqlanadi. Argumentning differensiali deganda uning shunday kichik orttirmasi («elementar orttirma») tushuniladiki, funksiyaning orttirmasi va uning orttirmasi chiziqli qismining mos qiymatlari orasidagi farqni inobatga olmaslik mumkin bo‘lsin, ya’ni bu farq funksiya orttirmasiga nisbatan yuqori tartibdagi kichik miqdor bo‘lsin. Shuning uchun fizikada G. Leybnits taklif etgan hosila belgisi

$$\vec{r}' = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad s' = \frac{ds}{dt}$$

dan foydalanib, bu ifodalarni funksiya va argumentning matematik differensiallarini emas, balki funksiya va argumentning kichik («elementar») orttirmalarining nisbatlari sifatida talqin qilinadi.



1.3-rasm

## 1.2-§. Tezlik

**1.** Mexanikada nuqta harakatining yo‘nalishi va jadalligini xarakterlash uchun tezlik deb ataluvchi vektor fizik kattalik kiritiladi. Nuqtaning *t* dan $t + \Delta t$ gacha vaqt oralig‘idagi **o‘rtacha tezligi deb,** shu vaqt oralig‘idagi radius-vektor orttirmasi $\Delta\vec{r}$ ni uning davomiyligi $\Delta t$ ga nisbatiga teng bo‘lgan $<\vec{V}>$ vektorga aytiladi:

$$<\vec{v}> = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{1.6}$$

O‘rtacha tezlik orttirma vektori $\Delta\vec{r}$ kabi, ya’ni nuqta traektoriyasining mos qismini tortib turuvchi vatar bo‘ylab yo‘nalgan*. Shuningdek, $|\Delta\vec{r}| \le \Delta S$, bu yerda $\Delta S$-nuqtaning ko‘rilayotgan vaqt oralig‘idagi yo‘l uzunligi, u holda

$$|<\vec{v}>| \le \frac{\Delta S}{\Delta t}. \tag{1.7}$$

(1.7) dagi tenglik belgisi *t* dan $t+\Delta t$ gacha vaqt oralig‘ida nuqtaning to‘g‘ri chiziqli traektoriya bo‘ylab ayni bir yo‘nalishda harakatlanishiga mos keladi.

**2.** *Nuqtaning t vaqt momentidagi tezligi deb, shu nuqtaning radius-vektoridan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng vektor kattalik* $\vec{V}$ *ga aytiladi.*

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \tag{1.8}$$

yoki

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} <\vec{v}>. \tag{1.8$'$}$$

Tezlik vektori nuqta traektoriyasiga urinma bo‘ylab harakat yo‘nalishi tomon yo‘nalgan. (1.4) dan ko‘rinadiki,

$$\vec{v} = \frac{dS}{dt}\vec{\tau}, \qquad \upsilon = |\vec{v}| = \frac{dS}{dt}, \tag{1.9}$$

ya’ni nuqtaning tezlik moduli bu nuqtaning bosib o‘tgan yo‘lidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng. Vektor $\vec{V}$ ni $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ bazis bo‘yicha, ya’ni to‘g‘ri burchakli

* Vaqt harakatlanuvchi nuqta koordinatalaridan farqli o’laroq kamayishi mumkin emas. Shuning uchun nuqta ko’chishining har qanday davomiyligi Δt>0.

dekart koordinatalar sistemasining o‘qlari bo‘yicha uchta tashkil etuvcxilarga ajratish mumkin:

$$\vec{v} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k} \quad , \tag{1.10}$$

bunda (1.1) va (1.8) ga asosan

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}, \tag{1.11}$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \,. \tag{1.11′}$$

**3.** Agar nuqtaning tezlik vektori $\vec{v}$ ning yo‘nalishi o‘zgarmasa, u holda nuqta traektoriyasi to‘g‘ri chiziqli bo‘ladi. Nuqtaning egri chiziqli harakatida uning tezlik yo‘nalishi uzliksiz o‘zgaradi. **Tekis harakatda** nuqtaning υ tezlik moduli o‘zgarmas, nuqtaning *t* dan *t+Δt* gacha vaqt oralig‘ida bosib o‘tgan yo‘li $\Delta S=\upsilon\cdot\Delta t$. Bu holda nuqta teng vaqt oraliqlarida teng uzunliklardagi yo‘llarni bosib o‘tadi.
Agar nuqta $\vec{v}$ tezlik bilan *OX* o‘q bo‘yicha to‘g‘ri chiziqli va tekis harakatlansa, u holda uning x koordinatasining vaqtga bog‘lanishini ko‘rinishi $x=x_0+\upsilon_{0x}t$, bu yerda $x_0$ – vaqtning boshlang‘ich $(t=0)$ paytidagi x ning qiymati, $\upsilon_x$- nuqta tezligining *OX* o‘qdagi proeksiyasi.

Agar nuqta tezlik vektorining moduli vaqt o‘tishi bilan o‘zgarsa, nuqtaning bunday harakatini **notekis harakat** deyiladi. Nuqtaning *t* dan *t+Δt* gacha vaqt oralig‘ida notekis harakatda bosib o‘tgan $\Delta S$ yo‘li

$$\Delta S = \int_{t}^{t+\Delta t} \upsilon \cdot dt \tag{1.12}$$

ga teng. Harakat jarayonida tezlik moduli ortsa, ya’ni $\frac{d\upsilon}{dt} > 0$, nuqtaning bunday notekis harakatini **tezlanuvchan harakat** deyiladi. Agarda $\frac{d\upsilon}{dt} < 0$ bo‘lsa, u holda nuqtaning harakatini **sekinlanuvchan harakat** deyiladi.

**4.** Mexanikada ko‘pincha tezliklari bir-biriga nisbatan harakatlanuvchi turli sanoq sistemalarida berilgan ikki yoki undan ortiq bir vaqtda ro‘y berayotgan harakatlarni qo‘sxilishi sodir bo‘ladigan masalalar bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Oddiy misol sifatida quyidagi masalani ko‘ramiz: teploxod suvga nisbatan $\vec{v}_1$ tezlik bilan daryo oqimi bo‘ylab pastga ketayapti; agar daryoning oqim tezligi $\vec{v}_2$ bo‘lsa, teploxodning qirg‘oqqa nisbatan tezligini toping. Buning javobi har bir maktab o‘quvchisiga ma’lum-teploxodning qirg‘oqqa nisbatan tezligi $\vec{v}_1$ va $\vec{v}_2$ tezliklarning geometrik yig‘indisiga teng.

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad .$$

Lekin bu odatdagi munosabatdan foydalanib, ko‘pcxilik u faqat tezlikni vektor xarakterining natijasigina bo‘lib qolmay, shuning bilan birga N’yuton mexanikasining asosida yotuvchi fazo va vaqtning xossalari haqidagi tasavvurlar oqibati ham ekanligini o‘ylamaydi*. Qirg‘oqqa bog‘langan sanoq sistemasida o‘lchangan tezlikning vektor xarakteridan faqat teploxodning qirg‘oqqa nisbatan natijaviy tezligi $\vec{v}$ ni topish uchun daryo oqimining tezlik vektori $\vec{v}_2$ ga teploxodning daryo suviga nisbatan harakatining

* Masalan, 7-bobda ko’rsatilganidek, relyativistik mexanikada ham nuqtaning tezligi vector kattalik, biroq yuqorida ko’rilgan kabi masalada $\vec{v} \neq \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ (albatta, $\vec{v}_1$ va $\vec{v}_2$ larning c ga yaqin qiymatlarida).

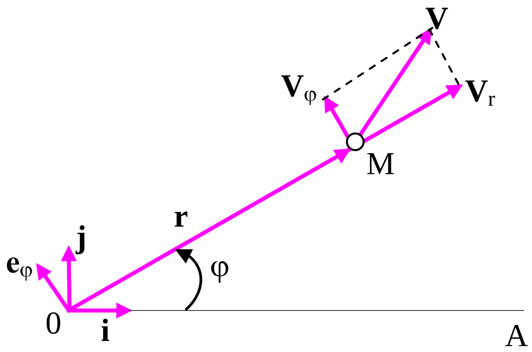
qirg‘oq bilan bog‘langan sanoq sistemasida o‘lchangan tezlik vektori $\vec{v}_1{}^*$ ni qo‘shish kerakligi kelib chiqadi xolos: $\vec{v} = \vec{v}_1{}^* + \vec{v}_2$ . Shunday qilib, yuqorida $\vec{v}$ uchun keltirilgan ifodani isbotlashda $\vec{v}_1{}^* = \vec{v}_1$ ekanini isbotlash kerak.

N’yuton mexanikasida ikki voqea o‘rtasidagi vaqt oraliqlari va ikki nuqta orasidagi masofalarning invariantligi to‘g‘risidagi ikkita aksiomani o‘rinli ekanligi faraz qilinadi. Demak, ayni bir dt vaqt oralig‘ida teploxod qirg‘oq bilan bog‘langan sanoq sistemasida ham, daryodagi suv bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasida ham ayni bir $d\vec{r}$ masofani bosib o‘tadi. Shuning uchun

$$\vec{v}_1 = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_1^*.$$

**5.** Nuqtaning tekis harakatini tavsiflash uchun ko‘pincha r va φ qutb koordinatalardan foydalanish qulay ekan, bu yerda *r* – qutb *O* dan qaralayotgan *M* nuqtagacha bo‘lgan masofa, $\varphi$ esa qutb burchagi bo‘lib, u qutb o‘qi *OA* dan soat strelkasiga qarshi yo‘nalishda hisoblanadi (1.4-rasm). *M* nuqtaning $\vec{v}$ tezligini o‘zaro perpendikulyar ikkita tashkil etuvcxilarga - **radial tezlik** $\vec{v}_{\mathbf{r}}$ **va transversal tezlik** $\vec{v}_{\varphi}$ larga ajratish mumkin:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\varphi \quad \text{va} \quad \upsilon = \sqrt{\upsilon_r^2 + \upsilon_\varphi^2}. \qquad (1.13)$$



1.4-rasm

$\vec{v}_{\mathbf{r}}$ va $\vec{v}_{\varphi}$ larning qiymatlarini topish uchun *M* nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ ning ifodasini quyidagi shaklda yozamiz:

$\vec{r} =$ r($\vec{i}$ cosφ + $\vec{j}$ sinφ), bunda $\vec{i}$ – *OA* qutb o‘qining orti, $\vec{j}$ - *OA* bilan $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ burchak tashkil etuvchi o‘qning orti (1.4-rasm). U holda *M* nuqtaning tezligi

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}(\vec{i}\cos\varphi + \vec{j}\sin\varphi) + r\frac{d\varphi}{dt}(-\vec{i}\sin\varphi + \vec{j}\cos\varphi).$$

Bu yerda $\vec{i}\cos\varphi + \vec{j}\sin\varphi = \dfrac{\vec{r}}{r}$ - *M* nuqtaning $\vec{r}$ -radius-vektor yo‘nalishiga to‘g‘ri keluvchi birlik vektor, - $\vec{i}\sin\varphi + \vec{j}\cos\varphi = \vec{e}_\varphi$ - $\vec{r}$ vektorga ortogonal bo‘lgan birlik vektor. Shunday qilib,

$$\vec{v}_r = \frac{dr}{dt}\cdot\frac{\vec{r}}{r}, \quad \vec{v}_\varphi = r\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\varphi. \qquad (1.14)$$

Bu formulalardan ko‘rinadiki, nuqtaning radial tezligi nuqtadan qutbgacha bo‘lgan masofani o‘zgarish jadalligini, transversal’ tezligi esa – qutb burchagi $\varphi$ ning o‘zgarish jadalligini, ya’ni nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ ni aylanish jadalligini xarakterlaydi.

dt vaqtda M nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ qutb *O* atrofida kichik $d\varphi$ burchakka buriladi va $dS = \dfrac{1}{2}r^2 d\varphi$ doiraviy sektor yuzasini chizib o‘tadi.

$$\sigma = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\varphi}{dt} \qquad (1.15)$$

kattalik *M* nuqtaning **sektorial tezligi** deyiladi.

## 1.3-§. Tezlanish

**1.** Nuqtaning to‘g‘ri chiziqli tekis harakatdan tashqari har qanday harakatida uning tezligi o‘zgaradi. Mexanikada nuqtaning $\vec{v}$ tezlik o‘zgarishi jadalligini xarakterlash uchun tezlanish deb ataluvchi vektor fizik kattalik kiritiladi.

*Nuqtaning $\vec{v}$ tezligidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo‘lgan $\vec{a}$ vektorga tezlanish deyiladi:*

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad . \tag{1.16}$$

Shuningdek, (1.8) ga asosan nuqtaning tezlanishi $\vec{r}$ radius-vektordan vaqt bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng:

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad . \tag{1.16′}$$

Nuqta tezlanishini $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis bo‘yicha, ya’ni to‘g‘ri burchakli dekart koordinatalar sistemasining o‘qlari bo‘yicha tashkil etuvcxilarga ajratish quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \quad , \tag{1.17}$$

bu yerda

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \\ a_y &= \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \\ a_z &= \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned}\right\} \tag{1.17′}$$

Bu yerda $\upsilon_x$, $\upsilon_y$, $\upsilon_z$ – nuqta tezligining komponentlari, *x*, *y* va *z* lar esa shu nuqtaning ko‘rilayotgan vaqt momentidagi koordinatalari.

**2.** Agar nuqta traektoriyasi tekislikda yotgan egri chiziqdan iborat bo‘lsa, u holda $\vec{a}$ tezlanish shu tekislikda yotadi. Umumiy holda nuqta traektoriyasi fazoviy egri chiziqdan iborat bo‘lib, $\vec{a}$ tezlanish esa urinuvchi tekislikda yotadi. Urinuvchi tekislikda ikkita tanlangan yo‘nalish bor – traektoriyaga urinma ($\vec{\tau}$ ort) va bosh normal ($\vec{n}$ ort). Shuning uchun $\vec{a}$ vektorni shu yo‘nalishlar, ya’ni $\vec{\tau}$, $\vec{n}$ bazis bo‘yicha ikkita tashkil etuvchiga ajratish qulaydir:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \, . \tag{1.18}$$

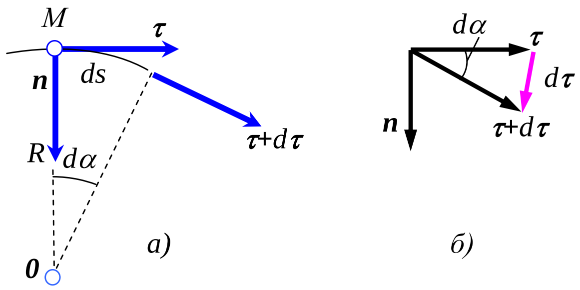
$\vec{a}_\tau = a_\tau\vec{\tau}$ tashkil etuvchini nuqtaning urinma yoki **tangensial tezlanishi**, $\vec{a}_n = a_n\vec{n}$ tashkil etuvchini esa nuqtaning **normal tezlanishi** deyiladi. $\vec{a}$ vektor komponentlari $a_n$ va $a_\tau$ larning qiymatini topish uchun nuqta tezligi $\vec{v} = \upsilon\vec{\tau}$ uchun (1.9) munosabatdan foydalanamiz. Shunday qilib,

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\upsilon\vec{\tau}) = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt} \tag{1.19}$$

Bu yerda $d\vec{\tau}$ - nuqtaning kichik dt vaqt ichida traektoriya bo‘yicha o‘tadigan $dS=\upsilon dt$ elementar yo‘lga mos keluvchi traektoriyaga urinma ortning orttirmasi (1.5, *a*-rasm).

Traektoriyaning bu qismi kichik bo‘lgani uchun uni $d\alpha = \frac{dS}{R} = \frac{\upsilon}{R}dt$ markaziy burchakka to‘g‘ri keladigan, markazi *O* nuqtada bo‘lgan *R* radiusli urinuvchi aylananing mos qismi bilan ustma-ust tushadi deb hisoblash mumkin.

Traektoriya bo‘yicha kichik *dS* masofaga ko‘chishda mos holda urinmaning birlik vektori dα burchakka buriladi deb hisoblash mumkin (1.5, *b*-rasm). Vektorlar $\vec{\tau}$, $\vec{\tau} + d\vec{\tau}$ va $d\vec{\tau}$ ning teng yonli uchburchagidan ko‘rinadiki, dα ning kichikligi sababli $[d\vec{\tau}] = 2[\vec{\tau}]\sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) = d\alpha$, $d\vec{\tau}$ vektorning yo‘nalishi esa $\vec{n}$ bosh normalning orti bilan mos keladi. Shunday qilib,




1.5-rasm

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\alpha}{dt}\vec{n} = \frac{\upsilon}{R}\vec{n} \quad . \tag{1.20}$$

va nuqta tezlanishi uchun (1.19) ifodani qulayroq shakldа qayta yozishimiz mumkin:

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n} \quad . \tag{1.21}$$

**3.** Nuqtaning urinma tezlanishi (1.21)dan ko‘rinadiki,

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \tag{1.22}$$

Nuqtaning urinma tezlanishi tezlik modulining o‘zgarish jadalligini xarakterlaydi. Tezlanuvchan harakatda $\frac{d\upsilon}{dt} > 0$ va $\vec{a}_\tau$ vektor nuqtaning $\vec{v}$ tezlik yo‘nalishi bilan mos tushadi, $\vec{a}$ tezlanishning $\vec{v}$ yo‘nalishdagi proeksiyasi esa $a_\tau = \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) > 0$. Sekinlanuvchan harakatda $a_\tau = \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) < 0$ va $\vec{a}_\tau$ vektor $\vec{v}$ tezlik bilan qarama-qarshi yo‘nalgan.

Agar nuqtaning tezlik moduli teng vaqt oraliqlarida bir xil kattalikka o‘zgarsa, ya’ni bu harakatda $a_\tau$=sonst bo‘lsa, nuqtaning bunday harakatini **tekis o‘zgaruvchan harakat** deyiladi. Harakatning **tekis tezlanuvchan** holi uchun $a_\tau$=sonst>0, harakatning **tekis sekinlanuvchan** holi uchun $a_\tau$=sonst<0. Tekis harakatda $a_\tau$=0.

**4.** (1.19) va (1.20) dan ko‘rinadki, nuqtaning normal tezlanishi

$$\vec{a}_n = \upsilon\frac{d\alpha}{dt}\vec{n} = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n} \tag{1.23}$$

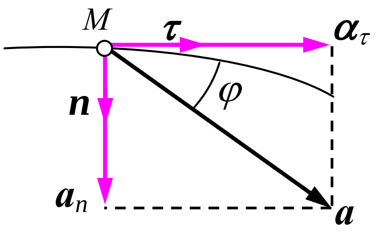
ga teng. U nuqta tezlik vektori yo‘nalishining o‘zgarish jadalligini harakaterlaydi. Normal tezlanish doimo traektoriyaning egrilik markazi tomon yo‘nalgan bo‘lib, uning $\vec{n}$ bosh normalga bo‘lgan proeksiyasi:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} \tag{1.23′}$$

manfiy bo‘lishi mumkin emas. Shu sababdan nuqtaning normal tezlanishini ko‘pincha **markazga intilma tezlanish** ham deyiladi. Agar nuqta to‘g‘ri chiziqli harakat qilayotgan bo‘lsa, nuqtaning normal tezlanishi nolga teng bo‘ladi. Nuqtaning aylana bo‘ylab tekis harakatida $a_n$=*const*, biroq aylananing har xil nuqtasida $\vec{n}$ vektorning yo‘nalishi har xil bo‘lgani uchun $\vec{a}_n = a_n\vec{n}$ vektor o‘zgarib turadi.

Nuqtaning tezlanish moduli

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2} \qquad (1.24)$$



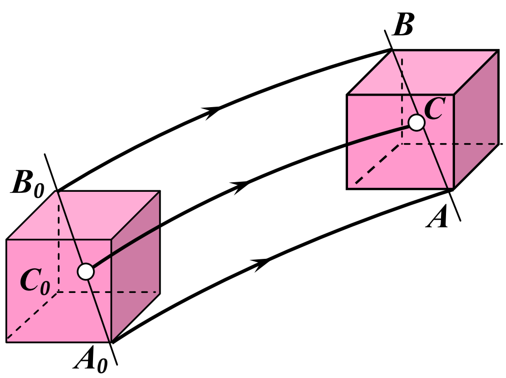

1.6-rasm

Egri chiziqli harakatda nuqtaning tezlanish vektori har doim traektoriyaning botiqligi tomoniga og‘gan bo‘ladi. 1.6-rasmda ko‘rsatilgan nuqtaning egri chiziqli traektoriya bo‘ylab tezlanuvchan harakati holida $\vec{a}$ va $\vec{\tau}$ vektorlar orasidagi burchak $\varphi$ o‘tkir. Nuqtaning sekinlanuvchan harakatida $\varphi$ burchak o‘tmas bo‘ladi.

## 1.4-§. Qattiq jismning ilgarilanma harakati

Ko‘lamli jismdagi ixtiyoriy ikki nuqtani tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq jism bilan birga ko‘chganda o‘zining boshlang‘ich holatidagi yo‘nalishiga parallel qoladigan eng oddiy mexanik harakat qattiq jismning **ilgarilanma harakatidir**.

Yer (laboratoriya) sanoq sistemasiga nisbatan, masalan, prujinaga osib qo‘yilgan va vertikal to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tebranish sodir etayotgan sharcha, barqaror dvigatel silindridagi porshen, shaxta ko‘tarmasining kabinasi, tokarlik stanogining keskichi va hokazolar ilgarilanma harakatlanadi. 1.7-rasmda ilgarilanma harakatlanayotgan kubning ikkita *A* va *B* uchlari, shuningdek, *AB* diagonaldagi *C* nuqtasining traektoriyalari ko‘rsatilgan. $A_0$, $B_0$ va $C_0$ nuqtalar vaqtning boshlang‘ich paytidagi kubning holatiga to‘g‘ri keladi. $B_0B$ va $C_0C$ traektoriyalar $A_0A$ bilan bir xil va $A_0$ $B_0$ to‘g‘ri chiziq bo‘ylab $A_0B_0$ va $A_0C_0$ masofalarga parallel ko‘chirish vositasida u bilan to‘liq ustma-ust tushirilishlari mumkin. Shunday qilib, ilgarilanma harakat qilayotgan jismning hamma nuqtalarinini radius vektorlari *dt* vaqtda ayni bir kattalik d$\vec{r}$ ga o‘zgaradi: $d\vec{r}_A = d\vec{r}_B = d\vec{r}_C = d\vec{r}$, bu yerda $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$, $\vec{r}$ - *A*, *B*, *C* nuqtalar va jism ixtiyoriy *M* nuqtasining radius vektorlari.




1.7-rasm

Mos ravishda jismning hamma nuqtalarining tezliklari, shuningdek, ularning tezlanishlari vaqtning har bir paytida bir xil bo‘lishi kerak:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C = \vec{V} \qquad \text{ва} \qquad \vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \vec{a}\,.$$

Bu munosabatlardan ko‘rinadki, qattiq jismning ilgarilanma harakatini kinematik tavsiflash uchun uning **qandaydir bir nuqtasining harakatini ko‘rib chiqish yetarlidir.**

**2.** Nihoyat, jismning *OX* o‘qi bo‘yicha tekis o‘zgaruvchan to‘g‘ri chiziqli ilgarilanma harakati uchun o‘rta maktabdan ma’lum

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau = \vec{a}_x \qquad (1.25)$$

munosabatlarni esga olamiz. $a_x = \left(\frac{d\upsilon_x}{dt}\right) = const$ bo‘lganligidan

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_x(0) + a_x t. \qquad (1.26)$$

$\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}$ dan jismning qandaydir *M* nuqtasining *x* koordinatasini vaqtga bog‘liqligi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$x(t) = x(0) + \int_0^t \upsilon_x(t)dt = x(0) + \upsilon_x(0)t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (1.27)$$

Bu yerda x(o) va $\upsilon_x$(o) – vaqtning hisob boshlanishi (t=0) paytidagi *x* va $\upsilon_x$ ning qiymatlari.

## SAVOLLAR:

**1.** N’yuton mexanikasi fazo va vaqt xususiyatlari haqidagi qaysi aksiomalarga asoslanadi?
**2.** Qaysi hollarda nuqtaning ko‘chish moduli nuqta tomonidan shu vaqt oralig‘ida o‘tgan yo‘l uzunligiga teng?
**3.** Agar nuqtaning tezligi hamma vaqt uning tezlanishiga ortogonal bo‘lsa, nuqta qanday harakatlanadi?
**4.** Agar nuqtaning radial tezligi nolga teng bo‘lsa, uning yassi harakat traektoriyasi qanday bo‘ladi?
**5.** Agar nuqtaning traektoriyasi vintsimon chiziq bo‘lsa, uning tezligi va tezlanishi haqida nima deyish mumkin?

# MODDIY NUQTA VA QATTIQ JISM ILGARILANMA HARAKATINING DINAMIKASI

## 2.1-§. Inersiya qonuni. Inersial sanoq sistemalari

**1.** Klassik dinamika asosida N’yutonning birinchi marta 1687 yilda chop etilgan «Natural falsafaning matematik asoslari» asarida ta’riflangan uchta qonuni yotadi. Bu qonunlar mexanika sohasidagi N’yuton va uning buyuk oʻtmishdoshlari va zamondoshlari I. Kepler, G. Galiley, X. Gyuygens, R. Guk va boshqalar tomonidan aniqlangan alohida tajribaviy va nazariy qonuniyatlarning olamshumul umumlashtirilish natijasidir.

N’yuton dinamikaning birinchi qonuni sifatida Galiley oʻrnatgan qonunni qabul qildi. *N’yutonning birinchi qonuni***:**

**Barcha jismlar tinch holatini yoki toʻgʻri chiziqli tekis harakatini toki tashqi ta’sir uning bu holatini oʻzgartirishga majbur qilmaguncha saqlaydi.**

N’yutonning birinchi qonuni, tinch holat yoki toʻgʻri chiziqli tekis harakat oʻzini tutib turish uchun hech qanday tashqi ta’sirni talab etmasligini tasdiqlaydi. Bu bilan jismning inertlik deb ataluvchi maxsus dinamik xossasi sodir boʻladi. Mos ravishda N’yutonning birinchi qonunini **inersiya qonuni**, tashqi ta’sirlardan xolis jism harakatini esa **inersiya boʻyicha harakat** deyiladi.

**2.** N’yuton birinchi qonunining yuqoridagi ta’rifida oshkor boʻlmagan holda, birinchidan, jism deformasiyalanmaydi, ya’ni u **absolyut qattiq** va, ikkinchidan, tashqi ta’sir boʻlmaganda u **ilgarilanma harakat** qiladi deb faraz qilingan. Lekin tajribalarning koʻrsatishicha qattiq jism inersiyasi boʻyicha tekis aylanishi ham mumkin. Agar N’yutonning birinchi qonunida «jism» haqida emas, balki oʻzining ta’rifiga koʻra na deformasiyalanishi, na aylanishi mumkin boʻlmagan moddiy nuqta toʻgʻrisida gapirilsa, barcha bu mulohazalarga ehtiyoj yoʻqoladi. Shuning uchun keyinchalik biz bu qonunning quyidagi ta’rifidan foydalanamiz:

**Moddiy nuqta tinch holatini yoki toʻgʻri chiziqli tekis harakatini toki tashqi ta’sir uni bu holatdan chiqarmaguncha saqlaydi.**

**3.** Biz mexanik harakat nisbiy va uning xarakteri sanoq sistemasini tanlanishiga bogʻliqligi toʻgʻrisida gapirib oʻtdik. Shuning uchun: N’yutonning birinchi qonunida qaysi tinchlik va toʻgʻri chiziqli tekis harakat toʻgʻrisida gapirilyapti? Bu qonunni bajarilishi uchun qanday sanoq sistemasini tanlashimiz kerak?, – degan tabiiy savollar yuzaga keladi.

Javobni faqat tajribadan olish mumkin. Ma’lum boʻlishicha, N’yutonning birinchi qonuni hamma sanoq sistemalarida ham bajarilavermaydi. Masalan, tinch turgan suvda tekis va toʻgʻri chiziqli harakatlanayotgan kema kayutasining tekis polida harakatsiz yotgan shar, unga boshqa jism tomonidan hech qanday ta’sir boʻlmasa ham u pol boʻylab harakatga kelishi mumkin. Buning uchun kema yoʻnalishini yoki yurish tezligini oʻzgartira boshlashi, ya’ni tezlanish bilan harakat qila boshlashi yetarlidir.

*Sanoq sistemaga nisbatan inersiya qonuni bajarilsa, uni inersial sanoq sistemasi deyiladi.* Tabiiyki, agar bunday sanoq sistemasini koʻrsatib boʻlmaganda, N’yuton birinchi qonuni o‘zining barcha ma’nosini yo‘qotgan bo‘lur edi. Demak, N’yuton birinchi qonunining ikkita tasdig‘i bor: birinchidan, hamma jismlarga inertlik xususiyati xos va, ikkinchidan, inersial sanoq sistemasini ko‘rsatish mumkin. Tashqi ta’sirlardan holi bo‘lgan moddiy nuqta har qanday inersial sanoq sistemalariga nisbatan nolga teng tezlanishga ega bo‘lishi kerak. Shuning uchun, har qanday ikkita inersial sanoq sistemasi yo o‘zaro harakatlanmaydi yoki bir-biriga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis ilgarilanma harakatlanishadi.

**4.** Geliosentrik sanoq sistemasini juda yuqori darajadagi aniqlikda inersial deb hisoblash mumkinligini tajribalar ko‘rsatgan. Bu sistemaning koordinata boshi Quyosh sistemasining massa markazida joylashgan[*], o‘qlari esa uzoqdagi uchta, masalan, koordinatalar sistemasining o‘qlari o‘zaro perpendikulyar bo‘ladigan qilib tanlangan yulduzlar yo‘nalishida o‘tkazilgan. Asosan, Yerning sutkalik aylanishi tufayli Yer bilan bog‘langan laboratoriya sanoq sistemasi noinersial bo‘ladi. Ammo bu aylanish juda sekin. Shuning uchun aksariyat amaliy masalalarda Yerning sutkalik aylanishi tufayli bo‘lgan va 6-bobda ko‘riladigan effektlar hisobga olmasa ham bo‘ladigan darajada kichik va laboratoriya sanoq sistemasini yetarli darajada aniqlik bilan inersial deb hisoblash mumkin. Maxsus nisbiylik nazariyasida ko‘rsatiladiki, inersial sanoq sistemasi faqatgina mexanikada emas shuningdek, fizikaning boshqa bo‘limlarida ham asosiy rol o‘ynaydi: har qanday fizik qonunning matematik yozuvi hamma inersial sanoq sistemasida bir xil ko‘rinishda bo‘lishi kerak. Bundan buyon biz alohida ta’kidlamasdan faqat ana shunday sanoq sistemasidangina foydalanamiz. Moddiy nuqtaning noinersial sanoq sistemasiga nisbatan harakatini tavsiflashning o‘ziga xos tomonlari 6-bobda ko‘rib o‘tiladi.

## 2.2-§. Kuch

**1.** Mexanikada bir jismning boshqasiga mexanik ta’sirining o‘lchovi sifatida **kuch** deb ataluvchi vektor kattalik kiritiladi. Mexanik o‘zaro ta’sir bevosita bir-biri bilan tegib turgan jismlar o‘rtasida (masalan, urilishda, ishqalanishda, jismlarni bir-biriga bosilganda va shunga o‘xshashlarda) va shuningdek, uzoqda joylashgan jismlar o‘rtasida amalga oshirilishi mumkin.

*Jism zarrachalarini bir sistemaga bog‘lab turuvchi va bir zarracha ta’sirini boshqasiga chekli tezlik bilan uzatuvchi materiyaning alohida shakli fizik maydon yoki maydon deyiladi.*

Uzoqdagi jismlarning o‘zaro ta’siri ular bilan bog‘liq gravitatsion va elektromagnit maydonlar (masalan, planetalarning Quyoshga tortilishi, zaryadlangan jism va zarrachalarning, tokli o‘tkazgichlarning o‘zaro elektromagnit ta’siri va hokazolar) vositasida amalga oshadi.

Kuch tushunchasidan foydalanib, odatda mexanikada qaralayotgan jismning kuchlar ta’siridagi harakati va deformasiyasi to‘g‘risida so‘z yuritiladi. Bunda, albatta, har bir kuchga har doim shu kuch bilan ta’sir etuvchi qandaydir aniq jism yoki maydon mos keladi. Agar $\vec{F}$ kuch to‘liq berilsa, uning moduli F, fazodagi yo‘nalishi va qo‘yilish nuqtasi ko‘rsatiladi. Kuch yo‘nalishi bo‘yicha ketgan to‘g‘ri chiziqni **kuchning ta’sir chizig‘i** deyiladi.

Agar moddiy nuqtaga $\vec{F}$ kuch bilan ta’sir qiluvchi maydon vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmasa, u **barqaror maydon** deyiladi. Maydon barqaror bo‘lishi uchun uni hosil

[*] Quyosh massasi Quyosh sistemasining qolgan barcha jismlarining massalari yig’indisidan qariyb 750 marta katta. Demak, Quyosh sistemasining massa markazi amaliy jixatdan Quyosh markazi bilan ustma-ust tushadi deb taqriban hisoblash mumkin.

qilgan jismlar berilgan masalada foydalanilgan inersial sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda bo‘lishlari kerak.

**2.** Kuchni o‘lchash, ya’ni uni birlik sifatida qabul qilingan kuch bilan solishtirish, masalan, mexanik ta’sirning xuddi elastik jism deformasiyasi kabi namoyon bo‘lishiga asoslanib amalga oshirilishi mumkin. O‘rta maktab kursidan ma’lum bo‘lgan prujinali dinamometrlar shu prinsipga asoslangan. Lekin kuchning qiymatini prujinali dinamometr yordamida aniqlashda ayrim tushunchalar zarur bo‘ladi. Bunday dinamometrdan foydalanishda dinamometr prujinasining o‘qi bo‘ylab ta’sir etuvchi $\vec{F}$ kuch moduli va shu kuchga mos keluvchi prujinaning $x$ cho‘zilishi (yoki qisilishi) orasida quyidagicha chiziqli bog‘lanish mavjud deb faraz qilinadi:

$$F = kx\,. \tag{2.1}$$

Bu yerda $k$ - prujinaning elastiklik xossalariga bog‘liq proporsionallik koeffitsienti. Quyidagicha savol tug‘iladi: kuchlarni o‘lchashni bilmay turib (2.1) munosabatni to‘g‘riligiga qanday ishonch hosil qilish mumkin? Buning uchun dinamometrga navbat bilan ikkita har xil modulli, lekin yo‘nalishi bo‘yicha bir xil $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar (masalan, dinamometrga ikkita har xil yuk osish bilan), so‘ngra bir vaqtda $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar, ya’ni $\vec{F}_3=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ kuch bilan ta’sir etiladi. Mos holda prujina deformasiyasini $x_1$, $x_2$ va $x_3$ bilan belgilaymiz. (2.1) dan:

$$x_3 = \frac{F_3}{k} = \frac{F_1 + F_2}{k} = x_1 + x_2$$

ekanligi kelib chiqadi. Tajribada topilgan $x_1$, $x_2$ va $x_3$ larning qiymatini bu formula bilan mosligi (2.1) munosabatning haqqoniyligini bilvosita tasdig‘idir. Tajriba ko‘rsatadiki, yetarlicha kichik $x$ deformasiyalarda, ya’ni prujinaga uncha katta bo‘lmagan kuch bilan ta’sir etganda (2.1) Guk qonuni yuqori darajada aniqlik bilan bajariladi.

**3.** Tajribalar ko‘rsatadiki, jismning ayni bir $M$ nuqtasiga bir vaqtda qo‘yilgan $n$ ta $F_1, F_2, \ldots, F_n$ kuchlarning mexanik ta’siri ularning geometrik yig‘indisiga teng va o‘sha $M$ nuqtaga qo‘yilgan bitta $\vec{F}$ kuchning ta’siriga butunlay ekvivalent :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Ta’kidlash joizki, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$,..., $\vec{F}_3$ kuchlar jismning har xil nuqtalariga qo‘yilgan (ko‘pincha amalga oshadigan holda) ularning ta’sirini yuqorida ko‘rsatilgan $\vec{F}$ kuchning ta’siri bilan almashtirib bo‘lmaydi. Shuning uchun $\vec{F}$ kuchning yetarlicha keng tarqalgan «natijaviy» yoki «teng ta’sir etuvchi» kuch deb nomlanishi faqat moddiy nuqta uchungina taalluqli ekanligini tushunmoq kerak.

*Absolyut qattiq jismda kuchning qo‘yilish nuqtasini shu kuchning ta’sir chizig‘i bo‘ylab ko‘chirish mumkin, ya’ni kuchni mahkamlangan vektor demasdan, balki sirpanuvchi deb qarash mumkin.*

**4.** Biz ko‘rib o‘tgan prujinali dinamometr bilan kuchni o‘lchash usuli statik usullar qatoriga kiradi. Unda o‘lchanayotgan kuch ma’lum (masalan, dinamometrning etalon prujinasi tomonidan ta’sir etayotgan) kuch bilan muvozanatlashadi. Vaholanki, jismga kuchning ta’siri nafaqat statik, shuningdek, dinamik, ya’ni jismning mexanik harakat holatining mos o‘zgarishida namoyon bo‘lishi ham mumkin. Shuning uchun ayni bir etalon jism haraktining o‘lchanayotgan kuch va qabul qilingan birlik kuch tufayli yuzaga keladigan o‘zgarishlarini taqqoslash yo‘li bilan kuchlarni o‘lchashning dinamik usuli ham bo‘lishi mumkin. Biroq bu usulni amalda qo‘llash uchun kuch ta’siri ostidagi jismlar harakatining o‘zgarish qonunlarini oldindan bilish zarur. Moddiy nuqta uchun bunday qonun N’yutonning ikkinchi qonunidir. Bunga asoslanib, albatta, ko‘pincha amalda qilinganidek, kuchlarni o‘lchashni amalga oshirish mumkin. Ko‘p hollarda kuchni bunday o‘lchash usuli umuman birdan-bir mumkin bo‘lgan usuldir (masalan, planetalarning Quyoshga tortilish kuchini, elektromagnit maydonlarda elektronlar, protonlar va boshqa zaryadlangan zarrachalarga ta’sir etuvchi kuchlarini o‘lchash uchun). Lekin N’yuton ikkinchi qonunining o‘zini o‘rnatishda u bilan bog‘liq bo‘lmagan kuchlarni o‘lchash usulidan foydalanish lozim bo‘lgan.

**5.** *Jismning ko‘chishiga hech qanday chegara qo‘yilmagan bo‘lsa, u erkin jism deyiladi.*

Erkin jism fazodagi mumkin bo‘lgan hamma holatlarni egallashi va har qanday vaziyatda harakatlanishi mumkin. Masalan, uchayotgan kosmik kema yoki samolyot, suv pastki qatlamlarida suzayotgan suv osti kemasi erkin jismlar bo‘ladi.

Ko‘p hollarda jismlarni erkin deb bo‘lmaydi, chunki ularning mumkin bo‘lgan holat va harakatlariga mexanikada bog‘lanishlar deb ataladigan u yoki bu cheklanishlar qo‘yilgan bo‘ladi. Masalan: elektrostansiyadagi turbina va elektr generatorlarning rotorlari faqat aylanishlari mumkin, kompressor silindridagi porshen esa faqat ilgarilanma harakatlanadi, tramvay va poezd faqat rel’s bo‘ylab, qolgan yerdagi transportlar faqat yer sirti bo‘ylab ko‘chish mumkin. Bog‘lanish erkin bo‘lmagan jismga mahkamlangan yoki tegib turgan u bilan boshqa jismlarning ta’siri orqali amalga oshiriladi (masalan, podshipniklar, silindr devori, rel’slar, yo‘l qoplamalari va boshqalar).

Erkin bo‘lmagan jismlar yoki ular sistemasining xususiyatlarini o‘rganish uchun mexanikada **ozod etish prinsipidan** foydalaniladi: *erkin bo‘lmagan jism (yoki jismlar sistemasi) ni, unga bog‘lanish hosil qilayotgan jismning ta’sirini mos keluvchi kuchlarga almashtirish bilan erkin jism deb qarash mumkin.*

Bu kuchlar bog‘lanish reaksiyalari deyilib, jismga ta’sir etuvchi qolgan barcha kuchlar **aktiv kuchlar** deb ataladi. Chunonchi, cho‘zilmaydigan ipga osilgan erkin bo‘lmagan sharning og‘irlik kuchi ta’siri ostidagi harakati haqidagi masala ozod etish prinsipi yordamida og‘irlik kuchidan tashqari ipning reaksiya kuchi ta’sir etadigan erkin sharning harakati haqidagi masalaga keltiriladi. Ozod etish prinsipi kuchning «jismlarni bir-biriga mexanik ta’sirining o‘lchovi kuchdir» degan ta’rifidan bevosita kelib chiqadi. Axir, bog‘lanishni amalga oshiruvchi jismlar ko‘rilayotgan jismga aynan bog‘lanish reaksiyalariga mos kelgan kuchlar bilan ta’sir etganligi uchun uning harakatini chegaralaydi.

Bog‘lanish reaksiyalarining aktiv kuchlardan farqi faqat shundan iboratki, erkin bo‘lmagan jism harakati to‘g‘risidagi masalada aktiv kuchning qiymati, odatda, oldindan ma’lum (masalani qo‘yilishida berilgan), bog‘lanish reaksiyalarining qiymatlari esa oldindan noma’lum bo‘ladi. Ularni masalani yechish davomida topish kerak. Shunday qilib, bu kuchlar orasida hech qanday prinsipial farq yo‘q. Topilgan bog‘lanish reaksiyalarining qiymatlari shunday bo‘lishi kerakki, bunda aktiv kuchlar va bog‘lanish reaksiyalar ta’siri ostidagi «ozod etilgan» jism harakati erkin bo‘lmagan jismga qo‘yilgan cheklanishlar bilan to‘liq mos tushishi lozim. Masalan, qiya tekislikdan sirpanib tushayotgan jismga ikkita aktiv kuch ta’sir qiladi: og‘irlik kuchi va sirpanishdagi ishqalanish kuchi. Tekislikning normal reaksiya kuchini kiritish bilan biz jismni «ozod» etishimiz mumkin. Biroq ko‘rsatilgan kuchlar ta’siri ostida jism «olib tashlangan» qiya tekislikka parallel harakatlananishi kerak.

Bundan buyon kuchlar ta’siri ostidagi jismlarning harakat qonunlarini qarab chiqishda biz doimo ozod etish prinsipidan foydalanamiz. Boshqacha so‘z bilan aytganda, buni har safar oldindan eslatmasdan, ko‘rilayotgan jismni biz har doim erkin yoki «ozod etilgan» deb hisoblaymiz. Mos ravishda hamma yerda, zarur bo‘lganda jismga ta’sir etayotgan kuchlar qatoriga, aktiv kuchlardan tashqari bog‘lanish reaksiyalarini ham belgilashda ularning orasida hech qanday farq hosil qilmasdan kiritamiz.

**6.** Erkin moddiy nuqta *OX*, *OY* va *OZ* uchta koordinata o‘qlari bo‘ylab uchta bir-biridan mustaqil ko‘chishlar sodir qilishi mumkin. Moddiy nuqta qiya tekislikdan sirpanib tushishda faqat ikkita mustaqil ko‘chish hosil qilish mumkin, chunki uning koordinatalari har doim bitta bog‘lanish shartini - qiya tekislik tenglamasini qanoatlantirishi kerak.

*Mexanik sistemaning mumkin bo‘lgan mustaqil ko‘chishlar soniga shu sistemaning erkinlik daraja soni deyiladi.*

Shunday qilib, erkin moddiy nuqta uchta erkinlik darajasiga ega, qiya tekislik yoki biron bir boshqa tekislik bo‘ylab uzilmasdan sirpanayotgan moddiy nuqta esa ikkita erkinlik darajasiga ega.

## 2.3 - §. Massa

**1.** Dinamikaning asosiy masalasi jismga qo‘yilgan kuch ta’sirida uning mexanik harakati qanday o‘zgarishini aniqlashdan iborat. Tajribalar ko‘rsatadiki, $\vec{F}$ kuch ta’siri ostidagi erkin jism o‘zining $\vec{v}$ tezligini o‘zgartirib $\vec{a}$ tezlanish oladi. Bu tezlanish kuchga proporsional va yo‘nalishi bo‘yicha u bilan mos tushadi:

$$\vec{a} = k_1\vec{F}, \qquad (2.2)$$

bu yerda $k_1$ - musbat proporsionallik koeffitsienti bo‘lib, har bir konkret jism* uchun doimiy, biroq umuman aytganda, turli jismlar uchun bir xil emas va kuch va tezlanish birliklarini tanlashga bog‘liq.

(2.2) munosabat jismlar inertlik xossasiga ega ekanligining ishonchli tasdig‘i bo‘lib xizmat qiladi. Axir, jism inertlikka ega bo‘lganligi tufayli o‘zining tezligini birdaniga emas, balki asta - sekin kuch ta’siri ostida chekli tezlanish olib o‘zgartiradi.

**2.** Mexanikada jism inertligining o‘lchovi sifatida musbat skalyar kattalik - **jismning massasi** m kiritiladi. Jismning inertligi, demak, uning massasi m qancha katta bo‘lsa, ayni bir $\vec{F}$ kuch ta’sirida u shuncha kichikroq tezlanish olishi kerak. Shuning uchun (2.2) da $k_1 = \frac{k_0}{m}$ deb faraz qilib va fizik kattaliklarning hamma birliklar sistemasida $k_0$ koeffitsient $k_0=1$ ekanligini hisobga olib,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.3)$$

ni olamiz. $k_1 = \frac{1}{m}$ koeffitsentning berilgan jism uchun doimiyligidan jismning massasi – uning harakat holatiga, uning fazodagi joylashuviga, unga boshqa jismlarning ta’sir etishi yoki etmasligiga bog‘liq bo‘lmagan doimiy kattalik ekanligi kelib chiqadi*. Shuning uchun ikki jismning $m_1$ va $m_2$ massalarini solishtirish uchun ularning ayni bir kuch ta’sirida olgan

---

*Biz qarayotgan klassik (N’yuton) mexanikasi masalasida jism tezligi $\upsilon << c$, bu yerda $c$ – yorug’likning vakuumdagi tezligi, ekanligini eslatib o’tamiz.

$a_1$ va $a_2$ tezlanishlarini taqqoslash yetarlidir. (2.3) dan $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$ kelib chiqadi.

**3.** Tajribalar ko‘rsatishicha massa *additiv* kattalik: jismning massasi uning barcha qismlarining massalari yig‘indisiga teng. Mos ravishda ixtiyoriy mexanik sistemaning massasi xayolan shu sistemani juda ham mayda bo‘lakchalarga bo‘lib yuborgandagi hamma moddiy nuqtalarning massalarining yig‘indisiga teng. Odatda, jismning massasi etalon jism (tosh) ning massasiga solishtirib, shayinli tarozida tortish yo‘li bilan aniqlanadi. Bu usul erkin tushayotgan jismlar uchun eksperimentlardan aniqlangan quyidagi qonuniyatga asoslangan: Yer sharining ayni bir nuqtasida hamma jismlar bir xil $\vec{g}$ tezlanish bilan erkin tushadi. Jismlarning erkin tushishi yagona kuch-jismning og‘irlik kuchi $\vec{P}$ ta’sirida sodir etiladi, chunonchi (2.3) ga binoan

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} \qquad (2.4)$$

va ikkita jism massalarining nisbati $\frac{m_2}{m_1} = \frac{P_2}{P_1}$.

**4.** Jismlarning inertligini qator tajribalar yordamida namoyish qilish mumkin. Shunday tajribalardan ikkitasini ko‘raylik:

*Tajriba 1.* Stolning gorizontal sirtida yotuvchi qog‘oz varag‘ining chetiga shisha kolba qo‘yiladi. So‘ngra varaqning boshqa chetidan ushlab stol bo‘ylab sekin-asta tortiladi. Bunda qog‘oz unga qo‘yilgan kolba bilan birgalikda stol bo‘ylab ko‘chadi. Agar qog‘oz siltab tortilsa, u kolba ostidan sug‘urilib chiqadi, kolba esa stol ustida turishni davom ettiradi. Kolbaning bu ikki holdagi hatti-harakati bevosita uning inertligi bilan bog‘langan. Kolbani stolga nisbatan harakatga keltirish uchun unga gorizontal yo‘nalishda $\vec{F} = m\vec{a}$ kuch qo‘yilishi kerak, bu yerda $m$ – kolba massasi, $a$–unga beriladigan tezlanish. Bu kuch rolini qog‘oz varag‘i bilan kolba orasidagi ishqalanish kuchi $\vec{F}_{ishq}$ o‘ynaydi. Lekin, maktab kursidan ma’lumki, $F_{ishq} \le f_0 mg$, bu yerda $f_0$–tinchlikdagi ishqalanish koeffitsienti. Shu sababli agar qog‘oz varag‘iga beriladigan tezlanish $a_1$ katta bo‘lmasa ($a_1 < f_0$g), u holda tinchlikdagi ishqalanish kuchi kolbaga o‘shanday tezlanish berishga yetarli bo‘lgani uchun kolba qog‘oz bilan birgalikda harakatlanadi. Agar qog‘oz varag‘ining tezlanishi $a_1$ juda katta bo‘lsa, u holda kolba sirpanishdagi ishqalanish kuchi ta’sirida $a = f_0 g << a_1$ tezlanish oladi. Qog‘ozning kolba ostidan sug‘urilib chiqishi ro‘y beradigan vaqt oralig‘i juda ham kichik bo‘lgani uchun amalda kolba joyidan qo‘zg‘olishiga ulgurmay qoladi.

*Tajriba 2.* Chizma qog‘ozidan qirqib olingan ikkita bir xil xalqa shtativlarga mahkamlangan gorizontal tayoqchalar bir xil balandlikda osiladi. Halqalarning qirqim teshiklariga ingichka va uzun yog‘och dasta uchlari bilan qog‘oz halqalaga tayanib, gorizontal holda osilib turadigan qilib joylashtiriladi. So‘ngra og‘ir metall tayoqcha bilan yog‘och dastaning o‘rtasiga toki qog‘oz xalqalardan biri yirtilib yog‘och dasta polga tushmaguncha sekin-asta bosiladi. Yana yangidan qog‘oz xalqalarga yog‘och dastani osib, o‘sha metall tayoqcha bilan yog‘och dastaning o‘rtasiga keskin uriladi. Bu holda yog‘och dasta sinadi, ammo qog‘oz xalqalar butunligicha qoladi, chunki yog‘och dastaning inertligi tufayli juda qisqa urilish vaqtida uning uchlari qog‘oz xalqalarni yirtishgacha siljib ulgurmaydi.

## 2.4-§. Moddiy nuqta dinamikasining asosiy qonuni

**1.** (2.3) tenglama kuch ta’siri ostidagi chekli ko‘lamli jism harakatining o‘zgarishini jism deformasiyalanmaydigan va ilgarilanma harakatlanadigan sharoitlardagina ifodalaydi. Aks holda jism har xil nuqtalarining tezlanishlari bir xil bo‘lmaydi va to‘liq jism harakatining o‘zgarishini butun jism uchun yagona tezlanish $\vec{a}$ yordami bilan tavsiflash

---

[*] E’tirof etish kerakki, jism massasining uning tezligiga bog’liq emasligi N’yutonning jism massasi unda bor bo’lgan modda («materiya») miqdori bilan aniqlanishi haqidagi tasavvurlarga to’liq mos keladi.

mumkin emas. Chekli ko‘lamli jismlardan farqli ravishda moddiy nuqtalar uchun (2.3) tenglama hamma vaqt o‘rinli. Shuning uchun uni **moddiy nuqta dinamikasining asosiy qonunini** matematik yozuvi sifatida qarash mumkin:

**moddiy nuqtaning tezlanishi uni yuzaga keltirayotgan kuchga to‘g‘ri proporsional, yo‘nalishi bo‘yicha u bilan bir xil va moddiy nuqtaning massasiga teskari proporsional.**

**2.** N’yuton mexanikasida moddiy nuqtaning massasi vaqt t ga bog‘liq emas, tezlanish esa $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, bu yerda $\vec{v}$ -nuqta tezligi. Shuning uchun (2.3) tenglamani quyidagi shaklda qayta yozamiz:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F} \tag{2.5}$$

yoki

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \tag{2.6}$$

*Moddiy nuqta massasini uning tezligiga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan* $\vec{p}$ *vektorni moddiy nuqta impulsi deyiladi.*

Nazariy mexanikada (Shuningdek, ilgari fizikada ham ) $m\vec{v}$ vektor **harakat miqdori** deyiladi. Moddiy nuqtaning impulsi – uning eng muhim dinamik xarakteristikalaridan biridir.

**Moddiy nuqta dinamikasining** (2.5) yoki (2.6) shaklida yozilgan **asosiy qonuni** tasdiqlaydiki,

**moddiy nuqta impulsining o‘zgarish tezligi unga ta’sir etayotgan kuchga teng.**

Hozirgi zamon atamashunosligiga binoan, **N’yuton ikkinchi qonunining mohiyati mana shu tasdiqdan iborat**. N’yutonning o‘zida dinamikaning ikkinchi qonunini quyidagicha ta’riflagan (akad A.N. Kriqlov tarjimasida): «Harkat miqdorining o‘zgarishi qo‘yilgan harakatlantiruvchi kuchga to‘g‘ri proporsional va shu kuch ta’sir etayotgan to‘g‘ri chiziq bo‘ylab yo‘nalgan»

Moddiy nuqta dinamikasining asosiy qonuni **klassik mexanikada sababiylik prinsipini** ifodalaydi, chunki u vaqt o‘tishi bilan moddiy nuqtaning harakat holati va fazodagi holatining o‘zgarishi va unga ta’sir etayotgan kuch orasidagi bir qiymatli bog‘lanishni o‘rnatadi. Bu qonun moddiy nuqtaning boshlang‘ich holatini (vaqtning qandaydir boshlang‘ich momentidagi uning koordinatalari va tezligini) va unga ta’sir etayotgan kuchni bilgan holda moddiy nuqtaning hoxlagan kelgusi vaqt momentidagi holatini hisoblashga imkon beradi.

**3.** Tajriba dalillarini umumlashtirish asosida N’yuton mexanikasining *kuchlar ta’sirining mustaqillik prinsipi deb nomlangan muhim prinsipi ta’riflangan: agar moddiy nuqtaga bir qancha kuchlar bir vaqtda ta’sir etsa, u holda ularning har biri moddiy nuqtaga xuddi boshqa kuchlar bo‘lmagandagidek tezlanish beradi.*

Shunday qilib, *m* massali moddiy nuqtaning unga bir vaqtda qo‘yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar ta’siri ostida olgan *a* tezlanishi

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{F}_i}{m} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{\vec{F}}{m}, \tag{2.7}$$

ga teng, bu yerda $\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$ - natijaviy kuch. Bu kuch moddiy nuqtaning tezlanishi $\vec{\alpha}$ kabi urinuvchi tekislikda yotadi va bu tekislikda ikkita – traektoriyaga urinma ($\vec{F}_\tau$) va normal ($\vec{F}_n$) tashkil etuvcxilarga ajratilishi mumkin:

$$\vec{F}=\vec{F}_\tau+\vec{F}_n .$$

(2.7) dan nuqtaning urinma va normal tezlanishlari mos holda

$$\vec{a}_\tau=\frac{\vec{F}_\tau}{m}, \qquad \vec{a}_n=\frac{\vec{F}_n}{m} \tag{2.7`}$$

ga tengligi kelib chiqadi. $\vec{F}_n$ normal kuch, $\vec{\alpha}_n$ normal tezlanish kabi traektoriyaning egrilik markaziga tomon yo‘nalgan. (1.23) dan ko‘rinadiki,

$$\vec{F}_n=\frac{m\upsilon^2\vec{n}}{R}, \qquad F_n=\frac{m\upsilon^2}{R}, \tag{2.8}$$

bu yerda $R$ – moddiy nuqta traektoriyasining egirilik radiusi, $\vec{\upsilon}$ - uning tezligi. (1.22) ga muvofiq

$$\vec{F}_\tau=m\vec{a}_\tau=m\frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}=\frac{m}{\upsilon}\,\frac{d\upsilon}{dt}\vec{v}. \tag{2.9}$$

**4.** Ayrim xususiy hollarni ko‘ramiz:

1) $\vec{F}_\tau$ vektori yo‘nalishi bo‘yicha $\vec{v}$ bilan mos tushadi – nuqta tezlanuvchan harakat qiladi $\left(\frac{d\upsilon}{dt}>0\right)$;
2) $\vec{F}_\tau$ vektori yo‘nalish bo‘yicha $\vec{v}$ ga qarama-qarshi – nuqta sekinlanuvchan harakat qiladi $\left(\frac{d\upsilon}{dt}<0\right)$;
3) $\vec{F}_\tau$ = 0 – nuqta tekis harakat qiladi $\left(\frac{d\upsilon}{dt}=0\right)$;
4) $\vec{F}_\tau$ = 0, $F_n$=const – nuqta egrilik radiusi ($R=const$) doimiy bo‘lgan traektoriya bo‘ylab, ya’ni yassi traektoriya holida aylana bo‘ylab fazoviy traektoriya bo‘lgan holda vintsimon chiziq bo‘ylab tekis (υ=const) harakatlanadi.

**5.** Moddiy nuqta dinamikasining asosiy qonuni (2.6) ni quyidagi shaklda qayta yozamiz:

$$d\vec{p}=\vec{F}dt \tag{2.10}$$

$\vec{F}\,dt$ vektorni ta’sir vaqtining kichik *dt* oralig‘idagi $\vec{F}$ **kuchning elementar impulsi** deyiladi. Shunday qilib, moddiy nuqta dinamikasining asosiy qonuni va kuchlar ta’sirining mustaqillik prinsipidan kelib chiqadiki, *kichik dt vaqt oralig‘ida moddiy nuqta impulsining o‘zgarishi bu moddiy nuqtaga ta’sir etayotgan hamma kuchlar teng ta’sir etuvchisining shu vaqt oralig‘idagi elementar impulsiga teng.* (2.10) ni $t=t_1$ dan $t=t_2=t_1+\Delta t$ gacha chekli vaqt oralig‘ida integrallab, moddiy nuqta impulsining o‘zgarishini topamiz:

$$\vec{p}_2-\vec{p}_1=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt . \tag{2.11}$$

(2.11) tenglamaning o‘ng tomonida turgan intergal $\Delta t=t_2-t_1$ vaqt oralig‘idagi $\vec{F}$ kuchning impulsidir. Agar moddiy nuqtaga doimiy $\vec{F}$ kuch ta’sir etsa, u holda

$$\vec{p}_2-\vec{p}_1=\vec{F}(t_2-t_1) . \tag{2.11`}$$

Kuch o‘zgaruvchan bo‘lgan holda

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = <\vec{F}> (t_2 - t_1), \qquad (2.11``)$$

bu yerda $<\vec{F}>$ - $t_1$ dan $t_2$ gacha vaqt oralig‘idagi o‘zgaruvchan kuchning o‘rtacha qiymati, ya’ni shunday doimiy kuchki, uning ko‘rilayotgan vaqt oralig‘idagi impulsi o‘zgaruvchan $\vec{F}$ kuchning impulsiga teng.

## 2.5-§. Impulsning o‘zgarish qonuni

**1.** Kuzatish va tajriabalarning guvohlik berishicha, ikkita jismning bir-biriga mexanik ta’siri har doim ularning **o‘zaro ta’siridir**. Agar 2-jism 1-jismga ta’sir etsa, u holda albatta 1-jism o‘z navbatida 2-jismga ta’sir etadi. Chunonchi, masalan, elektrovozning yetaklovchi g‘ildiragiga relslar tomonidan elektrovoz harakati tomon yo‘nalgan tinchlikdagi ishqalanish kuchi ta’sir etadi. Bu kuchlarning yig‘indisi elektrovozning tortish kuchidan iborat. O‘z navbatida yetaklovchi g‘ildirak qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan tinchlikdagi ishqalanish kuchi bilan relslarga ta’sir qiladi.

Jismlarning o‘zaro mexanik ta’sirining miqdoriy tavsifini N’yuton tomonidan uning dinamika uchinchi qonunida berilgan*:

**«Ta’sirga har doim teng va teskari yo‘nalgan aks ta’sir mavjud, boshqacha aytganda, ikki jismning bir-biriga o‘zaro ta’siri o‘zaro teng va qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalgan».**

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}, \qquad (2.12)$$

bu yerda $\vec{F}_{21}$ – ikkinchi jismga birinchisi tomonidan ta’sir etuvchi kuch, $\vec{F}_{21}$-birinchisiga ikkinchisi tomonidan ta’sir etuvchi kuch.

Kelgusida biz ikki moddiy nuqta uchun ta’riflangan N’yutonning uchinchi qonunidan foydalanamiz:

**Ikki moddiy nuqta bir-biriga modullari bo‘yicha teng va bu nuqtalarni tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan kuchlar bilan ta’sir etadi.**

**2.** N’yutonning uchinchi qonuni uning birinchi va ikkinchi qonunlari bilan birgalikda alohida moddiy nuqta dinamikasidan ixtiyoriy mexanik sistema dinamikasiga o‘tish imkonini berdi. *n* ta moddiy nuqtadan tashkil topgan mexanik sistemani ko‘rib chiqamiz. N’yutonning ikkinchi qonuni (2.5) ga muvofiq sistemaning i-nchi moddiy nuqtasi uchun

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i. \qquad (2.13)$$

Bu yerda $m_i$ va $\vec{v}_i$ – lar i-nchi nuqtaning massasi va tezligi, $\vec{F}_i$ –unga ta’sir etuvchi hamma kuchlar yig‘indisi.

Ko‘rilayotgan mexanik sistemaga kirmagan hamma jismlarni **tashqi jismlar** deb ataymiz. Mos ravishda tashqi jismlar tomonidan sistema jismlariga ta’sir etayotgan kuchlarni **tashqi kuchlar**, sistema o‘zining qismlarini o‘zaro ta’sir kuchlariga **ichki**

---
* Akademik A.N. Krilov tarjimasi

**kuchlar** deyiladi. U holda (2.13) tenglamadagi $\vec{F}_{\text{i}}$ kuchni tashqi va ichki kuchlarning yig‘indisi ko‘rinishida berish mumkin:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{\,\text{таш}} + \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_{ik} \,, \tag{2.14}$$

bu yerda $\vec{F}_i^{\,\text{таш}}$ - sistemaning i-nchi nuqtasiga ta’sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi; $\vec{F}_{\text{ik}}$ – bu nuqtaga k-nchi nuqta tomonidan ta’sir etayotgan ichki kuch. (2.14) ifodani (2.13) ga qo‘ysak:

$$\frac{d}{dt}\left(m_i \vec{v}_i\right) = \vec{F}_i^{\,\text{таш}} + \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_{ik} \,. \tag{2.13`}$$

Sistemaning hamma *n* ta moddiy nuqtalari uchun yozilgan (2.13`) tenglamalarning chap va o‘ng qismlarini hadlab qo‘shib, quyidagini olamiz:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}\left(m_i \vec{v}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,\text{таш}} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_{ik} \,. \tag{2.15}$$

N’yutonning uchinchi qonuniga asosan sistemaning i-nchi va k-nchi nuqtalarining o‘zaro ta’sir kuchlari modul jihatdan teng va yo‘nalish bo‘yicha qarama-qarshi: $\vec{F}_{\text{ki}} = -\vec{F}_{\text{ik}}$, demak, $\vec{F}_{\text{ik}} + \vec{F}_{\text{ki}} = 0$ va sistemadagi hamma ichki kuchlarning yig‘indisi

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} F_{ik} = 0 \,. \tag{2.16}$$

Sistemaga ta’sir etayotgan hamma tashqi kuchlarning geometrik yig‘indisi

$$\vec{F}^{\,\text{таш}} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_i^{\,\text{таш}} \,, \tag{2.17}$$

**tashqi kuchlarning bosh vektori** deyiladi.

*Mexanik sistemaning impulsi (harakat miqdori) deb, bu sistema hamma moddiy nuqtalar impulslarining yig‘indisiga teng bo‘lgan* $\vec{p}$ *vektorga aytiladi:*

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} \left(m_i \vec{v}_i\right). \tag{2.18}$$

Yig‘indini differensiyallashning ma’lum qoidasiga asosan,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) \,. \tag{2.19}$$

Shunday qilib, (2.15)-(2.19) lardan kelib chiqadiki,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{\,\text{таш}} \,. \tag{2.20}$$

Bu tenglama **mexanik sistema impulsining o‘zgarish qonunini** ifodalaydi:

**Mexanik sistemaning impulsidan vaqt bo‘yicha olingan hosila sistemaga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh vektoriga teng.**

3. Misol tariqasida eng oddiy mexanik sistema – ilgarilanma harakatlanayotgan qattiq jismni ko‘rib chiqamiz. Jismni fikran bo‘lishda hosil bo‘ladigan hamma moddiy nuqtalar tezligi bir xil va jism ilgarilanma harakat tezligi $\vec{\mathbf{v}}$ ga teng. Shuning uchun jismning impulsi $\vec{p} = m\vec{\mathbf{v}}$, bu yerda m – jism massasi.

Bu holda (2.20) tenglamani ilgarilanma harakatlanayotgan qattiq jism dinamikasining asosiy qonuni deb qarash mumkin:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{\mathbf{v}}) = \vec{F}^{\,tash} \tag{2.21}$$

yoki

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}^{tash}. \qquad (2.21`)$$

bu yerda $\vec{a}$ –jismning ilgarilanma harakatdagi tezlanishi.

## 2.6-§. Massa markazi va uning harakat qonuni

**1.** Dinamikada mexanik sistemaning massa markazi tushunchasi keng foydalaniladi.

*Moddiy nuqtalar sistemasining massa markazi (inersiya markazi) deb, radius-vektori sistemaning barcha moddiy nuqtalari massalarini ularning radius vektorlariga ko‘paytmasining yig‘indisini sistemaning to‘la massasiga nisbatiga teng bo‘lgan* $C$ *nuqtaga aytiladi:*

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i\ , \qquad (2.22)$$

bu yerda $m_i$ va $\vec{r}_i$ – lar i-chi moddiy nuqtaning massasi va radius vektori, n va $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ - sistemadagi bu nuqtalarning umumiy soni va sistemaning yig‘indi massasi. Xususan, agar radius-vektorlar massa markazi S dan (uni $\vec{r}_i$ * – bilan belgilaymiz) o‘tkazilsa, u holda

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i^{\,*} = 0 \qquad (2.22`)$$

*Shunday qilib, massa markazi-geometrik nuqta bo‘lib, mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha moddiy nuqtalar massalarini ularning bu nuqtadan o‘tkazilgan radius-vektorlariga ko‘paytmasining yig‘indisi nolga teng.*

Sistemada massaning uzluksiz taqsimlangan (masalan, ko‘lamli jism holida) sistema massa markazining radius-vektori

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\int_{(m)} \vec{r}\,dm, \qquad (2.22``)$$

bu yerda $\vec{r}$ – sistemaning massasi *dm* ga teng kichik elementining radius-vektori, integrallash esa sistemaning hamma elementlari bo‘ylab, ya’ni jismning butun *m* massasi bo‘yicha o‘tkaziladi.

2. *Mexanik sistema massa markazining tezligi shu sistema impulsini uning massasiga bo‘lgan nisbatiga teng:*

$$\vec{\mathrm{v}}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\mathbf{v}}_i = \frac{\vec{p}}{m}. \qquad (2.23)$$

Mos holda sistema impulsi uning massasini massa markazining tezligiga ko‘paytmasiga teng: $\vec{p} = m\vec{v}_c$. $\vec{p}$ uchun bu ifodani (2.20) tenglamaga qo‘yib, **massa markazining harakat** qonunini olamiz:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{\mathbf{v}}_c) = \vec{F}^{tash} \qquad (2.24)$$

(2.24) ni (2.5) bilan taqqoslashdan ko‘rinadiki, **mexanik sistemaning massa markazi xuddi, massasi sistemaning hamma massasiga unga ta’sir etayotgan kuch sistemaga qo‘yilgan tashqi kuchlarning bosh vektoriga teng bo‘lgan moddiy nuqta kabi harakatlanadi.**

Bu qonun ko‘rsatadiki, sistema massa markazining tezligini o‘zgartirish uchun sistemaga tashqi kuch ta’sir etishi zarur. Sistema qismlarining o‘zaro ta’sir ichki kuchlari bu qismlar tezliklarining o‘zgarishini sodir etishi mumkin (masalan, snaryad bir necha bo‘laklarga ajralganda), biroq ular sistemaning yig‘indi impulsi va massa markazining tezligiga ta’sir eta olmaydi.

**3.** Aytilganlarni namoyon qilish uchun hammaga yaxshi ma’lum bo‘lgan misolni ko‘ramiz. Boshlang‘ich holatda ko‘lning sokin suvida harakatlanmasdan turgan qayiqning uchidan oxiriga tomon odam yurib o‘tganda qayiq suvga va qirg‘oqqa nisbatan qarama-qarshi yo‘nalishda ko‘chadi. Agar qayiqning harakatiga suvning qarsxiligi bo‘lmaganda, odamning o‘tishida qayiq odam-qayiq sistemasining massa markazi qirg‘oqqa nisbatan tinch qoladigan tarzda siljir edi. Haqiqatda esa suvda harakatlanayotgan qayiqqa suvning gorizontal tashqi qarsxilik kuchi $\vec{F}$ ta’sir etadi va qayiqning ko‘chishi bir muncha kichik bo‘ladi. Shuning uchun odamning qayiq bo‘ylab o‘tishida sistema massa markazi qirg‘oqqa nisbatan $\vec{F}$ kuch yo‘nalishida, ya’ni odamning harakat yo‘nalishida siljiydi.

**4.** Tashqi kuchlar ta’sir etmaydigan mexanik sistemaga **berk (yopiq) sistema** deyiladi. Hech bo‘lmaganda hamma jismlarga tortish kuchlari ta’sir etayotganligi uchun ham, qat’iy qilib aytganda, berk sistema bo‘lmaydi. Biroq, agar jismda real sistemasining ayrim qismlarining o‘zaro ta’sir kuchlari tashqi kuchlardan ko‘p marta ortiq bo‘lsa, bunday sistemani taxminan berk deb hisoblash mumkin. Masalan, Quyosh sistemasidagi jismlarga ta’sir etuvchi tashqi tortishish kuchlari bu jismlarning bir-biriga tortishish kuchlariga solishtirilganda hisobga olmaydigan darajada kichik. Shuning uchun yetarli yuqori darajadagi aniqlik bilan Quyosh sistemasini berk sistema deb hisoblash mumkin. Massa markazining harakat qonuni (2.24) dan quyidagi kelib chiqadi: *yopiq mexanik sistema massa markazining tezligi* $\vec{\mathbf{v}}_c$ *vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi.*

Boshqacha so‘z bilan aytganda, yopiq sistemaning massa markazi inersial sanoq sistemasiga nisbatan yo tinch turadi, yoki o‘zgarmas tezlik bilan harakatlanadi.

Mexanikada sanoq sistemasi sifatida ko‘proq ko‘rilayotgan mexanik sistemaning massa markazi harakatsiz qoladigan ilgarilanma harakatlanuvchi sanoq sistemasidan - **massa markazi sistemasidan** foydalaniladi. Yuqorida aytilganlardan ma’lum bo‘ladiki, yopiq mexanik sistema massa markazi sistemasi **inersialdir**. Agar mexanik sistema yopiq bo‘lmasa va tashqi kuchlarning bosh vektori $\vec{F}^{\,tash} \neq 0$, u holda massa markazi tezligi $\vec{\mathbf{v}}_c \neq$ sonst va massa markazi sistemasi bunday mexanik sistema uchun **noinersialdir**.

## 2.7-§. O‘zgaruvchan massali jism harakati

**1.** N’yuton mexanikasida jism massasi uning tezligiga bog‘liq emas deb hisoblanadi. Ammo bu jism harakati davomida har doim uning massasi o‘zgarmasdan qolishini bildirmaydi. U tashqi muhit bilan jism orasida modda almashinuvi, ya’ni harakatlanayotgan jism tarkibining o‘zgarishi hisobiga o‘zgarishi mumkin. Masalan, aylanayotgan kabelli g‘altak massasi kabel’ unga o‘ralishi yoki chuvatilishiga qarab ortadi yoki kamayadi. O‘zgaruvchan massali jism harakatining tipik misoli bo‘lib traektoriyaning aktiv qismidagi, ya’ni o‘rnatilgan dvigatelning ishlash jarayonidagi raketaning uchishi xizmat qilishi mumkin. Raketada to‘plangan yoqilg‘ining yonish mahsuloti dvigatelning soplosi orqali chiqarib yuboriladi va raketa massasi sekin-asta kamayib boradi.

**2.** O‘zgaruvchan massali moddiy nuqta (Shuningdek, ilgarilanma harakatlanayotgan jism) dinamikasining asosiy tenglamasini birinchi bo‘lib I.V. Mesherskiy (1897) tomonidan olingan. Kichik *dt* vaqtdagi ilgarilanma harakatlanayotgan o‘zgaruvchan massali jism va shu vaqt ichida undan ajralayotgan (yoki unga birlashayotgan) zarrachadan tashkil topgan sistemaning $\vec{p}$ impulsini o‘zgarishi:

$$d\vec{p} = (m + dm)(\vec{\mathbf{v}} - d\vec{\mathbf{v}}) - m\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_1 dm$$

ga teng. Bu yerda m va $\vec{\mathbf{v}}$ – jismning t vaqt momentidagi massasi va tezligi; dm va $d\vec{\mathbf{v}}$– kichik dt vaqt oralig‘idagi ularning o‘zgarishlari; $\vec{\mathbf{v}}_1$ – ajraluvchi zarralarning ajralgandan keyingi (ularning umumiy massasi (– dm)>0) yoki qo‘sxiluvchi zarralarning qo‘sxilguncha (ularning umumiy massasi dm>0) tezligi. Shakl almashtirishlarni bajarib va boshqalariga nisbatan yuqori tartibli kichik bo‘lgan dm·dv hadni tashlab yuborib,

$$d\vec{p} = md\vec{\mathbf{v}} + (\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_1)dm$$

yoki

$$d\vec{p} = md\vec{\mathbf{v}} - \vec{u}dm \tag{2.25}$$

ni olamiz. Bu yerda $\vec{u} = \vec{\mathbf{v}}_1 - \vec{\mathbf{v}}$– o‘zgaruvchan massali jismga nisbatan ajraluvchi zarralarning ajralgandan keyingi (yoki qo‘sxiluvchi zarralarning qo‘sxilguncha) tezligi bo‘lib, zarralarning **nisbiy tezligi** deb nomlanadi.

(2.25) munosabatni impulsning o‘zgarish qonuni (2.20) ga qo‘yib, **Mesherskiy tenglamasini** olamiz:

$$m\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \vec{F}^{tash} + \vec{u}\frac{dm}{dt} \tag{2.26}$$

**3.** Quyidagi vektor kattalik:

$$\vec{F}_p = \vec{u}\frac{dm}{dt} \tag{2.27}$$

kuch o‘lchamligiga ega bo‘lib, uni reaktiv kuch deyiladi. *U* jismdan ajraluvchi yoki unga qo‘sxiluvchi zarrachalarning jismga mexanik ta’sirini xarakterlaydi (masalan, raketadan oqib chiqayotgan gaz oqimining raketaga ta’siri).

Reaktiv kuchdan uchish apparatlarini yaratish uchun foydalanish g‘oyasini aytilganiga ancha yil bo‘ldi. Chunonchi, 1881 yili N.M. Kibal’chich podshoh Aleksandr II ni o‘ldirishda qatnashganligi uchun qatl etish oldindan qamoqxonada turib, reaktiv uchish apparati loyihasini tuzdi. Ammo bu loyiha qamoqxona arxivida yo‘qolib ketdi va birinchi marta faqat 1918 yilda chop etildi. Atoqli olim va kashfiyotchi K.E. Siolkovskiyning butun hayotini raketa texnikasi va raketani sayyoralararo aloqalar uchun qo‘llash masalalariga bag‘ishlangan. U 1903 yildayoq raketa harakati va suyuq yoqilg‘i reaktiv dvigateli (SYoRD) nazariyasi asoslari o‘rin olgan maqola chop etdi. Havo - reaktiv dvigatelining nazariyasi birinchi bo‘lib B.S.Stechkin (1924) tomonidan ishlab chiqilgan va chop etilgan.

**4.** 1903 yilda Siolkovskiy birinchi bo‘lib, birgina faqat SYoRD ning reaktiv tortish kuchi ta’sirida, ya’ni havo qarsxiligi va gravitatsiya kuchlari bo‘lmaganda harakatlanib, raketa erishishi mumkin bo‘lgan maksimal tezlikni hisoblash formulasini chop etdi. Mesherskiyning (2.26) tenglamasida $\vec{F}^{tash}$=0, deb raketa harakatining quyidagi tenglamasini olamiz:

$$m\cdot\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt}. \tag{2.28}$$

Bu yerda $\vec{u}$- raketa soplosidan yonish mahsulotining raketaga nisbatan o‘lchangan oqib chiqish tezligi.

Agar raketaning boshlang‘ich tezligi nolga teng, traektoriya esa to‘g‘ri chiziq bo‘lsa, u holda $\vec{v}$ va $\vec{u}$ tezliklar o‘zaro qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalgan. (2.28) dan raketa harakati yo‘nalishiga proeksiyada quyidagini olamiz:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = -u\frac{dm}{dt} \qquad \text{yoki} \quad d\upsilon = -u\frac{dm}{m} \quad . \tag{2.28`}$$

Agar $m_0$ - raketaning boshlang‘ich massasi, $m^*=m_0$ - $m_\tau$ esa hamma yoqilg‘i yonib bo‘lishi oqibatida dvigatel’ ishi tugagandan keyingi raketaning oxirgi massasi ($m_t$- to‘lg‘izib qo‘yilgan raketadagi yoqilg‘i va oksidlovchi moddaning boshlang‘ich paytdagi yig‘indi massasi) bo‘lsa, u holda raketaning maksimal tezligi (2.28) ni integrallash yo‘li bilan topilshi mumkin:

$$\upsilon_{\max} = -\vec{u}\int_{m_0}^{m^*}\frac{dm}{m} = u\ln\frac{m_0}{m^*} \tag{2.29}$$

yoki

$$\upsilon_{\max} = u\ln\frac{m_0}{m_0 - m_\tau} \quad .$$

Bu formulani **Siolkovskiy formulasi**, $\upsilon_{\max}$ tezlikni esa **raketaning xarakteristik tezligi** deyiladi. Haqiqatda esa Yerning tortishi va atmosferaning aerodinamik qarsxiligi ta’siridan yoqilg‘i to‘liq yonib bo‘lgan paytda va dvigatelning ishlashi to‘xtaganda raketaning tezligi xarakteristik tezlik (2.29) dan ancha kam bo‘ladi.

Qator texnik qiyincxiliklar tufayli reaktiv va raketa texnikasining keng ko‘lamdagi taraqqiyoti faqat ikkinchi jahon urushi davrida va ayniqsa, urush tamom bo‘lgandan keyin boshlandi. Reaktiv dvigatellarni aviatsiyada qo‘llash samolyotlarning tezligini, ularning uchish uzoqligini va yuk ko‘tarishini ko‘p marta orttirish imkonini berdi. Raketa texnikasi uning asosida Yer sun’iy yo‘ldoshlari, boshqariladigan kosmik kemalar, orbital va planetalararo stansiyalarni uchirish mumkin bo‘lgan bazaga aylanib qoldi.

## SAVOLLAR:

1. N’yutonning uchchala qonunlari o‘rtasida qanday mantiqiy bog‘lanish bor? N’yutonning birinchi qonunini ikkinchi qonunning natijasi sifatida qarash mumkinmi?
2. Qattiq jismga uning har xil nuqtalariga qo‘yilgan ikkita $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ta’sir etadi. Jismga o‘zining ta’siri bo‘yicha $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarga ekvivalent bo‘lgan $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ kuchni qayerga qo‘yish kerak?
3. Jism massa markazining harakat qonuni bu jismning qattiq yoki deformasiyalanuvchanligiga bog‘liqmi? Qaysi hollarda massa markazining tezligi o‘zgarmay qoladi?
4. Mexanik sistema impulsining o‘zgarish qonuni nimadan iborat va uning asosida o‘zgaruvchan massali jism uchun Mesherskiy tenglamasini qanday olish mumkin?

Raketaning xarakteristik tezligi nima va uni qanday oshirish mumkin?

# ISH VA MEXANIK ENERGIYA

## 3.1-§. Kuchning ishi

**1.** Materiya harakatining turli shakllari va ularga mos keluvchi o‘zaro ta’sirlarning yagona miqdoriy o‘lchovi sifatida fizikada **energiya** deb ataluvchi skalyar kattalik kiritiladi. Harakat-materiyaning ajralmas xossasidir. Shuning uchun har qanday jism, har qanday jismlar va maydonlar sistemasi energiyaga ega, yoki ko‘pincha aytilganidek, energiya zahirasiga ega. Sistema energiyasi Shu sistemani mumkin bo‘lgan undagi harakatni aylanishlariga nisbatan miqdoriy xarakterlaydi. Bu aylanishlar sistema qismlari, shuningdek, sistema va tashqi muhit orasidagi o‘zaro ta’sir oqibatida yuzaga keladi. Harakatning turli shakllari va ularga mos o‘zaro ta’sirlar uchun fizikada mexanik, ichki, elektromagnit, yadroviy va shunga o‘xshash energiyalarning turli ko‘rinish (shakl) lari kiritiladi. Bu bobda biz qaralayotgan sistema mexanik harakatining shuningdek, sistema jismlarining bir-biri bilan va tashqi jismlar bilan o‘zaro mexanik ta’sirlarini o‘lchovi bo‘lgan mexanik energiyani ko‘rib chiqamiz.

**2.** Jism mexanik harakatining va demak, uning mexanik energiyasining o‘zgarishi ko‘rilayotgan jismga boshqa jismlar tomonidan mexanik ta’sir etish jarayonida ro‘y beradi. Bu ta’sirning o‘lchovi bo‘lib unga mos kuchlar xizmat qiladi. Shuning uchun bundan buyon biz jismning unga qo‘yilgan kuch ta’siri ostidagi mexanik energiyasining o‘zgarishi to‘g‘risida gapiramiz. Jism energiyasining bunday o‘zgarish jarayonini miqdoriy tavsiflash uchun mexanikada kuchning ishi tushunchasi kiritiladi.

*Kuch qo‘yilgan M nuqtaning* $d\vec{r}$ *ko‘chishida,* $\vec{F}$ *kuchning elementar ishi* $\delta A$ *deb* $\vec{F}$ *ni* $d\vec{r}$ *ga skalyar ko‘paytmasiga aytiladi:*

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F}\mathbf{v} dt \quad , \tag{3.1}$$

bu yerda $\vec{r}$ va $\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ - M nuqtaning radius vektori va tezligi; $dt$ – $\vec{F}$ kuch $\delta A$ ish bajaradigan kichik vaqt oralig‘i,.

Vaholanki, ikki vektorning skalyar ko‘paytmasi ularning modullarini ular orasidagi burchak kosinusiga ko‘paytmasiga teng, u holda

$$\delta A = F\,|\,d\vec{r}\,|\cos\alpha = F ds \cos\alpha = F_\tau ds\,, \tag{3.2}$$

bu yerda ds=$|d\vec{r}|$-kichik dt vaqtdagi $M$ nuqta bosib o‘tgan yo‘l; α - kuch $\vec{F}$ va M nuqtaning elementar $d\vec{r}$ ko‘chishi (yoki tezligi $\vec{\mathbf{v}}$) orasidagi burchak; $F_\tau = F\cos\alpha$ - kuch $F$ ning $d\vec{r}$ (yoki $\vec{\mathbf{v}}$) yo‘nalishiga proeksiyasi.

(3.1) va (3.2) dan ko‘rinadiki, kuch ikkita holda ish bajarmaydi:

**a)** kuch qo‘yilgan nuqta qo‘zg‘almas ($\vec{r} = \cos t$, $d\vec{r} = 0$);

**b)** burchak $\alpha = \pm\pi/2$, ya’ni kuch $\vec{F}$ u qo‘yilgan nuqta traektoriyaning normali bo‘yicha yo‘nalgan $\left(\vec{F} \perp \vec{\mathrm{v}}\right)$.

Agar $F_\tau > 0$, ya’ni $\alpha$ burchak bo‘lsa o‘tkir, u holda $\delta A > 0$. Bunday kuch

**harakatlantiruvchi kuch** deyiladi (masalan, raketa dvigatelining tortish kuchi). Agar $F_\tau<0$, ya'ni α burchak o'tmas bo'lsa, u holda $\delta A<0$ bo'ladi. Bunday kuch **tormozlovchi kuch** deyiladi (masalan, sirpanishdagi ishqalanish kuchi).

To'g'ri burchakli dekart koordinatalarida $\vec F = F_x\vec i + F_y\vec j + F_z\vec k$ va $d\vec r = d_x\vec i + d_y\vec j + d_z\vec k$. Shuning uchun, vektorlarni skalyar ko'paytirish qoidasiga asosan $F$ kuchining elementar ishi quyidagiga teng:

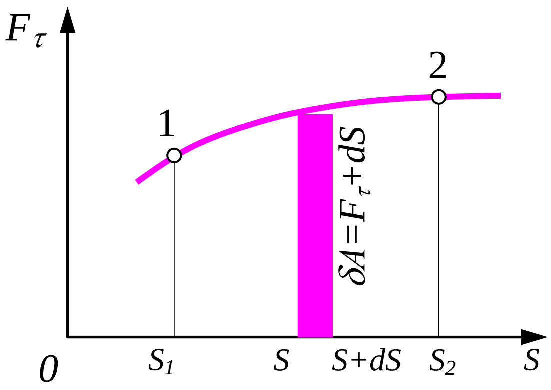
$$\delta A = F_x dx + F_y dy + F_z dz. \tag{3.3}$$

Bu yerda x, y, z – kuch qo'yilgan nuqta koordinatalari; $F_x$, $F_y$, $F_z$ – kuch $\vec F$ ning koordinata o'qlariga proeksiyalari.

**3.** M moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi $\vec F$ kuch, odatda, sanoq sistemasiga nisbatan $M$ nuqtaning ko'chishi davomida o'zgaradi. Bunda $\vec F$ kuch $M$ nuqtaning $x$, $y$, $z$ – koordinatalariga (masalan, jismning og'irlik kuchi jism turgan yerning geografik kengligiga va dengiz sathidan balandligiga bog'liq) va shuningdek, $M$ nuqtaning tezligiga (masalan, havoda uchayotgan samolyotga ta'sir etuvchi aerodinamik kuch) bog'liq bo'lishi mumkin. Boshqacha so'zlar bilan aytganda, umumiy holda $\vec F$ kuch - ko'p o'zgaruvcxilarning funksiyasidir. Shuning uchun, matematikada ko'rsatilgandiki, $\vec F$ kuchining elementar ishi (3.3), umuman aytganda, $M$ nuqta koordinatalarining qandaydir funksiyasining to'liq differensiali emasdir. Holbuki matematikada $df$ belgi ko'p o'zgaruvcxilar f funksiyasining to'liq differensialini* umumiy qabul qilingan belgilanishi bo'lganligidan biz bu yerda va kelgusida hamma joyda kuchning elementar ishini dA bilan emas, balki $\delta A$ bilan belgilaymiz.

**4.** $\vec F$ kuchning uni qo'yilishi $M$ nuqtasining 1 holatdan 2 holatga chekli ko'chishida bajargan $A_{1\text{-}2}$ ishi $M$ nuqta traektoriyasining 1 dan 2 gacha hamma kichik qismlaridagi $\vec F$ kuchning elementar ishlari yig'indisiga teng. Bu yig'indi quyidagi integralga keltiriladi:

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec F d\vec r = \int_{S_1}^{S_2} F_\tau ds, \tag{3.4}$$

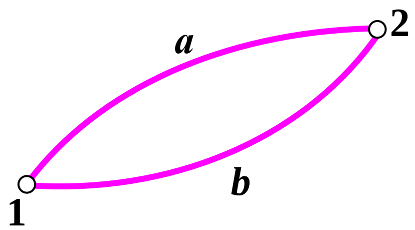



3.1-rasm

bu yerda s – traektoriya bo'ylab hisoblanadigan $M$ nuqtaning yoysimon koordinatasi; $s_1$ va $s_2$ – 1 va 2 nuqtalardagi s ning qiymatlari; $\Delta s=s_2 - s_1$ - bu 1 va 2 nuqtalar orasidagi traektoriya yoyining uzunligi, ya'ni $M$ nuqtaning 1 boshlang'ich holatdan oxirgi 2 holatgacha o'tgan yo'li. Matematikada bu integralni egri chiziqli integral deyiladi. Uni hisoblash aniq integralni topishga keltiriladi: buning uchun $F_\tau$ ni s yoy koordinataga bog'lanishini bilish zarur. Agar bu bog'lanish (3.1-rasm) grafik ravishda berilgan bo'lsa, u holda $\vec F$ kuchning $M$ nuqta traektoriyasining s dan s+ds gacha kichik qismidagi $\delta A$ elementar ishi 3.1-rasmda kengligi ds<<($s_2$-$s_1$) va balandligi $F_\tau$ (s) bo'lgan ensiz to'g'ri to'rt burchakning shtrixlangan yuzasi bilan o'lchanadi. $F_\tau$ ning S ga bog'lanish grafigida $F$ kuchning 1-2 traektoriyani hamma qismidagi $A_{1-2}$ bajargan ishi absissa o'qi $S_1$1 va $S_2$2 vertikal to'g'ri chiziqlar va 1-2 egri chiziq bilan chegarlangan yuza, ya'ni $S_1$1-2 $S_2$ egri chiziqli trapetsiya yuzasi bilan o'lchanadi.

**5.** Agar $M$ nuqtaga ta'sir etayotgan kuchning ishi faqat uning boshlang'ich va oxirgi holatlarigagina bog'liq bo'lsa, $M$ moddiy nuqtaga ta'sir etayotgan bunday $F$ kuchni **potensial kuch** deyiladi. Potensial kuchning ishi na $M$ nuqta traektoriyasining ko'rinishiga, na uning (1) boshlang'ich va (2) oxirgi holatlarining oralig'iga, na $M$ nuqtaning traektoriya bo'ylab harakat qonuniga bog'liq emas:

$$A_{1-a-2} = A_{1-2-b} = A_{1-2},$$



3.2-rasm

bu yerda $A_{1\text{-}a\text{-}2}$ va $A_{1\text{-b-}2}$ – lar 1- *a*-2 va 1-b-2 traektoriya bo'ylab $M$ nuqtaning 1 dan 2 gacha ko'chishdagi (3.2-rasm) potensial kuchning bajargan ishining qiymati. Traektoriyaning kichik qismi bo'ylab $M$ nuqta harakati yo'nalishini teskari tomonga o'zgarishi $F_\tau$ potensial kuch proeksiyasi belgisini va uning elementar ishi $\delta A = F\,dr$ ning belgisini o'zgarishiga olib keladi. Shunday qilib, $A_{2\text{-b-}1}$ = - $A_{1\text{-b-}2}$. Shuning uchun potensial kuchning 1- *a*-2-b-1 yopiq traektoriya bo'ylab bajargan ishi nolga teng:

$$A_{1-a-2-b-1} = A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = A_{1-a-2} - A_{1-b-2} = 0. \qquad (3.5)$$

1 va 2 nuqtalarni shuningdek, berk traektoriyaning 1-*a* -2 va 2-b-1 qismlarini mutlaqo ixtiyoriy tanlashimiz mumkin. Shunday qilib, *nuqtaning ixtiyoriy berk traektoriyasida unga qo'yilgan potensial kuchning bajaragan ishi nolga teng:*

$$\oint_{(L)} F dr = 0 \quad . \qquad (3.6)$$

Bu formulaning integral belgisidagi doira integrallash $L$ berk kontur bo'yicha olinayotganligi ko'rsatadi.

Sistema qismlarining (moddiy nuqtalarining) o'zaro ta'sir kuchi agar ular butun sistemaning hamma qismlarini faqat o'zaro joylashuviga bog'liq bo'lsagina bunday sistema potensial sistema bo'ladi. Bunday kuchga misol qilib, tortish kuchi va zaryadlangan zarrachalarning o'zaro elektrostatik ta'sir kuchlarini ko'rsatishimiz mumkin.

**6.** Agar $\vec{F}$ kuchi potensial kuch bo'lsa, ya'ni (3.6) ni qondirsa $\vec{F}$ kuch bilan moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydigan (turg'un) maydon **potensial maydon** deyiladi. Lekin, qoidaga asosan ko'rilayotgan moddiy nuqta yoki nuqtalar sistemasi harakatini tavsiflashdan foydalanilsa, tashqi jism inersial sanoq sistemasiga nisbatan ko'chadi. Bunda tashqi jism bilan bog'langan maydon (nostatsionar) noturg'un bo'ladi. Agar $M$ nuqtaning holati sanoq sistemasiga nisbatan to'liq saqlansa (nostatsionar) noturg'un maydon tomondan $M$ moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi $\vec{F}$ kuch *t* vaqt o'tishi bilan o'zgaradi. Bunday holatda $\vec{F}$ kuch vaqtga **oshkor** bog'langan deyiladi. Boshqacha so'z bilan (nostatsionar) noturg'un maydon uchun $\frac{\partial F}{\partial t} \neq 0$. Masalan, qo'zg'almas zaryadlangan jismga harakatlanuvchi zaryadlangan jism tomonidan ta'sir etuvchi elektr tortish va itarish kuchi, ikkinchi jismning birinchisiga yaqinlashishi bilan ortadi.

Nostatsioanr va shuningdek statsionar maydonni potensial maydon deyiladi, lekin buning uchun (3.6) shart bajarilishi kerak, u yerdagi $\vec{F}$ kuchning qiymatini $L$ konturning har xil nuqtasida integralni hisoblashda bir va o'sha vaqt momentida olish kerak, ya'ni integrallashni bajarishda $t$ ni belgilab kattalik deb olish kerak.

**7.** (3.5) va (3.6) munosabatlarni qanoatlantirgani bilan potensial kuch deb qabul qilinmagan kuch mavjud. Bu kuch moddiy nuqtaga ta’sir etadi va uning tezligiga bog‘liq va bu tezlikka perpendikulyar yo‘nalgan. Ko‘pincha gigroskopik kuch deb aytiluvchi bunday kuchning ishi u qo‘yilgan kuch ta’sirida moddiy nuqta qanday harakatlanadi, unga bog‘lanmagani uchun u doimo nolga teng. Gigroskopik kuchga misol bo‘lib, magnit maydoni tomonidan bu maydonda harakatlanuvchi zaryadli zarrachaga ta’sir etuvchi Lorens magnit kuchi xizmat qiladi.

Nopotensial kuchga odatdagi (tipik) misol qilib, dissipativ kuchni olishimiz mumkin. **Dissipativ kuch** deb, mexanik sistema nuqtasining tezligiga bog‘liq va berk sistemaning har qanday ko‘chishda yig‘indi manfiy ish hosil qiluvchi kuchga aytiladi. Bu kuchning ta’siri berk sistemaning mexanik energiyasini kamayishiga olib keladi. Bunga misol, suyuqlik va gazlarda jismni sirpanishdagi ishqalanish kuchi va jism harakatiga qarsxilik kuchi. Harakatlanuvchi jismga harakatlanmayotgani tomonidan ta’sir etuvchi sirpanish ishqlanish kuchi doimo jism harakatiga teskari tomonga yo‘nalgan, ya’ni $\cos\alpha = -1$ bo‘lganda $F_\tau$= - F<0. Shuning uchun bunday kuchning ishi nuqtani har qanday berk traektoriyasi bo‘ylab unga qo‘yilishi doimo manfiy va hech qachon nolga teng bo‘lmaydi.

**8.** Agar moddiy nuqtaga kichik *dt* vaqtda bir qancha $F_1$, $F_2$, …., $F_l$ kuchlar bir vaqtda ta’sir etsa, umumiy ularning bajargan ishi δA har bir ayrim-ayrim bo‘lakchalarga ta’sir etayotgan kuchlar ishining algebraik yig‘indisiga teng:

$$\delta A = \sum_{j=1}^{l} \delta A_j = \sum_{j=1}^{l} \vec{F}_j dr = \vec{F} d\vec{r}\,, \tag{3.7}$$

bu yerda dr – nuqtaning radius – vektorini *dt* vaqtdagi orttirmasi, $\vec{F} = \sum_{j=1}^{l} \vec{F}_j$ .

Endi $n$ ta moddiy nuqtadan tashkil topgan ixtiyoriy mexanik sistemani qarab chiqaylik. Sistemaning i nchi nuqtasiga ta’sir etuvchi hamma (tashqi va ichki) kuchlarning yig‘indisini $F_i$ bilan belgilaymiz, uning radius-vektori $dt$ vaqtda $dr_i$ ga o‘zgaradi. Sistema ustida barcha kuchlarning $dt$ vaqtdagi bajargan umumiy elementar $\delta A$ ishi,

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i d\vec{r}_i \tag{3.8}$$

ga teng.

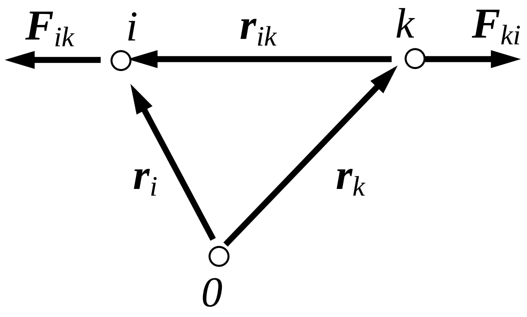
Qattiq jism harakatlanganda ichki kuchlarning umumiy ishi nolga tengligini ko‘rsatamiz. Buning uchun bu jismning ikkita tanlab olingan ixtiyoriy nuqtasi (i nchi va k nchi) ga ta’sir etuvchi $\boldsymbol{F_{ik}}$ va $\boldsymbol{F}_{ki}$ kuchlarning yig‘indi ishlari $\delta A_{ik}$ va $\delta A_{ki}$ nolga tengligini isbotlash yetarli. N’yutonning uchinchi qonuni bo‘yicha $\vec{F}_{ki} = -\vec{F}_{ik}$ . Shuning uchun

$$\delta A_{ik} + \delta A_{ki} = \vec{F}_{ik} d\vec{r}_i + \vec{F}_{ki} d\vec{r}_k = \vec{F}_{ik}(d\vec{r}_i - d\vec{r}_k) = \vec{F}_{ik} d\vec{r}_{ik}\,,$$

bu yerda $\vec{r}_{ik} = \vec{r}_i - \vec{r}_k$ - bu k-nchi nuqtadan i-nchiga o‘tkazilgan radius – vektor (3.3-rasm).

Shunga o‘xshash qattiq jism nuqtalari orasidagi masofa o‘zgarmaydi, u holda $|\boldsymbol{r}_{ik}|=const$ va $d\boldsymbol{r}_{ik}$ vektori $\boldsymbol{r}_{ik}$ vektoriga perpendikulyar, shuningdek $F_{ik}$ kuchi nuqtalarni birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab yo‘nalgan (misol sifatida 3.3-rasmda ko‘rsatilgan $\boldsymbol{F}_{ik}$-itarishish kuchini yo‘nalishi $\boldsymbol{r}_{ik}$ vektoriniki bilan mos tushadi). Shunday qilib, $\delta A_{ik} + \delta A_{ki} = 0$ va qattiq jism uchun (3.8) munosabatni quyidagi ko‘rinishda qayta yozishimiz mumkin.

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{tash} d\vec{r}_i \,, \tag{3.8`}$$




3.3-rasm

Agar jism ilgarilanma harakat qilsa, *dt* vaqtda uning hamma nuqtalari bir xilda ko‘chadi, ya’ni $d\boldsymbol{r}_i = d\boldsymbol{r}_k = d\boldsymbol{r}_c$. Bu yerda $\boldsymbol{r}_c$ – jism massa markazining radius – vektori. Bu holda

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{tash} d\vec{r}_c = \vec{F}^{tash} d\vec{r}_c \,, \tag{3.8``}$$

bunda $\boldsymbol{F}^{tash}$ – jismga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning bosh vektori.

**9.** Vaqt birligi ichida kuchning bajargan ishini xarakterlash uchun mexanikada quvvat tushunchasi kiritiladi.

**Kuchning quvvati N deb, kichik vaqt oralig‘ida $\vec{F}$ kuchning bajargan δA elementar ishini dt vaqt oralig‘iga nisbatiga aytiladi:**

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\,\vec{\mathbf{v}} \,, \tag{3.9}$$

bu yerda $\vec{\mathbf{v}}$ – kuch qo‘yilgan nuqtaning ko‘chish tezligi. Shunday qilib, kuchning quvvati nuqtaga qo‘yilgan shu kuchning tezlikka skalyar ko‘paytmasiga teng.

Xulosa qilib shuni takidlash kerakki, kuchning ishi ham, quvvati ham sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq. Bu (3.9) formuladan aniq ko‘rinadi, chunki bir-biriga nisbatan harakatlanuvchi ikkita sanoq sistemasiga nisbatan tezlik $\vec{V}$ turlichadir.

## 3.2-§. Kinetik energiya

**1.** Mexanikada ikki turdagi mexanik energiyani farqlaydilar: kinetik va potensial energiyalar.

*Mexanik sistemaning kinetik energiyasi deb, shu sistema mexanik harakatining energiyasiga aytiladi.*

Moddiy nuqta kinetik energiyasining o‘zgarishi unga qo‘yilgan $\vec{F}$ kuchning ta’siri ostida ro’y beradi va shu kuch bajargan ishga teng bo‘ladi:

$$dW_к = \vec{F}\,\overrightarrow{dr} = \vec{F}\vec{\mathrm{v}}\,dt \,, \tag{3.10}$$

bunda $\vec{\mathbf{v}}$ – moddiy nuqtaning tezligi. (2.6) dan $\vec{F}dt$ ning qiymatini qo‘yib, quyidagini olamiz:

$$dW_к = \vec{\mathrm{v}}\,\overrightarrow{dp} = \frac{1}{m}\vec{p}\,\overrightarrow{dp} \,, \tag{3.11}$$

bu yerda $\vec{p} = m\vec{\mathrm{v}}$ – moddiy nuqta impulsi, *m* – uning massasi. Holbu-ki,

$$\vec{p}\,d\vec{p} = \frac{1}{2}d\left(\vec{p}\vec{p}\right) = \frac{1}{2}d\left(p^2\right) = p\,dp \,,$$

u holda

$$dW_\kappa = \frac{p\,dp}{m} = \frac{1}{2m} d\left(p^2\right). \qquad (3.11')$$

(3.11′) ni integrallab va $\vec{p}=0$ da $W_\kappa = 0$ deb hisoblab, moddiy nuqta kinetik energiyasi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$W_\kappa = \frac{p^2}{2m} = \frac{m\text{v}^2}{2} \quad . \qquad (3.12)$$

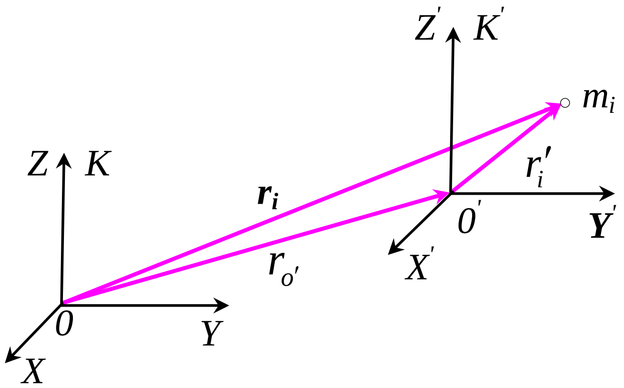
**2.** Mexanik sistemaning kinetik energiyasi shu sistema qismlari kinetik energiyalarining yig‘indisiga teng. Masalan, $n$ ta moddiy nuqtadan iborat sistemaning kinetik energiyasi

$$W_\kappa = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i V_i^2}{2}, \qquad (3.13)$$

bu yerda $\vec{\mathbf{v}}_i$ – bu i-nchi moddiy nuqtaning tezligi, $m_i$ – uning massasi. Xususan $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik bilan ilgarilanma harakatlanayotgan qattiq jismning kinetik energiyasini (3.12) formuladan topish mumkin, unda $m$ – butun jism massasi.

Sistemaning kinetik energiyasi unga kiruvchi moddiy nuqtalarning massa va tezliklarining qiymatlari bilan to‘la aniqlanadi. U sistemaning «tarixiga» ya’ni sistema qismlarining qanday qilib bu tezlikka erishganligiga bog‘liq emas. Qisqacha bu muhim fikrni quyidagicha ifodalaymiz: *sistemaning kinetik energiyasi uning mexanik harakatining holat funksiyasidir*.

Shuni ham ta’kidlaymizki, impulsdan farqli ravishda sistemaning kinetik energiyasi uning qismlari qaysi yo‘nalishlarda harakatlanishiga bog‘liq emas.



3.4-rasm

**3.** Biz (3.12) formulani keltirib chiqarishda N’yutonning ikkinchi (2.6) qonunidan foydalandik, ya’ni alohida takidlamasdan inersial sanoq sistemasidan foydalandik deb faraz qildik. Lekin moddiy nuqta kinetik energiyasi uchun (3.12) formulaning o‘zi har qanday sanoq sistemasi uchun –u inersialmi yoki yo‘qmi? - bunga bog‘liq bo‘lmagan holda to‘g‘ridir.

Ayni bir nuqtaning tezlik va kinetik energiyaning qiymati bir-biriga nisbatan harakatlanuvchi ikkita sanoq sistemasida har xil. Ikkita sanoq sistemasini - $K$ inersial sanoq sistemasini va $K$ ga nisbatan $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik bilan ilgarilanma harakatlanuvchi $K'$ sanoq sistemasini qaraymiz. $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik doimiy (u holda $K'$ sanoq sistemasi ham inersial), shuningdek, vaqtga bog‘liq (u holda $K'$ sanoq sistemasi noinersial) bo‘lishi ham mumkin. 3.4-rasmdan ko‘rinadiki, $K(\vec{r}_i)$ va $K'(\vec{r}_i)$ sanoq sistemalarida i-nchi moddiy nuqtaning radius-vektorlari

$$\vec{r}_i = r_i' + \vec{r}_{0'}' \qquad (3.14)$$

munosabat bilan bog‘langan. Bu yerda $\vec{r}'_{0'}$ - $K'$ koordinata boshlanish nuqtasi $O'$ ning $K$ sanoq sistemasidagi radius vektori.

Bu yerdan kelib chiqadiki, i-nchi nuqtaning tezliklari $\vec{\mathbf{v}}_i = \dfrac{d\vec{r}_i}{dt}$ va $\vec{\mathbf{v}}'_i = \dfrac{d\vec{r}'}{dt}$ orasida quyidagi bog‘lanish mavjud:

$$\vec{\mathbf{v}}_i = \vec{\mathbf{v}}'_i + \frac{d\vec{r}_{o'}}{dt} = \vec{\mathbf{v}}'_i + \vec{\mathbf{v}} \qquad (3.14')$$

$$\upsilon_i^2 = \vec{\mathbf{v}}_i^2 = (\vec{\mathbf{v}}'_i + \vec{\mathbf{v}})^2 = \vec{\mathbf{v}}_i^2 + 2\vec{\mathbf{v}}\vec{\mathbf{v}}'_i + \vec{\mathbf{v}}^2 = (\upsilon'_i)^2 + 2\vec{\mathbf{v}}\vec{\mathbf{v}}'_i + \vec{\mathbf{v}}^2 .$$

$\upsilon_i^2$ ning bu qiymatini mexanik sistemaning $K$ sanoq sistemasiga nisbatan $W_k$ kinetik energiyasi formulasi (3.13) ga qo‘yib,

$$W_\kappa = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \upsilon_i'^2}{2} + \vec{\mathbf{v}} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathbf{v}}'_i + \frac{\vec{\mathbf{v}}^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i$$

yoki

$$W_\kappa = W'_\kappa + \vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{p}' + \frac{m\vec{\mathbf{v}}^2}{2} \qquad (3.15)$$

ni olamiz. Bu yerda *m*– butun sistemaning massasi (sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas);

$\vec{p}' = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathbf{v}}'_i$ va $W'_\kappa = \dfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i (\upsilon'_i)^2$ - ko‘rilayotgan mexanik sistemaning $K'$ sanoq sistemasida o‘lchangan, impulsi va kinetik energiyasining qiymatlari.

Impuls $\vec{p}' = m\vec{\text{v}}'_c$, bunda $\vec{\text{v}}'_c$– massa markazining $K'$ sistemadagi tezligi. Shuning uchun agar $K'$sifatida ko‘rilayotgan mexanik sistemaning massa markazi olinsa, u holda $\vec{\text{v}} = \vec{\text{v}}_c$, $\vec{\text{v}}'_c = 0$, $\vec{p} = 0$ va

$$W_\kappa = W'_\kappa + \frac{m\upsilon_c^2}{2} . \qquad (3.16)$$

Bu tenglik Kyonig teoremasini ifodalaydi:
*mexanik sistemaning kinetik energiyasi ayni shu sistema massa markazi sanoq sistemasiga nisbatan uning harakatdagi kinetik energiyasi va qaralayotgan sistema massa markazining tezligi bilan ilgarilanma harakalanganda oladigan kinetik energiyasi yig‘indisiga teng.*

Kyonig teoremasidan kelib chiqadiki, qattiq jism kinetik energiyasi uning massa markazi tezligi bilan ilgarilanma harakatdagi kinetik energiyasi va bu jismning massa markazi atrofida aylanish kinetik energiyasi yig‘indisiga teng.

## 3.3-§. Potensial energiya

**1. Sistema konfiguratsiyasini,** ya’ni uning hamma qismlarining (moddiy nuqtalarining) sanoq sistemasiga nisbatan joylashuvini o’zgarishida, potensial potensial kuchning bajargan $A_{i-2}$ ishi, sistemaning boshlang‘ich (1) konfiguratsiyasidan oxirgi (2) siga o‘tish jarayoni konkret qanday qilib amalga oshishiga bog‘liq bo‘lmaydi. $A_{i-2}$ ish sistemasining boshlang‘ich va oxirgi konfiguratsiyalari bilan to‘liq aniqlanadi. Demak, uni **sistemaning potensial energiyasi** $W_p$ deb ataluvchi sistema konfiguratsiyasining biror funksiyasini qiymatlar farqi ko‘rinishida tasvirlash mumkin:

$$A_{i\text{-}2} = W_p\,(1) - W_p\,(2). \tag{3.17}$$

Sistema konfiguratsiyasining kichik o‘zgarishlarida potensial kuchning elementar ishi mos ravishda

$$\delta A = -dW_p\,. \tag{3.17$'$}$$

Agar tashqi potensial kuch nostatsionar bo‘lsa, u holda sistemaning potensial energiyasi nafaqat sistema konfiguratsiyasiga, balki $t$ vaqtga ham bog‘liq bo‘ladi. Holbuki, bu kuchlar faqat sistema ko‘chishida ish bajaradi. Shuning uchun (3.17′) munosabat tashqi potensial kuchlarning statsionarlik shartidagina to‘g‘ri. Umumiy holda

$$\delta A = -\left[dW_p - \frac{\partial W_p}{\partial t}dt\right] = -dW_p + \frac{\partial W_p}{\partial t}dt\,. \tag{3.18}$$

$\frac{\partial W_p}{\partial t}dt$ had sistemaning ayni bir konfiguratsiyasi o‘zgarmay qoladigan sharoitda sistema potensial energiyasining kichik $dt$ vaqtda qanday o‘zgarishini ko‘rsatadi.

**2.** (3.17) va (3.18) munosabatlardan ko‘rinadiki, sistemaga qo‘yilgan potensial kuchlarning ishini o‘lchab, faqat bu sistemaning ikkita: boshlang‘ich va oxirgi holatdagi potensial energiyasi qiymatlarining farqini topish mumkin. Boshqacha aytganda, sistema potensial energiyasini faqat ixtiyoriy doimiy qo‘shiluvchigacha aniqlikda topish mumkin. Har bir aniq masalada ko‘rilayotgan sistemaning potensial energiyasini uning konfiguratsiyasiga bir qiymatli bog‘lanishini olish uchun sistema potensial enegiyasi nolga teng deb qabul qilinadigan **nolinchi konfiguratsiya** tanlanadi. Shunday qilib, *mexanik sistemaning potensial energiyasi deb, sistemaga ta’sir etayotgan barcha potensial kuchlarning sistemani ko‘rilayotgan holatidan uning nolinchi konfiguratsiyasiga mos keluvchi holatga o‘tkazishda bajarilgan ishga teng kattalikka aytiladi*[*].

**3.** $\vec{F}$ potensial kuch ta’sir etayotgan birgina moddiy nuqtadan tashkil topgan eng sodda mexanik sistemani ko’rib chiqamiz. (3.18) dan,

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = -\left[\frac{\partial W_p}{\partial x}dx + \frac{\partial W_p}{\partial y}dy + \frac{\partial W_p}{\partial z}dz\right]$$

yoki (3.9) ga asosan,

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\left[\frac{\partial W_p}{\partial x}dx + \frac{\partial W_p}{\partial y} + \frac{\partial W_p}{\partial z}dz\right].$$

kelib chiqadi. Nuqta koordinatalari $x$, $y$, $z$-lar erkli o‘zgaruvchilar bo‘lganligidan, oxirgi tenglamada o‘ngdan va chapdan $dx$, $dy$ va $dz$ larning koeffitsientlari juft-juftiga teng bo‘lishi kerak. Shunday qilib, moddiy nuqta potensial energiyasi va unga mos keluvchi potensial kuch $\vec{F}$ orasidagi bog‘lanish quyidagi ko‘rinishga ega.

---

[*] Nostasionar tashqi kuchlarning ishini hisoblashda vaqt t ni qayd etilgan parametr deb hisoblash kerak (3.1-§ ning 6-p. siga qarang.)

$$\vec{F}_x = -\frac{\partial W_p}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial W_p}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial W_p}{\partial z} \tag{3.19}$$

yoki

$$\vec{F} = -\left[\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k}\right]. \tag{3.19′}$$

(3.19′) ning o‘ng tomonidagi kvadrat qavs ichida turgan va skalyar funksiya $W_p$ yordamida qurilgan vektor $W_p$ funksiyaning **gradienti** deyiladi va $grad\, W_p$ deb belgilanadi. Xullas, potensial maydonda moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuch ko‘rilayotgan maydonda shu nuqtaning teskari ishora bilan olingan potensial energiyasi gradientiga teng:

$$\vec{F} = -grad\, W_p\ . \tag{3.20}$$

k o‘pincha bu formula

$$\vec{F} = -\nabla\, W_p, \tag{3.20′}$$

ko‘rinishda ham yoziladi, bu yerda $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$ - **nabla operatori**.

**4.** Potensial energiyani hisoblashga doir bir necha misollarni ko‘rib chiqamiz.

**1-misol**. Bir jinsli maydonda moddiy nuqtaning potensial energiyasi.

Agar maydon tomonidan moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi $\vec{F}$ kuch maydonning hamma nuqtalarida bir xil bo‘lsa, bunday maydonni **bir jinsli maydon** deyiladi. Aytaylik bu kuch $OZ$ o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan bo‘lsin: $\vec{F} = F_z\vec{k}$, bu yerda $F_z$ moddiy nuqta koordinatasiga bog‘liq emas. Энг аввало, bir jinsli maydon potensial maydon ekanligini, ya’ni (3.6) shartni qanoatlantirishini isbotlaymiz:

$$\vec{F}\,d\vec{r} = F_z\,dz,$$

$$\oint_{(L)}\vec{F}\,dr = \oint_{(L)}F_z dz = F_z\oint dz = 0$$

Moddiy nuqtaning potensial energiyasini topamiz:

$$dW_p = -\delta A = -F_z dz\ ,$$

$$W_p(z) - W(0) = -\int_0^z F_z dz = -F_z Z \tag{3.21}$$

yoki

$$W_p(z) = -F_z Z + W_p(0).$$

Masalan, o g‘irlik kuchining bir jinsli maydonida Yer sirtiga yaqin turgan $m$ massali jism uchun, $F_z$ = - $mg$ (oz o‘qi vertikal yuqoriga yo‘nalgan), $\vec{g}$ – erkin tushish tezlanishi va

$$W_p = mgh \tag{3.22}$$

bunda $h$ – jismning Yer yuzasidan ko‘tarilish balandligi, energiya $W_p$ning sanoq boshlanishi esa shunday tanlanganki, Yer yuzida $W_p = 0$.

***2-misol.*** Markaziy kuch maydonidagi moddiy nuqtaning potensial energiyasi.

Agar moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlar faqat moddiy nuqta va biror qo‘zg‘almas nuqta – **kuchlar markazi** orasidagi masofaga bog‘liq bo‘lsa va hamma joyda kuchlar markazidan yoki hamma joyda kuchlar markazga tomon yo‘nalgan bo‘lsa, bunday kuchlarni **markaziy kuchlar** deyiladi. Agar kuchlar markazini koordinatalar boshi deb olsak, u holda markaziy kuch

$$\vec{F} = F_r(r)\frac{\vec{r}}{r} , \tag{3.23}$$

bunda $\vec{r}$ - kuch markazidan maydonning ko‘rilayotgan nuqtasiga o‘tkazilgan radius-vektor; $r$ – nuqtadan kuchlar markazigacha bo‘lgan masofa; $F_r(r)$ - $\vec{F}$ kuchning $\vec{r}$ radius vektorga proeksiyasi. Itarishish kuchi uchun $F_r(r)>0$, tortishish kuchi uchun $F_r(r)<0$.

Markaziy kuch maydoni potensial ekanligini isbotlaymiz: holbuki $\vec{r}\,\vec{r} = r^2$, u holda $\vec{r}\,d\vec{r} = rdr$, $\delta A = \vec{F}d\vec{r} = F_r(r)\vec{r}\frac{d\vec{r}}{r} = F_r(r)dr$ va $\oint\limits_{(L)}\vec{F}d\vec{r} = \oint\limits_{(L)}F_r(r)dr = 0$.

Moddiy nuqtaning potensial energiyasini topamiz:

$$dW_p = -\delta A = -F_r(r)dr ,$$

$$W_p(r) - W_p(\infty) = -\int_{\infty}^{r} F_r(r)dr . \tag{3.24}$$

Odatga $W_p(\infty)=0$ deb faraz qilinadi. U holda

$$W_p(r) = -\int_{\infty}^{r} F_r(r)dr = \int_{r}^{\infty} F_r(r)dr . \tag{3.24′}$$

Kuchning proeksiyasi kuchlar markazigacha bo‘lgan masofa kvadratiga teskari proporsional

$$F_r(r) = \frac{\beta}{r^2} . \tag{3.25}$$

(bunda $\beta = const$) bo‘lgan markaziy kuchlar maydonlariga misol sifatida moddiy nuqta va bir jinsli sharning sharning gravitatsion maydoni, shuningdek, nuqtaviy elektr zaryadning va bir tekis zaryadlangan sfera yoki sharning elektrostatik maydoni xizmat qilishi mumkin. Bu maydonlar uchun

$$W_p(r) = \int_{r}^{\infty}\frac{\beta\, dr}{r^2} = \frac{\beta}{r} . \tag{3.26}$$

Nyutonning butun olam tortishish qonuni bo‘yicha,

$$F_r(r) = -G\frac{Mm}{r^2} , \tag{3.27}$$

bunda $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$ - gravitatsion doimiy; $M$ – gravitatsion maydonni yuzaga keltiruvchi moddiy nuqta (yoki bir jinsli shar) massasi; $m$ – ko‘rilayotgan maydondagi moddiy nuqta massasi.

Shunday qilib, $\beta = -G\,Mm$ va

$$W_p(r) = -G\frac{Mm}{r} , \tag{3.28}$$

Kulon qonuni bo‘yicha

$$F_r(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2} , \tag{3.29}$$

bunda $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *F/m* – elektr doimiysi; $q$ – bu nuqtaviy elektr zaryadi bo‘lib, uning markaziy elektrostatik maydonida $q_0$ nuqtaviy elektr zaryadi joylashgan. Bu holda

$$\beta = \frac{qq_0}{(4\pi\varepsilon_0)}$$

va

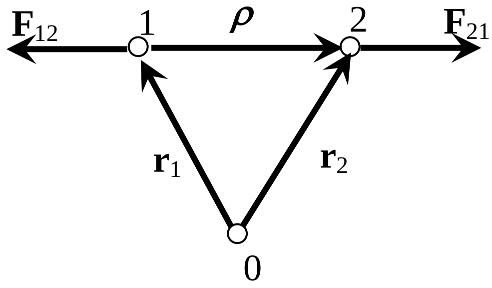
$$W_p(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}. \qquad (3.30)$$

***3-misol.*** Markaziy kuchlar qonuni bo‘yicha o‘z aro ta’sirlashuvchi, ya’ni faqat orasidagi masofaga bog‘liq bo‘lgan kuchlar bilan bir-birini tortuvchi yoki bir-biridan itariluvchi ikkita moddiy nuqtadan tarkib topgan sistemaning potensial energiyasi.

3.5-rasmda o‘zaro itarishuvchi $\vec{F}_{12}$ va $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, kuchlar ko‘rsatilgan:

$$\vec{F}_{21} = F_\rho(\rho)\frac{\vec{\rho}}{\rho}, \qquad (3.31)$$

bunda $\vec{\rho} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - bu 1 nuqtadan 2 nuqtaga o‘tkazilgan radius vector; $F_\rho(\rho)$ – faqat nuqtalar orasidagi masofa ρ ga bog‘liq bo‘lgan $\vec{F}_{21}$ kuchning $\vec{\rho}$ vektor yo‘nalishiga proeksiyasi.



3.5-rasm

$\vec{F}_{12}$ *ва* $\vec{F}_{21}$ kuchlar potensial ekanligini isbotlaymiz:

$$\delta A = \vec{F}_{12}\,d\,\vec{r}_1 + \vec{F}_{21}\,d\,\vec{r}_2 = \vec{F}_{21}\left(d\,\vec{r}_2 - d\,\vec{r}_1\right) = \vec{F}_{21}\,d\left(\vec{r}_2 - d\,\vec{r}_1\right),$$

ya’ni

$$\delta A = \vec{F}_{21}\,d\,\vec{\rho} = F_\rho(\vec{\rho})d\vec{\rho}, \quad \oint\limits_{(L)} F_\rho(\vec{\rho})d\vec{\rho} = 0$$

Sistemaning potensial energiyasini topamiz:

$$dW_p = -F_\rho(\rho)\,d\rho\,,$$

$$W_p(\rho) = -\int_\infty^\rho F_\rho(\rho)\,d\rho + W_p(\infty).$$

$W_p(\infty)=0$ ekanligidan,

$$W_p(\rho) = -\int_\rho^\infty F_\rho(\rho)\,d\rho \qquad (3.32)$$

ni olamiz.

Tortishish va o‘zaro itarishish Vander-Vaal’s kuchlari yordamida bir-biri bilan o‘zaro ta’sirlashuvchi real gazning ikkita molekulasi ko‘rilayotgan sistemaga misol bo‘lib xizmat qiladi (§ 12.1 ga qarang).

***4-misol.*** Elastik deformasiyalanuvchi jism potensial energiyasi.

Elastik jism deformasiyasida jism deformasiyasiga qarshilik ko‘rsatuvchi va **elastiklik kuchi** deb ataluvchi ichki kuch yuzaga keladi. Jismni (masalan, prujinani $OX$ o‘qi bo‘ylab) bo‘ylama cho‘zilish yoki qisilishdagi elastiklik kuchi **Guk qonuniga** bo‘ysunadi:

$$\vec{F} = -kx\vec{i}\,, \qquad (3.33)$$

bunda $k$ – jismning elastiklik xususiyatini xarakterlovchi doimiy musbat koeffitsient; $x\vec{i}$ – deformasiya vektori ($\vec{i} - OX$ o‘qining orti, $x=0$ koordinata deformasiyalanmagan holatga mos keladi).

(3.33) elastiklik kuchi – **potensial kuchdir**, chunki

$$\oint\limits_{(L)} \vec{F}\, d\vec{r} = \oint\limits_{(L)} F_x\, dx = -k \oint\limits_{(L)} x\, dx = 0\,.$$

Deformasiyalanmagan, ya'ni $x = 0$ da elastik jismning potensial energiyasi nolga teng deb, elastik deformasiyalangan jismning potensial energiyasini topamiz:

$$dW_p = kxdx, \qquad W_p = k\int_0^x x\, dx = \frac{kx^2}{2}\ . \tag{3.34}$$

## 3.4.- §. Mexanik energiyaning o'zgarish qonuni

**1.** $n$ ta moddiy nuqtadan tashkil topgan ixtiyoriy mexanik sistemani qaraymiz. Uning kinetik energiyasi $W_k$ ni (3.13) formula bilan ifodalanadi, sistemaning kichik ko'chishida bu energiyaning o'zgarishi esa hamma tashqi va ichki kuchlar sodir qiladigan ishlarning yig'indisiga teng:

$$dW_к = \sum_{i=1}^{n} \delta A_i\ . \tag{3.35}$$

Sistemaning i–nchi moddiy nuqtasiga qo'yilgan hamma kuchlarning $\delta A_i$ elementar ishlarining yig'indisini ikki qismga ajratish qulay:

$$\delta A_i = \delta A_i^{ПК} + \delta A_i^{НПК}\,,$$

bunda $\delta A_i^{ПК}$ va $\delta A_i^{НПК}$ - i-nchi moddiy nuqtadagi mos ravishda hamma potensial va hamma nopotensial kuchlarning bajargan elementar ishlarining yig'indisi.
U holda

$$\delta W_к = \sum_{i=1}^{n}\ \delta A_i^{ПК} + \delta A_i^{НПК}\,, \tag{3.36}$$

bunda $\delta A^{НПК} = \sum\limits_{i=1}^{n}\ \delta A_i^{НПК}$ - sistemaga ta'sir etuvchi hamma nopotensial kuchlarning natijaviy ishi.

**2.** Sistema potensial energiyasi $W_p$ ni aniqlashdan (3.18) ga muvofiq,

$$\sum_{i=1}^{n} \delta A_i^{ПК} = -dW_P + \frac{\partial W_P}{\partial t}\, dt\,.$$

Bu munosabatni (3.36) ga qo'yib,

$$dW_к + dW_P = \delta A^{NPK} + \frac{\partial W_P}{\partial t}\, dt$$

yoki

$$dW = \delta A^{NPK} + \frac{\partial W_P}{\partial t}\, dt\,, \tag{3.37}$$

bunda $$W = W_k + W_p\,. \tag{3.38}$$

$W$ kattalik sistema potensial va kinetik energiyalarining yig'indisiga teng bo'lib, uni stistemaning mexanik (to'liq mexanik) energiyasi deyiladi.

(3.37) tenglama mexanik energiyaning o'zgarish qonunini ifodalaydi:

**sistemaning mexanik energiyasini o'zgarishi sistemaga ta'sir etayotgan hamma nopotensial kuchlarning ishlarini algebraik yig'indisiga va ko'rilayotgan vaqt oralig'ida sistema potensial energiyasining o'zgarishiga, o'zaro bog'liq noturg'un tashqi potensial kuchga teng.**

**3.** Agar sistema berk bo'lsa, u holda uning mexanik energiyasini o'zgarishi faqat unga ta’sir etuvchi nopotensial kuchlarga bog‘liq bo‘ladi:

$$dW = \delta A^{NPK}\,. \qquad (3.39)$$

Xususan dissipativ kuchning ishi doimo manfiy (masalan, ishqalanish kuchining harakatida). Shuning uchun berk sistemaga birdan-bir faqat dissipativ kuch ta’sir etsa bu sistemaning mexanik energiyasini sekin-asta kamayishiga olib keladi. Bunday jarayonni **energiya dissipatsiyasi** deyiladi, dissipativ kuch ta’sir etayotgan sistemani o‘zini, - **dissipativ sistema** deyiladi. Energiya dissipatsiyasida sistemaning mexanik energiyasi boshqa ko‘rinishda energiyalarga aylanishi ro‘y beradi (masalan, sistemani tashkil qilgan molekulalarning tartibsiz issiqlik harakati energiyasi).

## 3.5. -§. Uzluksizlik va Bernulli tenglamalari

**1.** Mexanikaning suyuq muhit harakatining qonunlarini va uning shu oqayotgan muhitdagi bo‘limi **gidrodinamika** deyiladi. Suyuqlikning harakatini **oqish** deyilib, harakatlanuvchi suyuqlikning o‘zini **oqim** deyiladi. Gidrodinamikada suyuqlikning molekulyar tuzilishidan boshqacharoq, uni oqim chegarasida to‘xtovsiz taqsimlanuvchi xuddi **uzluksiz muhit** deb qaraladi. Bunda **muhitning zarrasi** sifatida o‘lchami molekulalararo masofadan ko‘p marta katta bo‘lgan muhitning fizik jihatdan kichik hajm elementi tushuniladi. Biroq bu element chegarasida oqimning barcha parametrlari (oqim tezligi, bosim va boshqalar) hamma joyda bir xil deb hisoblash mumkin.

Molekulalar orasidagi masofa shunchalar kichikki ($10^{-10}$ *m* tartibida), suyuq muhitning qismlarini taxminan nuqtaviy deb qaraladi. Odatda, suyuqlik zichligi bosimga bog‘liq emas. Shuning uchun gidrodinamikada suyuqlikni **siqilmas muhit** deb hisoblanadi, uning zichligi esa bir xil temperaturada oqimning barcha nuqtalarida bir xil deb olinadi, umuman aytganda suyuqliklardan farqli gazlarni siqilmas deb bo‘lmaydi, chunki gazlarda o‘zgarmas temperaturada uning zichligi bosimga proporsional. Lekin, hisoblashlar ko‘rsatadiki, gazning siqiluvchanligini uncha katta bo‘lmagan oqim tezliklarilda hisobga olmaslik mumkin (masalan, tezlik $\upsilon \leq 100$ m/s da havoning siqiluvchanligini e’tiborga olmaslik 5% dan ortmaydigan xatolikka olib keladi).

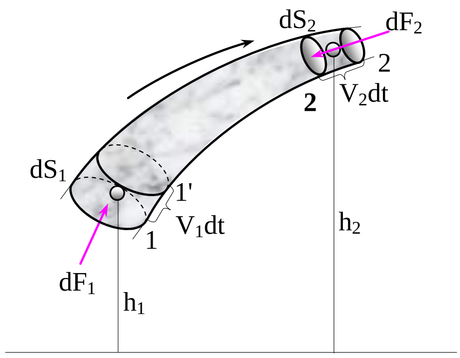
Suyuqlik oqimini kinematik tavsiflash uchun ko‘proq **Eyler usulidan**: berilgan **suyuqlikning $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik maydoni** tushunchasidan foydalanamiz, ya’ni $\vec{\mathbf{v}}$ ning oqimdagi ko‘rilayotgan nuqtaning $\vec{r}$ radius-vektoriga va vaqtga bog‘liqligi: $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}(\vec{r}, t)$. **Oqimning barqarorlashgan (statsionar)** holatida $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik aniq vaqtga bog‘liq emas, ya’ni $\frac{\partial \vec{\mathbf{v}}}{\partial t} = 0$.

**Oqim chizig‘i** deb, suyuqlik ichidagi shunday hayoliy chiziqqa aytiladiki, uning har bir nuqtasiga o‘tkazilgan urinma chiziq urinish nuqtasi orqali o‘tayotgan suyuqlik tezlik vektori $\vec{\mathbf{v}}$ ning yo‘nalishiga mos tushadi. Oqim chiziqlari tashkil qilgan berk konturning hamma nuqtalari orqali o‘tkazilgan sirt **oqim nayi** deyiladi. Oqim nayi bilan chegaralangan oqim nayi ichidagi suyuqlik **sharra** deyiladi. Vaqt o‘tishi bilan barqarorlashgan holatida suyuqlikning oqim nayidagi harakati o‘zgarmaydi va suyuqlik zarralari o‘taolmaydigan to‘siq atrofida zarralar tezliklari unga urinma bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi.

Shunday qilib, barqarorlashgan oqimda suyuqlik zarralari shunday harakatlanadiki, ular har doim aniq bir sharra chegarasida qoladi.

**2.** Real suyuqliklardagi oqim murakkablashadi, alohida olingan suyuqlik qatlamlari orasida ichki ishqalanish yuzaga keladi. Lekin ko‘p hollarda ichki ishqalanish ta’siri kichik bo‘lgani uchun uni hisobga olmasa ham bo‘ladi. Ichki ishqalish kuchi bo‘lmagan suyuqlikni **ideal suyuqlik** deyiladi. Tajribalar ko‘rsatadiki, qisqa va yetarlicha keng quvur va kanallardagi suyuqlikning oqimi, shuningdek, yaxshi (suyri) oquvchanlik shakliga ega bo‘lgan (masalan, samolyot qanoti) qattiq jismning suyuqliklardagi harakatida, bevosita truba, kanal va suyri jism yuzalariga tegib turuvchi ichki ishqalanish ta’siri faqat suyuqlikning nisbatan yupqa **chegaraviy qatlamida** ro‘y beradi. Real suyuqlikning chegara qatlamda bo‘lmagan oqimi ideal suyuqlik oqimidan hech qanday farq qilmaydi. Shuning uchun ideal suyuqlik harakatini o‘rganib real suyuqlik oqimiga qo‘llaniladigan ma’lum yaqinlaShuvdan ko‘pgina qonuniyatlarni keltirib chiqarish mumkin. Yopishqoqligi kichik suyuqliklar uchun bu yaqinlaShuv yanada ham aniqroqdir. Ko‘p suyuqliklar yopishqoqligi (masalan, suv, spirt va boshqalar) oddiy sharoitda nisbatan katta emas, gazning yopishqoqligini umuman hisobga olmasa ham bo‘ladi.

**3.** Yuzasi $ds_1$ va $ds_2$ bo‘lgan ikkita 1 va 2 normal kesim bilan chegaralangan ixtiyoriy tanlab olingan suyuqlikning elementar qismidagi sharrani ko‘ramiz (3.6-rasm). Bu kesimlardagi suyuqlik tezliklarini $\mathbf{v_1}$ va $\mathbf{v_2}$ lar bilan belgilaymiz (tezliklar 3.6-rasmda ko‘rsatilmagan). Barqarorlashgan oqimda 1 va 2 kesim oralig‘idagi suyuqlik sharrasi qismining massasi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi.



3.6-rasm

Shunday qilib, massaning saqlanish qonuniga asosan kesim 1 orqali sharraning ko‘rilayotgan qismidan 1 sekundda o‘tuvchi suyuqlik massasi $dm_1=\rho\vartheta_1\, ds_1$ kesim 2 orqali 1 sekundda o‘sha qismdan o‘tuvchi suyuqlik massasi $dm_2=\rho\upsilon_2\, ds_2$ ga teng:

$$\rho\upsilon_1\, ds_1 = \rho\upsilon_2\, ds_2. \tag{3.40}$$

1 va 2 kesimlarni mutlaqo ixtiyoriy tanlash mumkin. Shuning uchun

$$\rho\upsilon\, ds = dm_{sek} = const \tag{3.41}$$

bu yerda ρ va $\upsilon$ - lar ds yuzali ixtiyoriy ko‘ndalang kesimdagi suyuqlikning zichligi va tezligi; $dm_{sek}$ – butun oqim bo‘ylab doimiy, **1 s davomidagi suyuqlik massasining sarfi**.

(3.41) munosabatni **uzluksizlik tenglamasi** deyiladi. Bu munosabat faqat siqilmas yaxlit muhit-suyuqlik uchungina to‘g‘ri bo‘lmay, shuningdek oqim bo‘ylab zichligi o‘zgarib boruvchi gazlar uchun ham to‘g‘ridir. $dV_{sek} = \rho ds$ – kattalikni **1 sekunddagi hajmiy sarf** deyiladi. $dm_{sek}$ va $dV_{sek}$ – *1* sekunddagi sarflarni kichik ko‘ndalang *ds* kesimli elementar sharracha uchun topganimiz. Oxirgi o‘lchamdagi sharra uchun massa va hajmiy sarfni sharra ko‘ndalang kesimining butun yuzasi bo‘yicha $dm_{sek}$ va $dV_{sek}$ larni integrallash yo‘li bilan topiladi:

$$m_{сек} = \int_0^s \rho\upsilon\, ds \quad \text{va} \quad V_{сек} = \int_0^s \upsilon\, ds \tag{3.42}$$

Agar $\rho$ va $\upsilon$ - lar sharraning ko‘ndalang kesimini hamma nuqtalarida bir xil bo‘lsa, u holda $m_{sek} = \rho\upsilon s$ va $V_{sek} = \upsilon\, s$ .

**4.** Endi barqarorlashgan oqimdagi ideal suyuqlik uchun moslab mexanik energiya o‘zgarishi qonunining formulasini topamiz. Farazan suyuqlikni qismlarga ajratamiz, ya’ni t vaqt momentida 1 va 2 normal kesimlar bilan chegaralangan elementar sharra qismi suyuqlik bilan to‘lsin (3.6-rasm). $t + dt$ vaqtda suyuqlikning bu qismi sharra bo‘ylab, oqim yo‘nalishida joylashadi, u 3.6-rasmda strelka bilan ko‘rsatilgan va 1′ va 2′ kesim oralig‘ida bo‘ladi. Suyuqlikka faqat og‘irlik kuchi va bosim ta’sir qiladi. Shuning uchun mexanik energiyaning o‘zgarish qonuni (3.37) ga asosan

$$dW_k + dW_P = \delta A \tag{3.43}$$

ga ega bo‘lamiz. Bu yerda $\delta A$ – bosim kuchining ishi; $dW_k$ va $dW_P$ – suyuqlikning ko‘rilayotgan qismida kinetik va potensial energiyaning o‘zgarishi. Sharraning yon sirtiga qo‘yilgan bosim kuchi nolga teng, chunki bu kuchlar suyuqlik oqim yo‘nalishiga tik yo‘nalgan. Shuning uchun $\delta A$ ish ko‘ndalang kesim yuzalari mos holda $ds_1$ va $ds_2$ bo‘lgan yuzalarga ta’sir etuvchi $dF_1$ va $dF_2$ bosim kuchlari ishining farqiga teng:

$$\delta A = P_1 dS_1 dt - P_2 dS_2 \upsilon_2 dt = (P_1 - P_2)\upsilon_1 dS_1 dt \quad , \tag{3.44}$$

bu yerda $p_1$ va $p_2$ – 1 va 2 kesimlardagi bosimlar; $\upsilon_1$ va $\upsilon_2$ – suyuqlikning bu kesimlardagi oqim tezligi, vaholanki, siqilmaydigan suyuqliklar uchun (3.41) uzluksizlik tenglamasidan $\upsilon_1\, ds_1 = \upsilon_2\, ds_2$ bo‘lishi kelib chiqadi. Suyuqlik oqimi barqarorlashgan, shuning uchun 1′ va 2 kesimlar orasidagi sharra hajmida hech qanday o‘zgarish yuz bermaydi deyish mumkin. Bu sohada suyuqlik energiyasi ham oldingidek qoladi. Bunda dastlab 1 va 1′ kesimlar orasida bo‘lgan dm suyuqlik massasi go‘yoki, 2 va 2′ kesimlar orasiga yangi holatga olib kelinganday bo‘ladi. Shuning uchun suyuqlikni 1 - 2 holatdan, yangi 1′ - 2′ holatga siljishida butun suyuqlikning kinetik va potensial energiyasining o‘zgarishi

$$dW_\kappa = \frac{dm}{2}\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right),$$

$$dW_\Pi = dmg(h_2 - h_1) \tag{3.45}$$

bo‘ladi. Bu yerda $dm = \rho\upsilon_1 ds_1 = \rho\upsilon_2\, ds_2$; $h_1$ va $h_2$ – qandaydir shartli gorizontal sathdan sharraning 1, 1\` va 2, 2\` kesimlari orasidagi suyuqlik hajm elementi og‘irlik markazigacha bo‘lgan vertikal masofalar. Bu elementlarning kichikligi tufayli, $h_1$ va $h_2$ - balandliklarni shartli sathdan kesimlar o‘zining og‘irlik markazi balandliklari deb hisoblash mumkin. $\delta A$, $dW_k$, va $dW_P$ kattaliklarning (3.44) formuladagi qiymatlarini (3.43) formulaga qo‘yib

$$1/2\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right)dm + g(h_2 - h_1)dm = (p_1 - p_2)\upsilon_1 ds_1 dt$$

natijani yoki $\vartheta_1\, ds_1\, dt = dm/\rho$ ga qisqartirib va sodda almashtirishlardan so‘ng

$$\rho\upsilon_1^2/2 + p_1 + \rho g h_1 = \rho\upsilon_2^2/2 + p_2 + \rho g h_2 \tag{3.46}$$

formulani olamiz.

1 va 2 kesimlar mutlaqo ixtiyoriy tanlangan. Demak, (3.46) tenglamani quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$\rho\upsilon^2/2 + p + \rho g h = const \tag{3.47}$$

Bu tenglama **Bernulli tenglamasi** deyiladi. Bu tenglama, uning keltirib chiqarilishidan ko‘rinadiki, siqilmaydigan ideal suyuqlikning barqarorlashgan oqimi uchun mexanik energiyaning o‘zgarish qonuni ifodasidir.

Gorizontal sharra holida (masalan, suyuqlik gorizontal quvurda oqqanda) h kattalik o‘zgarmas bo‘ladi va Bernulli tenglamasi yanada sodda ko‘rinishni oladi:

$$\frac{\rho \mathbf{v}^2}{2} + p = const \tag{3.48}$$

R kattalik **statik bosim**, $\rho\upsilon^2/2$ – **tezlikli bosim**, R+ $\rho\upsilon^2/2$ – **to‘liq bosim** deyiladi. Statik bosim suyuqlikni quvur devorlariga bergan bosimiga teng.

## SAVOLLAR:

1. Kuchlarning kichik va katta siljishidagi ishi qanday ifodalanadi? Qattiq jismlarni siljishida ichki kuchlarning ishi nolga tengligini ko‘rsating.
2. Sistemaning kinetik energiyasi bilan sistemaga ta’sir etuvchi kuchning ishi orasidagi bog‘lanishni toping.
3. Mexanik sistemaning potensial energiyasi nimalarga bog‘liq? Moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi potensial kuchlar bilan shu moddiy nuqtaning potensial energiyasi orasida qanday bog‘lanish bor?
4. Markaziy kuchlar maydonidagi moddiy nuqtaning potensial energiyasi uchun ifodani keltirib chiqaring.
5. Sistema mexanik energiyasining o‘zgarish qonunini keltirib chiqaring va u yordamida Bernulli tenglamasini hosil qiling.

# AYLANMA HARAKAT KINEMATIKASI VA DINAMIKASI

## § 4.1. Qattiq jism aylanma harakati kinematikasi

***1.*** *Qattiq jismning, u bilan mustahkam bog‘langan AB to‘g‘ri chiziqning hamma nuqtalari qo‘zg‘almasdan qoladigan harakatiga jismning AB qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanishi deyiladi.*

*AB* to‘g‘ri chiziq **jismning aylanish** o‘qi deyiladi. Aytaylik D, qo‘zg‘almas *AB* o‘q atrofida aylanuvchi qattiq jismning ixtiyoriy nuqtasi bo‘lsin. Jism qattiq bo‘lgani uchun (mutlaq qattiq), uning aylanishida *AB*, *AD* va *BD* masofalar o‘zgarishsiz qoladi. Demak, jismning D nuqtasi markazi aylanish o‘qida yotgan, tekisligi esa unga tik bo‘lgan aylana bo‘ylab harakatlanadi.

Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jism bitta erkinlik darajasiga ega. Uning fazodagi holati bu jismning qandaydir shartli tanlangan boshlang‘ich holatining aylanish o‘qi atrofida burilish burchagining qiymati bilan to‘liq aniqlanadi. Jismning ko‘rilayotgan nuqtasi aylanish o‘qidan qancha uzoqda tursa, bir xil dt vaqt oralig‘ida u shuncha ko‘p ds yo‘ln i o‘tadi. Bunga muvofiq ravishda uning υ=ds/dt tezligi ham shuncha katta bo‘ladi. Shuning uchun jismning aylanma harakatini tasvirlash uchun kinematikaning nuqta, siljish, bosib o‘tilgan yo‘l, nuqtaning tezligi va tezlanishi tushunchalaridan foydalanish noqulay. Bunday holda kichik dt vaqt oralig‘ida butun jismning siljishini o‘lchovi sifatida **jismning elementar burilish vektori** $d\vec{\varphi}$ xizmat qiladi. U moduli bo‘yicha dt vaqt ichida jismning o‘q atrofida burilish burchagi dφ ga teng va **o‘ng parma qoidasi** bo‘yicha aylanish o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan: $d\vec{\varphi}$ vektorning uchidan qaralganda jismning burilishi soat strelkasi yurishiga teskari sodir bo‘layotgani ko‘rinadi.

* * O‘ng emas, balki chap koordinat sistemasidan foydalanilgan holda $d\vec{\varphi}$ vektori aylanish o‘qi bo‘ylab teskari tomonga yo‘naladi, ya’ni bunda uni uchidan qaralganda jismning burilishi soat strelkasi yo‘nalishda sodir bo‘layotgan bo‘lib ko‘rinadi. Matematikada o‘ng koordinat sistemasidan chapiga o‘tganda o‘zining yo‘nalishini saqlaydigan odatdagi **qutbli vektorlardan** farqli ravishda, ko‘rsatilgan koordinata almashtirishlarda o‘z yo‘nalishini o‘zgartiruvchi vektorlar, **psedovektorlar** yoki **aksial’ vektorlar** deyiladi. Qutbli vektorlarga misol qilib nuqtaning radius-vektorini, uning tezlik va tezlanishini, kuch vektori va shu kabilarni olish mumkin. Shu bilan bir vaqtda ikki qutbli vektorning vektor ko‘paytmasi-psedovektor.

***2.*** Jismning yo‘nalishi va aylanish tezligining kinematik xarakteristikasi bo‘lib, *jismning elementar burilish vektorini, bu burilishni davom etish vaqtiga nisbatiga teng bo‘lgan kattalik – jismning burchak tezligi xizmat qiladi:*

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \qquad yoki \qquad \omega = \frac{d\varphi}{dt} \ . \tag{4.1}$$

Agar burchakli tezlik moduli doimiy bo‘lsa, jismning qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanishi **tekis aylanish** deyiladi:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = const\,. \tag{4.2}$$

Bu holda jismning burilish burchagi aylanish vaqti t ga to‘g‘ri proporsional:

$$\varphi = \omega t \tag{4.3}$$

Jismning qo‘zg‘almas aylanish o‘qi *OA* dan ρ masofada turgan ixtiyoriy *N* nuqtaning $\vec{\mathbf{v}}$ tezligini topamiz (4.1-rasm). Aylanish o‘qining *O* nuqtasini koordinata boshi sifatida olamiz, *N* nuqta harakatlanayotgan aylana markazini $O'$ bilan belgilaymiz. U holda *N* nuqtaning radius-vektori

$$r = \overrightarrow{OO'} + \vec{\rho} \tag{4.4}$$

bo‘ladi, bu yerda $\vec{\rho} - \overrightarrow{O'N}$ vektori. Aksial vektorlar $d\vec{\varphi}$ va $\vec{\omega}$ *OA* aylanish o‘qida aniq qo‘yilish nuqtasiga ega emas. 4.1-rasmda ular *O* nuqtadan yo‘nalgan. *N* nuqta kichik dt vaqtda rasmda shtrix chiziq bilan ko‘rsatilgan aylana yoyi bo‘ylab harakatlanib

$$ds = \rho\, d\varphi = \rho\omega\, dt$$

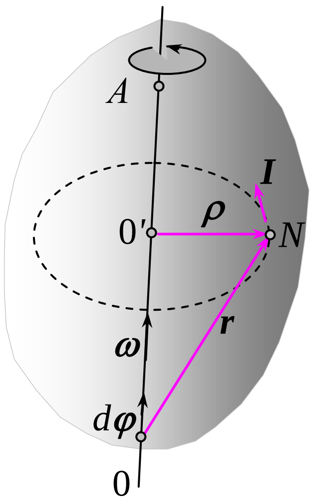
yo‘lni bosib o‘tadi.

Shuning uchun jism N nuqtasining tezlik moduli

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = \rho\omega \tag{4.5}$$

bo‘ladi.

Bunda $\vec{\rho}$ va $\vec{\omega}$ vektorlarning o‘zaro tik ekanligini, *N* nuqtaning tezlik vektori $\vec{\mathbf{v}}$ bu ikkala vektor tekisligi - 4.1-rasm tekisligiga tikligini hisobga olsak quyidagini yozishimiz mumkin:



4.1-rasm

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}\ \vec{\rho}] \tag{4.6}$$

Jismning qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanishida $\overrightarrow{OO'}$ vektor doimiy bo‘lgani uchun bu holda (4.4) dan

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{\rho}}{dt} \tag{4.7}$$

bo‘lishi kelib chiqadi. $\overrightarrow{OO'}$ va $\vec{\omega}$ vektorlar kollinear, shuning uchun (4.4) dan (4.6) formulani

$$V = \frac{dr}{dt} = [\vec{\omega}\ r] \tag{4.6′}$$

ko‘rinishda qayta yozish mumkinligi kelib chiqadi. Jismning burchakli tezligi $\vec{\omega}$ dan farqli holda $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik ko‘pincha jism *N* nuqtasining **chiziqli tezligi** deyiladi. Bunda $\vec{\mathbf{v}}$ vektori ham o‘ng parma qoidasi bo‘yicha yo‘nalgan: $\vec{\mathbf{v}}$ vektorning uchidan qaralganda $\vec{\omega}$ vektorining $\vec{r}$ vektorga burilishi, qisqa masofadan soat strelkasiga teskari yo‘nalishda sodir bo‘layotgani ko‘rinadi.

*$\omega$ burchakli tezlik bilan tekis aylanayotgan jismning to‘liq bir marta aylanishi, ya’ni $\varphi = 2\pi$ burchakka burilishi uchun ketgan $T = 2\pi/\omega$ vaqt oralig‘i aylanish davri deyiladi.*

**Aylanish chastotasi**, $\omega$ burchak tezlik bilan tekis aylanayotgan jismning vaqt birligi ichida necha marta aylanishini ko‘rsatadi:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \tag{4.8}$$

**3.** Qo‘zg‘almas o‘q atrofida jism notekis aylanganda, uning burchakli tezligi o‘zgaradi. *Burchakli tezlikning o‘zgarish tezligini xarakterlovchi vektorga burchakli* *tezlanish deyiladi:*

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad (4.9)$$

Agar jism qo‘zg‘almas o‘q atrofida tezlanuvchan aylanayotgan, ya’ni $d\omega / dt > 0$ bo‘lsa, $\vec{\varepsilon}$ vektor ham aylanish o‘qi bo‘ylab $\vec{\omega}$ vektor tomonga, sekinlanuvchan aylanishda $\vec{\varepsilon}$ vektori $\vec{\omega}$ vektoriga qarama-qarshi tomonga yo‘naladi.

Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jism $N$ nuqtasining $\vec{a}$ tezlanishini topamiz. (4.6), (4.7) va (4.9) dan

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = [\vec{\varepsilon}\,\vec{\rho}] + [\vec{\omega}\,\vec{\mathbf{v}}]$$

yoki

$$\vec{a} = [\vec{\varepsilon}\,\vec{\rho}] + [\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{\rho}]] \qquad (4.10)$$

formulalarga ega bo‘lamiz.

(4.10) formulaning o‘ng qismidagi birinchi had $N$ nuqtaning $\vec{a}_\tau$ urinma tezlanishini ko‘rsatadi:

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}\,\vec{\rho}] = [\vec{\varepsilon}\,r]\ , \qquad (4.11)$$

ikkinchi had esa $-N$ nuqtaning normal tezlanishi:

$$\vec{a} = [\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{\rho}]] = -\omega^2\vec{\rho}\ . \qquad (4.12)$$

**4.** *Qattiq jismning faqat bitta O nuqtasi hamma vaqt qo‘zg‘almasdan qoladigan harakatiga qattiq jismning qo‘zg‘almas nuqta atrofidagi harakati (aylanishi) deyiladi.*

Bu holda jismning hamma nuqtalari markazi O nuqtada joylashgan kontsentrik sferalar sirtida harakatlanadi. Shuning uchun qattiq jismning bunday harakatiga ko‘pincha **jismning sferik harakati** deyiladi. Qattiq jismning qo‘zg‘almas nuqta atrofidagi harakatini, vaqtning har bir momentida jismning shu qo‘zg‘almas nuqtasidan o‘tgan va **aylanishning oniy o‘qi** deb ataluvchi o‘q atrofidagi aylanish sifatida qarash mumkinligi nazariy mexanikada isbot qilinadi. Umumiy holda oniy aylanish o‘qining holati vaqt o‘tishi bilan qo‘zg‘almas sanoq sistemasiga nisbatan qanday o‘zgarsa, harakatlanuvchi jism bilan qattiq bog‘langan sanoq sistemasida ham shunday o‘zgaradi. Elementar burilish vektori $d\vec{\varphi}$ va burchakli tezlik $\vec{\omega}$ jismning oniy aylanish o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan, burchakli tezlanish vektori $\vec{\varepsilon}$ (4.9) esa bu o‘q bo‘ylab yo‘nalmagan.

Jismning $N$ nuqtasi tezligi $\mathbf{v} = d\vec{r}/dt$ uchun oldingidek, (4.6′) formula o‘rinli, bu yerda $\vec{r}$ – jismning qo‘zg‘almas *O* nuqtasidan o‘tkazilgan $N$ nuqtaning radius-vektori. $N$ nuqtaning tezlanishi

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{\omega}\,\vec{r}] = [\vec{\varepsilon}\,r] + [\vec{\omega}\,\vec{\mathbf{v}}]$$

yoki

$$\vec{a} = [\vec{\varepsilon}\,\vec{r}] + [\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}]] \qquad (4.10')$$

bo‘ladi.

Bunda $\vec{a}_{ayl} = [\vec{\varepsilon}\,\vec{r}]$ vektori jism $N$ nuqtasining **aylanma tezlanishi** deyiladi, $\vec{a}_{o'q.s} = [\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}]]$ vektor esa $N$ nuqtaning **o‘qqa intilma tezlanishi** deyiladi, chunki $\vec{a}$ vektorning bu tashkil etuvchisi $N$ nuqtadan aylanishning oniy o‘qiga tik yo‘nalgan.

Qo‘zg‘almas O nuqta atrofida aylanuvchi qattiq jism uchta erkinlik darajaga ega: u O nuqtadan o‘tgan o‘zaro tik qo‘zg‘almas uchta o‘q atrofida mustaqil aylanishi mumkin. Bunday jismning fazodagi holatini bir qiymatli berish uchun uchta mustaqil koordinata zarur. Buning uchun **Eyler burchaklari** deb ataluvchi uchta burchakdan foydalaniladi. Lekin Eyler burchaklarini ko‘rib o‘tish bizning kursimiz doirasiga kirmaydi.

5. Erkin qattiq jism, masalan havoda uchayotgan samolyot oltita erkinlik darajaga ega. Ulardan uchtasi, uchta koordinat o‘qlari bo‘ylab bo‘ladigan mustaqil ilgarilanma harakatga, qolgan uchtasi esa bu o‘qlar atrofidagi aylanishga mos keladi. Shuning uchun, erkin qattiq jism uchta ilgarilanma, uchta aylanma erkinlik darajasiga ega deyiladi.

Qattiq jismning har qanday harakatini bir vaqtda sodir bo‘ladigan ikki harakatning kombinatsiyasi sifatida qarash mumkin: **jismning qutbi** deb ataluvchi ixtiyoriy tanlangan qandaydir $A$ nuqtasining $\vec{V}_a$ tezlik bilan ilgarilanma harakati, hamda qutb orqali o‘tuvchi oniy o‘q atrofida aylanishi. Bunda qutbning tanlanishi, jismning har bir ko‘rilayotgan vaqt momentida (odatda $\vec{\omega}$ vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi) qutb atrofida aylanish burchakli tezligi qiymatiga ta’sir etmas ekan.

Jismning ixtiyoriy $N$ nuqtasining tezligi

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_A + [\vec{\omega}(\vec{r} - \vec{r}_A)] \tag{4.13}$$

bo‘ladi. Bu yerda $\vec{r}_A$ va $\vec{\mathbf{v}}_A = d\vec{r}_A/dt - A$ qutbning radius-vektori va tezligi; $\vec{r} - N$ nuqtaning radius-vektori.

Qattiq jismlar dinamikasi masalalarida ko‘pincha qutb sifatida jismning massa markazi $S$ ni tanlash qulay. Bu holda

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_c + [\vec{\omega}(\vec{r} - \vec{r}_c)] \tag{4.13′}$$

bo‘ladi. Bir jinsli doiraviy silindr tekislikda dumalaganda uning hamma nuqtalari parallel tekisliklarda harakatlanadi. Qattiq jismning bunday harakatiga **yassi parallel** yoki **yassi harakat** deyiladi. Bunday harakat turi texnikada juda ko‘p uchraydi. Ko‘p mashina detal’ va mexanizmlari (masalan, statsionar ichki yonuv dvigatelining shatuni, kulisli mexanizm detallari va boshqalar) shunday harakat qiladi. Yassi hara kat holida $A$ qutb atrofida oniy aylanish o‘qi fazoda o‘zining yo‘nalishini o‘zgartirmasdan ilgarilanma siljiydi, $\vec{\omega}$ va $\vec{\mathbf{v}}_A$ vektorlari esa o‘zaro tik.

Qattiq jismning murakkab harakatiga yana bir misol qilib uning **vintsimon harakatini** olish mumkin. Bu harakat jismning qandaydir o‘q atrofida aylanma harakati bilan, shu o‘q bo‘yicha ilgarilanma harakatning qo‘sxilishi natijasida olinadi. Vint va bol’tlar, ularni burab kiritishda va chiqarishda xuddi shunday harakat qiladi.

## 4.2-§. Impuls momentining o‘zgarish qonuni

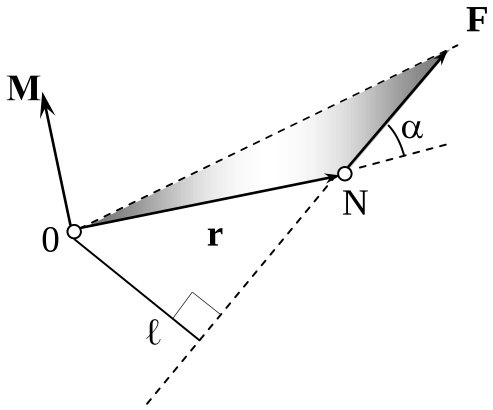
**1.** *Qo‘zg‘almas O nuqtaga nisbatan* $\vec{F}$ *kuchning momenti deb, O nuqtadan* $\vec{F}$ *kuch qo‘yilgan* $N$ *nuqtaga o‘tkazilgan* $\vec{r}$ *radius-vektor bilan shu kuchning vektor ko‘paytmasiga aytiladi:*[1)]

$$\vec{M} = [\vec{r}\,\vec{F}] \tag{4.14}$$

---

[1)] Bu yerda va bundan buyon O nuqta inertsial sanoq sistemaning hisob boshi sifatida qabul qilinadi.

$\vec{M}$ vektori $\vec{r}$ va $\vec{F}$ vektorlar tekisligiga o‘ng parma qoidasi bo‘yicha tik yo‘nalgan (4.2-rasm). Kuch momentining moduli




4.2-rasm

$$\vec{M} = Fr\sin\alpha = F\ell \qquad (4.15)$$

formula bilan aniqlanadi. Bu yerda α - $\vec{r}$ bilan $\vec{F}$ orasidagi burchak, $\ell = \sin\alpha - 0$ nuqtadan $\vec{F}$ kuchning ta’sir chizig‘iga tushirilgan tik chiziqning uzunligi. Bunda $\ell$ kattalik $\vec{F}$ **kuchning yelkasi** deyiladi.

**2.** Biz *n* moddiy nuqtadan tashkil topgan mexanik sistemani ko‘ramiz (xususan bu qattiq jism ham bo‘lishi mumkin, lekin biz hozircha bunday cheklashni qo‘ymaymiz).

**Moddiy nuqtaning qo‘zg‘almas 0 nuqtaga nisbatan impuls momenti $\vec{L}_i$ - deb, moddiy nuqtaning 0 nuqtadan o‘tgan $\vec{r}_i$ - radius vektori bilan shu moddiy nuqtaning** $p_i = m_i \vec{v}_i$ **impulsining vektor ko‘paytmasiga aytiladi (4.3-rasm):**

$$L_i = [r_i\, m_i\, V_i] = [r_i\, p_i] \qquad (4.16)$$

Mos holda, *qo‘zg‘almas 0 nuqtaga nisbatan mexanik sistemaning impuls momenti deb, sistemaning barcha moddiy nuqtalarining shu nuqtaga nisbatan impuls momentlarining geometrik yig‘indisiga teng bo‘lgan vektorga aytiladi:*

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [r_i\, p_i] \qquad (4.17)$$

( 4.17) ifodani *t* vaqt bo‘yicha differensiallaymiz:

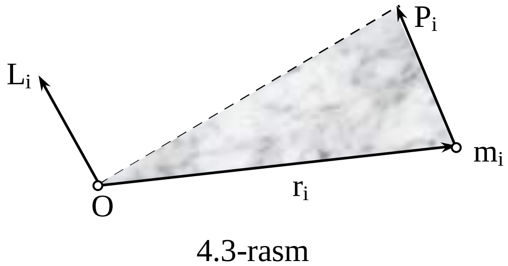
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} \left[\vec{r}_i \vec{P}_i\right] = \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}\left[\vec{r}_i \vec{P}_i\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i\, \frac{d\vec{p}_i}{dt}\right],$$

bo‘ladi chunki, $\left[\frac{d\vec{r}_i}{dt}\vec{P}_i\right] = \left[\vec{V}_i \vec{P}_i\right] = 0$.

(2.13) va (2.14) ifodalardan

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i \vec{F}_i^{tash}\right] + \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_{ik}\right] \qquad (4.18)$$

bo‘lishi kelib chiqadi.




4.3-rasm

**3.** Mexanik sistemaga ta’sir etuvchi hamma tashqi kuchlarning O nuqtaga nisbatan momentlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘lgan vektor O nuqtaga nisbatan tashqi kuchlarning bosh momenti deyiladi.

(4.19)

(4.18) tenglamaning o‘ng tomonidagi 0 nuqtaga nisbatan barcha ichki kuchlarning yig‘indisini ko‘rsatuvchi ikkinchi summa nolga

teng ekanini kursatamiz. Bu summada $\vec{F}_{ik}$ *ва* $\vec{F}_{ki}$ kuchlarning juft momentlari ishtirok etadi: $\vec{M}_{ik}$ =[$\vec{r}_i$ $\vec{F}_{ik}$] va $\vec{M}_{ki}$ =[$\vec{r}_k$ $\vec{F}_{ki}$].
N’yutonning uchinchi qonunidan

$$\vec{M}_{ik} + \vec{M}_{ki} = [\vec{r}_i\ \vec{F}_{ik}] - [\vec{r}_k\ \vec{F}_{ki}] = [\vec{r}_i\ \vec{F}_{ik}] - [\vec{r}_k\ \vec{F}_{ik}] = [(\vec{r}_i - \vec{r}_k)\ \vec{F}_{ik}]$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

3.3- rasmdan ko‘rinadiki,( $\vec{r}_i$ - $\vec{r}_k$) va $\vec{F}_{ik}$ vektorlar kollinear. Shuning uchun ularning vektor ko‘paytmalari nolga teng. Demak,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{M}_{ik} = \sum\left[r_i\sum_{i=1}^{n}F_{ik}\right] = 0, \qquad (4.19')$$

$$\frac{dL}{dt} = \vec{M}^{tash} \qquad (4.20)$$

bo‘ladi.
(4.20) tenglama **impuls momentining o‘zgarish qonunini** ifodalaydi:

**Qo‘zg‘almas nuqtaga nisbatan mexanik sistemaning impuls momentidan vaqt bo‘yicha olingan hosila, sistemaga ta’sir qiluvchi barcha tashqi kuchlarning o‘sha nuqtaga nisbatan bosh momentiga teng.**

**4.** *Mexanik sistemaning o‘qqa nisbatan impuls momenti deb, ko‘rilayotgan o‘qdan ixtiyoriy tanlangan nuqtaga nisbatan sistema impuls momenti vektorining shu o‘qqa proeksiyasiga aytiladi. Mos xolda, o‘qqa nisbatan kuch momenti deb, shu o‘qdan ixtiyoriy tanlangan nuqtaga nisbatan kuch momenti vektorining shu o‘qqa proeksiyasiga aytiladi.*

O‘qda nuqtani tanlash shu nuqtaga nisbatan impuls momenti va kuch momenti qiymatlariga ta’sir qiladi, lekin shu bilan bir vaqtda o‘qqa nisbatan impuls va kuch momentlari qiymatiga hech qanday ta’sir qilmasligini isbot qilish mumkin.

(4.20) tenglamani markazi 0 nuqtada bulgan to‘gri burchakli dekart koordinata sistemasi o‘qlaridagi proeksiyalardan

$$\frac{dL_x}{dt} = \vec{M}_x^{tash},\ \frac{dL_y}{dt} = \vec{M}_y^{tash},\ \frac{dL_z}{dt} = \vec{M}_z^{tash} \qquad (4.21)$$

tenglamalarga ega bo‘lamiz.

(4.21) tenglamalardan ko‘rinadiki, qo‘zg‘almas o‘qqa nisbatan mexanik sistemaning impuls momentidan vaqt bo‘yicha olingan hosila sistemaga ta’sir qiluvchi barcha tashqi kuchlarning shu o‘qqa nisbatan bosh momentiga teng.

**5.** (4.20) tenglama qo‘zg‘almas 0 nuqtaga nisbatan $\vec{L}$ impuls va $\vec{M}^{tash}$ tashqi kuch momenti uchun o‘rinli. Endi, $\vec{L}$ bilan $A$ nuqtaga nisbatan erkin holda harakatlanayotgan mexanik sistemaning $L_A$ impuls momenti orasida qanday bog‘lanish borliini tushuntiramiz. $L_A$ ni hisoblashda biz sistema moddiy nuqtalarining koordinata boshi 0 nuqtada bo‘lgan qo‘zg‘almas inersial sanoq sistemasiga nisbatan harakatiga mos keluvchi $\vec{P}_i$ impulslari qiymatlarini qo‘yamiz (ya’ni, $\vec{L}$ ni hisoblashda qanday bo‘lsa, o‘shandek). Bunda $\vec{r}_A$ $A$ nuqtaning $K$ sanoq sistemasidagi radius-vektori bo‘lsin. $U$ holda $A$ nuqtadan sistemaning birinchi nuqtasiga o‘tkazilgan radius-vektori $r'_i\ \vec{r}_i - \vec{r}_A$ bo‘ladi. Shuning uchun

$$L_A = \sum_{i=1}^{n}[r'_i P_i] = \sum_{i=1}^{n}[r_i P_i] - \left[r_A \sum_{i=1}^{n} P_i\right],$$

yoki

$$\vec{L}_A = \vec{L} - [\vec{r}\ \vec{p}] \tag{4.22}$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Bu yerda $\vec{p}$ - sistemaning $K$ sanoq sistemasiga nisbatan impulsi. Bu munosabatni differensiyalab

$$\frac{dL_A}{dt} = \frac{dL}{dt} - [V_A P] - \left[r_A \frac{dP}{dt}\right]$$

ifodani olamiz.

(2.20) ga binoan, $\frac{dP}{dt} = F^{tash}$ bo‘lgani uchun yuqoridagi ifoda quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$\frac{dL_A}{dt} = \frac{dL}{dt} - [[V_A P] - r_A F^{tash}]. \tag{4.23}$$

$A$ nuqtaga nisbatan tashqi kuchlarning momenti

$$\vec{M}_A^{tash} = \sum_{i=1}^{n}[r'_i F_i^{tash}] = \sum_{i=1}^{n}[r_i F_i^{tash}] - \left[r_A \sum_{i=1}^{n} F_i^{tash}\right],$$

ya’ni,

$$M_A^{tash} = M^{tash} - [r_A F^{tash}]. \tag{4.23′}$$

(4.20), (4.23) va (4.23′) lardan

$$\frac{dL_A}{dt} = \vec{M}_A^{tash} - [V_A P] \tag{4.24}$$

kelib chiqadi.

Xususan, agar $A$ nuqta sifatida sistemaning massa markazi olinsa, $V_A = V_c$ bo‘lib, $[V_c\ R] = 0$ bo‘ladi. Shuning uchun

$$\frac{dL_A}{dt} = \vec{M}^{tash}_{-} \tag{4.25}$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

*Mexanik sistemaning massa markaziga nisbatan impuls momentidan vaqt bo‘yicha olingan hosila, sistemaga ta’sir etuvchi barcha tashqi kuchlarning o‘sha nuqtaga nisbatan bosh momentiga teng.*

Ko‘rsatish mumkinki, $\vec{L}_c$ hisoblashda teng xuquqli ravishda sistema barcha nuqtalarining K qo‘zg‘almas sanoq sistemasidagi yoki unga nisbatan massa markazi tezligi $\vec{V}_c$ bilan ilgarilanma harakatlanayotgan sanoq sistemasidagi harakatlarining impulslarini olish mumkin. Xaqiqatdan ham 2,6- § da kiritilgan $\vec{r}'_i = \vec{r}_i^{\,*} = \vec{r}_i - \vec{r}_c$ va $\vec{\mathbf{v}}_i^{\,*} = \vec{\mathbf{v}}_i - \vec{\mathbf{v}}_c$ belgilardan foydalanib,

$$L_{\tilde{N}} = \sum_{i=1}^{n}\left[r_i^*\ P_i\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[m_i\ r_i^*\left(v_i^* + v_c\right)\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[r_i^*\ P_i^*\right] + m\left[r_c^*\ v_c\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[r_i^*\ P_i^*\right]$$

formulani olamiz, chunki $r_c{*} = 0$.

## 4.3- §. Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi qattiq jism dinamikasi

**1.** Dekart koordinata sistemaning shunday joylashtiramizki, OZ o‘q jismning aylanish o‘qi bilan mos tushsin, uning **k** orti esa jismning $\vec{\omega}$ burchakli tezligi bilan bir xil yo‘nalsin (4.4-rasm). Bunda $\vec{\omega} = \omega_z\mathbf{k}$, bu yerda $\omega_z=\omega>0$.

**Qo‘zg‘almas OZ o‘q atrofida aylanuvchi qattiq jism dinamikasining asosiy tenglamasi**

$$\frac{dL_z}{dt} = \vec{M}_z^{tash} \tag{4.26}$$

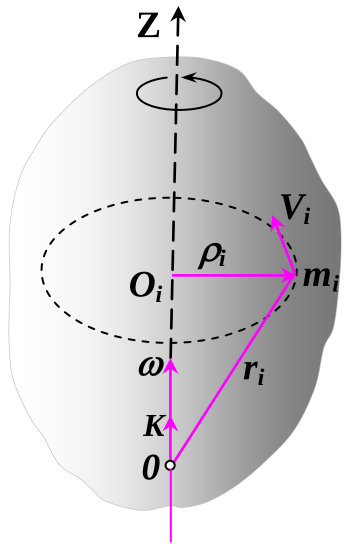
ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Aylanuvchi jismning o‘qqa nisbatan impuls momenti bilan $\vec{\omega}$ burchakli tezlik orasidagi bog‘lanishni topamiz. 4.4-rasmdan ko‘rinadiki, jism tarkibiga kiruvchi $m_i$ massali moddiy nuqtaning radius-vektori $\vec{r}_i = \overrightarrow{OO} + \vec{\rho}_i$ bo‘ladi, bunda $0_i$ - tekshirilayotgan moddiy nuqta harakatlanayotgan $\rho_i$ radiusli aylananing markazi. Koordinata boshi 0 ga nisbatan jismning impuls momenti

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i\ m_i\vec{\mathbf{v}}_i\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[\overrightarrow{OO_i}m_i\,\vec{\mathbf{v}}_i\right] + \sum_{i=1}^{n}\left[\overrightarrow{\rho_i m_i}\,\vec{\mathbf{v}}_i\right]$$

$\left[O\vec{O}_i m_i\vec{\mathbf{v}}\right]$ vektor OZ o‘qqa tik, /* vektor esa OZ o‘q bo‘ylab yo‘nalgan. Shunday qilib,

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i\rho_i^2\omega_z \tag{4.27}$$



4.4-rasm

**2.** *Mexanik sistemani tashkil qiluvchi hamma moddiy nuqta $m_i$ massalarining aylana o‘qidan ulargacha bo‘lgan $\rho_i$ masofaning kvadratiga ko‘paytmasining yig‘indisiga teng bo‘lgan J kattalik sistemaning shu o‘qqa nisbatan inersiya momenti deyiladi:*

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i\rho_i^2 \tag{4.28}$$

Shunday qilib, jismning OZ o‘qqa nisbatan impuls momenti

$$L_z = J\omega_z \tag{4.27′}$$

bo‘ladi. Bu yerda J jismning OZ aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti. (4.27′) ni hisobga olib, (4.26) ni quyidagi shaklda qayta yozishimiz mumkin:

$$\frac{d}{dt}\left(J\omega_z\right) = M_z^{tash} \tag{4.29}$$

Agar jism aylanish jarayonida deformasiyalanmasa, uning inersiya momenti o‘zgarmaydi va (4.29) da uni differensial belgisi ostidan chiqarish mumkin:

$$J\frac{d\omega_z}{dt} = M_z^{tash}$$

yoki

$$I\varepsilon_z = M_z^{tash} \quad , \qquad (4.29')$$

bu yerda $\varepsilon_z = d\omega_z/dt$ - burchakli tezlanish $\vec{\varepsilon} = \varepsilon_z \vec{k}$ vektorining OZ aylanish o‘qiga proeksiyasi.

(4.29′) dan ko‘rinadiki, $\varepsilon_z$ inersiya momenti J ga teskari proporsional. Demak, jismning aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti uning shu o‘q atrofida aylanishidagi jism inertligining o‘lchovidir.

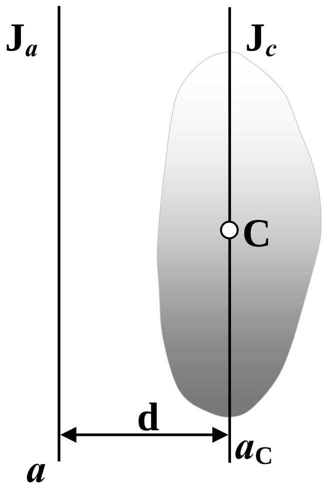
**3.** Qat’iy qilib aytganda, jismni m massasi uning V hajmi bo‘yicha uzluksiz taqsimlangan mexanik sistema sifatida qarash lozim, bunda jismning inersiya momenti

$$J = \int\limits_{(m)} \rho^2 dm = \int\limits_{(v)} \rho^2 D dV \qquad (4.30)$$

bo‘ladi. Bu yerda *D* - jismning zichligi, *dm=D dV* - jismning aylanish o‘qidan ρ masofada turgan *dV* hajm kichik elementining massasi. Jismning inersiya momenti uning materialiga, shakliga, o‘lchamiga, shuningdek jismning aylanish o‘qiga nisbatan joylashishiga bog‘liq.

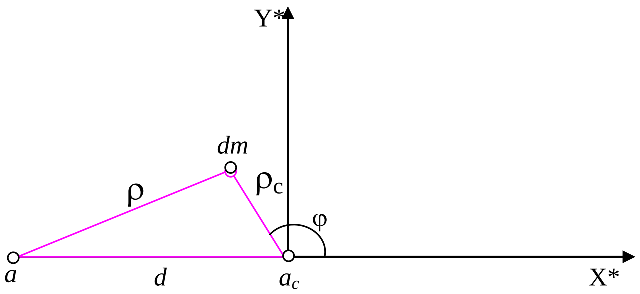
Agar **shteyner teoremasidan** foydalanilsa, ixtiyoriy o‘qqa nisbatan jismning inersiya momentini hisoblash osonlashadi: *jismning ixtiyoriy a o‘qqa nisbatan inersiya momenti, bu o‘qqa parallel va jismning S massa markazidan o‘tgan o‘qqa nisbatan inersiya momenti $J_s$ bilan jism massasi m ni shu o‘qlar orasidagi masofaning kvadratiga ko‘paytmasining yig‘indisiga teng (4.5-rasm):*

$$J_a = J_c + md^2 \qquad (4.31)$$



4.5-rasm

Bu teoremani isbotlaymiz. 4.6-rasmda *a* va $a_s$ o‘qlar chizma tekisligiga tik yo‘nalgan, massasi dm bo‘lgan jismning kichik elementidan bu o‘qlargacha bo‘lgan masofalar ρ va $\rho_s$ bilan belgilangan. Kosinuslar teoremasi bo‘yicha $\rho^2 = \rho_0^2 + d^2 + 2d\rho_c \cos\varphi$ va



4.6-rasm

$$J_a = \int\limits_{(m)} \rho^2 dm = \int\limits_{(m)} \rho_c^2 dm + md^2 + 2d \int\limits_{(m)} x^* dm$$

bo‘ladi. Bu yerda $x^* = \rho_s$ sos φ - jism dm elementining boshlanishi jism massa markazida va abstsissasi *a* va $a_s$ o‘qlar bilan kesishuvchi va ular yotgan tekislikka tik bo‘lgan koordinatalar sistemasidagi abstsissasi. Massa markazini ta’rifida (2.22″)

$$\int\limits_{(m)} x^* dm = m x_c^* = 0$$

bo‘lishi kelib chiqadi,chunki jismning massa markazi koordinata boshi bilan mos tushadi.Shunday qilib (4.31) munosabatning to‘g‘riligi isbotlandi.

**4.** Sodda shaklli jismlar inersiya momentlarini hisoblashga bir necha misollar ko‘ramiz.

**1-misol.** Massasi m va radiusi R bo‘lgan yupqa devorli doiraviy silindrning o‘qiga nisbatan inersiya momenti.

Bunday silindrning hamma kichik elementlari uning massa markazi *S* dan o‘tgan o‘qdan bir xil *R* masofada joylashgan.

Shuning uchun

$$J_c = \int\limits_{(m)} R^2 dm = mR^2 \tag{4.32}$$

bo‘ladi.

**2-misol.** Massasi m va radiusi *R* bo‘lgan bir jinsli yaxlit silindrning o‘qiga nisbatan inersiya momenti.

Silindrni fikran juda ko‘p sonli umumiy o‘qli yupqa silindrlarga bo‘lamiz. Aytaylik ulardan birortasining radiusi r, devorining qalinligi esa $dr<<r$ bo‘lsin bu yaxlit silindrning inersiya momenti

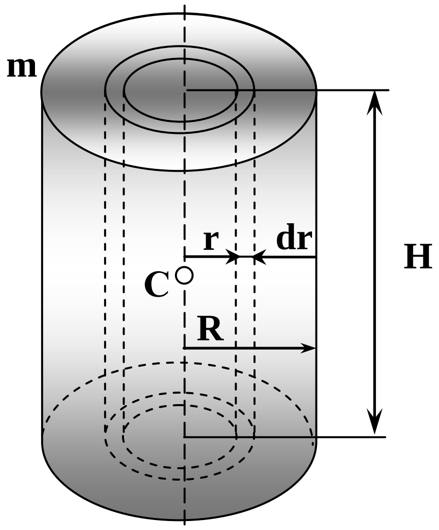
$$dJ_c = r^2\, dm = r^2\, 2\pi\, rHDdr \tag{4.33}$$

bo‘ladi. Bu yerda N -silindr balandligi; D-uning zichligi. Yaxlit silindrning inersiya momentini uning hamma kichik elementlari inersiya momentlarini summasini olib, ya’ni (4.33) ifodani r bo‘yicha 0 dan R gacha integrallab topamiz:

$$J_c = 2\pi HD\int\limits_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi R^2 HD = \frac{mR^2}{2}, \tag{4.34}$$

chunki silindr massasi $m=D\pi R^2N$.

***3-Misol.*** Massasi m va uzunligi *l* bo‘ulgan bir jinsli ingichka sterjenning o‘rtasidan o‘tgan o‘qqa nisbatan inersiya momenti. Sterjenni fikran kichik bo‘lakchalarga bo‘lamiz.




4.7-rasm

Aytaylik *x* - bunday bo‘laklardan birining aylanish o‘qigacha bo‘lgan masofasi, dx-bo‘lakchaning uzunligi. U holda bu elementning inersiya momenti

$$dJ_c = x^2 dm = x^2 DSdx \tag{4.35}$$

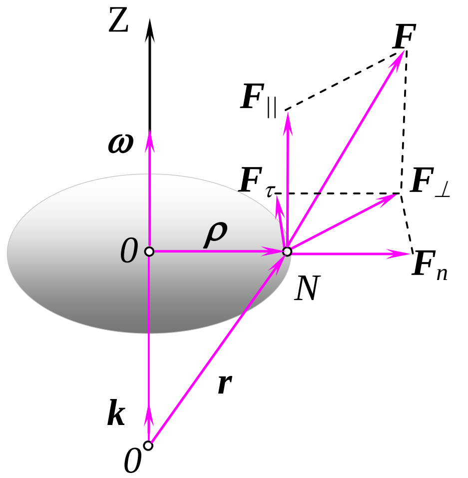
bo‘ladi.Bu yerda S- sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi ($\sqrt{S} << l$); D- uning zichligi. Sterjenning bitta yarmining inersiya momentini (4.35) ifodani *x* bo‘yicha 0 dan l /2 gacha integrallab topamiz, butun sterjenning inersiya momenti ikki marta katta:

$$J_c = 2DS\int\limits_0^{R/2} x^2 dx = \frac{2}{3}DS\left(\frac{l}{2}\right)^3 = \frac{ml^2}{12}, \tag{4.36}$$

chunki sterjenning massasi $m=DlS$. Pirovordida m massali va R radiusli bir jinsli sharning uning markazidan o‘tgan o‘qqa nisbatan inersiya momentini tayyor xolda keltiramiz:

$$J_c = \frac{2}{5} = mR^2 \tag{4.37}$$

**5.** Jism qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanganda unga ta ‘sir etayotgan kuchning faqat bir tashkil etuvchisi, aynan troektoriyaga urinma holda qo‘yilgan tashkil etuvchisi bu o‘qqa nisbatan moment hosil qiladi. Aslida, aylanayotgan jismning N nuqtasiga qo‘yilgan F kuchni 4.8- rasmda ko‘rsatilgandek oldin ikki tashkil etuvchiga ajratamiz: 0Z aylanish o‘qiga parallel ($\mathbf{F}_{//}$) va unga tik ($\mathbf{F}_{\perp}$). O‘z navbatida $\mathbf{F}_{\perp}$ kuchni ham ikki tashkil etuvchiga ajratamiz: $\mathbf{F}_{\tau}$ - markazi 0′ nuqtada bo‘lgan aylanaga urinma bo‘lgan N nuqta harakatlanuvchi va $\mathbf{F}_{n}$ - 0′N radius bo‘ylab yo‘nalgan normal, ya’ni jismning aylanish o‘qiga tik bo‘lgan. Koordinata boshi 0 ga nisbatan **F** kuch momenti



4.8-rasm

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right] = \left[\vec{r}\left(\vec{F}_{//} + \vec{F} + \vec{F}_{\tau}\right)\right]$$

bo‘ladi. Chunki $\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{\rho}, \overrightarrow{OO'}$ va $\vec{F}_{//}$, $\vec{\rho}$ va $\mathbf{F}_{n}$ vektorlar o‘zaro kollineardir, shunday ekan ularning vektor ko‘paytmalari nolga teng, unda

$$\vec{M} = \left[\vec{\rho}F_{//}\right] + \left[\overrightarrow{OO'}\,F_{n}\right] + \left[\overrightarrow{OO'}\,\vec{F}_{\tau}\right] + \left[\vec{\rho}\vec{F}_{\tau}\right]$$

bo‘ladi. Bu tenglikning o‘ng tomonidagi birinchi uchta had jismning aylanish o‘qiga tik yo‘nalgan vektorlardan iborat, to‘rtinchisi esa bu o‘q bo‘yicha yo‘nalgan vektor. Demak, 0Z o‘qqa nisbatan **F** kuch momenti

$$M_{z} = \left[\vec{\rho}\vec{F}_{\tau}\right]_{Z} = pF_{\tau} \qquad (4.38)$$

ifodaga teng. Bu yerda ρ - kuch qo‘yilgan nuqtadan o‘qqacha bo‘lgan masofa, $F_{\tau}$ - F kuchning $\vec{\tau} = \mathbf{v}/\upsilon$ vektor yo‘nalishidagi proeksiyasi, bu yerda V - aylanuvchi jism N nuqtasining chiziqli tezligi*). Kichik dt vaqt ichida N nuqtaning siljishi

$$d\vec{r} = \vec{V}dt = \left[\vec{\omega}\,\vec{\rho}\right]dt = \left[d\vec{\varphi}\,\vec{\rho}\right]$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bu yerda $\overrightarrow{d\varphi}$ - jismning dt vaqt ichidagi elementar burilishi. Bunda jismga qo‘yilgan F kuch elementar

$$\delta A = \mathbf{F}d\mathbf{r} = F_{\tau}\,|d\mathbf{r}|$$

ish bajaradi. Bunda $d\vec{\varphi}$ va $\vec{\rho}$ o‘zaro ortogonal’ bo‘lgani uchun $|dr| = \rho\, d\varphi$ va

$$\delta A = \rho\, F_{\tau} d\varphi = M_{z}\, d\varphi = \mathbf{M}\, d\vec{\varphi} \qquad (4.39)$$

bo‘ladi.

**6.** Qo‘zg‘almas OZ o‘q atrofida aylanuvchi jismning kinetik energiyasi uchun ifoda topaylik. Aylanish o‘qidan ρ masofada turuvchi jismning dm massaga ega bo‘lgan kichik elementining $dW_{k}$ kinetik energiyasi

$$dW_{k} = 1/2\upsilon^{2}\, dm = 1/2\omega\rho^{2}dm$$

ifodaga teng bo‘ladi.

Butun jismning kinetik energiyasi

$$W_{k} = \frac{\omega^{2}}{2}\int_{(m)} \rho^{2}dm = \frac{J\omega^{2}}{2} \qquad (4.40)$$

formula bilan aniqlanadi. Bu yerda J- aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti.

Ko‘rsatish mumkinki (3.2-§ dagi Kyoning teoremasiga qarang), qattiq jismning erkin harakatida uning kinetik energiyasi $V_{s}$ tezlik bilan ilgarilanma harakat qilayotgan massa markazining kinetik energiyasi ($W_{k}^{ил} = 1/2m\vartheta_{c}^{2}$, m - jism massasi) bilan massa markazidan o‘tgan oniy o‘q atrofida $\vec{\omega}$ burchakli tezlik aylanayotgan jismning aylanish kinetik energiyasi ($W_{k}^{айл} = 1/2J_{c}\omega^{2}$, ($J_{s}$ -oniy o‘qqa nisbatan jismning inersiya momenti) yig‘indisiga teng:

---

*) OZ o’qining musbat yo’nalishi paragrafning boshida ko’rsatilgandek tanlangan.

$$W_k = 1/2 m\upsilon_c^2 + 1/2 J_c \omega^2 . \qquad (4.41)$$

Shuni nazarda tutish kerakki, umumiy holda bu jismning massa markazi atrofida oniy aylanish o‘qining jismga nisbatan holati vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi, bunda $J_c \neq const$. Ammo ko‘p hollarda (masalan bir jinsli silindr yoki sharning tekislikda tebranishida) $J_c = const$.

**7.** Agar qattiq jism qo‘zg‘almas o‘q atrofida $\vec{\omega}$ burchakli tezlik bilan aylanayotgan bo‘lsa, uning kinetik energiyasi

$$W_k = 1/2\, \vec{\omega}\, L \qquad (4.42)$$

bo‘ladi. Bu yerda $L = \int\limits_{(m)} [rV] dm$ - koordinata boshi uchun qabul qilingan O nuqtaga nisbatan jismning impuls momenti. Aslida, jism kichik elementining tezligi $\mathbf{v} = [\vec{\omega} r]$ bo‘ladi. Shuning uchun uning kinetik energiyasi

$$dW_k = 1/2 \vec{\mathbf{v}}\vec{\mathbf{v}}\, dm = 1/2 dm \vec{\mathbf{v}} [\vec{\omega} \vec{r}] = 1/2 \vec{\omega} [\vec{r}\, \vec{\mathbf{v}}] dm,$$

chunki uch vektorning aralash ko‘paytmasi hamma ko‘paytuvchilarning siklik almashtirishda o‘zgarmaydi. Bu ifodani integrallab butun jismning kinetik energiyasini topamiz:

$$W_k = \frac{1}{2} \vec{\omega} \int\limits_{(m)} [\vec{\mathbf{r}}\vec{\mathbf{v}}] dm = \frac{1}{2} \vec{\omega} \vec{L}$$

## SAVOLLAR

1. Qattiq jism aylanma harakati kinematikasi, bu jism nuqtalarining tezlik va tezlanishi bilan qanday bog‘langan?
2. Qo‘zg‘almas o‘qqa nisbatan mexanik sistemaning impuls momenti bilan shu nuqtaga nisbatan sistemaga ta’sir etuvchi barcha kuchlarning momenti o‘zaro qanday bog‘langan?
3. Qattiq jismning qo‘zg‘almas o‘qqa nisbatan aylanish holi uchun dinamika qonuni qanday olinadi?
4. Jismning inersiya momenti nimalarga bog‘liq va jismning aylanishida u qanday rol o‘ynaydi?
5. Bir jinsli m massali sirpanishsiz dumalayotgan sharning, agar uning massa markazining tezligi $\upsilon_s$ bo‘lsa, kinetik energiyasini toping. Agar sharning o‘rniga bir jinsli doiraviy silindr dumalasa, natija qanday bo‘ladi?

# MEXANIKADA SAQLANISH QONUNLARI

## 5.1-§. Impulsning saqlanish qonuni. Absolyut noelastik urilish

**1.** Yopiq sistemaga tashqi kuchlar ta’sir etmaydi. Shuning uchun impulsning o‘zgarish (2.20) qonunidan impulsning saqlanish qonuni deb ataluvchi quyidagi qonun kelib chiqadi: **yopiq sistemaning impulsi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi:**

$$d\vec{P}/dt = 0 \qquad \vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathbf{v}}_i = const \qquad (5.1)$$

bu yerda $m_i$ va $\vec{\mathbf{v}}_i$ – n ta nuqtadan tashkil topgan sistemaning i nchi moddiy nuqtasining massa va tezligi.

Shuningdek, yopiq sistema impulsining inersial sanoq sistemasining dekart koordinat o‘qlaridagi proeksiyalari ham o‘zgarmaydi:

$$p_x = const, \quad p_y = const, \quad P_z = const \qquad (5.1`)$$

Sistemaning impulsi $\vec{p} = m\vec{\mathbf{v}}_c$ bo‘ladi. Bu yerda *m*-sistemaning to‘liq massasi, $\vec{\mathbf{v}}_c$ – uning massa markazining tezligi. Shuning uchun impulsning saqlanish qonunidan quyidagi natija kelib chiqadi: *yopiq sistemada sodir bo‘luvchi har qanday jarayonlarda sistema massa markazining tezligi o‘zgarmaydi:* $\vec{\mathbf{v}}_c = const$.

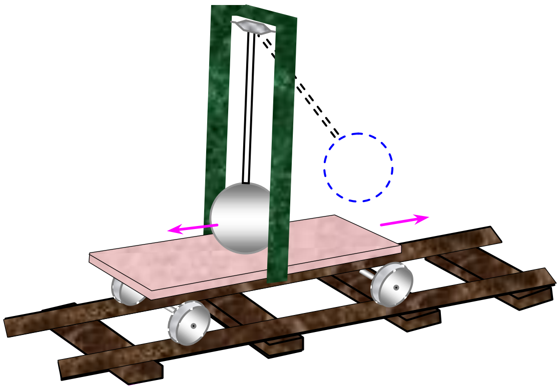
Biz N’yuton qonunlariga asoslanib, impulsning saqlanish qonunini oldik, chunki ayni uning yordamida impulsning o‘zgarish qonuni (2.20) keltirib chiqarilgan. Ammo impulsning saqlanish qonuni, N’yuton qonunlaridan farqli ravishda klassik mexanika chegarasidan tashqarida ham o‘rinlidir. Masalan, tajribalarning ko‘rsatishicha bu qonun mikroskopik jismlar sistemasi uchun qanchalik to‘g‘ri bo‘lsa, xatti-harakati N’yuton mexanikasi bilan emas, balki kvant mexanikasi bilan ifodalanuvchi mikrozarralar sistemasi uchun ham shunchalik to‘g‘ridir. Bu qonun sistemani tashkil qiluvchi jism yoki zarrachalarning tezligi kichik yoki kattaligiga bog‘liq bo‘lmagan holda relyativistik mexanikada ham bajariladi. Bunda impulsga na faqat zarracha va jism, balki maydon ham ega bo‘lishini nazarda tutish kerak. Buning ko‘rgazmali ravishda tasdiqlanishini elektromagnit to‘lqinlarning, xususan yorug‘likning to‘siqdan qaytishida yoki unda yutilishida bosim berishida ko‘rishimiz mumkin.

Shunday qilib, impulsning saqlanish qonuni fizikaning eng fundamental qonunlaridan biridir. Bu masalaga yana 5.6-§ da to‘xtalamiz.

**2.** Ba’zi bir jarayonlarda (masalan, urilishda, portlashda va otilishda) sistema qismlarining impulsi nisbatan qisqa vaqt oralig‘ida katta o‘zgarishlarga duchor bo‘ladi. Bu sistemada qisqa vaqtli, lekin miqdori jihatdan sistemaga doimo ta’sir etib turuvchi tashqi kuchlarga (masalan, og‘irlik kuchi) qaraganda juda katta bo‘lgan sistema qismlarining o‘zaro ta’sir ichki kuchlarining paydo bo‘lishi bilan bog‘liq. Odatda bunday jarayonda tashqi kuchlarning sistemaga ta’sirini hisobga olmaslik mumkin, ya’ni taxminan sistemaning to‘liq impulsi, ko‘rilayotgan jarayonda butunlay o‘zgarmaydi deb hisoblash mumkin.

*Agar sistema yopiq bo‘lmasa, lekin unga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh vektori aynan nolga teng bo‘lsa (*$\vec{F}^{tash} \equiv 0$*), u holda (2.20) qonunga binoan sistemaning* *impulsi vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi:* $\vec{p} = const$.

Odatda $\vec{F}^{tash} \neq 0$ va $\vec{p} \neq const$ bo'ladi. Ammo, agar tashqi kuchlar bosh vektorining qandaydir qo'zg'almas o'qqa nisbatan proeksiyasi aynan nolga teng bo'lsa, impuls vektorining o'sha o'qqa proeksiyasi ham vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi. Chunonchi, $\vec{F}_x^{tash} \equiv 0$ shartda $\vec{p}_x = const$ bo'ladi. Masalan, agar sistemaga faqat vertikal yuqoriga yo'nalgan tashqi kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsa, sistema impulsining gorizontal tashkil etuvchisi o'zgarmaydi. Bunga quyidagi tajribada ishonch hosil qilish mumkin.



5.1-rasm

***Tajriba.*** Og'ir mayatnik gorizontal rel'sda hech qanday ishqalanishsiz erkin harakatlanishi mumkin bo'lgan aravachaga o'rnatilgan (5.1-rasm). Agar aravachani ushlab turib, mayatnikni muvozanat vaziyatidan og'dirib, so'ngra mayatnik va aravachani bir vaqtda qo'yib yuborilsa, ikkalasi ham harakatga keladi. Aravachaning tezlik yo'nalishi mayatnik og'irlik markazi tezligining gorizontal tashkil etuvchisiga doimo teskari yo'nalgan bo'ladi. Tebranish davomidagi mayatnikning shari eng katta og'ishga bo'lgan vaqt momentlarida, u nol tezlikka ega bo'ladi, aravacha ham to'xtaydi.

**3.** Impulsning saqlanish qonunini ikki jismning mutlaq noelastik to'g'ri markaziy urilishini hisoblashga qo'llanishini ko'ramiz.

*Urilish deb, jismlar to'qnashganda juda vaqt oralig'ida sodir bo'luvchi ularning tezliklarini chekli o'zgarish hodisasiga aytiladi.*

Urilish jarayonida to'qnashuvchi jismlar orasida qisqa vaqtli o'zaro ta'sir urilish kuchlari hosil bo'ladi, vaholanki, bu kuchlar jismga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlardan bir necha marta ortiq. Shuning uchun urilish jarayonida urilayotgan jismlar sistemasini taxminan yopiq deb hisoblash* va unga impulsning saqlanish qonunini qo'llash mumkin.

Urilayotgan jismlar sirtining ularning tegish nuqtasiga o'tkazilgan umumiy normal **urilish chizig'i** deyiladi. Agar urilish oldidan urilayotgan jismlarning massa markazlarining tezligi urilish chizig'iga parallel bo'lsa, **to'g'ri urilish** deyiladi. Agar urilayotgan jismlarning massa markazlari urilish chizig'ida yotsa, urilish **markaziy** deyiladi. Agar urilishdan keyin jismlar bir butun holda, ya'ni bir xil tezlikda harakatlansa, to'g'ri markaziy urilish **mutlaq noelastik** urilish deyiladi. Agar urilishigacha jismlarning tezliklari $\vec{\mathbf{v}}_1$ va $\vec{\mathbf{v}}_2$, ularning massalari $m_1$ va $m_2$ bo'lsa, impulsning saqlanish qonuniga binoan bu jismlarning mutlaq noelastik to'g'ri markaziy urilishdan keyingi ilgarilanma harakat tezligi

$$U = \frac{m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2}{m_1 + m_2} \tag{5.2}$$

bo'ladi.

(5.2) formula to'g'ri markaziy bo'lmagan mutlaq noelastik urilish holida urilishda birlashgan jismlarning massa markazi tezligini topishga imkon beradi. Ammo bunday urilish natijasida impuls momentining saqlanish qonuniga bo'y sunuvchi

*To'qnashuvchi jismlar yo erkin, yo ularga qo'yilgan bog'lanishi shundayki, urilish bog'lanish reaktsiyasi paydo bo'lmaydi, deb faraz qilinadi. Aks holda uriluvchi sistemani yopiq deb hisoblash mumkin emas.

sistemaning massa markazi atrofida aylanishi paydo bo‘lishi ham mumkin, biz impuls momentining saqlanish qonunini 5.3-§ da ko‘ramiz.

**4.** Noelastik urilishda urilgan jismlarda turli xil jarayonlar sodir bo‘lishi (ularning plastik deformasiyasi, ishqalanish va boshqalar) natijasida sistemaning kinetik energiyasi qisman ularning ichki energiyasiga aylanadi, ya’ni sistema mexanik energiyasining dissipatsiyasi sodir bo‘ladi. Mutlaq noelastik to‘g‘ri markaziy urilishda to‘qnashgan ikki jism sistemasida kinetik energiyasining o‘zgarishi

$$\Delta W_k = \frac{m+m_2}{2}\vec{u}^2 - \frac{m_1}{2}\vec{\mathbf{v}}_1^2 - \frac{m^2}{2}\vec{\mathbf{v}}_2^2 = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)}(\vec{\mathbf{v}}_1 - \vec{\mathbf{v}}_2)^2 < 0 \tag{5.3}$$

bo‘ladi.

Xususan, agar to‘qnashishgacha ikkinchi jism tinch turgan bo‘lsa (masalan, kopra yordamida urilayotgan qoziq, yoki sandonda yotgan bog‘lanuvchi temir), mutlaq noelastik to‘g‘ri markaziy urilishda kinetik energiyaning nisbiy o‘zgarishi

$$-\frac{\Delta W_k}{W_{k1}} = -\frac{2\Delta W_k}{m_1\upsilon_1^2} = \frac{m^2}{m_1+m_2} \tag{5.3`}$$

ko‘rinishda aniqlanadi.

Texnikada mutlaq noelastik to‘g‘ri markazi urilishdan yo jismlarning shaklini o‘zgartirishda (bolg‘alash, shtampovka, parchinlash va shunga o‘xshashlarda), yoki katta qarsxilikni muhitda jismlarni siljitish uchun (mih, qoziq va shunga o‘xshashlarni qoqishda), foydalaniladi. Birinchi holda $-\Delta W_к / W_{к1}$ nisbat iloji boricha 1 ga yaqin bo‘lishi maqsadga muvofiq, ya’ni $m_2 >> m_1$ bo‘lishi zarur (bolg‘alanayotgan buyumni va sandonni massasi bolg‘aning massasidan bir necha marta ortiq bo‘lishi kerak). Ikkinchi holda, buning teskarisi, urilishda kinetik energiyaning isrofi iloji boricha kam bo‘lishi lozim, ya’ni $m_1 >> m_2$ bo‘lishi zarur (bolg‘aning massasi qoqilayotgan mixning massasidan ko‘p marta ortiq bo‘lishi kerak).

## 5.2-§. Mexanik energiyaning saqlanish qonuni. Mutlaq elastik urilish

Agar sistemaga ta’sir etuvchi barcha tashqi va ichki nopotensial kuchlar ish bajarmasa (δA ≡ 0), mexanik sistema **konservativ** deyiladi, hamma tashqi potensial kuchlar esa statsionardir. Konservativ sistemaning potensial energiyasi faqat sistemaning konfiguratsiyasi o‘zgarganda o‘zgarishi mumkin. Demak, konservativ sistema potensial energiyasidan vaqt bo‘yicha olingan xususiy hosila, bu energiyaning vaqt o‘tishi bilan o‘zgarish tezligini ifodalaydi va sistema konfiguratsiyasi doimiy bo‘lganda bu hosila aynan nolga teng: $\partial W_n / \partial t \equiv 0$. Shuning uchun (3.37) da ko‘rinadiki, **konservativ sistemaning mexanik energiyasi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi.**

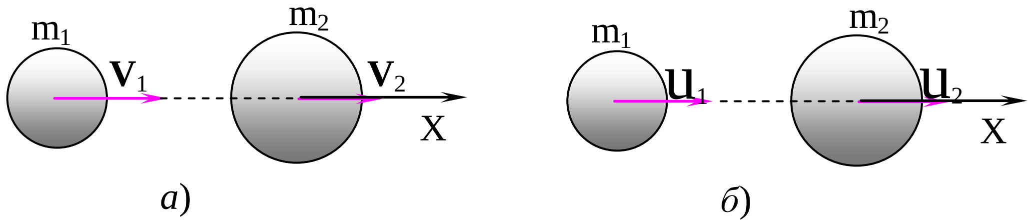
Bu qonun **mexanik energiyaning saqlanish qonuni** deyiladi. Xususan, u yopiq konservativ sistema uchun to‘g‘ridir:

*agar barcha ichki kuchlar potensial bo‘lsa, yoki ish bajarmasa, yopiq sistemaning mexanik energiyasi o‘zgarmaydi.*

Masalan, tinchlikdagi ishqalanish kuchlari va giroskopik kuchlar ish bajarmaydi. Shuning uchun bunday kuchlarning sistemaga ta’siri uning mexanik energiyasining o‘zgarishini keltirib chiqarmaydi.

**2.** Mexanik energiyaning saqlanish qonunini ikki jismning mutlaq elastik to‘g‘ri markaziy urilishini hisoblashga qo‘llanilishini ko‘rib o‘tamiz. **Mutlaq elastik urilish** deb hunday urilishga aytiladiki, bunda urilayotgan jismlarning mexanik energiyasi boshqa turdagi energiyaga aylanmaydi.

Ikkita massalari $m_1$ va $m_2$ bo‘lgan mutlaq elastik sharlar urilishguncha sharlarning markazlaridan o‘tuvchi 0X o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{\mathbf{v}}_1$ va $\vec{\mathbf{v}}_2$ tezliklar bilan harakatlanayotgan bo‘lsin (5.2a-rasmda $\vec{\mathbf{v}}_1$ va $\vec{\mathbf{v}}_2$ tezliklar bir tomonga yo‘nalgan, vaholanki $\upsilon_{1x}>\upsilon_{2x}>0$). Sharlar to‘qnashgandan keyingi $u_1$ va $u_2$ tezliklarni topish kerak (5.2 b-rasm).




5.2-rasm

Urilish jarayonida urilayotgan elastik jismlar sistemasini yopiq va konservativ deb hisoblash mumkin. Demak, bu masalani yechish uchun impuls va mexanik energiyaning saqlanish qonunlaridan foydalanish mumkin. Urilishdan oldin va urilishdan keyin urilgan jismlar deformasiyalanmagan bo‘ladi, shunday ekan bu ikki holatda sistema potensial energiyalari bir xil va nolga teng. U holda mexanik energiyaning saqlanish qonunidan

$$m_1\upsilon_1^2 + m_2\upsilon_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2 \tag{5.4}$$

ifodaga ega bo‘lamiz.

Impulsning saqlanish qonuni bo‘yicha

$$m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \tag{5.5}$$

bo‘ladi.

Hamma $\vec{\mathbf{v}}_1$, $\vec{\mathbf{v}}_2$, $u_1$ va $u_2$ tezliklar *0X* o‘qi bo‘yicha yo‘nalgani uchun (5.3) tenglikni

$$m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x} = m_1u_{1x} + m_2u_{2x} \tag{5.6}$$

ko‘rinishda yozish mumkin. Bu yerda $\upsilon_{1x}$, $\upsilon_{2x}$, $u_{1x}$ va $u_{2x}$ - $\vec{\mathbf{v}}_1$, $\vec{\mathbf{v}}_2$, $u_1$ va $u_2$ tezlik vektorlarini urilish chizig‘iga - 0X o‘qiga proeksiyalari. Bunda

$\upsilon_1^2 = \upsilon_{1x}^2, \quad \upsilon_2^2 = \upsilon_{2x}^2, \quad u_1^2 = u_{1x}^2$ *ва* $u_2^2 = u_{2x}^2$ bo‘lgani uchun (5.4) va (5.6) ifodalardan

$$m_1\left(u_{1x}^2 - \upsilon_{1x}^2\right) = -m_2\left(u_{2x}^2 - \upsilon_{2x}^2\right), \tag{5.7}$$

$$m_1\left(u_{1x} - \upsilon_{1x}\right) = -m_2\left(u_{2x} - \upsilon_{2x}\right), \tag{5.8}$$

tenglamalarni olamiz.

(5.7) va (5.8) tenglamalarni birgalikda yechish

$$u_{1x} + \upsilon_{1x} = u_{2x} + \upsilon_{2x} \tag{5.8`}$$

ifodani beradi.

(5.8) va (5.8`) tenglamalardan oxirgi

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_{1x} + 2m_2\upsilon_{2x}}{m_1 + m_2},$$

$$u_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_{2x} + 2m_1\upsilon_{1x}}{m_1 + m_2} \tag{5.9}$$

formulalarni olamiz.
Ikkita xususiy holni ko‘ramiz.

1. Sharlarning massalari bir xil ($m_1=m_2=m$) U holda (5.9) dan

$$u_{1x}=\upsilon_{2x} \quad ва \quad u_{2x}=\upsilon_{1x}$$

bo‘lishi kelib chiqadi, ya’ni urilishda sharlar tezliklarini almashadilar.

2. Ikkinchi sharning massasi birinchi shar massasida ko‘p marta katta ($m_2>>m_1$). U holda (5.9) dan quyidagi natijani olamiz:

$$u_{1x}\approx 2\upsilon_{2x}-\upsilon_{1x} \quad ва \quad u_{2x}\approx\upsilon_{2x}\ .$$

Agar bunda ikkinchi shar tinch turgan bo‘lsa ($\upsilon_2=0$),

$$u_{1x}\approx\upsilon_{1x} \quad ва \quad u_{2x}\approx 0$$

bo‘ladi, ya’ni birinchi shar tinch turgan massasi katta ikkinchi shardan orqaga qaytadi va $\vec{u}_1=-\vec{\mathbf{v}}_1$ tezlik bilan harakatlanadi.

**3. Ikki mutlaq elastik jismlarning** (masalan sharlarning) **burchak ostida markaziy urilish** holida har bir jismning urilishdan oldingi va keyingi tezliklarini ikkita tashkil etuvchidan iborat deb ko‘rish qulay: normal (urilish chizig‘i bo‘ylab yo‘nalgan) va urinma (urilish chizig‘iga tik yo‘nalgan). Agar urilayotgan jismlar silliq bo‘lsa, urilish vaqtida ular orasidagi ishqalanish kuchlarining ta’sirini e’tiborga olmaslik mumkin. Natijada jismlar tezligining urinma tashkil etuvchisi urilishda o‘zgarmaydi:

$$u_{1\tau}=\upsilon_{1\tau}, \qquad u_{2\tau}=\upsilon_{2\tau} \tag{5.10}$$

Tezlikning normal tashkil etuvchisi to‘g‘ri urilishdagidek o‘zgaradi:

$$u_{1n}=\frac{(m_1-m_2)\upsilon_{in}+2m_2\upsilon_{2n}}{m_1+m_2}$$
$$u_{2n}=\frac{(m_2-m_2)\upsilon_{2n}+2m_1\upsilon_{1n}}{m_1+m_2} \tag{5.11}$$

Xususan, mutlaq elastik silliq shar qo‘zg‘almas yassi devorga ($m_2>>m_1$, $u_2=\upsilon_2=0$) burchak ostida urilganda

$$u_{1\tau}=\upsilon_{1\tau}, \qquad u_{1n}=-\upsilon_{1n}$$

bo‘ladi, ya’ni shar devordan yorug‘likning ko‘zgudan qaytish qonuni bo‘yicha qaytadi: qaytish burchagi tushish burchagiga teng. Tezlikning son qiymati saqlanadi ($u_1=\upsilon_1$). Urilishda shar impulsining o‘zgarish vektori $\Delta R_1$ devorga tik yo‘nalgan va

$$\Delta\vec{p}_1=m_1(\vec{u}_1-\vec{\mathbf{v}}_1)=-2m_1\vec{\mathbf{v}}_{1n}$$

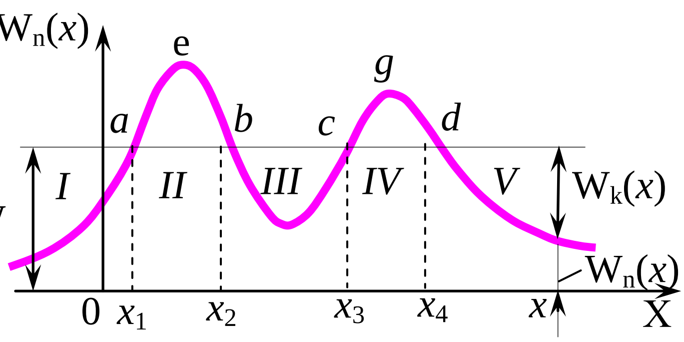
formula bilan aniqlanadi. Mos holda devorga ta’sir etuvchi urilish kuch impulsi $2m_1\vec{\mathbf{v}}_{1n}$ ga teng.

**4.** Mexanik energiyaning saqlanish qonuni konservativ sistemalarning muvozanat shartlarini ko‘rsatishga imkon beradi.

*Mexanik muvozanat holat deb, sistemaning shunday holatiga aytiladiki, uni bu holatdan faqat kuch ta’sir etish natijasida chiqarish mumkin.*

Bu holatda sistemaning barcha moddiy nuqtalari qo‘zg‘almas bo‘lgani uchun, sistemaning kinetik energiyasi nolga teng. Agar kichik tashqi ta’sir sistema holatini kichik o‘zgarishini keltirib chiqarsa, sistemaning mexanik muvozanat holati **turg‘un muvozanat holat** deyiladi. Shu bilan birga sistemada uni muvozanat holatiga qaytarishga intiluvchi kuchlar paydo bo‘ladi. Agar sistema nihoyatda kichik tashqi kuch ta’sirda mexanik muvozanat holatidan chiqib, unga boshqa qaytib kelmasa, uning bu holatiga **turg‘un bo‘lmagan** holat deyiladi. Shu bilan birga sistemani muvozanat holatdan yanada og‘ishini keltirib chiqaruvchi kuch hosil bo‘ladi. Mexanik energiyaning saqlanish qonuniga binoan sistemaning turg‘un muvozanat holatida uning potensial energiyasi minimumlarga, turg‘un bo‘lmagan muvozanat holatida esa maksimumlarga ega bo‘ladi.

Mexanik energiyaning saqlanish qonuniga binoan konservativ sistema konfiguratsiyalarining mumkin bo‘lgan qanday sohalari borligini oydinlashtirish mumkin. Sistemaning kinetik energiyasi manfiy bo‘lmagan kattalikdir ($W_k \geq 0$). Shuning uchun sistema mexanik energiyaning berilgan W qiymatida faqat $W_0 \leq W$ sharti qanoatlantiruvchi holatda bo‘lishi mumkin. 5.3-rasm moddiy nuqtaning *0X* o‘qi bo‘ylab bir o‘lchovi harakat qiluvchi sodda holiga mos keladi. Nuqtaning potensial energiyasi – faqat birgina *x* koordintaning funksiyasi, ya’ni $W_n=W_n(x)$. Bu bog‘lanishning 5.3-rasmda ko‘rsatilgan grafigi potensial egri chizig‘i deyiladi. 5.3-rasmda ko‘rsatilgan moddiy nuqta mexanik energiyasining belgilangan qiymatida u quyidagi uch sohadan birida qolib harakatlanishi mumkin: $x<x_1$ (I soha), $x_2 \leq x \leq x_3$ (III-soha) va $x \geq x_4$ (*V*-soha). Bu uch soha bir-biridan *asb* va *cgd* potensial to‘siqlar deb ataluvchi II va IV sohalar bilan ajratilgan bo‘lib, moddiy nuqta ularning chegarasida joylasha olmaydi. Potensial to‘siq chegarasida (*a*, v, *s*, va *d* nuqtalarda) moddiy nuqta o‘zining harakat yo‘nalishini qarama-qarshi tomonga o‘zgartiradi, ya’ni ko‘pincha u potensial to‘siqdan «qaytadi» deyiladi. *I* sohada nuqta to‘siqning a chegarasidan chap tomonga cheksiz uzoqlashadi, *V* sohada esa to‘siqning *d* chegarasidan o‘ngga cheksiz uzoqlashadi. III sohada moddiy nuqta *a* va *s* nuqtalar orasida tebranadi – u *efg* potensial chuqurlikda joylashadi.



5.3-rasm

**5.** Real mexanik sistemalarda qarsxilik va ishqalanish dissipativ kuchlari ta’sir etadi, tashqi potensial kuchlar esa, umuman aytganda beqarordir. Shuning uchun real mexanik sistemalar nokonservativdir va ularning mexanik energiyasi saqlanmaydi. Lekin ko‘p hollarda ularni taxminan konservativ hisoblash va ularga mexanik energiyaning saqlanish qonunini qo‘llash mumkin. Agar tekshirilayotgan jarayonda quyidagi ikki shart bajarilsa, bunday taxminiy yondoshish mumkin:

a) sistemaga ta’sir etuvchi nopotensial kuchlarning ishi $A^{npk}$ sistemaning *W* mexanik energiyasiga qaraganda kichik, ya’ni

$$\left|A^{нпк}/W << 1\right|;$$

b) sistemaga ta’sir etuvchi tashqi potensial kuchlarning beqarorligi tufayli sistema $W_n$ potensial energiyasining o‘zgarishi, uning W mexanik energiyasiga qaraganda kichik, ya’ni

$$\left|\frac{1}{W}\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial W_n}{\partial t}dt\right| << 1,$$

bu yerda $t_2 - t_1$ – ko‘rilayotgan jarayonning davomiyligi.

6. XIX asrning 40-yillarida Yu.Mayer, J.Jaul va G.Gel’mgol’tslar birinchi marta energiyaning o‘zgarish va almashish jarayonlarining hammasi **energiyaning saqlanish va**

**aylanish qonuni** deb ataluvchi qonunga bo‘ysunishini ko‘rsatib berdilar:

**Sistemaning energiyasi bir ko‘rinishdan boshqa ko‘rinishga o‘tishi va sistema qismlari orasida qayta taqsimlanishi mumkin, ammo har qanday jarayonda sistemaning to‘liq energiyasining o‘zgarishi doimo sistemaning bu jarayonda tashqaridan olgan energiyaga teng.**

Tekshirilayotgan sistema bilan tashqi jismlar (tashqi muhit) orasida energiya almashishning sifat jihatdan turlicha bo‘lgan uchta mumkin bo‘lgan usuli mavjud ish bajarish, issiqlik almashish va modda almashish yoki ko‘pincha aytilganidek massa almashish yo‘llari. Bu haqda biz energiyaning saqlanish va aylanish qonunning ifodalanishda iborat bo‘lgan termodinamikaning birinchi qonunida to‘liqroq gapiramiz. Shunga e’tibor berish kerakki, umumiy holda, shartli ravishda sistemaning to‘liq energiyasini turli energiya ko‘rinishlari aniq qiymatlarini yig‘indisi sifatida faqat shartli ravishda qarash mumkin. Mana, masalan, muhitdagi elektromagnit maydon energiyasini sistema ichki energiyasini bir qismi deb hisoblash va mustaqil energiya turiga ajratish mumkin. Jism elastik deformasiya energiyasini sistema potensial energiyasining bir qismi deb hisoblash va uning ichki energiyasining qismi deyish ham mumkin.

Energiyaning saqlanish va aylanish qonuni chuqur falsafiy ma’noga ega. U dialektik materializmning harakat materiyaning ajralmas xususiyati, u yaratilmagan va yo‘qolmaydi faqat bir shakldan boshqa shaklga o‘tishi haqidagi asosiy qoidasini juda yaxshi tasdiqlaydi.

## 5.3-§. Impuls momentining saqlanish qonuni

Yopiq sistema uchun tashqi kuchlarning $\boldsymbol{M}^{\text{tash}}$ momenti doimo nolga teng, chunki unga tashqi kuchlar ta’sir etmaydi. Shuning uchun impuls momentining (4.20) o‘zgarish qonunidan **impuls momentining saqlanish qonuni** deb ataluvchi quyidagi qonun kelib chiqadi:

**qo‘zg‘almas nuqtaga nisbatan yopiq sistemaning impuls momenti vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi**:

$$\frac{dL}{dt} = 0, \quad \vec{L} = const \tag{5.12}$$

Mos holda (4.25) dan *massa markaziga nisbatan yopiq sistemaning impuls momenti vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmasligi* kelib chiqadi:

$$\vec{L}_c = const \tag{5.13}$$

(5.12) dan ko‘rinadiki, ixtiyoriy *a* o‘qqa nisbatan yopiq sistemaning impuls momenti ham o‘zgarmasdan qoladi:

$$L_a = const \qquad (5.12`)$$

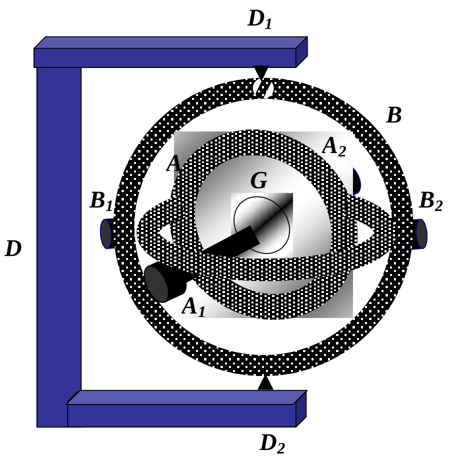
Impuls momentining saqlanish qonuni ham, impuls va energiyaning saqlanish qonuniga o‘xshab, klassik N’yuton mexanikasi chegarasidan tashqarida ham urinli bo‘lgan tabiatning eng fundamental qonunlari jumlasiga kiradi. Impuls momentiga nafaqat harakatlanuvchi makroskopik jism va sistemalar, balki alohida atom, atom yadrolari va elementar zarrachalar ham ega bo‘ladi, holbuki elementar zarrachalar va ulardan tuzilgan sistemalar (masalan, atom yadrosi) bu zarrachalarning fazodagi harakatiga bog‘liq bo‘lmagan, ularning **spini** deb ataluvchi impuls momentiga ega bo‘lishi mumkin.

**2.** Agar sistema yopiq bo‘lmasa, ammo 0 qo‘zg‘almas nuqtaga nisbatan sistemaga ta’sir etuvchi barcha tashqi kuchlarning bosh momenti aynan nolga teng bo‘lsa, (4.20) dan ko‘rinadiki, sistemaning 0 nuqtaga nisbatan impulsi doimiyligicha qoladi:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{tash} = 0, \quad \vec{L} = const \tag{5.14}$$

Bu qonunning to‘g‘riligicha uchta erkinlik darajasiga ega bo‘lgan, muvozanatlashgan goroskop bilan qilingan tajriabada ishonch hosil qilish mumkin.

**Giroskop** deb, aylanish o‘qi fazoda o‘z yo‘nalishini o‘zgartirishi mumkin bo‘lgan tez aylanuvchi simmetrik qattiq jismga aytiladi. Agar giroskop **osilish markazi** deb ataluvchi qandaydir qo‘zg‘almas nuqta atrofida ixtiyoriy burilishni qila oladigan holda mahkamlangan bo‘lsa, u uchta erkinlik darajasiga ega bo‘ladi. Agar giroskopning osilish markazi uning og‘irlik markazi bilan mos tushsa, giroskopning osilish markaziga nisbatan hamma qismlari natijali og‘irlik momenti nolga teng. Bunday giroskop muvozanatlashgan deyiladi. 5.4-rasmda uchta erkinlik darajasiga ega bo‘lgan muvozanat lashgan sodda giroskop ko‘rsatilgan. *G* giroskop A ichki oboymada giroskopning simmetriya o‘qi bilan mos tuShuvchi va og‘irlik markazidan o‘tuvchi $A_1A_2$ o‘q atrofida tez aylanadi. O‘z navbatida *A* obayma tashqi *B* oboymada $A_1$ $A_2$ o‘qqa tik bo‘lgan $B_1B_2$ o‘q atrofida erkin aylanish mumkin. Tashqi *B* oboyma ham $A_1A_2$ va $B_1B_2$ o‘qlariga tik bo‘lgan *D* stoykadagi $D_1D_2$ o‘q atrofida erkin aylanishi mumkin. Uchala o‘q ham giroskopning og‘irlik markazi *C* bilan mos osilish markazida kesishadi. Bunday giroskop bilan qilingan tajribada *D* stoykani har qanday burganda ham giroskopning $A_1A_2$ aylanish o‘qi o‘z yo‘nalishini laboratoriya sanoq sistemasiga nisbatan o‘zgarishsiz saqlashiga oson ishonish mumkin. Bu quyidagicha tushintiriladi. Giroskopning burilishda *D* stoyka orqali unga *C* osilish nuqtasiga nisbatan qo‘yilgan barcha tashqi kuchlarning momenti faqat ishqalanish kuchlarining momentiga teng (og‘irlik kuchining momenti nolga teng, chunki giroskop muvozanatlashgan). Odatda ishqalanish kuch momenti kichik bo‘lgani uchun *D* stoykani burilishi uchun ketgan kichik vaqt oralig‘ida *C* osilish markaziga nisbatan giroskopning impul’c momenti *L* amalda o‘zgarmaydi. Giroskop simmetrik va o‘zining simmetriya o‘qi atrofida aylangani uchun uning impul’c momenti *L* aylanish o‘qi $A_1A_2$ bo‘ylab yo‘nalgan. Shuninguchun *D* stoykaning mumkin bo‘lgan har qanday burilishida giroskopning aylanish o‘qining vaziyati o‘zgarmasdan qolishi kerak.



5.4-rasm

**3.** (4.21) tenglamadan quyidagi **yopiq bo‘lmagan sistemaning aylanish o‘qiga nisbatan impuls momentining saqlanish sharti** kelib chiqadi: *agar biror qo‘zg‘almas o‘qqa nisbaan sistemaga ta’sir etuvchi tashqi kuchlarning momenti aynan nolga teng bo‘lsa, sistemaning bu o‘qqa nisbatan impuls momenti vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi.* Masalan, agar $M_z^{tash} = 0$ bo‘lsa,

$$L_z = const \tag{5.15}$$

bo‘ladi.

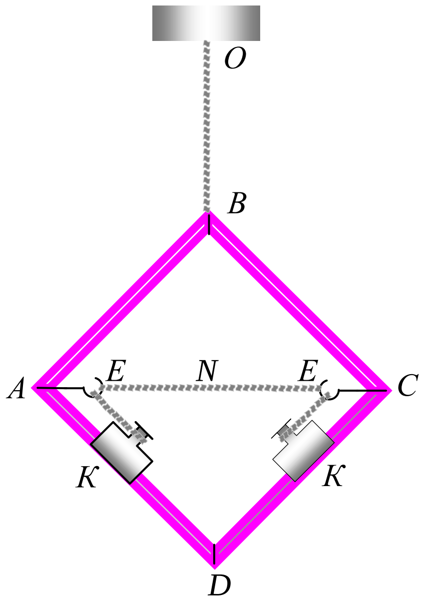
Xususan, qo‘zg‘almas *0Z* o‘q atrofida aylanuvchi jism uchun agar $M_z^{tash} \equiv 0$ bo‘lsa,

$$L_z = J\omega_z = const \qquad (5.15`)$$

bo‘ladi. Bu yerda J-jismning *0Z* o‘qqa nisbatan inersiya momenti.

**4.** Bu qonunning to‘g‘riligini bir qator tajribalarda namoyish qilish mumkin.

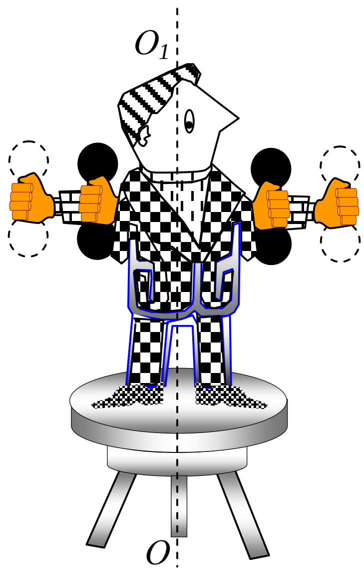
***Tajriba***. 5.5-rasmda ingichka sterjendan tayyorlangan *AVSD* kvadrat ramka tasvirlangan. *AD* va SD sterjenlarga unda erkin silijishi mumkin bo‘lgan bir xil silindrik *K* yuklar biriktirilgan. Ramkadagi yuklar Ye ilmoqlar orqali o‘tkazilgan iplar yordamida yuqori holatda ushlab turiladi. Ramka noelastik *0V* ipga osilgan. Agar ramkani *0V* vertikal o‘q atrofida ω burchakli tezlik bilan aylantirsak, so‘ngra *N* ipni yoqib yuborsak, *K* yuklar *AD* va *SD* sterjenlar bo‘yicha aylanish o‘qiga yaqinlashib tushadi, ramkaning burchakli tezligi esa sezilarli ortadi ($\omega_2>\omega_1$). Bu shu bilan bog‘liqki, *0V* qo‘zg‘almas o‘qqa nisbatan ramkaga va yuklarga qo‘yilgan tashqi kuchlarning – *0V* ipning reaksiya va og‘irlik kuchining momenti nolga teng. Shuning uchun *0V* o‘qqa nisbatan ramkaning yuklar bilan inersiya momentini ramkaning burchakli tezligiga ko‘paytmasi ipni yoqquncha va yoqandan keyin o‘zgarmasdan qolishi kerak: $J_1\omega_1= J_2\omega_2$, chunki $J_1> J_2$ bo‘lsa, $\omega_2>\omega_1$ bo‘ladi.




5.5-rasm

Shunga o‘xshash hodisa **Jukovskiy skameykasi** bilan o‘tkazilgan tajribada ham kuzatiladi.

***Tajriba.*** Jukovskiy skameykasi vertikal $00_1$ qo‘zg‘almas o‘q atrofida erkin ishqalanishsiz aylanuvchi doira shaklidagi gorizontal maydonchadan iborat (skameykada turgan odam (5.6-rasm)yozilgan qo‘llarida gimnastika gantelini ushlagan holda skameyka bilan birga $00_1$ o‘q atrofida aylanadi. Odam gantellarni ko‘kragiga tortib, sistemaning inersiya momentini kamaytiradi va bunda sistemaning aylanish burchakli tezligi ortadi. Tashqi kuchlarning (og‘irlik kuchi va skameyka podshipniklarining reaksiya kuchi) momentlari nol bo‘lgani sababli ko‘rilayotgan jarayonda $00_1$ o‘qqa nisbatan sistemaning impuls momenti o‘zgarmaydi, ya’ni




5.6-rasm

$$\left(J_0+2mr_1^2\right)\omega_1=\left(J_0+2mr_2^2\right)\omega_2, \tag{5.16}$$


5.7-rasm

bu yerda $J_0$ – odam va skameykaning inersiya momenti (odam q’o‘lining holatini o‘zgartirganda odamning inersiya momentining o‘zgarishini biz hisobga olmadik); $2mr_1^2$ va $2mr_2^2$ – gantellarning birinchi va ikkinchi holatlarda $00_1$ o‘qqa nisbatan inersiya momentlari $r_1$ va $r_2$ – gatellardan o‘qqacha bo‘lgan masofalar; $\omega_1$ va $\omega_2$ – sistemaning aylanish burchakli tezliklari. Bu jarayonda sistemaning kinetik energiyasi ham o‘zgaradi:

$$\Delta W_k=W_{k2}-W_{k1}=1/2\left[\left(J_0+2mr_2^2\right)\omega_2^2-\left(J_0+2mr_1^2\right)\omega_1^2\right],$$

(5.16) dagi $\omega_2$ ning qiymatidan foydalanib va murakkab bo‘lmagan almashtirishlarni bajarib,

$$\Delta W_k=\frac{J_0+2mr_1^2}{J_0+2mr_2^2}m\left(r_1^2-r_2^2\right)\omega_1^2>0 \tag{5.17}$$

bo‘lishini topamiz.

Sistemaning kinetik energiyasi odam gantelni siljitganda bajargan ish hisobiga ortadi.

Odamning inersiya momentini o‘zgartirish yo‘li bilan uning aylanish burchakli tezligini o‘zgartirishdan baletda, akrobatikada va figurali uchishda keng foydalaniladi.

**5.** Jukovskiy skameykasi bilan yana bir tajribani ko‘ramiz.

***Tajriba.*** Odam qo‘zg‘almas skameykada massiv g‘ildirakning o‘qini shunday ushlaganki, uning o‘qi skameyka 0Z aylanish o‘qining davomidan iborat (5.7-rasm).

Dastlab g‘ildirak aylanmasdan turadi, so‘ngra odam uni $\omega_1$ burchakli tezlikkacha aylantiradi. Bunda odam o‘zi skameyka bilan birga teskari yo‘nalishda $\omega_2$ burchakli tezlik bilan aylana boshlaydi. Bu tajriba sistemaning 0Z qo‘zg‘almas o‘qqa nisbatan impuls momentining saqlanish qonuniga to‘liq mos keladi:

$$\omega_2 = -J_1/J_2\,\omega_1,$$

bu yerda $J_1$ va $J_2$ – g‘ildirak va odam bilan skameykaning inersiya momentlari.

### 5.4-§. Markaziy kuchlar maydonidagi harakat

**1.** 3.3-§ da markaziy kuchlar maydoni potensial maydon ekani ko‘rsatilgan. Bu maydondagi moddiy nuqtaning potensial energiyasi uchun (3.24) ifoda olingan edi. Endi markaziy kuchlar maydonidagi moddiy nuqtaning harakat xususiyatlarini va xususan Quyosh sistemasi sayyoralarlarning Quyosh atrofidagi orbitalar bo‘ylab qiladigan harakat qonuniyatlarini tushintiramiz. Maydondagi nuqtaga

$$\vec{F} = F_r(r)\,\vec{r}/r$$

markaziy kuch (3.23) ta’sir etadi, bu yerda r – moddiy nuqtaning radius-vektori yubo‘lib, u kuch markazi bilan mos tuShuvchi 0 koordinata boshidan o‘tkaziladi.

Markaziy $\vec{F}$ kuchning *O* kuchlar markaziga nisbatan $\vec{M}$ momenti aynan nolga teng:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] = \frac{F_r(r)}{r}[\vec{r}\,\vec{r}\,] = 0$$

Demak, (5.14) ga binoan, kuch markaziga nisbatan moddiy nuqtaning impuls momenti uning harakat davomida o‘zgarmaydi:

$$\vec{L} = [\vec{r}m\vec{\upsilon}] = const\,,$$

bu yerda m va **v** – moddiy nuqtaning massa va tezligi. **L** vektori **r** va **v** vektorlar tekisligiga doimo ortogonal. Shuning uchun **L** vektori yo‘nalishini doimiyligi moddiy nuqtaning markaziy kuchlar maydrondagi harakati yassi ekanidan dalolat beradi. Nuqtaning tezligini radial va transversal tashkil etuvcxilarga ajratish mumkin, shu bilan birga (1.14) va (1.15) dan ko‘rinadiki,

$$\vec{L} = m[\vec{r}\vec{V}_r] + m[\vec{r}\vec{V}_\varphi] = m[\vec{r}\vec{V}_\varphi],$$

$$L = mr\upsilon_\varphi] = mr^2\frac{d\varphi}{dt} = 2m\sigma\,. \tag{5.19}$$

bo‘ladi. Bu yerda r va φ - nuqtaning qutb koordinatlari (1.4-rasmga qarang); σ-uning sektorial tezligi. Demak,

$$\sigma = L/2m = const \tag{5.20}$$

Bundan quyidagi qonun kelib chiqadi:

m**oddiy nuqtani markaziy kuchlar maydonidagi harakatida uning sektorial tezligi doimiyligicha qoladi.**

Bu qonun birinchi marta I.Kepler (1609) tomonidan sayyoralarini Quyoshning markaziy tortishish maydonidagi harakatiga muvofiq ravishda aniqlandi. Uni **Keplerning ikkinchi qonuni** deyiladi.

**2.** Markaziy kuchlar maydonida harakatlanuvchi moddiy nuqta konservativ sistemani tashkil etadi, chunki bu tashqi maydon potensial va statsionar maydondir. Shuning uchun moddiy nuqta harakatida nafaqat uning impuls momenti, balki nuqtaning mexanik energiyasi ham saqlanadi:

$$W = W_k + W_n = const \tag{5.21}$$

Moddiy nuqtaning kinetik energiyasini (1.13), (1.14) va (5.19) munosabatlarga asoslanib quyidagi ko‘rinishda ko‘rsatish mumkin:

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\upsilon_r^2 + \upsilon_\varphi^2\right) = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(\frac{L}{mr}\right)^2\right].$$

$W_k$ ning bu ifodasini (5.21) ga qo‘yib, uni $\frac{dr}{dt}$ ga nisbatan yechib,

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}(W - W_n) - \left(\frac{L}{mr}\right)^2}$$

natijani olamiz. (5.19) dan

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{L}{mr^2}$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Shunday qilib,

$$d\varphi = \frac{L/r^2}{\sqrt{2m(W - W_n) - (L/r)^2}}dr$$
$$\varphi = -\int \frac{d(L/r)}{\sqrt{2m(W - W_n) - (L/r)^2}} \tag{5.22}$$

bo‘ladi.

**3.** Bu integralni topish uchun $W_n$ potensial energiya bilan r orasidagi bog‘lanishning aniq ko‘rinishini bilish zarur. Biz oldin 3.3-§ da ko‘rsatganimizdek, moddiy nuqta uchun (3.25) va (3.26) munosabatlar o‘rinli bo‘lgan markaziy maydondagi harakat katta amaliy ahamiyatga ega:

$$F_r = \beta / r^2; \quad \text{va} \quad W_n = \beta / r$$

bu yerda $\beta = const$.

$W_n$ ning bu ifodasini (5.22) ga qo‘yamiz:

$$\varphi = -\int \frac{d(L/r)}{\sqrt{2mW - 2m\beta/r - (L/r)^2}} = -\int \frac{d(L/r + m\beta/L)}{\sqrt{\left[2mW + (m\beta/L)^2\right] - \left[L/r + m\beta/L\right]^2}}$$

Agar

$$\frac{L}{r} + \frac{m\beta}{L} = \eta, \qquad 2mW + \left(\frac{m\beta}{L}\right)^2 = a^2,$$

belgilashlarni kiritsak, oxirgi integral jadvaldagidek ko‘rinishni oladi:

$$\varphi = -\int \frac{d\eta}{\sqrt{a^2 - \eta^2}} = arc\cos\frac{\eta}{a} + \varphi_0, \tag{5.22`}$$

bu yerda $\varphi_0$ – integrallash doimiysini hisob boshi sifatida, burchakni $\varphi$=0 qilib olib, $\eta$=*a* bo‘lganda uni nolga aylantirish mumkin. $\eta$ va *a* ning ifodalarini (5.22`) ga qo‘yib, moddiy nuqtaning traektoriya tenglamasini olamiz:

$$\varphi = \arccos\frac{L/r + m\beta/L}{\sqrt{2mW + (m\beta/L)^2}}$$

yoki

$$r = \frac{L}{-m\beta/L + \cos\varphi\sqrt{2mW + (m\beta/L)^2}}. \tag{5.23}$$

**4.** Agar moddiy nuqta, masalan, Quyoshning markaziy tortishish maydonidagi sayyoralar kabi kuchlar markaziga tortilsa, $\beta$<0 bo‘ladi va nuqta traektoriya formulasini

$$r = \frac{P}{1 + e\cos\varphi} \tag{5.24}$$

ko‘rinishda yozish mumkin, bu yerda

$$p = \frac{L^2}{m|\beta|}, \qquad e = \sqrt{\frac{2WL^2}{m\beta^2} + 1}. \tag{5.25}$$

Moddiy nuqtaning traektoriyasi ikkinchi tartibli egri chiziqni ifodalaydi, bunda *R*- egri chiziqning fokal’ parametri, *ye* – ekssentrisiteti. Moddiy nuqta traektoriyasining quyidagi turlari bo‘lishi mumkin:
a) W<0 bo‘lganda elliptik orbita (e<1);

b) W=0 bo‘lganda parabolik orbita (e=1);
v) W>0 bo‘lganda giperbolik orbita (e>1);
g) L=0 holda kuchlar markazidan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqli traektoriya (R=0, ye=1).

Birinchi uch holda kuch markazi orbita fokuslaridan biri bilan mos tushadi. Quyoshning tortishish maydonida harakatlanuvchi sayyoralar uchun W<0. Shuning uchun ularga **Keplerning birinchi qonuni** o‘rinli:

**Quyosh sistemasidagi barcha sayyoralar bir fokusida Quyosh joylashgan elliptik orbitalar bo‘yicha harakatlanadi.**

Keplerning ikkinchi qonuniga muvofiq har bir sayyoraning sektorial tezligi σ o‘zgarmas. Demak, sayyoraning orbitada aylanish davri, orbitasi bilan chegaralangan yuzani, uning σ sektorial tezligi nisbatiga teng: T=S/σ. Ellipsning yuzasi S=π*a*b, bu yerda *a* va b – uning katta va kichik yarim o‘qlari. Bunda

$$b = a\sqrt{1-e^2}, \quad P = a(1-e^2)$$

ekanini, hamda (5.20) munosabatdan foydalanib,

$$T^2 = \frac{\pi^2 P}{L^2/(4m^2)} a^3$$

natijani olamiz.

(5.25) formulaga ko‘ra $P = L^2/(m\,|\,\beta\,|)$, bu yerda |β|=GmM, M – Quyosh massasi bo‘lgani uchun

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \qquad (5.26)$$

formula kelib chiqadi.

(5.26) tenglama **Keplerning uchinchi qonunini** ifodalaydi:

**Sayyoralarning Quyosh atrofida aylanish davrlarining kvadratlari, ular orbitasi katta yarim o‘qlari kublariga to‘g‘ri proporsional.**

**5.** Moddiy nuqtaning kuchlar markazidan itarilish holida (masalan, q, nuqtaviy elektr zaryadini u bilan bir xil ishorali $q_2$ qo‘zg‘almas zaryad maydonidagi harakatida) β>0 bo‘ladi. Moddiy nuqtaning traektoriya tenglamasi (5.23) ham ikkinchi tartibli egri chiziq tenglamasidan iborat:

$$r = \frac{p}{-1 + e\cos\varphi}, \qquad (5.27)$$

bu yerda r va ye (5.25) formula bilan aniqlanadi. Moddiy nuqtaning to‘liq energiyasi $W=(W_k+W_n)>0$, chunki $W_n>0$. Shuning uchun ye>1 bo‘ladi va moddiy nuqta itaruvchi markaziy kuchlar maydonida yo giperbolik orbita bo‘ylab, yoki (L=0 bo‘lganda) kuchlar markazidan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakatlanadi.

**6.** Piravordida markaziy kuchlar qonuni (3.31) bo‘yicha o‘zaro ta’sirlaShuvchi ikki zarrachadan tashkil topgan yopiq sistemaning harakati haqidagi masalani ko‘ramiz. Agar sanoq sistemasi sifatida laboratoriya sistemasini emas, massa markazi sistemasini tanlasak, uning yeichimi sezilarli ravishda soddalashadi. 2.6-§. da yopiq mexanik sistemaning massa markazi sistemasini inersial ekanligi ko‘rsatilgan. Shuning uchun ikkala zarrachaning harakatini massa markazi sistemasida ifodalash uchun N’yutonning ikkinchi qonunidan foydalanish mumkin:

$$m_1 \frac{d^2\vec{r}_1^{\,*}}{dt^2} = \vec{F}_{12}, \qquad m_2 \frac{d^2\vec{r}_2^{\,*}}{dt^2} = \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{12}, \qquad (5.28)$$

bu yerda $m_1$ va $m_2$ – zarralar massalari, $\vec{r}_1^{\,*}$ va $\vec{r}_2^{\,*}$ - massa markazi sistemasidagi radius – vektorlar. Bu sanoq sistemada massa markazining radius – vektori nolga teng bo‘lgani uchun

$$\vec{r}_C^{\,*} = \frac{m_1\vec{r}_1^{\,*} + m_2\vec{r}_2^{\,*}}{m_1 + m_2} = 0$$

yoki $$m_1\vec{r}_1^{\,*} + m_2\vec{r}_2^{\,*} = 0\ . \qquad (5.29)$$

Bu munosabatdan foydalanib $\vec{r}_1^{\,*}$ va $\vec{r}_2^{\,*}$ larni birinchi va ikkinchi zarrachalarni birlashtiruvchi $\vec{\rho} = \vec{r}_2^{\,*} - \vec{r}_1^{\,*}$ vektor orqali ifodalaymiz:

$$\vec{r}_1^* = -\frac{m_2\vec{\rho}}{m_1 + m_2}, \qquad \vec{r}_2^* = -\frac{m_1\vec{\rho}}{m_1 + m_2} \tag{5.30}$$

Demak, bu masalani yechish uchun faqat bitta vektor $\vec{\rho}$ ni vaqtga bog‘lanishini topish yetarli. (5.28) va (5.30) dan

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\frac{d^2\vec{\rho}}{dt^2} = \vec{F}_{21}$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Oxiri, agar bu ifodaga (3.31) ifodani qo‘yib, so‘ngi formulani olamiz:

$$m\frac{d^2\vec{\rho}}{dt^2} = F_\rho(\rho)\frac{\bar{\rho}}{\rho} \quad , \tag{5.31}$$

bu yerda

$$m = m_1 m_2/(m_1 + m_2) \tag{5.32}$$

- **sistemaning keltirilgan massasi.**

(5.31) tenglama m massali moddiy nuqtaning markaziy kuchlar maydonidagi harakatini ifodalaydi. Shunday qilib, markaziy kuchlar qonuni bo‘yicha o‘zaro ta’sirlashuvchi ikki zarrachaning harakati (to‘qnashishi) haqidagi masala biz oldin ko‘rib o‘tgan moddiy nuqtaning harakati haqidagi masalaga kelishi mumkin.

## 5.5-§. Kosmik tezliklar va kosmik uchishlar muammosi

Sovet Ittifoqidan 4 oktyabr 1957 yilda insoniyat tarixida birinchi marta uchirilgan yerning birinchi sun’iy yo‘ldoshi va 12 aprel 1961 yilda «Vostok» yo‘ldosh-kemada jahonda birinchi kosmonavt Yu.A.Gagarinning kosmosga uchishi, insoniyat tomonidan kosmosni o‘zlashtirishni boshlab bergan sovet fani va texnikasining ulkan yutig‘i bo‘ldi. Keyingi yillarda avtomatik va boshqariluvchi kosmik uchuvchi apparatlar vositasida kosmosni o‘rganish va o‘zlashtirish favqulotda tez sur’atlarda rivojlandi. Bu borada 1969 yil, iyulda Amerikaning boshqariluvchi «Apollon-11» kemasi yordamida birinchi marta ikki kosmonavt – N. Armstron va E. Oldirinlarni Oyning sirtiga tushirilishi, 1970 yilda esa «Luna-16» sovet avtomatik stansiyasining Oyga yumshoq qo‘nishni amalga oshirganini, oy jinsdan namunalar olib, uni yerga olib kelganini aytishning o‘zi kifoya. Hozirgi vaqtda matbuotdagi sayyoralararo turli avtomatik stansiyalar («Luna», «Venera», «Mars» va boshqalar) yordamida Quyosh sistemasi sayyoralarini taqiq qilayotgani haqidagi xabarlar odatdagi hol bo‘lib qoldi. Yerning sun’iy yo‘ldoshlaridan (YeSY), odam yashaydigan statsionar va avtomatik orbital’ stansiyalardan uzoq radio va televizion aloqalarda, meteriologik taqiqotlarda, Yerning tabiiy boyliklarini o‘rganishda, vaznsizlik va o‘ta yuqori vakuum sharoitida o‘tuvchi turli fizik-kimyoviy jarayonlar xususiyatlarini o‘rganishda, hamda tibbiy-biologik va boshqa taqiqotlar o‘tkazishda muvoffaqiyat bilan foydanilmoqda. Maxsus jihozlangan YesI laridan halokatga uchragan kemalarni topish va ular haqida xabar berish uchun foydanilmoqda.

**2.** Kosmik tadqiqotlarni amalga oshirish va kosmosga avtomatik va boshqariluvchi kosmik apparatlarning uchishini o‘tkazish juda keng murakkab ilmiy va texnik masalalar kompleksini yechish bilan bog‘liq. Bu masalalar na faqat mexanika doirasidan, balki butun fizika doirasidan ham chetga chiqadi. Shuning uchun biz bundan keyin faqat kosmik uchishlar muammolari bilan bog‘liq bo‘lgan sodda masalalarni ko‘rish bilan chegaralanamiz.

*Birinchi kosmik tezlik deb, jism Yerning sun‘iy yo‘ldoshi bo‘lib qolishi uchun unga* *berilishi kerak bo'lgan eng kichik $\upsilon_1$ tezlikka aytiladi.*

Bunda $\upsilon_1$ tezlikni **aylanma tezlik** ham deyiladi, chunki u atmosferaning qarsxiligi bo'lmagan taqdirda faqat birgina yerning tortishish kuchi ta'sirida yerning atrofida aylana shaklidagi orbita bo'ylab aylanuvchi sun'iy yo'ldoshning tezligiga teng. Agar m-jism massasi, r-orbita radiusi, $M_{Er}$ – Yer massasi bo'lsa, Nyutonning II-qonuni bo'yicha

$$\frac{m\upsilon_1^2}{r} = G\frac{mM_{Yer}}{r^2} \qquad \text{va} \qquad \upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_{Yer}}{r}} \tag{5.33}$$

bo'ladi. Yer sirtida $\upsilon_1$ =7,9 km/s.

*Jism qandaydir boshqa qo'shimcha kuchlarning ta'sirisiz Yerning tortishish kuchini yengib, Quyoshning sun'iy yo'ldoshiga aylanishi uchun unga berilishi kerak bo'lgan eng kichik $\upsilon_2$ tezlikka ikkinchi kosmik tezlik deyiladi.*

Bu tezlik **parabolik tezlik** ham deb ataladi, chunki u Yerning tortishish maydonidagi (atmosfera qarsxiligi bo'lmagan holdagi) jismning parabolik trektoriyasiga mos keladi. Jism Yerning tortishish maydonida harakatlanganda uning mexanik energiyasi o'zgarmasligidan kelib chiqib $\upsilon_2$ tezlikni topamiz: $W_k + W_n = W$=const. Agar potensial energiya uchun (3.28) formuladan foydalanilsa va jism boshlang'ich tezligi $\upsilon_2$ ga teng bo'lgan boshlang'ich qiymatida Yerdan juda uzoqda bo'lgan jismning kinetik energiyasi, hamda potensial energiyasi ham nolga aylanishini hisobga olinsa, $W=W_k + W_n =0$ bo'ladi. Demak,

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} - G\frac{mM_{Yer}}{r} = 0\ ,$$

Bu yerda r – yerning markazdan $\upsilon_2$ tezlik bilan jism ko'tarilgan joygacha bo'lgan masofa. Shunday qilib, ikkinchi kosmik tezlik, birinchi kosmik tezlikdan $\sqrt{2}$ marta katta:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2GM_{Yer}}{r}} = \sqrt{2}\upsilon_1 \tag{5.34}$$

Yerning sirtidan ko'tarilishda $\upsilon_2$ =11,2 km/s bo'ladi.

*Jism Quyosh sistemasi chegarasidan uzoqlasha olishi uchun nafaqat yerning, balki Quyoshning ham tortishish kuchini yengish uchun unga berilishi kerak bo'lgan eng kichik $\upsilon_3$ tezlikka, uchinchi kosmik tezlik deyiladi.*

Bu $\upsilon_3$ tezlikning qiymati, Yerning Quyosh atrofidagi orbital tezligi $\mathbf{v}_{orb}$ yo'nalishiga nisbatan jism qanday yo'nalishda uchirilishiga, sezilarli holda bog'liq. Agar $\mathbf{v}_3$ vektor $\mathbf{v}_{orb}$ yo'nalishi bilan mos tushsa, $\mathbf{v}_3$ minimal va 16,7 km/ga teng. Bunda jism Yer orbitasiga urinuvchi parabola bo'yicha Quyosh sistemasidan chiqib ketadi.

**3.** Yerning sun'iy yo'ldoshlarini va kosmik kemalarni uchirish uchun **eltuvchi-raketalar** qo'llaniladi. Ko'taruvchi-raketa bortida suyuq yoqilg'ili raketa dvigatelini ishlashi uchun zarur bo'lgan yoqilg'i va oksidlovchi joylashadi.

Ular startdagi raketa $m_0$ massasining asosiy qismini tashkil qiladi. Dvigatel ishlagani sari raketa massasi kamayadi. Dvigatelning ishlash jarayonida raketa olishi mumkin bo'lgan eng katta tezlik, xarakterlik (2.29) tezlikdan kichik. Lekin bu formulani tahlili qator muhim xulosalar chiqarishga imkon beradi. Raketaning xarakterli tezligini oshirish uchun yonish mahsulotlarini nisbiy chiqish tezligi uni va yoqilg'i va oksidlovchining $m_{yo}/m_e$ nisbiy massasini oshirish zarur. Suyuq yoqilg'ida ishlovchi reaktiv dvigatellar uchun uning maksimal qiymati, bu yoqilg'ilarning xossalari bilan chegaralanadi va hozirgi vaqtda 5 km/s dan ortiq emas. $m_{yo}/m_0$ nisbat quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\frac{m_{yo}}{m_0}=\left(1-\frac{m_K}{m_0}-\frac{m_f}{m_0}\right)\prec 1-\frac{m_K}{m_0}\ ,$$

bu yerda $m_k$ – raketa konstruksiyasi va dvigatelining massasi; $m_f$ – foydali yukning (sun’iy yo‘ldosh yoki kosmik kemaning) massasi. Konstruksiyaning $m_K/m_0$ nisbiy massasini kamaytirish materiallarning bikrligi va zichligi bilan chegaralanadi. Shuning uchun, hisoblashlarning ko‘rsatishicha, texnikaning hozirgi rivojlanish darajasi raketa tezligini hatto birinchi kosmik tezlikka ham yetkaza olmaydi.

Bu qiyincxilikning yengish yo‘lini K.E. Sialkovskiy ko‘rsatdi, u sayyoralararo aloqaning mumkinligini ilmiy asoslab berdi. Kosmik tezlikka erishish uchun Sialkovskiy odatdagi (bir bosqichli) raketadan emas, balki **murakkab** (**ko‘p bosqichli**) raketadan foydalanishni taklif qildi. Ko‘p bosqichli raketa, bir-biri bilan birlashtirilgan bir necha raketalardan tashkil topgan va ularning har biri o‘zining dvigateliga ega va o‘zida yoqilg‘i va oksidlovchi zaxirasini olib uchadi. Start vaqtida raketalar to‘plamining birinchi bosqichi deb ataluvchi bu raketalardan birining dvigateli ishga tushiriladi. Birinchi bosqichda mavjud bo‘lgan yoqilg‘i to‘liq yonib bo‘lgandan keyin, ikkinchi bosqich dvigatelini avtomatik ishga tushishi va birinchi bosqichni raketalar to‘plamidan ajralishi sodir bo‘ladi. Ikkinchi bosqichdagi yoqilg‘i yonib bo‘lgandan keyin, u ham ajraladi va uchinchi bosqichning dvigateli ishlay boshlaydi. O‘zida foydali yuk olib ketayotgan raketalar to‘plamining oxirgi bosqichigacha shunday davom etadi.

Ko‘p bosqichli raketada bir xil start massali, o‘shanday yoqilg‘i va oksidlovchi zaxiraga ega bo‘lgan bir bosqichli raketaga qaraganda xarakterli tezlikning ortishi, yoqilg‘i yongan sari konstruksiya massasining kamayishi bilan bog‘liq.

**4.** Hozirgi vaqtda yoqilg‘ining kimyoviy energiyasidan foydalanib ishlovchi suyuqlikli reaktiv dvigatellardan prinspial farq qiluvchi yangi turdagi raketa dvigatellari yaratish ustida jadal ishlar olib borilmoqda. **Yadroviy raketa dvigatellari** loyihasida ishchi modda yadro reaktorida qizdiriladi va keyin soplodan oqib chiqadi. Shunday usul bilan oqib chiqish tezligi uni birmuncha oshirish ko‘zlanmoqda. U tezlikni yanada ko‘proq oshirish **ionli raketa dvigatelida** amalga oshirish mo‘ljallanmoqda. Bunday dvigatellarda reaktiv tortish kuchi elektr maydonida sekundiga yuzlab, hatto ming kilometrgacha tezlatilgan zaryadli zarrachalar – ionlarning otilib chiqishi tufayli hosil bo‘ladi. Ammo ionli dvigatellarda $F_R=u\,|dm|/dt$ tortish kuchini katta bo‘lishi mumkin emas, chunki dvigatelda hosil bo‘layotgan va undan 1 s da otilib chiqayotgan hamma ionlarining massasiga son jihatdan teng bo‘lgan sekundli massa sarfi $dm/dt|$ juda kichik.

Raketa Yerdan ko‘tarilishi uchun tortish kuchi raketaning startdagi og‘irligidan katta bo‘lgan dvigatel’ talab qilinadi. Shuning uchun ionli dvigatel’ raketaning Yerdan startini amalga oshirish uchun yaroqsiz. Lekin uni, osmon jismlaridan uzoq bo‘lgan kosmik fazoda, ya’ni bu jismlarning natijali tortish kuchi kichik bo‘lganda, raketaga tezlanish berish va ularning uchishdagi harakatini boshqarish uchun muvaffaqiyat bilan qo‘llash mumkin. Ionli dvigatel’ ishlagandagi uncha katta bo‘lmagan massa sarfi, suyuq yoqilg‘ili reaktiv dvigatellarga qaraganda foydali yukning massasini va uning ishlash vaqtini oshirish imkonini beradi.

Nazariy jihatdan **foton raketa dvigatelini** eng mukammal deb hisoblash mumkin. Bu dvigatelning tortish kuchi elektromagnit nurlanishni, ya’ni mumkin bo‘lgan maksimal tezligi yorug‘likning vakuumdagi tezligiga yetadigan fotonlarning nurlanishidagi tepki hisobiga hosil bo‘ladi. Ammo bunday tipdagi raketa dvigatellarini yaratilishi uncha yaqin bo‘lmagan kelajakning ishiga o‘xshaydi. Tortish kuchi kichikligi sababli foton dvigatellar kelajakda juda kuchsiz gravitatsion maydonlardagi uzoq kosmik uchishlarda o‘z qo‘llanilishini topishi mumkin.

## 5.6 -§. Fazo va vaqt simmetriya xossalari bilan saqlanish qonunlari orasidagi bog‘lanish

**1.** Yuqorida keltirilgan impuls va impuls momentining saqlanish qonunlarini (5.1-§ ga qarang) keltirib chiqarishda biz N’yutonning ikkinchi, hamda uchinchi qonunlaridan foydalanib olingan impuls (2.20) va impuls momentining (4.20) o‘zgarish qonunlariga asoslandik. N’yutonning uchinchi qonuniga asosan biz ichki kuchlarning yig‘indisini va bu kuchlar momentlarining yig‘indisini ham nolga teng deb hisobladik. Lekin bu munosabatlarni N’yuton qonunlariga murojaat qilmasdan, fazoning bir jinslilik va izotroplik xossalariga asoslanib ham olish mumkinligi ma’lum bo‘ldi. Boshqacha aytganda, impuls va impuls momentining saqlanish qonunlarini faqat birgina dinamikaning asosiy qonuniga (N’yutonning ikkinchi qonuni) va ko‘rsatib o‘tilgan fazoning simmetriya xossasiga tayanib keltirib chiqarish mumkin. Impulsning saqlanish qonuni fazoning bir jinsliligi bilan, impulsning momentini saqlanish qonuni esa fazoning izotropligi bilan bog‘liqligi haqidagi fikrni xuddi shunday ma’noda tushunish kerak.

**2. Fazoning bir jinsliligi**, harakat qonunlarini va yopiq sistema fizik xossalarini inersial sanoq sistemasi koordinata boshining tanlanishiga bog‘liq emasligida namoyon bo‘ladi. Boshqacha aytganda agar yopiq sistemani fazoda butun holicha parallel ko‘chirish yo‘li bilan qayta qo‘yilsa, ya’ni sistemaning qismlarining o‘zaro joylashishi va sharoiti ko‘chirilguncha qanday bo‘lsa to‘liq o‘shanday saqlansa, harakat qonunlari va sistemaning fizik xossalari o‘zgarmaydi. Xususan, sistemani butun holicha ixtiyoriy kichik dr masofaga siljitganda sistemadagi barcha kuchlarning ishi δA nolga teng bo‘lishi kerak. Yopiq sistemada faqat ichki kuchlar ta’sir etgani uchun

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik}d\vec{r}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik}d\vec{r} = 0\,.$$

Madomiki, dr $\neq$ 0 ekan, hamma ichki kuchlarning yig‘indisi nolga teng bo‘lishi kerak:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik} = 0$$

Bu munosabatdan va N’yutonning ikkinchi qonunidan olingan (2.15) tenglamadan yopiq sistema impulsining saqlanish qonuni kelib chiqadi.

**3. Fazoning izotropligi**, yopiq sistemaning fazoda butun holicha ixtiyoriy burchakka burganda uning harakat qonunlarini va fizik xossalarini o‘zgarmasligida, ya’ni inersial sanoq sistemasi koordinata o‘qlari yo‘nalishlarini tanlashga bog‘liq emasligida namoyon bo‘ladi. Xususan, yopiq sistema to‘liq holicha qo‘zg‘almas 0 nuqta – koordinata boshi atrofida ixtiyoriy kichik dφ burchakka burilganda sistemada ta’sir etuvchi hamma kuchlarning ishi nolga teng bo‘lishi kerak. agar $\boldsymbol{M}_{ik} = [\boldsymbol{r}_i\ \boldsymbol{F}_{ik}]$ – $\boldsymbol{F}$ kuchning 0 nuqtaga nisbatan momenti, $r_i$ – esa 0 nuqtadan sistemaning i-nchi nuqtasiga o‘tkazilgan radius-vektor bo‘lsa, (4.39) ga binoan

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{n}\vec{M}_{ik}d\vec{\varphi}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{M}_{ik}d\vec{\varphi} = 0$$

bo‘ladi. Madomiki $d\vec{\varphi} \neq 0$ ekan, 0 nuqtaga nisbatan hamma ichki kuchlar momentlarining yig‘indisi ham nol bo‘lishi kerak:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\vec{M}_{ik} = \sum_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i \sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik}\right] = 0$$

Bu munosabatdan va N’yutonning ikkinchi qonuniga asoslanib olingan (4.18) tenglamadan yopiq stistema impuls momentining saqlanish qonuni kelib chiqadi.

**4.** Mexanik energiyaning saqlanish qonuni vaqtning bir jinsliligi bilan bog‘liq ekanini ko‘rsatamiz. **Vaqtning bir jinsliligi** shunda namoyon bo‘ladiki, yopiq sistemaning harakat qonunlari vaqtning sanoq boshini tanlanishiga bog‘liq emas: agar vaqtning ixtiyoriy ikki momentida yopiq sistemani mutlaqo bir xil sharoitga qo‘yilsa, shu vaqt momentlaridan boshlab sistemadagi barcha jarayonlar mutlaqo bir xil o‘tadi. Vaqtning bir jinsliligidan yopiq sistemaning potensial energiyasi vaqtga oshkora bog‘liq bo‘laolmasligi kelib chiqadi, ya’ni sistema konfiguratsiyasi o‘zgarmas bo‘lgan sharoitda u vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi:

$$\partial W_n / \partial t = 0\,.$$

Shuning uchun, agar sistemada nopotensial kuchlar ta’sir etmasa yoki bu kuchlar ish bajarmasa ($\delta A^{nnk}=0$), N’yutonning ikkinchi qonunidan kelib chiquvchi (3.37) tenglamaga binoan, bunday yopiq sistemaning (yopiq konservativ sistema) mexanik energiyasi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi. Bu xulosani tashqi statsionar potensial maydonda joylashgan sistemaga oson qo‘llash mumkin, chunki bu holda vaqtning bir jinsliligidan (5.35) shartning to‘g‘riligi kelib chiqadi.

**5.** Pirovordida vaqtning o‘tish yo‘nalishi – uning ortib yoki kamayib borishiga nisbatan klassik mexanika simmetriyasi haqida gapirish kerak. Bu mexanika qonunlari t o‘zgaruvchini, - t ga almashtirishga nisbatan invariantligidan rasman kelib chiqadi.

Aslida N’yuton mexanikasining hamma tenglamalari N’yutonning ikkinchi qonuni asosida (2.6) kelib chiqadi:

$$d\vec{p}/dt = \vec{F}\,.$$

Agar $t$ ni $t' = -t$ ga, $\boldsymbol{p}'$ ni $\boldsymbol{p}' = -\boldsymbol{p}$ ga, ya’ni vaqt o‘tish yo‘nalishini, hamda moddiy nuqta harakat yo‘nalishini teskari yo‘nalishiga o‘zgartirsak, bu tenglama o‘zining ko‘rinishini to‘liq saqlaydi:

$$d\vec{p}/dt' = \vec{F}$$

Klassik mexanika tenglamasining bu simmetriyasi mexanik jarayonlarning qaytuvchanligidan dalolat beradi: agar sistema kuch ta’sirida qandaydir harakat qilayotgan bo‘lsa, u o‘shanday kuch ta’sirida teskari yo‘nalishda ham harakat qilishi mumkin, bunda sistema o‘sha oraliq konfiguratsiyalar orqali teskari tartibda o‘tadi.

## SAVOLLAR:

1. Qanday sharoitda mexanik sistemaning impulsi saqlanadi?
2. Qanday sharoitda mexanik sistemaning impuls momenti saqlanadi?
3. Qanday sharoitda sistemaning mexanik energiyasi saqlanadi?
4. Impulsni, impuls momenti va mexanik energiyani fazo va vaqt simmetriya xossalari bilan o‘zaro bog‘lanishini tushuntiring.
5. Mexanik jarayonning qaytuvchanligi haqidagi fikr qanday ma’noni o‘z ichiga olgan?

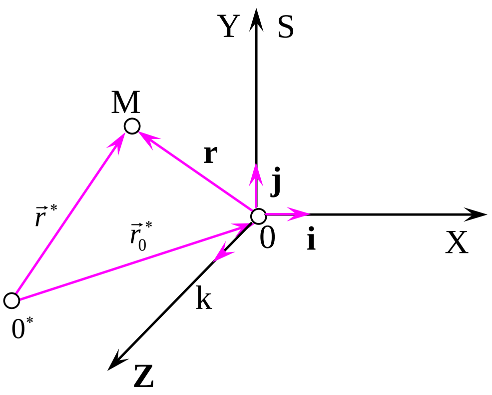
**6-BOB**

# NOINERSIAL SANOQ SISTEMALARIDAGI HARAKAT

## 6.1-§. Nisbiy harakat kinematikasi

**1.** Hozirgacha biz jismning mexanik harakatini tasvirlash uchun doimo inersial sanoq sistemasidan foydalandik. Holbuki koʻp hollarda jismlarning harakatini noinersial sistemalarga nisbatan oʻrganish zarur boʻladi. Mana, masalan, jismning Yerdagi harakatini ham qat'iy qilib aytganda inersial boʻlmagan laboratoriya sanoq sistemasida tekshirilishi tabiiy. Biz 2.1-§ da bunday sanoq sistemasini noinersialligini birinchi yaqinlashishda hisobga olmaslik mumkinligi haqida gapirgan edik. Ammo bunday faraz qilish maxsus asoslashni talab qiladi, chunki aks holda bunda paydo boʻladigan hatolikning qiymati tushunarsiz boʻladi. Bir qator hodisalarni – mayatnik tebranish tekisligining burilishini (Fuko tajribasi), erkin tushayotgan jismning sharqqa ogʻishini, meridian yoʻnalishida oquvchi daryo qirgʻoqlaridan birining yuvilib yemirilishini va boshqa hodisalarni faqat noinersial sanoq sistemasida tushuntirish mumkin.

**2.** Klassik (n'yuton) mexanikasida masofa va vaqt oraligʻi bir inersial sanoq sistemasidan unga nisbatan butunlay ixtiyoriy holda harakatlanuvchi boshqasiga oʻtganda oʻzgarmaydi deb hisoblanadi. Masalan, K koordinat boshi $O^*$ nuqtada boʻlgan inersial sanoq sistemasi, S esa koordinat boshi O nuqtada boʻlgan noinersial sanoq sistemasi boʻlsin (6.1-rasm).




6.1-rasm

Umumiy holda S sanoq sistemasining K sistemaga nisbatan harakatini O nuqtaga nisbatan $V_0$ tezlikdagi ilgarilanma harakat va bu nuqta atrofida $\Omega$ burchakli tezlikli aylanma harakat yigʻindisi sifatida qarash mumkin. Ixtiyoriy M moddiy nuqtaning $r^*$ va r radius-vektorlarining K va S sanoq sistemalarida oʻlchangan qiymatlari oʻzaro quyidagi munosabat bilan bogʻlangan:

$$\vec r^* = \vec r_0^* + \vec r\,, \tag{6.1}$$

bu yerda $\vec r_0^*$- O nuqtaning K sanoq sistemasida oʻlchangan radius-vektori, r ni esa

$$\vec r = x\vec i + y\vec i + z\vec k \tag{6.2}$$

koʻrinishida yozish mumkin. Bu yerda x, y, z – *M* nuqtaning dekart koordinatalari; $\vec i$, $\vec j$ va $\vec k$ - koordinat oʻqlarining *S* sanoq sistemadagi ortlari. *M* moddiy nuqtaning shartli ravishda qoʻzgʻalmas deb qabul qilingan K sanoq sistemaga nisbatan harakatini **absolyut harakat** deyiladi. Oʻsha nuqtaning *S* noinersial sanoq sistemaga nisbatan harakatini **nisbiy harakat** deyiladi.

**3.** *M* nuqtaning **absalyut tezligi**, ya'ni uning *K* sanoq sistemasiga nisbatan tezligi:

$$\vec V_a = \frac{d\vec r^*}{dt} = \frac{d\vec r_0^*}{dt} + \frac{d\vec r}{dt}$$

yoki

$$\vec{V}_a = \vec{V}_0 + (x\frac{d\vec{i}}{dt} + y\frac{d\vec{j}}{dt} + z\frac{d\vec{k}}{dt}) + \vec{V}_r \tag{6.3}$$

bo‘ladi. Bu yerda

$$\vec{V}_r = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \tag{6.4}$$

*M* nuqtaning **nisbiy tezligi**, ya’ni uning *S* sanoq sistemaga nisbatan tezligi, $\vec{V}_0 = \frac{dr_0^*}{dt}$ - *O* nuqtaning absolyut tezligi, ya’ni *S* sanoq cistemasining *K* sistemaga nisbatan ilgarilanma harakat tezligi.

*S* qo‘zg‘aluvchan sistemaning $\vec{i}, \vec{j}$ va $\vec{k}$ ortlari *K* sanoq sistemasida faqat *S* sanoq sistema *O* nuqta atrofida $\Omega$ burchakli tezlik bilan aylanganda, o‘zgarishi mumkin. Vaqt bo‘yicha $\vec{i}, \vec{j}$ va $\vec{k}$ larlardan olingan hosila *S* sistema aylangandagi bu vektorlar uchlarining chiziqli tezligiga teng. Shuning uchun (4.6’) formulaga asoslanib, bunda $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ dagi $\vec{r}$ o‘rniga uning *S* sistemadagi ortlarini navbati bilan qo‘ysak, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \left[\vec{\Omega}\vec{i}\right] \quad , \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \left[\vec{\Omega}\vec{j}\right] \quad , \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \left[\vec{\Omega}\vec{k}\right] \tag{6.5}$$

Bu ifodalarni (6.3)ga qo‘yib, murakkab bo‘lmagan almashtirishlarni bajarib,

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \ , \tag{6.6}$$

formulani olamiz. Bu yerda

$$\vec{V}_e = \vec{V}_a + \left(\vec{\Omega}\vec{r}\right) \tag{6.7}$$

*M* nuqtaning **ko‘chma tezligi**. Ko‘chma tezlik *S* harakatlanuvchan sistemaning shunday nuqtasining (ya’ni bu sistema bilan mustaxkam bog‘langan) absolyut tezligiga tengki, ko‘rilayotgan vaqt momentida *M* nuqta u orqali o‘tadi. (6.6) dan ko‘rinadiki, *M nuqtaning absolyut tezligi uning nisbiy tezligi bilan ko‘chma tezligining yig‘indisiga teng.*

4. *M* nuqtaning nisbiy tezlanishi $\vec{a}_r$ ni, ya’ni uning nisbiy harakatdagi tezlanishini $\vec{i}, \vec{j}$ va $\vec{k}$ vektorlarni doimiy deb faraz qilib, nuqtaning $\vec{V}_r$ nisbiy tezligini differensiallab topamiz. (6.4) dan $\vec{a}_r$ uchun quyidagi formulani olamiz:

$$\vec{a}_r = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt}\vec{k} \quad . \tag{6.8}$$

*M* nuqtaning absolyut tezlanishi, ya’ni uning *K* sistemaga nisbatan tezlanishini (6.6) dan topamiz:

$$\vec{a}_a = \frac{d\vec{\upsilon}_a}{dt} + \frac{d\vec{\upsilon}_r}{dt} + \frac{d\vec{\upsilon}_e}{dt}$$

(6.4) – (6.7) ifodalardan

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k \tag{6.9}$$

bo‘lishi kelib chiqadi.
Bu yerda

$$\vec{a}_e = \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \left[\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\vec{r}\right] + \left[\vec{\Omega}\left[\vec{\Omega}\vec{r}\right]\right] \tag{6.10}$$

*M* nuqtaning **ko‘chma tezlinishi** harakatlanuvchan *S* sistemaning shunday nuqtasining absolyut tezlinishiga tengki, ko‘rilayotgan vaqt momentida *M* nuqta shu nuqta orqali o‘tadi. (6.10) formuladagi birinchi had *S* sistemaning ilgarilanma harakatdagi tezlanishini ifodalasa, ikkinchi va uchincxilari esa *S* sistemaning aylanishi bilan belgilanuvchi aylanma va o‘qqa intilma tezlanishlarni ifodalaydi. Bunda

$$\vec{a}_k = 2\left[\vec{\Omega}\vec{\mathbf{v}}_r\right] \tag{6.11}$$

tezlanish *M* nuqtaning **Koriolis tezlanishi** deyiladi. Bu $\vec{a}_k$ tezlanish $\Omega$ va $\vec{V}_r$ vektorlarga tik yo‘nalgan bo‘lib, agar harakatlanuvchan sistemaning $\Omega$ burchakli tezligiga nuqtaning $\vec{V}_r$ nisbiy tezligi ortogonal’ bo‘lsa, $\vec{a}_k$ maksimal bo‘ladi. Agar $\vec{V}_r$ va $\Omega$ vektorlar orasidagi burchak 0 ga yoki $\pi$ ga, yoxud hech bo‘lmaganda vektorlardan birortasi nolga teng bo‘lsa $\vec{a}_k$ Koriolis tezlanishi nol bo‘ladi.

Xullas, (6.9) ga binoan **nuqtaning absolyut tezlanishi uning nisbiy, ko‘chma va Koriolis tezlanishlarining yig‘indisiga teng**.

**5.** Agar noinersial sanoq sistemasi aylanmasdan faqat ilgarilanma harakat qilayotgan bo‘lsa, Ω=0 bo‘ladi va

$$\vec{\mathbf{v}}_e = \vec{\mathbf{v}}_0\,, \quad \vec{\mathbf{v}}_a = \vec{\mathbf{v}}_r + \vec{\mathbf{v}}_0\,,$$

$$\vec{a}_e = \frac{d\vec{\mathbf{v}}_0}{dt}\,, \qquad \vec{a}_k = 0\,, \qquad \vec{a}_a = a_r + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_0}{dt}$$

ifodalar kelib chiqadi.

Xullas, agar harakatchan *S* sanoq sistemasi inersial bo‘lsa, Ω=0 va $\mathbf{v}_0$=const bo‘ladi, bunda $\vec{a}_e = \vec{a}_k = 0$ va $\vec{a}_e = \vec{a}_r$. Demak, nuqtaning tezlanishi inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas (bundan tanlanishga nisbatan invariantdir).

## 6.2-§. Inersiya kuchlari

**1.** Noinersial sanoq sistemalarda N’yuton qonunlari bajarilmaydi. Hususan, moddiy nuqta, unga boshqa jismlar tomonidan hech qanday ta’sir ko‘rsatilmasa ham *S* noinersial sistemaga nisbatan o‘zining harkat holatini o‘zgartirishi mumkin. Masalan, to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan vagonning shipiga ip bilan osilgan sharcha poezd tezlanish bilan harakatlanganda orqaga, u sekinlaganda esa oldinga og‘adi, ya’ni vagon bilan bog‘langan noinersial sistemaga nisbatan harakatga keladi. Vaholanki, bunda sharchaga hech qanday gorizontal kuchlar ta’sir etmaydi.

**2.** Moddiy nuqtaning noinersial sistemadagi asosiy qonunini, N’yutonning ikkinchi qonunidan va moddiy nuqtaning absolyut va nisbiy tezlanishlari orasidagi bog‘lanishlardan keltirib chiqarishimiz mumkin. (6.9) dan moddiy nuqta massasini uning nisbiy tezlanishiga ko‘paytmasi

$$m\vec{a}_r = m\vec{a} - m\vec{a}_k$$

ifoda bilan aniqlanishi kelib chiqadi.

Moddiy nuqtaning absolyut, ya’ni uning *K* inersial sanoq sistemasiga nisbatan harakati uchun yozilgan N’yutonning ikkinchi qonuniga binoan

$$ma = \vec{F}$$

bo‘ladi. Bunda $\vec{F}$ – moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi hamma kuchlarning geometrik yig‘indisi. Demak, **moddiy nuqta nisbiy harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi** quyidagi ko‘rinishga ega:

$$m\vec{a}_r = \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_k \tag{6.12}$$

Bu formula ko‘rinishini moddiy nuqta absolyut harakati dinamikasining asosiy qonuniga o‘xshash shaklga keltirish mumkin:

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + I_e + I_k \tag{6.13}$$

$\vec{I}_e = -m\vec{a}_e$ va $\vec{I}_K = -m\vec{a}_K$ vektor kattaliklar kuch o‘lchamligiga ega bo‘lib, mos holda **ko‘chma inersiya kuchlari** va **Koriolis inersiya kuchlari** deyiladi.

3. (6.10) dan ko‘chma inersiya kuchlari umumiy holda uchta kuchning yig‘indisidan iborat:

$$\vec{I}_e = -m\frac{d\vec{V}_0}{dt} - m\left[\frac{d\vec{\Omega}}{dt}\vec{r}\right] - m\left[\vec{\Omega}\left[\vec{\Omega}\vec{r}\right]\right] \tag{6.14}$$

Bu ifodaning o‘ng qismining oxirgi hadi

$$I_{mq} = \vec{I}_{mq} = -m\left[\vec{\Omega}\left[\vec{\Omega}\vec{r}\right]\right] \tag{6.15}$$

- markazdan qochma inersiya kuchi yoki oddiy markazdan qochma kuch deyiladi, chunki bu vektor, *S* noinersial sanoq sistemasining oniy aylanish o‘qiga tik (ya’ni Ω vektorga) bo‘lib, o‘qdan tashqariga yo‘nalgan. Markazdan qochma kuchning moduli

$$I_{mq} = m\Omega^2\rho \tag{6.15’}$$

bo‘lib, bu yerda ρ – m massali moddiy nuqtadan *S* sanoq sistemasining oniy aylanish o‘qigacha bo‘lgan masofa.

Agar noinersial sanoq sistemasi doimiy tezlik ($\mathbf{v}_0$=const) bilan ilgarilanma va o‘zgarmas burchakli tezlik (**Ω**=const) bilan aylanma harakat qilsa, ko‘chma inersiya kuchi markazga intilma kuch bilan ustma-ust tushadi.

Markazdan qochma inersiya kuchining ta’siridan texnikada keng foydalaniladi: markazdan qochma nasoslarda, separatorlarda, markazdan qochma regulyatorlarda va boshqalarda. Tez aylanuvchi mashina qismlarini – turbina rotorini, kompressorlarni, elektr dvigatellarni, ichki yonuv dvigatellarining tirsakli vallarini, samolyot va vertolyot parraklarini loyihalashda markazdan qochma inersiya kuchlarini muvozanatlash uchun maxsus choralar ko‘riladi. Masalan, aylanish o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘lgan detallarda ularning aniq statik va dinamik balansirovkasi o‘tkaziladi, chunki massa markazini aylanish o‘qidan ozgina siljishi tez aylanish vaqtida podshipniklarida shunday qo‘shimcha katta yuklamalar keltirib chiqaradiki, natijada ular tezda buziladi. Nosimmetrik detallar bo‘lgan holda, masalan tirsakli vallarda maxsus muvozanatlovchi pasangilar qo‘llaniladi. Tez aylanuvchi detallar bikrligini hisoblaganda markazdan qochma inersiya kuchlarini albatta hisobga olish zarur, chunki bu kuchlar ko‘p hollarda hal qiluvchi rol o‘ynaydi.

**4.** Koriolis inersiya kuchlari

$$\vec{I}_k = 2m\left[\vec{V}_r\vec{\Omega}\right] \tag{6.16}$$

formula bilan ifodalanadi.

Bu kuch aylanma harakat qilayotgan noinersial sanoq sistemasiga nisbatan moddiy nuqta faqat harakatlangan vaqtda unga ta’sir qiladi. Mana, masalan, shimoliy yarim sharda meridian yo‘nalishida oqayotgan daryolar suv zarrachalari oqim tezligiga tik yo‘nalgan Koriolis inersiya kuchi ta’sir qiladi va bu daryoning o‘ng qirg‘og‘ini yuvilib yemirilishini keltirib chiqaradi.

Koriolis inersiya kuchlari moddiy nuqtaning harakatiga nisbatan ish bajarmaydi, chunki bu kuch nuqtaning nisbiy harakat tezligiga tik yo‘nalgan. Demak, Koriolis inersiya kuchlari giroskopik kuchlarga misol bo‘lishi mumkin (3.1-§ ga qarang).

5. Noinersial sanoq sistemalarida inersiya kuchlari haqiqatdan ham moddiy nuqtaga ta’sir qiladi va misol uchun uni prujinali dinamometr yordamida o‘lchash mumkin. Ammo jismlarning odatdagi o‘zaro ta’sir kuchlaridan farqli holda tekshirilayotgan moddiy nuqtaga ta’sir etayotgan inersiya kuchlari uchun u qaysi jismning ta’sirini ifodalashini aniq aytib bo‘lmaydi. Demak, misol uchun bu kuchlarga N’yutonning uchinchi qonunini qo‘llab bo‘lmaydi. Inersiya kuchlarining bunday o‘ziga xos xususiyati, shu bilan bog‘liqki, nisbiy harakat dinamikasining asosiy tenglamasida $\vec{I}_a$ va $\vec{I}_K$ vektor kattaliklarning paydo bo‘lishining o‘zi nuqtaning nisbiy harakatini ifodalash uchun foydalanadigan sanoq sistemasining faqat noinersialligi bilan aniqlanadi. Moddiy nuqtaga hamma boshqa jismlarning ta’sirini ifodalovchi $\vec{F}$ kuchga $\vec{I}_e$ va $\vec{I}_K$ inersiya kuchlarini qo‘shish, nisbiy harakat dinamikasi asosiy tenglamasini inersial sanoq sistemasi uchun yozilgan N’yutonning ikkinchi qonuniga o‘xshash shaklda yozishga imkon beradi.

Noinersial sanoq sistemalarida jismlarning yopiq sistemasini bo‘lishi mumkin emas, chunki sistema jismlari uchun inersiya kuchlari tashqi kuchlardir. Shuning uchun noinersial sistemalarda impul’c momenti va energiyaning saqlanish qonunlari bajarilmaydi.

**6.** Bir hodisani $K$ inersial sanoq sistemasida joylashgan qo‘zg‘almas kuzatuvchi va $S$ noinersial sanoq sistemasida joylashgan harakatlanuvchi kuzatuvcxilarning turlicha tushuntirishi bu hodisalarda ob’ektiv qonuniyat yo‘qligi haqida xulosa chiqarishga va kuzatuvcxilarning «nuqtai nazari» bo‘yicha erkin izoxlashga asos bo‘lolmaydi. Harakatdagi kuzatuvchi jismning harakatini N’yuton mexanikasi nuqtai nazaridan noinersial sistemaga nisbatan tekshirganda u xoxlaydimi yoki yo‘qmi baribir inersiya kuchlarini kiritishga majbur. Inersiya kuchlaridan foydalanish zaruriyati kuzatuvchining iroda va ongiga bog‘liq bo‘lmagan ob’ektiv fakt bilan, ya’ni N’yuton qonunlarini noinersial sistemalarga qo‘llab bo‘lmasligi bilan bog‘liq.

## 6.3.-§. Yer bilan bog‘liq bo‘lgan sanoq sistemasidagi nisbiy harakat

**1. Ye**r bilan bog‘liq bo‘lgan sanoq sistemasi ikki sababga ko‘ra noinersial: birinchisi, Yerning o‘zgarmas $\vec{\Omega}$ burchak tezlik ($\Omega$ = 2$\pi$ rad/sut = $7{\cdot}3{\cdot}10^{-5}$ rad/s) bilan sutkalik aylanishi tufayli bo‘lsa, ikkinchisi Yerga Quyosh, Oy, sayyoralar va boshqa samoviy jismlarning tortishish maydonining ta’siri tufaylidir. Bu gravitatsion maydon Yer shari chegarasida deyarli bir jinsli bo‘lib, u yer sanoq sistemasiga va unga nisbatan harakatlanuvchi hamma jismlarga bir xil $\vec{a}_0 = d\vec{\mathbf{v}}/dt = \vec{g}_g$ ilgarilanma harakat tezlanishi beradi, bu yerda $\vec{g}_g$ – **gravitatsion maydon kuchlanganligi,** u maydonga joylashtirilgan moddiy nuqtaga maydon tomonidan ta’sir etuvchi kuchni shu moddiy nuqtaning m massasiga nisbatiga teng**:**

$$\vec{g}_g = \frac{\vec{F}_g}{m}. \tag{6.17}$$

Bir jinsli maydonning kuchlanganligi uning hamma nuqtalarida bir xil.

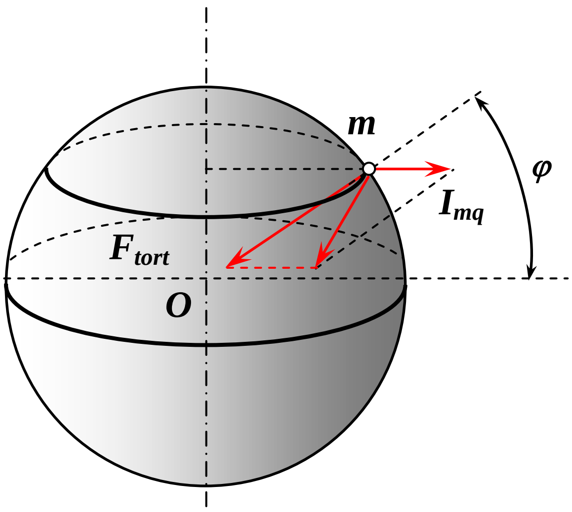
(6.13) – (6-15) formulalardan Ye**r bilan bog‘liq bo‘lgan sanoq sistemasida m massali moddiy nuqtaning nisbiy harakat tenglamasi**

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_{tor} + \vec{I}_{mi} + \vec{I}_{mq} + \vec{I}_{\kappa}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. Bu yerda $\vec{I}_{mq}$ va $\vec{I}_{\kappa}$ – markazga intilma va Koriolis inersiya kuchlari; $\boldsymbol{F}_{tor}$ – moddiy nuqtaning Yerga tortilish kuchi; $\boldsymbol{F}$ – moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi gravitatsion kuchdan tashqari boshqa hamma kuchlarning yig‘indisi.

**2. Jismning og‘irlik kuchi deb, jismga qo‘yilgan va jismning Yerga tortilish kuchi bilan yerning sutkalik aylanishi tufayli hosil bo‘lgan markazdan qochma inersiya kuchlarining geometrik yig‘indisiga teng bo‘lgan *P* kuchga aytiladi. (6.2 – rasm)**:

$$\vec{P} = \vec{F}_{tor} + \vec{I}_{m.q} \qquad (6.19)$$




6.2-rasm

Yerni birinchi yaqinlashishda zichligi faqat uning markazigacha masofagacha bog‘liq bo‘lgan shar deb hisoblash mumkin. Bu holda N’yutonning butun olam tortishish qonunidan m massali jismning Yerga tortilish kuchi

$$\vec{F}_{tor} = -G\frac{mM_{Yer}}{r^3}\vec{r} \qquad (6.20)$$

bo‘ladi. Bu yerda $G$ – gravitatsion doimiylik; $M_{Yer}$ – Yer massasi; $\vec{r}$ – Yer markazidan jism joylashgan nuqtaga o‘tkazilgan radius - vektor (hamma jismlarning o‘lchami $r$ ga qaraganda ko‘p marta kichik bo‘lgani uchun uni nuqtaviy deb hisoblash mumkin.

(6.19) formulaga (6.20) va (6.15) ifodalarni qo‘yib,

$$\vec{P} = -G\frac{mM_{Yer}}{r^3}\vec{r} - m\left[\vec{\Omega}\left[\vec{\Omega}\,\vec{r}\right]\right] \qquad (6.21)$$

ifodani olamiz. Bu yerda $\vec{\Omega}$ - Yerning sutkalik aylanishdagi burchaklik tezlik.

Og‘irlik kuchi mahkamlanmagan jismlarning Yerga tushishini keltirib chiqaradi. Og‘irlik kuchi Yerga nisbatan tinch turgan jismning gorizontal tayanchga (yoki vertikal osmaga) ko‘rsatgan bosim kuchiga teng. Uni yer sanoq sistemasida, masalan prujinali dinamometr yordamida o‘lchash mumkin. Jism og‘irlik kuchining qo‘yilish nuqtasi, ya’ni jism barcha zarralarining umumiy og‘irlik kuchi qo‘yilgan nuqta **jismning og‘irlik markazi** deyiladi.

**3.** Jismning og‘irlik kuchi uning nisbiy harakat tezligiga bog‘liq emas. U jismning m massasiga proporsional va

$$\vec{R} = m\vec{g} \qquad (6.22)$$

ko‘rinishda ko‘rsatilishi mumkin. Bu yerda $\vec{g}$ – erkin tushish tezlanishi. Yerning ma’lum nuqtasi uchun $\vec{g}$ vektori hamma jismlar uchun bir xil bo‘lib, bu joyning holatiga bog‘liq.

Jismning og‘irlik kuchi, markazdan qochma inersiya kuchlari $\vec{I}_{m.q} = 0$ bo‘lgan joylarda, ya’ni qutblarda uning Yerga tortilish kuchiga teng bo‘ladi.

Og‘irlik kuchining jismning tortilish kuchidan eng katta farq qilishi ekvatorda kuzatiladi, chunki u yerda $\vec{I}_{m.q}$ kuch o‘zining maksimal qiymatiga erishadi va $\vec{F}_{tor}$ kuchning yo‘nalishiga qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan. Ammo og‘irlik kuchi hatto ekvatorda ham tortilish kuchidan bor-yo‘g‘i 0,35% ga farq qiladi xolos. Qutb va ekvatordan tashqari yer sirtining hamma nuqtalarida $\vec{R}$ va $\vec{F}_{tor}$ kuchlar yo‘nalishi bo‘yicha ham mos tushmaydi (6.2-rasm), lekin ular orasidagi maksimal burchak 6’ dan oshmaydi. Balandga ko‘tarilgan sari og‘irlik kuchi kamayib boradi. Yer sirti yaqinida bu kamayish, har bir kilometr ko‘tarilishga taxminan 0,034% ni tashkil qiladi.

Yer sirti yaqinida $\vec{g}$ tezlanish ekvatordagi 9,78 m/c$^2$ qiymatdan qutbdagi 9,83 m/c$^2$ qiymatgacha o‘zgaradi. Bu birinchidan, markazdan qochma inersiya kuchini joyning geografik kenglikka bog‘liqligi va ikkinchidan, Yerni aylanish o‘qi bo‘ylab bir oz ezilganligi, ya’ni uni shar shaklida emasligi (Erning qutbdagi va ekvatordagi radiuslari mos holda $R_q$=6357 km, $R_e$=6378 km) bilan bog‘liq. O‘lchov sistemalarini tuzishda va barometrik hisoblashlarda qabul qilingan **erkin tushish tezlanishining standart qiymati** 9,80665 m/s$^2$ ga teng.

**4. Erkin tushish tezlanishi deb, jismning faqat tortish maydoni ta’sirida sodir bo‘luvchi harakatga aytiladi.**

Yer bilan birga aylanayotgan noinersial sanoq sistemasida qayd qilinayotgan jismning erkin tushish tezlanishini (6.18) harakat tenglamasidan unga $\vec{F} = 0$, $\vec{F}_{tor} + I_{m.q} = mg$ va $\vec{I}_k$ ni (6.16) dagi ifodasini olib topishimiz mumkin.

$$a_r = g + 2\left[\vec{V}_r\vec{\Omega}\right] \ .$$

Agar $\vec{V}_r = 0$ bo‘lsa, $\vec{a}_r = g$ bo‘ladi. Demak, g vektori jismning nisbiy tezligi nol bo‘lgan momentda yer sanoq sistemasiga nisbatan o‘lchangan jismning erkin tushish tezlanishiga teng.

Agar erkin tushayotgan jismning nisbiy tezligi $\vec{V}_r \neq 0$ bo‘lsa, uning Yerga nisbatan tezlanishi $\vec{g}$ ga teng emas: $\vec{a}_r \neq 0$. Lekin $\vec{V}_r < 680 m/s$ bo‘lgan tezliklarda $\vec{g}$ va $\vec{a}_r$ qiymatlari 1% dan kam farq qiladi. Shuning uchun ko‘p hollarda Yerda joylashgan kuzatuvchi uchun jismning erkin tushish tezlanishi $\vec{g}$ tezlanish bilan sodir bo‘ladi deb hisoblash mumkin. Shuningdek, erkin tushayotgan jismga Koriolis inersiya kuchining ta’sirini nisbatan kichik toyilish sifatida qarash mumkin. Mana, masalan, Koriolis inersiya kuchi ta’sirida erkin tushayotgan jism tik yo‘nalishdan, ya’ni $\vec{R} = mg$ vektor yo‘nalishdan sharqqa tomon og‘adi. Yer sirtiga h balandlikdan boshlang‘ich tezliksiz erkin tushayotgan jism uchun bu og‘ish φ kenglikda

$$S = \frac{2}{3}\Omega h\sqrt{\frac{2h}{g}}cos\varphi$$

bo‘ladi. Masalan, agar h=100m va φ=45° bo‘lsa, S=1,55sm ni tashkil qiladi.

**5.** Tezlanish bilan harakatlanayotgan mexanik sistemalarda aniq bir sharoitda vaznsizlik holati amalga oshishi mumkin.

**Vaznsizlik deb, tortishish maydonida harakatlanayotgan mexanik sistemaning shunday holatiga aytiladiki, bunday holatda bu maydon sistema qismlarining bir-biriga o‘zaro bosimini va ularning deformasiyasini keltirib chiqarmaydi.**

Masalan, vaznsizlik holati Yerning gravitatsion maydonida erkin tushayotgan liftda yoki ishlamayotgan dvigateli bilan tortishish maydonida harakatlanayotgan kosmik kemada yuzaga keladi. Bunday holat sun’iy yo‘ldoshlar va kosmik stansiyalar uchun ham taalluqlidir. Vaznsizlikda gravitatsion maydonining ta’siri, mexanik sistema inersiya kuchlari bilan muvozanatlashadi.

## 6.4-§. Ekvivalentlik prinsipi

**1.** Noinersial sanoq sistemasida jismlarga ta’sir etuvchi inersiya kuchlari bu jismlarning massalariga proporsionaldir va bir xil sharoitlarda bir xil nisbiy tezlanish beradi. Boshqacha so‘z bilan aytganda, tashqi ta’sirdan holi bo‘lgan barcha jismlar, agar ularning boshlang‘ich harakat shartlari bir xil bo‘lsa, «inersiya kuchlari maydonida» (ya’ni noinersial sanoq sistemasiga nisbatan) mutlaqo bir xil harakat qiladilar. Shunga o‘xshash qonuniyat gravitatsion maydon ta’sirida joylashgan inersial sistemaga nisbatan bo‘lgan harakatda ham kuzatiladi. Bu kuchlar inersiya kuchlariga o‘xshab maydonning har bir nuqtasida jismlarining massalariga proporsional bo‘lib, hamma jismlarga maydonning tekshirilayotgan nuqtasidagi maydon kuchlanganligiga teng bo‘lgan bir xil erkin tushish tezlanishi beradi. Masalan, vertikal’ yuqoriga $a_0$=const tezlanish bilan harakatlanayotgan lift bilan bog‘langan sanoq sistemasida hamma erkin jismlar gravitatsion maydon bo‘lmaganda bir xil, $\vec{a}_r = -\vec{a}_0$ nisbiy tezlanish bilan tushadi. O‘sha lift kuchlanganligi $\vec{g}_r = -\vec{a}_0$ bo‘lgan, ya’ni vertikal yuqoriga yo‘nalgan bir jinsli gravitatsion maydonda tekis harakat qilayotgan bo‘lsa ham, undagi erkin jismlar o‘zini xuddi shunday tutadi. Shunday qilib, butunlay yopiq liftning ichida jismlarning erkin tushishi bo‘yicha o‘tkazilgan tajribalar asosida lift maydon kuchlanganligi $\vec{g}_r = \vec{a}_r$ bo‘lgan gravitatsion maydonda tekis harakat qilayotganini (xususan, lift bu maydonda tinch turishi ham mumkin) yoki u tortishish maydoni bo‘lmaganda ham o‘zgarmas $\vec{a}_e = -\vec{a}_r$ kuchma tezlanish bilan harakatlanayotganini aniqlab bo‘lmaydi. Eynshteyn ekvivalentlik prinsipini quyidagicha ta’riflab, ko‘rsatilgan qonuniyatni ixtiyoriy fizik jarayonlarga ham umumlashtirdi:

**Fazoning chegaralangan sohasidagi tortishish maydoni mos holda tanlab olingan noinersial sanoq sistemasidagi «inersiya kuchlari maydoniga» fizik jihatdan ekvivalentdir.**

Fazoning bu sohasining o‘lchami yetarlicha kichik bo‘lishi kerakki, uning chegarasida tortishish maydonini **bir jinsli** deb hisoblash mumkin bo‘lsin. Shuning uchun ko‘pincha Eynshteyn ekvivalentlik prinsipini **lokal’ ekvivalentlik prinsipi** ham deyiladi.

**2.** Ekvivalentlik prinsipini inersiya kuchlari bilan jismlar orasidagi noyutoncha tortishish kuchlarining aynan o‘xshashligining tasdiqlanishi sifatida tushunish kerak emas. Aslida jismlar hosil qilgan haqiqiy gravitatsion maydon kuchlanganligi bu jismlardan uzoqlashgan sari kamayib boradi va cheksizlikda nolga aylanadi. Inersiya kuchlariga «ekvivalent» bo‘lgan gravitatsion maydoni bu shartni qanoatlantirmaydi. Masalan, aylanuvchi sanoq sistemasida markazdan qochma inersiya kuchlariga «ekvivalent» bo‘lgan gravitatsion maydon kuchlanganligi bu sistemaning aylanish o‘qidan uzoqlashgan sari cheksiz ortadi. Ilgarilanma harakat qilayotgan noinersial sanoq sistemasidagi ko‘chma inersiya kuchlariga «ekvivalent» bo‘lgan maydon kuchlanganligi hamma joyda bir xil.

Haqiqiy gravitatsion maydoni inersiya kuchlariga «ekvivalent» bo‘lgan maydondan farqli holda u noinersial sistemada qanday mavjud bo‘lsa, inersial sistemalarda ham shunday mavjud. Noinersial sanoq sistemasini hech qanday tanlash bilan haqiqiy gravitotsion maydonini to‘lig‘icha yo‘qotib, ya’ni «inersiya kuchlari maydoni» bilan butun fazoni to‘ldirib bo‘lmaydi. Bu hech bo‘lmasa «inersiya kuchlari maydoni» bilan cheksizlikdagi haqiqiy gravitatsion maydonning har xilligidan kelib chiqadi. Gravitatsion maydonning bunday yo‘qotishni faqat lokal holda, ya’ni bu maydonni bir jinsli deb hisoblash mumkin bo‘lgan fazoning kichik sohasi uchun va maydonni doimiy deb hisoblash mumkin bo‘lgan vaqt oralig‘i uchun amalga oshirish mumkin. Bu operatsiyaga mos keluvchi noinersial sistema tekshirilayotgan haqiqiy gravitatsion maydon sohasida jismning erkin tushish tezlanishiga teng bo‘lgan ko‘chma tezlanish bilan harakatlanishi kerak. Gravitatsion maydonda o‘chirib qo‘yilgan dvigateli bilan erkin parvoz qilayotgan kosmik kemada tortishish kuchlari ko‘chma inersiya kuchi bilan to‘latiladi va jismlarning kemadagi nisbiy harakatini keltirib chiqarmaydi.

## SAVOLLAR:

1. Noinersial’ sanoq sistemalarida N’yuton qonunlarini qo‘llab bo‘lmasligini ko‘rsatuvchi misollar keltiring.
2. Nima uchun noinersial sanoq sistemalarda inersiya kuchlarini kiritish kerak va ular jismlar orasidagi odatdagi o‘zaro ta’sir kuchlaridan nima bilan farq qiladi ?
3. Nima uchun noinersial sistemalarda energiyaning saqlanish qonuni bajarilmaydi ?
4. Yer sanoq sistemasining noinersialligini belgilovchi sizga ma’lum hodisalarga tushuntirib bering.
5. Ekvivalentlik prinsipini tushuntiring va ta’riflang.

# MAXSUS NISBIYLIK NAZARIYASI ASOSLARI

## 7.1-§. Galileyning mexanik nisbiylik prinsipi

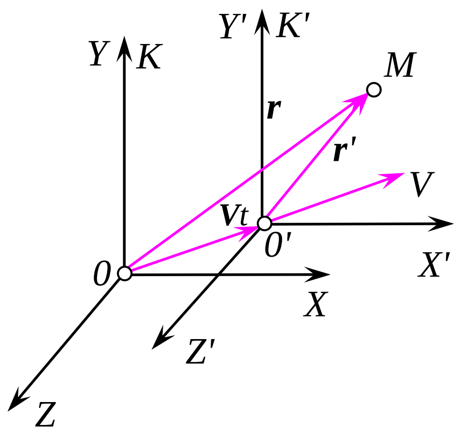
1. N’yuton mexanikasida bir inersial sanoq sistemasi K(x, y, z, t) dan unga nisbatan doimiy $\vec{V}$ tezlik bilan ilgarilanma harakat qilayotgan boshqa K′(x′, y′, z′, t′) sanoq sistemasiga o‘tishda Galiley almashtirishlari deb ataluvchi koordinatalar va vaqt almashtirishlaridan foydalaniladi. Ular biz oldin 1.2-§ da eslatib o‘tgan vaqt va masofa oraliqlarining invariantligi haqidagi ikki aksiomaga asoslanadi. Birinchi aksiomadan hamma sanoq sistemalarida vaqt o‘tishining bir xil ekanligi, ikkinchisidan esa jism o‘lchamlarini ularning harakat tezligiga bog‘liq emasligi kelib chiqadi. Agar $K$ va $K'$ inersial sanoq sistemalari dekart koordinatasining o‘xshash o‘qlari bir-biriga o‘zaro parallel holda o‘tkazilsa va vaqtning boshlang‘ich momentida (t=t′=0) ularning $O$ va $O'$ koordinata boshlari bir-biri bilan ustma-ust tushsa (7.1-rasm), Galiley almashtirishlari quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$x' = x - V_x\cdot t,\quad y' = y - V_y\cdot t,$$
$$z' = z - V_z\cdot t \;\text{ va }\; t' = t \qquad (7.1)$$

yoki

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}\cdot t \quad \text{va} \quad t' = t\ .$$

Bu yerda x, y, z va x′, y′, z′ – $M$ nuqtaning K (t vaqt momentidagi) va K′ (t′=t vaqt momentidagi) sanoq sistemalaridagi koordinatalari; $\boldsymbol{r'}$ va $\boldsymbol{r}$ – $M$ nuqtaning shu sanoq sistemalaridagi radius-vektorlari; $V_x$, $V_y$, $V_z$ – K′ sistema tezligi $\vec{V}$ ning $K'$K sistemadagi proeksiyalari.




**7.1-rasm**

Odatda $K'$ sistemaning koordinata o‘qlari OX o‘qining musbat yo‘nalishida harakatlanadigan qilib o‘tkaziladi (7.2-rasm).

Bu holda Galiley almashtirishlari eng sodda ko‘rinishni oladi:

$$x'=x - vt,\quad y' = y,\quad z' = z,\quad t' = t \quad . \qquad (7.2)$$

**2.** Galiley almashtirishlari (7.1) dan ixtiyoriy M nuqta tezligini K inersial sanoq sistemasidan (nuqta tezligi $= d\vec{r}/dtv$) boshqa $K'$ (o‘sha nuqtaning tezligi $\vec{V} = d\vec{r}/dt$ v′=dr/dt) sistemaga o‘tkazish uchun quyidagi almashtirish qonuni kelib chiqadi:

$$\vec{\mathbf{v}}\,' = \vec{\mathbf{v}} - \vec{V}\,. \qquad (7.3)$$

Tezliklarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalari ham mos ravishda almashadilar:

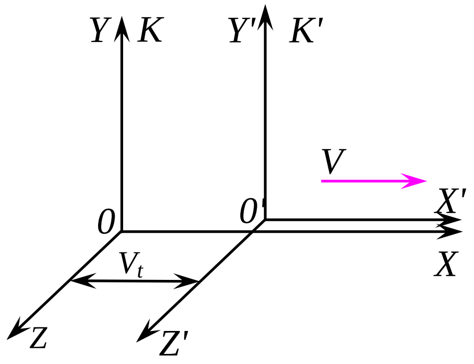
$$\upsilon_x' = \upsilon_x - \upsilon_x \;,\qquad \upsilon_y' – \upsilon_y - \upsilon_y \;,\; \upsilon_z' = \upsilon_z - \upsilon_z \qquad (7.3')$$

Hususan, K′ sistema OX o‘qning musbat yo‘nalishida harakatlanganda (7.2 – rasm).

$$\upsilon'_{x'} = \upsilon_x - V, \quad \upsilon'_{y'} = \upsilon_y, \quad \upsilon'_{z'} = \upsilon_z. \tag{7.4}$$

bo‘ladi.

M nuqtaning tezlanishi K(a=dv/dt) va K′(a′=dv′/dt′ ) sanoq sistemalarida bir xil: $a' = a$. Demak, moddiy nuqtaning tezlanishi inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas – u Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir.




7.2-rasm

**3.** Moddiy nuqtalarning o‘zaro ta’sir kuchlari faqat ularning o‘zaro joylashishiga va bir – biriga nisbatan harakat tezligiga bog‘liq. Qandaydir ikkita 1 va 2 nuqtaning o‘zaro joylashishi bu nuqtalarning radius – vektorlarining ayirmasiga teng vektor bilan, ya’ni K sanoq sistemasida $r_{21} = r_2 - r_1$, K′ sistemada esa $r'_{21} = r'_2 - r'_1$, vektor bilan xarakterlanadi. Galiley almashtirishlaridan $r'_{21} = r_{21}$ bo‘lishi kelib chiqadi. Shuning uchun 1 va 2 nuqtalar orasidagi masofa K va K′ sistemalarda bir xil: $r'_{2I} = r_{21}$, ya’ni

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2.$$

2 nuqtaning 1 nuqtaga nisbatan harakat tezligi bu nuqtalarning tezliklari farqiga teng: $V_2 - V_1$ (K sistemada) va $V'_2 - V'_1$ (K′ sistemada). Galiley almashtirishlaridan $V'_2 - V'_1 = V_2 - V_1$ bo‘lishi kelib chiqadi.

Xullas, har qanday ikki moddiy nuqtaning o‘zaro joylashishi va nisbiy harakat tezligi inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas – ular Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant. Shuningdek, moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlar ham Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir: F′=F.

**4.** N’yutonning ikkinchi va uchinchi qonunlarini ifodalovchi tenglamalar ham Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant, ya’ni K inersial sanoq sistemasidagi fazo va vaqtni boshqa – K′ sistemadagi fazo va vaqtga almashtirganda o‘zining ko‘rinishini o‘zgartirmaydi:

$m\boldsymbol{a} = \mathbf{F}$, $\quad \mathbf{F}_{ki} = -\mathbf{F}_{ik}$ ($K$ sistemada)

$m'\boldsymbol{a}' = F'$, $\quad \mathbf{F}'_{ki} = -\mathbf{F}'_{ki}$ ($K'$ sistemada),

bu yerda $m'=m$ – ko‘rilayotgan moddiy nuqtaning massasi bo‘lib, u hamma sistemalarda bir xil.

Shunday qilib, N’yuton mexanikasida **nisbiylikning mexanik prinsipi (Galiley nisbiylik prinsipi)** o‘rinli: **mexanika qonunlari barcha inersial sanoq sistemalarida bir xildir**.

Bu, turli inersial sanoq sistemalarda hamma mexanik jarayonlar ayni bir xil sharoitda bir xil kechishini anglatadi. Demak, jismlarning yopiq sistemasida o‘tkazilgan har qanday mexanik tajribalar yordamida bu sistema tinch turganini yoki tekis va to‘g‘ri chiziqli harakat qilayotganini (qandaydir inersial sanoq sistemasiga nisbatan) aniqlab bo‘lmaydi. Nisbiylikning mexanik prinsipi mexanikada hamma inersial sanoq sistemalari mutlaqo teng xuquqli ekanligi haqida dalolat beradi. Mexanika qonunlari yordamida ko‘pgina inersial sanoq sistemalari ichidan boshqalariga qaraganda qandaydir ustunlikka ega bo‘lgan, ya’ni jismlarning unga nisbatan harakatini «absolyut harakat», tinchligini esa – «absolyut tinchlik» deb qarash mumkin bo‘lgan «bosh» inersial sanoq sistemasini ajratib olish mumkin emas.

## 7.2-§. Maxsus nisbiylik nazariyasi postulatlari

1. Nisbiylikning mexanik prinsipiga bog‘liq holda quyidagicha savollar paydo bo‘lishi tabiiy: barcha inersial sistemalarning teng xuquqligi faqat mexanikada o‘rinlimi yoki boshqa fizik hodisa va jarayonlarga nisbatan ham o‘rinlimi? Ko‘pgina inersial sanoq sistemalarining ichidan, masalan elektromagnit to‘lqinlarning tarqalish qonunlariga asoslanib «bosh» inersial sanoq sistemani ajratib olish mumkin emasmi? Bu savolga 1905 yilda A.Eynshteyn o‘zining «Harakatlanuvchi jismlar elektrodinamikasiga doir» ishida javob berdi, unda **maxsus nisbiylik nazariyasining** asosiy qonun - qoidalari bayon etildi[*]. Maxsus nisbiylik nazariyasida N’yuton mexanikasidagi kabi, vaqt bir jinsli, fazo esa bir jinsli va izotrop deb faraz qilinadi.

**2.** Eynshteyn maxsus nisbiylik nazariyasining asosiga tajribada aniqlangan qonuniyatlarni umumlashtiruvchi ikki postulotni – ikki asosiy prinsipni qo‘ydi.

**Birinchi postulot** Galiley mexanik prinsipini ixtiyoriy jarayonlarga ham umumlashtirdi. **Nisbiylik prinsipi** yoki **Eynshteynning relyativistik nisbiylik prinsipi** deb ataluvchi bu postulat quyidagicha ta’riflanadi: *barcha fizik hodisalar ayni bir xil sharoitda ixtiyoriy inersial sanoq sistemalarida bir xilda sodir bo‘ladi.* Boshqacha aytganda, nisbiylik prinsipi fizik qonunlar inersial sanoq sistemalarining tanlashiga nisbatan befarqligini (invariantligini) tasdiqlaydi: bu qonunlarni ifodalovchi tenglamalar barcha inersial sistemalarda bir xil ko‘rinishga ega.

Demak, jismlarning yopiq sistemasida o‘tkazilgan har qanday fizik tajriba asosida bu sistemaning (qandaydir inersial sanoq sistemasiga nisbatan) tinch turganini yoki tekis va to‘g‘ri chiziqli harakat qilayotganini aniqlab bo‘lmaydi. Fizikada hamma inersial sanoq sistemalari mutlaqo teng xuquqli, ularning ichidan qaysi bir sifatlari bilan boshqa inersial sanoq sistemalardan farq qiluvchi qandaydir bosh (absolyut) sanoq sistemasini tanlab olib bo‘lmaydi.

**Ikkinchi postulot** *yorug‘lik tezligining invariantlik prinsipini* ifodalaydi*: vakuumda yorug‘lik tezligi yorug‘lik manbaning harakatiga bog‘liq emas.*

U hamma yo‘nalishlarda va barcha inersial sanoq sistemalarda bir xil bo‘lib, muhim fizik doimiyliklardan biridir. Tajriba ko‘rsatadiki, yorug‘likning vakuumdagi tezligi s – tabiatdagi eng katta tezlikdir: har qanday jism va zarrachaning tezligi, hamda har qanday signallar va o‘zaro ta’sirlarning tarqalish tezligi s dan katta bo‘laolmaydi.

Vakuumda yorug‘lik tarqalishining bunday o‘ziga hos qonuniyati, sanoq sistemalarida xronometrik amallarni o‘tkazishda, ya’ni tekshirilayotgan sanoq sistemasi bilan birga siljiyotgan va fazoning turli nuqtalarida joylashgan soatlarni bir xilda – sinxron yurishini tekshirishda bu real fizik jarayondan foydalanishga imkon beradi.

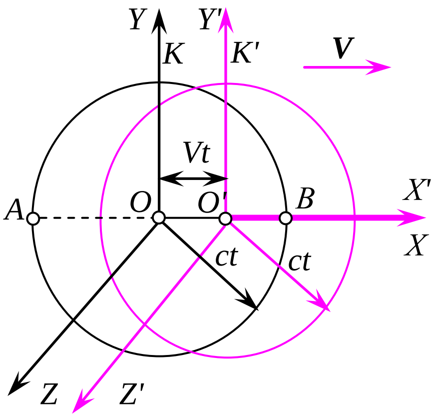
**3.** Nisbiylik nazariyasi postulotlari fazo va vaqtning klassik (N’yuton) mexanikasida qabul qilingan va Galiley almashtirishlarida (7.1) aks etgan xossalariga butunlay zid keladi. Xususan, bu N’yuton mexanikasida «o‘z-o‘zidan» tushunarli deb hisoblangan hamma inersial sanoq sistemalarida vaqt o‘tishining bir xilligi va demak, qandaydir ikki hodisa orasidagi vaqt oralig‘ining absolyut o‘zgarmasligi haqidagi fikrga taalluqlidir.

[*] Uni ko’pincha xususiy nisbiylik nazariyasi deb ham aytadilar.

Masalan, agar ikki hodisa bir inersial sanoq sistemasining soati bo‘yicha bir vaqtda sodir bo‘lsa, ular klaasik tasavvurlarga binoan boshqa har qanday sanoq sistemasidagi soat bo‘yicha ham bir vaqtda sodir bo‘ladi.

Ko‘rsatilgan kelishmovcxilikni quyidagi misolda tushuntirish mumkin (7.3-rasm). Ikkita inersial sanoq sistemasi bor: qo‘zg‘almas K sistema va OX o‘qi yo‘nalishida doimiy v tezlik bilan harakatlanuvchi K′ sistema.

Ikkala K va K′ sistemada vaqt hisobi boshlangan paytda (t=t′=0), ularning koordinata boshlari O va O′ ustma-ust tushgan onda 0 nuqtada oniy yorug‘lik chaqnashi sodir bo‘lsin. Yorug‘lik vakuumda ***s*** tezlik bilan tarqalib, t>0 momentda *K* sanoq sistemasida markazi O nuqtada, radiusi *ct* bo‘lgan sfera sirtidagi nuqtalar yetadi. K′ sistemada yorug‘lik chaqnashi t′=0 vaqt momentida O′ nuqtada sodir bo‘ldi deb hisoblash mumkin. Shuning uchun maxsus nisbiylik nazariyasi postulotlariga binoan K′ sanoq sistemasida t′=t vaqt momentida K sistemadagidek st radiusli sfera nuqtalariga yetadi, lekin bu sferaning radiusi O nuqtada emas, undan vt masofada joylashgan O′ nuqtada bo‘ladi. Shunday qilib, maxsus nisbiylik nazariyasi postulatlarini hamma sistemalarda bir xil o‘tuvchi absolyut vaqt haqidagi klassik tasavvurlar bilan birlashtirish mantiqsizlikka olib keladi, ya’ni chaqnagan yorug‘lik bir vaqtda ikki turli sferalarga tegishli bo‘lgan nuqtalariga yetib kelishi kerak.




**7.3-rasm**

**4.** Eynshteyn maxsus nisbiylik nazariyasining ikki postulatiga asoslanib, Galiley almashtirishlarining asosiga qurilgan fazo va vaqtning xossalari haqidagi tasavvurlarni qayta ko‘rib chiqdi. Shu masalaga batafsil to‘xtalamiz. Uzunlik va vaqt butun fizikaning asosiy tushunchalari bo‘lib xizmat qiladi. Bu tushunchalardan foydalanish mumkin bo‘lishi uchun masofa va vaqt oralig‘ini bir qiymatli o‘lchash usulini ko‘rsatib berish zarur. Qandaydir jismning (masalan sterjenni) uzunligini o‘lchash, uni aniq bir metrga teng deb hisoblanuvchi (o‘z-o‘zidan tushunarliki, bunda tashqi sharoitlar temperatura, bosim va shunga o‘xshashlar aniq ko‘rsatiladi) etalon uzunlik bilan solishtirish yo‘li bilan amalga oshiriladi. Etalon jism sifatida har qanday sanoq sistemasining zaruriy qurollaridan bo‘lgan, masalan, masshtabli lineykadan foydalanish mumkin. Bu o‘lchash usulini, agar sterjen’ K sanoq sistemasiga va masshtabli lineykaga nisbatan qo‘zg‘almas bo‘lsa, lineykani o‘lchanuvchi sterjen’ ustiga qo‘yib oson amalga oshirish mumkin.

Agar sterjen $K'$ sistema bilan birga *K* sistemaga nisbatan harakatlanayotgan bo‘lsa, o‘sha sterjenning uzunligini qanday o‘lchash mumkin (7.3 – rasm) ? Birinchidan, K′ sistema bilan harakatlanayotgan va shu sistemada uzunlik etaloni bo‘lgan o‘shanday masshtabli lineykadan foydalanib, yuqorida ko‘rsatilgan usul bilan o‘lchash mumkin. Bunda sterjenning $l'_0$ uzunligi, sterjen’ *K* sistemaga nisbatan tinch turgan birinchi holda o‘lchangan ($l_0$) bilan bir xil chiqishi kerakligini ko‘rish oson. Aytaylik, aslida, $l_0 \neq l_0$, masalan $l'_0 > l_0$ bo‘lsin. Endi *K′* sistema tinch turibdi, *K* sistema esa unga nisbatan – ***V*** tezlik bilan harakatlanmoqda deb olishimiz mumkin. U holda harakatlanayotgan *K* sistemaga nisbatan qo‘zg‘almas bo‘lgan sterjenning $l_0$ uzunligi $l'_0$ dan katta bo‘lishi kerak edi, bu esa yuqoridagi fikrlarga zid keladi. Shunga o‘xshash $l'_0$, $l_0$ dan kichik bo‘lolmasligi isbotlanadi. Demak $l'_0 = l_0$.

$K'$ sistema bilan birga harakatlanuvchi sterjen’ uzunligini ham $K$ qo‘zg‘almas sistemada joylashgan masshtabli lineyka yordamida o‘lchash mumkin. Sodda bo‘lishi uchun sterjen’ $O'X'$ o‘qi bo‘ylab joylashgan deb hisoblaymiz. U holda $K$ sanoq sistemadan uning uzunligini o‘lchash uchun ixtiyoriy, lekin aniq bir vaqt momentida sterjenning uchlari bilan mos keluvchi $OX$ o‘qidagi ikki nuqta orasidagi $l$ masofani o‘lchash kerak. Bu nuqtalarning koordinatalarini $x_I$ va $x_2$ bilan belgilaymiz. Tushunarliki, sterjenning topilishi kerak bo‘lgan uzunligi $l = |x'_2 - x'_1|$. Sterjen’ qo‘zg‘almas bo‘lgan $K'$ sistemadagi uning uchlarining koordinatalari $x'_I$ va $x'_2$ bo‘lsa, uning uzunligi $|x'_2 - x'_1| = l_0$ bo‘ladi.

Savol tug‘iladi: $l$ va $l_0$ uzunliklar bir–biriga teng bo‘ladimi? Boshqacha aytganda, sterjenning uzunligi u masshtab lineykaga nisbatan qo‘zg‘almas bo‘lgan vaqtdagi uzunligini o‘lchash natijasi uni masshtab lineykaga nisbatan harakatlanayotgandagi uzunlik bilan mos tushudimi? Galiley almashtirishlarining va butun N’yuton mexanikasining asosiga qurilgan fazoning xossalari haqidagi tasavvurlariga binoan o‘z o‘zidan $l= l_0$ bo‘lishi aqlga to‘g‘ri keladi deb hisoblanadi. Eynshteyn bu savolga boshqacha javob berdi – $l$ ning $l_0$ ga teng yoki teng emasligini tajriba ko‘rsatishi kerak, tajribaga qadar (a rriori) bu haqda hech narsa aytib bo‘lmaydi.

**5.** Vaqtni o‘lchash uchun ham etalon zarur, etalon sifatida qandaydir real davriy jarayonlardan (masalan, Yerning Quyosh atrofidagi harakati, mayatnikning tebranishi, soat strelkasining aylanishi va shunga o‘xshashlar) foydalaniladi. Vaqtni har qanday o‘lchash ikki **hodisani bir vaqtlilik** tushunchasi (biz yuqorida bu tushunchadan uning ma’nosini aniqlamasdan foydalandik, unda harkatlanayotgan sterjen uzunligini qo‘zg‘almas masshtabli lineyka yordamida o‘lchash haqida gapirdik) bilan uzviy bog‘liq. Haqiqatdan ham, masalan, samolyot Domodedovo aeroportiga soat 12 da qo‘ndi, deyilgan gap nimani anglatadi? Bu shuni anglatadiki, etalon soat strelkasi uning shkala bo‘limlari orqali o‘tib ko‘rsatishi bo‘yicha soat 12 ga mos kelishi, samolyot qo‘nishi bilan bir vaqtda sodir bo‘ladi. Eynshteyn shunga e’tiborni qaratdiki, N’yuton zamonidan boshlab klassik fizikada N’yuton iborasi bilan aytganda «tashqi nimalargadir nisbatan olinmagan holda bir xil oquvchi» qandaydir absolyut vaqtning mavjudligi haqidagi ishonch xukumronlik qildi, shuning uchun «ikki hodisaning bir vaqtliligi», «oldin» va «keyin» tushunchalari aprior, ya’ni qandaydir tajribaga asoslanmagan holda o‘z-o‘zidan tushunarli deb hisoblandi. Eynshteyn bu adashishni yo‘qotdi. U ko‘rsatdiki, bir vaqtlilik tushunchasi o‘z-o‘zidan tushunarli emas, u ham boshqa tushunchalarga o‘xshab, tekshirish mumkin bo‘lgan real fizik jarayonga asoslanib, ko‘rilayotgan jarayonlarning bir vaqtli yoki bir vaqtli emasligini qat’iy aniqlashiga muxtoj. Haqiqatdan ham, agar hodisalar bir joyda sodir bo‘lsa, biz ularning mos kelishiga qarab bir vaqtliligini bir qiymatli va oson aniqlashimiz mumkin. Lekin, umuman aytganda, qanday qilib $A$ nuqtada joylashgan bitta soat yordamida biri $A$ nuqtada, boshqasi undan uzoqdagi $V$ nuqtada sodir bo‘lgan ikki hodisaning bir vaqtli yoki bir vaqtli emasligini payqash mumkinligi mutlaqo tushunarsiz.

**6.** Bu masala yechimining fizika uchun muhimligini quyidagi misolda ko‘rsatish mumkin. $A$ nuqtadan $V$ nuqtaga yuborilayotgan qandaydir signalning tarqalish tezligini tajribada aniqlash uchun signalning jo‘natilishi va yetib kelish paytlari orasida o‘tgan $\Delta t$ vaqt oralig‘ini bilish zarur. Vaqt oralig‘i $\Delta t$ ni biri $A$ nuqtada joylashgan, ikkinchisi birinchi soat yurishi bilan sinxronligi tekshirilgandan keyin $A$ nuqtadan $V$ nuqtaga keltirilgan ikkita bir xil soatlar yordamida o‘lchash mumkin.

Signal *A* nuqtadan $t_1$ vaqt momentida (birinchi soat bo‘yicha) yuborilsin va *B* nuqtaga $t_2$ vaqt momentida (ikkinchi soat bo‘yicha) yetib kelsin. U holda signal tezligi. $\upsilon = L/(t_1 - t_2)$ formula bilan aniqlanadi, bu yerda *L* – *A* va *B* nuqtalar orasidagi masofa. Ammo, agar ikkinchi soat *B* nuqtaga olib kelingandan keyin ham birinchi soat bilan sinxron yurishda davom etadigan bo‘lsa, haqiqatdan ham shunday bo‘lardi, ya’ni *A* nuqtadan signal jo‘natilgan momentda *B* nuqtadagi ikkinchi soat ham $t_1$ vaqtni ko‘rsatgan va *A* nuqtadagi soat bilan bir xil tezlikda yurgan bo‘lardi. Soatlarning bir xil tezlikda yurishishini, masalan, *A* nuqtadan signalni birinchi soat bo‘yicha aniq vaqt oraliklarida jo‘natib, *B* nuqtaga kelish momentlari orasidagi vaqt oralig‘ini ikkinchi soat bilan qayd qilib tajribada tekshirish mumkin. Soatlarning bir xil ko‘rsatishini ham faqat *A* nuqtadan *B* nuqtaga bir zumda yetib keladigan signal yordamida tekshirish mumkin. Ammo tabiatda bunday signallar yo‘q. Demak, *A* va *B* nuqtadagi soatlarning sinxronlash haqidagi, ya’ni bu soatlar strelkalari ularning o‘xshash shkalalar oralig‘ini bir vaqtda o‘tishi haqidagi masalani, bu soatlar yurishini qachon sinxron deb hisoblash haqida kelishib olish (aniqlab olish) yo‘li bilan hal qilish mumkin.

**7.** Bunday aniqlashning asosi qilib Eynshteyn yorug‘likning vakuumda tarqalish jarayonini oladi. A nuqtadagi soat bo‘yicha yorug‘lik signali $t_1$ vaqt momentida yuborilib, V nuqtadan A nuqtaga $t_2$ vaqt momentida qaytib kelgan bo‘lsin. U holda t’rif bo‘yicha, *agar A va B nuqtalardagi soatlar bir xil tezlikda yursa va B nuqtaga o‘rnatilgan soat yorug‘lik signali yetib kelganda* $t_3=(t_1 + t_2)/2$ *vaqtni ko‘rsatsa, B nuqtadagi soat A nuqtadagi soat bilan sinxron bo‘ladi.*

Eynshteyn tomonidan soatlarni sinxronlash uchun fizik jarayon sifatida vakuumdagi yorug‘lik signalining tanlab olinishi tasodifiy emasdir. Birinchidan, tajribalar ko‘rsatadiki, har qanday boshqa signalning tezligi, ya’ni fizik jarayon qanday bo‘lmasin uning yo‘lida uchragan to‘siqqa unday yoki bunday ta’sir ko‘rsata olishi yorug‘likning vakuumdagi **s** tezligidan oshmaydi. Ikkinchidan, nisbiylik nazariyasi postulotlariga binoan, **s** kattalik hamma yo‘nalishda va hamma inersial sanoq sistemalarda bir xil.

Eynshteyn bergan ta’rif sanoq sistemasining turli nuqtalarida joylashgan soatlarni sinxronlashni bir qiymatli va amalga oshirib bo‘ladigan usulini aniqlaydi. Bunda o‘z-o‘zidan sanoq sistemasining xronometrizatsiyalash amalga oshadi, ya’ni unda har bir hodisa uchun uni qaerda sodir bo‘lishiga bog‘liq bo‘lmagan holda to‘liq aniqlangan vaqt momenti (vaqt sanoq boshining tanlanishiga bog‘liq bo‘lgan doimiy qo‘sxiluvchi aniqligida) mos keladi.

## 7.3-§. Lorens almashtirishlari

1. Maxsus nisbiylik nazariyasi postulatlaridan, hamda fazoning bir jinsli va izotropligidan va vaqtning bir jinsliligidan ikki inersial sanoq sistemasidagi bir hodisaning koordinata va vaqtlari orasidagi munosabat, N’yuton mexanikasi hisoblaganidek, (7.1) Galiley almashtirishlari bilan emas, balki Lorens almashtirishlari bilan ifodalanishi kelib chiqadi. Qo‘zg‘almas *K* va harakatlanuvchi *K′* dekart koordinatasining o‘xshash o‘qlari o‘zaro parallel, shu bilan birga *K′* sistema *K* ga nisbatan *OX* o‘qi yo‘nalishida o‘zgarmas V tezlik harakatlanganda, **Lorens almashtirishlari** sodda ko‘rinishga ega bo‘ladi (7.2-rasmga qarang). Agar, bundan tashqari, ikkala sistemada ham vaqtning hisob boshi sifatida ($t=0$ va $t'=0$) ikki sistemaning koordinata boshlari ustma-ust tushgan vaqt momenti

tanlansa, Lorens almashtirishlari quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, & x &= \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\
y' &= y, & y &= y' \\
z &= z' & z &= z' \\
t &= \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} & t &= \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}
\end{aligned}
\qquad (7.5)
$$

bu yerda s – yorug‘likning vakuumdagi tezligi.

**2.** (7.5) formulalarni, masalan quyidagi yo‘sinda olish mumkin. Vaqtning $t$=0 boshlang‘ich momentida $K$ qo‘zg‘almas sistemaning $O$ nuqtasidan (7.3-rasm) vakuumda tarqaluvchi juda qisqa vaqtli yorug‘lik signali chiqarilsin. $K$ sistemada $t$ vaqt momentida signal yetib borgan nuqtalarning koordinatalarini

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \qquad (7.6)$$

shart qanoatlantiradi.

Vaqtning $t$=0 momentida harakatlanuvchi sistemaning O′ koordinata boshi $O$ nuqta bilan mos tushadi. $K'$ sistemadagi soatda bu vaqt momentini $t'$=0 qilib belgilash maqsadga muvofiqdir. Nisbiylik nazariyasi postulatlaridan o‘sha qisqa yorug‘lik signalning tarqalish qonuni (7.6) ga o‘xshashligi kelib chiqadi, ya’ni $t$ vaqt momentida signal $K'$ sanoq sistemasida koordinatalari

$$(x')^2 + (u')^2 + (z')^2 = c^2 (t')^2 \qquad (7.6')$$

shartni qanoatlantiruvchi nuqtalarga yetadi.

Shunday qilib, nisbiylik nazariyasi postulotlariga binoan, $K$ va $K'$ sanoq sistemalaridagi koordinata va vaqtlar

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 \qquad (7.7)$$

munosabatni qanoatlantirishi kerak. Bir inersial sistemadan boshqasiga o‘tganda koordinata va vaqt almashtirishlari chiziqli bo‘lishi kerak, chunki faqat shunday munosabat, har qanday ikki sistemaning teng huquqliligini, ularning har birini teng huquqda qo‘zg‘almas sistema sifatida qabul qilish mumkinligiga zid bo‘lmaydi.

$O'Y'$ va $O'Z'$ o‘qlar, hamda ularga o‘zaro parallel bo‘lgan $OY$ va $OZ$ o‘qlar harakatlanuvchi K′ sistemaning tezlik vektoriga tik bo‘lgan tekislikda yotadi, ya’ni ular **V** ga nisbatan mutlaqo bir xil vaziyatda joylashgan. Shuning uchun $Y$ bilan $Y'$ koordinatalar orasidagi bog‘lanish, z′ bilan z orasidagiga o‘xshash bo‘lishi kerak. boshqacha aytganda, axtarilayotgan almashtirishlar quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$
\begin{aligned}
x' &= \alpha_1 x + \beta_1 t, & y' &= \alpha_2 y + \beta_2 t, \\
z' &= \alpha_2 z + \beta_2 t, & t' &= \alpha_3 x + \beta_3 t,
\end{aligned}
\qquad (7.8)
$$

bu yerda $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$ – qiymati topilishi kerak bo‘lgan o‘zgarmas koeffitsientlar.

O′ nuqtaning K′ va K sistemalardagi koordinatalari teng:

$$x'_{0'} = y'_{0'} = z'_{0'} = 0, \qquad x_{0'} = Vt, \qquad y_{0'} = z_{0'} = 0$$

Bu qiymatlarni (7.8) ga qo‘yib, quyidagi ifodalarni olamiz $\alpha_1$vt+$\beta_1$t=0, $\beta_2$t=0, ya’ni

$$\beta_1 = \alpha_1 v,\ \beta_2 = 0\ . \qquad (7.9)$$

Shunga o‘xshash $O$ nuqtaning $K$ va $K$` sistemalardagi koordinatalari teng: $x_0=u_0=z_0=0$, $x'_0=-vt'$, $u'_0=z'_0=0$ bo‘ladi.

Bu qiymatlarni (7.8) ga qo‘yib, $-Vt' = \beta_1 t$ va $t' = \beta_3 t$ ifodalarni olamiz, ya’ni

$$\beta_3 = -\beta_1/V = \alpha_1 \qquad (7.9')$$

Shunday qilib, axtarilayotgan (7.8) almashtirishlarni soddaroq holda ko‘rsatish mumkin:

$$x' = \alpha_1 (x - Vt), \quad y' = \alpha_2 y, \qquad (7.10)$$

$$z' = \alpha_2 z, \qquad t' = \alpha_3 x - \alpha_1 t \quad .$$

(7.10) almashtirishlar (7.7) munosabatga o‘xshagan munosabatning bajarilishini taminlashi kerak:

$$\alpha_1^2 (x - Vt)^2 + \alpha_2^2 y^2 + \alpha_2^2 z^2 - c^2 (\alpha_3 x + \alpha_1 t)^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

Buning uchun mos holda $x^2$, $y^2$, $z^2$, $t^2$ va $xt$ larning o‘ng va chap tomonidagi koeffitsientlari teng bo‘lishi kerak:

$$\alpha_1^2 - c^2\alpha_3^2 = 1, \qquad \alpha_2^2 = 1, \qquad \alpha_1^2\left(c^2 - V^2\right) = c^2, \qquad (7.11)$$
$$V\alpha_1^2 + c^2\alpha_1\alpha_3 = 0$$

Shunday qilib istalayotgan koeffitsientlar quyidagiga teng:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \qquad \alpha_1 = 1$$

$$\alpha_3 = -\frac{V}{c^2}\alpha_1 = -\frac{V/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Bu ifodalarni (7.10) ga qo‘yib, Lorens almashtirishlarining (7.5) formulalarini olamiz .

** Biz $\alpha_1$ ning (7.11) munosabatni qanoatlantiruvchi $\alpha_1 = -\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ bo‘lgan ikkinchi qiymatini tashlab yubordik, chunki $\alpha_1<0$ bo‘lganda $K$ sistemada vaqtning ortishi K′ sistemadagi t′ vaqtning kamayishiga mos keladi. $\alpha_2$ ning $\alpha_2$ =–1 bo‘lgan ikkinchi qiymatini ham tashlab yuboramiz, chunki $y' = -y$ va $z' = -z$ bo‘lganda, ya’ni koordinataning $O'Y'$ va $OY$, $O'Z'$ va $OZ$ o‘xshash ortlari o‘zaro qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalgan.

**3.** Lorens almashtirishlari ko‘rsatadiki, bir inersial sistemadan unga nisbatan harakatlanayotgan boshqasiga o‘tganda ko‘rilayotgan hodisaning nafaqat fazoviy koordinatalari, balki ularga mos keluvchi vaqt momentlari ham o‘zgaradi. Ammo hodisaning fazoviy koordinatalari bilan ularning ixtiyoriy $K'$ inersial sanoq sistemalarida sodir bo‘lish vaqti bilan ma’lum o‘zaro aloqa mavjud. (7.7) ga binoan $(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - (ct')^2$ kattalik $K'$ sistemaning $\boldsymbol{V}$ harakat tezligiga bog‘liq emas, ya’ni u barcha inersial sistemalarda bir xil va Lorens almashtirishlariga nisbatan invariantdir:

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - (ct')^2 = inv.$$

Koordinata x′ va vaqt t′ mavhum bo‘lishi mumkin emas. Shuning uchun (7.5) Lorens almashtirishlaridan **har qanday ikki inersial sistemaning bir-biriga nisbatan tezligi yorug‘likning vakuumdagi tezligidan ortiq bo‘lishi mumkin emasligi** $(V \le c)$ kelib chiqadi.

(7.5) Lorens almashtirishlari $V \ll c$ bo‘lganda, aniqrog‘i $(V/c) \to 0$ nisbat nolga intilganda, ya’ni $c \to \infty$ deb olinganda, Galiley almashtirishlariga o‘tadi. Boshqacha aytganda, Galiley almashtirishlari va unga asoslangan klassik (n’yuton) mexanikasi o‘zaro ta’sirni bir zumda tarqalishi haqidagi farazga asoslangan. Bunday taxminiy yondoshish faqat yorug‘lik tezligiga nisbatan bir necha marta kichik tezlikdagi jismlarning mexanik harakat qonuniyatlarini o‘rganayotganda o‘rinli bo‘ladi.

**4.** Lorens almashtirishlaridan ko‘rinadiki, nisbiylik nazariyasida faqat bitta, yolg‘iz inersial sistemaga, hamda nisbat qo‘zg‘almas bo‘lgan hamma inersial sistemalarga qo‘llaniladigan aniq «vaqt momenti» haqida gapirish mumkin. Shu bilan birgalikda K sistemada bir «vaqt momentiga» (bu sistemadagi fazoning hamma nuqtalariga t vaqtning aniq bitta qiymati) harakatlanuvchi K′ sanoq sistemasida fazoning turli nuqtalarining x koordinatalariga bog‘liq holda t′ vaqtning ko‘pgina turli qiymatlari mos keladi:

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Aksincha, $K'$ sistemadagi bir «vaqt momentiga», $K$ sistemada $x'$ koordinatalarning qiymatiga bog‘liq holda $t$ vaqtning ko‘pgina qiymatlari mos keladi:

$$t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Aytilganlardan tushunarliki, **qandaydir ikkita hodisa orasidagi vaqt oralig‘i nisbiy: u bir inersial sistemadan unga nisbatan harakatlanuvchi boshqasiga o‘tganda o‘zgaradi.**

Xususan, **fazoning turli nuqtalarida sodir bo‘luvchi ikki hodisaning bir vaqtliligi nisbiydir:** bir inersial sanoq sistemasida bir vaqtli bo‘lgan hodisa, unga nisbatan harakatlanuvchi boshqa inersial sanoq sistemasida umuman har doim ham bir vaqtli emas. Mana, (7.3) rasmda tasvirlangan misolda yorug‘lik chaqnashini $A$ nuqtaga (1 hodisa) va $B$ nuqtaga yetishi (2 hodisa) $K$ qo‘zg‘almas sistemada bir vaqtli, lekin turli nuqtalarda $(x_B = -x_A)$ sodir bo‘luvchi hodisalar $(t_2 = t_1)$ harakatlanuvchi $K'$ sanoq sistemalarida bu ikki hodisa bir vaqtli emas:

$$t_2' - t_1' = \frac{t_2 - Vx_B/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - \frac{t_1 - Vx_A/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{2Vx_A}{\sqrt{c^2 - V^2}} < 0$$

Yorug‘lik chaqnash manbai – O′ nuqtadan uzoqlashayotgan $A$ nuqtaga, unga yaqinlashayotgan $B$ nuqtaga qaraganda kech yetib boradi.

**5.** Sabab – oqibat orqali bog‘langan hodisa, hech bir inersial sistemada bir vaqtda sodir bo‘lmaydi, chunki har qanday oqibat uni keltirib chiqargan qandaydir sabab bilan aniqlanadi. Shu bilan birga har qanday jarayon (fizik, kimyoviy, biologik) bir zumda o‘tishi mumkin emas. Shuning uchun ikki hodisa orasidagi vaqt oralig‘ining nisbiyligi hech qachon sababiyat prinsipiga zid kelmaydi. Har qanday inersial sanoq sistemasida – oqibat, uning sababchisi bo‘lgan hodisadan keyin sodir bo‘ladi.

**6.** Ko‘pincha maxsus nisbiylik nazariyasini **relyativistik nazariya**, bu nazariyada bayon etiluvchi o‘ziga xos hodisalarga ega **relyativistik effektlar** deyiladi. Odatda relyativistik effektlar, jismlar **relyativistik tezlik** deb ataluvchi va yorug‘likning vakuumdagi tezligiga ($c=3\cdot10^8$m/s) yaqin tezlikda harakatlanganda namoyon bo‘ladi. Maxsus nisbiylik nazariyasiga asoslangan relyativistik tezlik mexanikasiga **relyativistik mexanika** deyiladi.

## 7.4-§. Uzunlik va vaqt oralig‘ining nisbiyligi. Ikki hodisa orasidagi interval

1. Lorens (7.5) almashtirishlaridan inersial sanoq sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan jismning chiziqli o‘lchami harakat yo‘nalishida kamayishi kelib chiqadi. Jism bo‘ylanma o‘lchamini uning harakatidagi bu o‘zgarishiga **Lorens qisqarishi** deyiladi. Aytaylik, $l_0$ - $K'$ sistemada tinch turgan sterjenning uzunligi bo‘lsin. Agar sterjen’

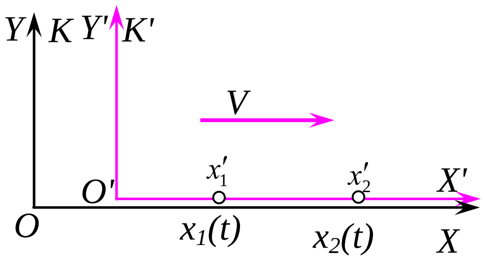
$OX'$ o‘qi bo‘ylab joylashgan bo‘lsa (7.4-rasm) , $l_0=x'_2 - x'_1$, bo‘ladi, bu yerda $x'_2$ va $x'_1$ - sterjen’ uchlarining koordinatalari. K sanoq sistemasiga nisbatan *OX* o‘qi bo‘ylab *V* tezlik bilan harakatlanayotgan o‘sha sterjenning *l* uzunligi, t vaqt momentida o‘lchangan uning uchlari koordinatalarining farqiga teng:

$$l = x_2(t) - x_1(t) = (x'_2 - x'_1)\sqrt{1 - V^2/c^2} = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2} \qquad (7.12)$$

Jismning ko‘ndalang o‘lchamlari uning harakat tezligiga bog‘liq emas va barcha inersial sistemalarda bir xil:

$$y_2 - y_1 = y'_2 - y'_1, \quad z_2 - z_1 = z'_2 - z'_1 \qquad (7.12').$$

Demak, jismning chiziqli o‘lchamlari nisbiydir. Jism qaysi inersial sistemaga nisbatan tinch turgan bo‘lsa, ular o‘sha sistemada maksimal bo‘ladi. Jismning bu o‘lchamlari uning **xususiy o‘lchamlari** deyiladi.




7.4-rasm

Lorens qisqarishi relyativistik kinematik effektdir. U harakatlanuvchi jismni harakat yo‘nalishida siquvchi qandaydir bo‘ylanma kuchning ta’siri bilan bog‘liq emas. Bu qisqarish faqat yorug‘likning vakuumdagi harakat tezligiga yaqin tezliklarda bilinadi. Lorens qisqarish formulalaridan jism V≥s tezlik bilan harakatlanaolmasligi kelib chiqadi, chunki V=s bo‘lganda jismning bo‘ylanma o‘lchami nolga teng bo‘lib qoladi, V>s bo‘lganda esa u mavhum bo‘lishi kerak bo‘lardi.

**2.** Lorens almashtirishlaridan kelib chiqadigan yana bir muhim natija – qandaydir ikki hodisa (masalan biror-bir jarayonning boshlanishi bilan tugashi) orasidagi vaqt oralig‘ining nisbiyligi, ya’ni bu vaqt oralig‘ini inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liqligidir. Harakatlanuvchi *K′* inersial sanoq sistemasida tekshirilayotgan 1 va 2 hodisalar *K*` sistemaga nisbatan qo‘zg‘almas bo‘lgan A nuqtada ($x'_2 = x'_1$) $t'_1$ va $t'_2$ vaqt momentlarida sodir bo‘lsin, u holda bu hodisalar orasidagi vaqt oralig‘i $\tau_0 = t'_2 - t'_1$ bo‘ladi. Qo‘zg‘almas *K* sistemaga nisbatan *A* nuqta *K′* sistema tezligiga teng tezlik bilan harakatlanadi.

Shuning uchun 1 va 2 hodisalar *K* sistema koordinatasining turlicha bo‘lgan $x_1$ va $x_2$ nuqtalarida sodir bo‘ladi, bunda $x_2 - x_1 = V\tau$ bo‘ladi, bu yerda $\tau = t_2 - t_1$ – *K* sanoq sistemasidagi soat bo‘yicha 1 va 2 hodisalar orasidagi vaqt oralig‘i. Lorens almashtirishlaridan

$$\tau = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \qquad (7.13)$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib, ikki hodisa inersial sistemaga nisbatan bir nuqtada sodir bo‘lsa, u hodisalar orasidagi vaqt oralig‘i o‘sha inersial sanoq sistemasida minimal bo‘ladi. Harakatlanayotgan ob’ekt bilan birga harakatlanayotgan soat bilan o‘lchangan vaqt bu ob’ektning **xususiy vaqti** deyiladi. Biz ko‘rgan qonuniyat **vaqt o‘tishi sekinlashishining relyativistik effekti** mavjudligidan dalolat beradi: **biror inersial sanoq sistemaga nisbatan *V* tezlik bilan harakatlanuvchi soat, harakatsiziga qaraganda** $1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$ **marta sekin yuradi.**

Nisbiylik prinsipiga muvofiq harakatlanuvchi sanoq sistemasida hamma fizik jarayonlar qo‘zg‘almas sistemaga qaraganda sekin o‘tadi.

Vaqt o‘tishining sekinlashish effekti faqat yorug‘likning vakuumdagi tezligiga yaqin bo‘lgan juda katta *V* harakatlanish tezliklarda sezilarli bo‘ladi. Masalan, myunlar bilan o‘tkazilgan tajribada shunday bo‘lishi tasdiqlandi. Myuon stabil bo‘lmagan elementar zarracha. Myuonning o‘rtacha xususiy yashash vaqti $\tau_0$=2,2 mks (myuonga nisbatan tinch turgan inersial sanoq sistemasidagi soat bo‘yicha). Myuonlar atmosferaning yuqori qatlamlarida birlamchi kosmik nurlar ta’sirida paydo bo‘ladi va Yerga nisbatan s ga yaqin bo‘lgan *V* tezlik bilan harakatlanadi. Agar vaqt sekinlashishining relyativistik effekti bo‘lmaganda edi, myuon o‘zining yashash vaqtida yerdagi kuzatuvchiga nisbatan atmosfera tomon o‘rtacha $\tau_0$ s=650 m dan oshmaydigan yo‘lni bosib o‘tardi. Boshqacha aytganda myuonlar yer sirtiga yetib kelolmagan bo‘lardi. Haqiqatda esa yer sirtiga o‘rnatilgan asboblar ularni qayd qiladi, chunki harakatlanayotgan myuonning yerdagi kuzatuvchini soati bo‘yicha o‘rtacha yashash vaqti $\tau=\tau_0/\sqrt{1-V^2/c^2}>>\tau_0$ va bu vaqtda myuon bosib o‘tgan yo‘l, $\tau V>>660$ *m.*

**3.** Yerga nisbatan harakatlanayotgan kosmik kemada vaqt o‘tishining relyativistik sekinlashish effekti, «kelajakka» sayohatni amalga oshirish mumkinligini ko‘rsatadi. Nisbiylik prinsipiga binoan, kosmik kemadagi har qanday jarayonlar, hatto kosmonavtlarning qarish jarayonlari ham xuddi yerdagidek qonunlar bilan o‘tadi. Lekin bunda kemada o‘tayotgan vaqtni kema bilan birga Yerga nisbatan *V* tezlikda harakatlanayotgan soat yordamida o‘lchash kerak. Agar V, s ga yaqin bo‘lsa, kemadagi soat kosmodromdagi soatga qaraganda bir muncha, xususan $1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ marta sekin yuradi. Masalan, $V/c=0,99999$ bo‘lganda kemadagi va Yerdagi soatlar yurishidagi farq 224 martani tashkil qiladi. Demak, bunday kemada $\tau_0=10$ yil bo‘lgan vaqt oralig‘ida kemadagi soat bo‘yicha bor yo‘g‘i 10 yilga qarib kosmik parvoz qilinadi va lekin bunda Yerdagi soat bo‘yicha parvoz $\tau=2240$ yil davom etgan bo‘ladi! Bunda kema Yerdan juda katta masofaga $\ell=V\tau=\beta c\tau=2239,98$ yorug‘lik yili masofasiga uzoqlashgan bo‘ladi (1 yorug‘lik yili deb yorug‘likning vakuumda bir yilda bosib o‘tgan masofasiga aytiladi: 1 yor.yili=$9,46\cdot10^{15}$ m). Kema tezligi V, s ga qancha yaqin bo‘lsa, kema Yerga nisbatan kemadagi o‘sha $\tau_0$ xususiy vaqt oralig‘ida shuncha ko‘p $\ell$ masofani bosib o‘tadi, ya’ni kosmonavtlar ham o‘zining hayotida shuncha uzoq kosmik parvoz qiladilar. Agar kosmonavt s ga yaqin bo‘lgan V tezlikda kosmik safarni tugallab, Yerga qaytib kelib, u shu narsani payqaydiki, Yerdagi odamlar (xususan, u Yerda qolgan ukasi Xusan, agar o‘zi Xasan bo‘lsa) o‘ziga qaraganda ko‘proq qarigan bo‘ladi. V ning s dan yetarlicha kichik farqida, $(1-V^2/s^2)^{-1/2}>>1$ bo‘lganda, kosmonavt Yerga qaytganda uning parvozi vaqtida o‘zining butun tengdoshlar o‘tib ketgan bo‘lib, u keyingi avlodlar vakillarini uchratadi.

**4.** Birinchi qarashda nisbiylik nazariyasiga asoslanib to‘g‘ridan-to‘g‘ri teskari xulosaga kelish mumkin: kosmik kemaga nisbatan – V tezlikda harakatlanayotgan Yerdagi soat kemadagi soatdan orqada qolishi kerak. Shuning uchun parvozni davom etish vaqti Yerdagilar uchun emas kosmonavtlar uchun katta bo‘lishi kerak. demak, uchish davomida Xasan-Xusanlarning Yerda qolgani emas, kemada parvoz qilgani ko‘proq qarishi kerak. Shunday qilib, kosmodromdagi va kema Yerga qo‘ngandagi soatlarning ko‘rsatishidagi farq bir tomondan musbat, boshqa tomondan esa manfiy bo‘lishi kerak. Bunday absurd natija – **soatlar jumbog‘i** yoki **vaqt jumbog‘i** degan nom olgan. Haqiqatda esa bu yerda hech qanday jumboq yo‘q. U nisbiylik prinsipini noto‘g‘ri qo‘llash natijasida paydo bo‘ladi. Bu prinsip har qanday sanoq sistemalari haqida emas, faqat inersial sistemalarning teng xuquqliligi haqida gapiradi. Shu bilan birga kosmik kema bilan bog‘langan sanoq sistemasi, yer yoki aniqrog‘i quyosh sanoq sistemasidan farqli holda hamma vaqt ham inersial emas, chunki start berilgandagi tezlik olish vaqtida, manzilga borib qaytib kelishda va tormozlanib Yerga tushish vaqtida kema tezlanish bilan harakatlanadi. Shuning uchun bir inersial sistemaga nisbatan doim tinchlikda bo‘lgan kosmodromdagi soat yurishi bilan kosmik kemadagi soatning yurishi haqidagi masala nosimmetrik, ularga mos keluvchi sanoq sistemalari esa teng xuquqli emas. Boshida bayon qilingan fikrlar to‘g‘ri, negaki ular inersial (er bilan bog‘liq bo‘lgan) sanoq sistemasidan foydalanishga asoslangan, demak, soatlar jumbog‘iga olib kelgan keyingi fikr yuritishlar, noto‘g‘ri. Ikkinchi holda maxsus nisbiylik nazariyasidan emas, balki umumiy nisbiylik nazariyasidan foydalanish kerak. Bunda ma’lum bo‘ladiki, kosmonavtning nuqtai nazaricha uning soati kosmodromdagiga qaraganda sekin yurishi kerak.

**5.** K′ inersial sanoq sistemasida o‘lchangan ikki hodisa orasidagi interval (fazo-vaqt intervali) deb,

$$S'_{12} = \sqrt{c^2\left(t'_{12}\right)^2 - \left(\ell'_{12}\right)^2} \qquad (7.14)$$

kattalikka aytiladi, bu yerda $t'_{12} = t'_2 - t'_1$ - ko‘rilayotgan 1 va 2 hodisalar orasidagi vaqt oralig‘i (K′ sanoq sistemasidagi soat bo‘yicha); $\ell'_{12}$ - 1 va 2 hodisalar sodir bo‘layotgan nuqtalar orasidagi K′ sanoq sistemasida o‘lchangan masofa:

$$\ell'_{12} = \sqrt{\left(x'_2 - x'_1\right) + \left(y'_2 - y'_1\right) + \left(z'_2 - z'_1\right)}.$$

(7.5) Lorens almashtirishlaridan **1 va 2 hodisalar orasidagi interval inersial sanoq sistemalarining tanlanishiga nisbatan invariantdir**, ya’ni harakatlanuvchi *K′* sanoq sistemasidan qo‘zg‘almas *K* sanoq sistemasiga o‘tganda o‘zgarmaydi:

$$S'_{12} = S_{12} = \sqrt{c^2 t'_{12} - l'_{12}} \qquad (7.15)$$

Aslida

$$\left(S'_{12}\right)^2 = c^2\left(t'_2 - t'_1\right)^2 - \left(x'_2 - x'_1\right)^2 - \left(y'_2 - y'_1\right)^2 - \left(z'_2 - z'_1\right)^2 = \frac{c^2 - V^2}{1 - V^2/c^2}\left(t_2 - t_1\right)^2 -$$

$$- \frac{1 - V^2/c^2}{1 - V^2/c^2}\left(x_2 - x_1\right)^2 - \left(y_2 - y_1\right)^2 - \left(z_2 - z_1\right)^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = S_{12}^2 = in\upsilon$$

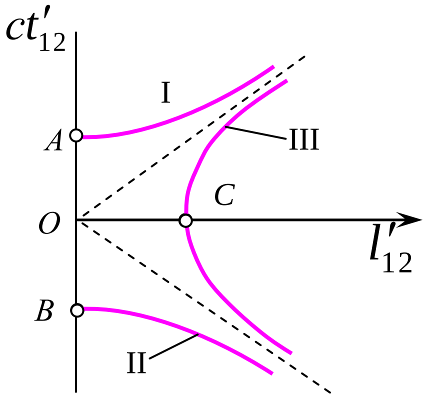
Agar $S_{12}^2$ >0 bo‘lsa, ya’ni $S_{12}$ – haqiqiy son bo‘lsa, $S_{12}$ interval **vaqtsimon** deyiladi. Agar $S_{12}^2$ <0, ya’ni $S_{12}$ – mavhum bo‘lsa, $S_{12}$ interval **fazosimon** deyiladi.

**6.** *K′* inersial sanoq sistemasining tanlanishiga nisbatan intervalning invariantligidan qo‘zg‘almas *K* sanoq sistemasining *OX* o‘qi bo‘ylab mumkin bo‘lgan hamma *V* tezliklarda harakatlanuvchi barcha *K′* sanoq sistemalaridagi ikki hodisa uchun $t'_{12}$ va $l`_{12}$ qiymatlarini $S^2(t'_{12})^2 - (\ell'_{12})^2 = S_{12}^2$ giperbola tenglamasi qanoatlantirishi kelib chiqadi.

Agar $S_{12}^2$ *>0* bo‘lsa, V tezliklari bilan farq qiluvchi $(0 \le V \le 0)$ har xil K′ inersial sanoq sistemalarida $t'_{12}$ bilan $l'_{12}$ orasidagi bog‘lanish grafigi giperbolaning I va II shohi ko‘rinishida tasvirlanadi (7.5-rasm). Demak, vaqtsimon interval bilan bog‘langan 1 va 2 hodisalar orasidagi vaqt oralig‘i ishorasi absolyut, ya’ni inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas: hamma *K′* sanoq sistemalarida ikkinchi hodisa yo doimo birinchidan keyin, ($t'_{12}>0$, I shoh) yo, doimo birinchisidan oldin ($t'_{12}<0$, II shoh) codir bo‘ladi. Bunda $\ell'_{12}$ masofa nisbiy, lekin shunday *K′* inersial sanoq sistemasini ko‘rsatish mumkinki, unda $l`_{12}$=0 bo‘ladi, 1 va 2 hodisalar bir joyda sodir bo‘ladi (I va II giperboladagi *A* va *B* nuqtalar).

O‘zaro sabab-oqibat bilan bog‘langan ikki hodisa uchun doimo vaqtsimon interval yoki chegaraviy holda nolga teng interval ($S_{12}$=0) mos kelishi kerak. Bu shu bilan belgilanadiki, 2 hodisani (oqibat) keltirib chiqargan 1 hodisani (sabab) o‘zaro bog‘lovchi signal vakuumda yorug‘lik tezligidan ortiq bo‘lgan tezlikda tarqalishi mumkin emas: $l`_{12} =\leq s(t'_{12} - t_1)$.

Fazosimon interval bilan bog‘langan hodisalarda ($S'_{12}<0$), $t'_{12}$ ning ishorasi nisbiy: $K'$ biror inersial sanoq sistemasida $t'_{12} > 0$ bo‘ladi (7.5-rasmdagi III giperbolaning yuqori qismi), boshqasida esa $t'_{12} < 0$ (III giperbolaning ostki qismi), $C$ nuqta shunday $K'$ sanoq sistemasiga mos keladiki, unda $t'_{12} = 0$ bo‘ladi; ya’ni 1 va 2 hodisalar bir vaqtda sodir bo‘ladi.



**7.5-rasm**

## 7.5-§. Relyativistik kinematikada tezlik va tezlanishlarni almashtirish

1. $K$ va $K'$ inersial sanoq sistemalarda ikki nuqtaning **v** va **v′** tezliklar qiymati

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{dr}{dt} = \upsilon_x i + \upsilon_y j + \upsilon_z k$$

$$\vec{\mathbf{v}}' = \frac{dr}{dt} = \upsilon_{x'} i' + \upsilon_{y'} j + \upsilon_{z'} k'$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bu yerda $r = xi + yj + zk$ va $r' = x'i' + y'j' + z'k'$ - qurilayotgan nuqtalarning $K$ va $K'$ sanoq sistemalaridagi radius –vektorlari. Bu **v** va **v′** tezliklarning dekart koordinat o‘qlaridagi proeksiyalari quyidagicha yoziladi:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \qquad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \qquad \upsilon_z = \frac{dz}{dt},$$
$$\upsilon'_{x'} = \frac{dx'}{dt'}, \qquad \upsilon'_{y'} = \frac{dy'}{dt'}, \qquad \upsilon'_{z'} = \frac{dz'}{dt'} \qquad (7.16)$$

Agar $K$ va $K'$ sanoq sistemalari dekart koordinatalarining o‘xshash o‘qlari o‘zaro parallel va $K$ sistema $K'$ sistemaga nisbatan $OX$ o‘qi bo‘ylab v tezlik bilan harakatlanayotgan (7.2-rasmga qarang), shu bilan birga vaqtning boshlang‘ich momentida ($t=t'=0$) bu sistemalarning $O$ va $O'$ koordinat boshlari ustma-ust tushsa, (7.5) ko‘rinishdagi Lorens almashtirishlari o‘rinli bo‘ladi.
Bu almashtirishlardan

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx/dt - V}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\upsilon_x - V}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} = \upsilon_y, \qquad \frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} = \upsilon_z,$$

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{V}{c^2}\frac{dx}{dt}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1 - V\upsilon_x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

kelib chiqadi, bu yerda $\beta = V/c$. Bunda

$$\upsilon_{x'} = \frac{dx'}{dt} = \left(dx'/dt\right):(dt'/dt)$$
$$\upsilon_{y'} = \frac{dy'}{dt'} = \left(dy'/dt\right):(dt'/dt)$$
$$\upsilon_{z'} = \frac{dz'}{dt'} = \left(dz'/dt\right):(dt'/dt)$$

bo‘lgani uchun $K$ va $K'$ sistemalardagi nuqta tezliklarini koordinat o‘qlaridagi proeksiyalari orasidagi bog‘lanish quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\upsilon'_{x'} = \frac{\upsilon_x - V}{1 - V\upsilon_x / c^2}, \qquad \upsilon_x = \frac{\upsilon'_{x'} + V}{1 + V\upsilon'_{x'} / c^2},$$
$$\upsilon'_{y'} = \frac{\upsilon_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - V\upsilon_x / c^2}, \qquad \upsilon_y = \frac{\upsilon'_{y'} \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V\upsilon'_{x'} / c^2}, \tag{7.17}$$
$$\upsilon'_{z'} = \frac{\upsilon_z \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - V\upsilon_x / c^2}, \qquad \upsilon_z = \frac{\upsilon'_{z'} \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + V\upsilon'_{x'} / c^2}.$$

Bu formulalar relyativistik kinematikada tezliklarning qo‘shish (almashtirish) qonunini ifodalaydi. Bunda $c \to \infty$ bo‘lgan chegarada ular N’yuton mexanikasidagi tezliklarning qo‘shishning odatdagi (7.3) va (7.4) qonuniga o‘tadi:

$$\upsilon'_{x'} = \upsilon_x - V, \qquad \upsilon'_{y'} = \upsilon_y,$$
$$\upsilon'_{z'} = \upsilon_z \quad \text{va} \quad v` = v - V$$

**2.** (7.17) formulalardan foydalanib, v va v′ vektorlar modullarning kvadratlari bir-biri bilan quyidagi munosabatlar bilan bog‘langanligini ko‘rsatish mumkin:

$$(\upsilon')^2 = c^2\left[1 - \frac{\left(1 - \upsilon^2/c^2\right)\left(1 - V^2/c^2\right)}{1 - V\upsilon_x / c^2}\right],$$
$$\upsilon^2 = c^2\left[1 - \frac{(1 - (\upsilon')^2/c^2\left(1 - V^2/c^2\right)}{1 + V\upsilon'_{x'} / c^2}\right]. \tag{7.18}$$

(7.18) dan agar υ′ = s bo‘lsa, υ = s bo‘lishi va aksincha ham bo‘lishi kelib chiqadi**.** Shunday qilib, **agar qandaydir inersial sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning tezligi yorug‘likning vakuumdagi tezligiga teng bo‘lsa, u ixtiyoriy boshqa inersial sistemalarga nisbatan ham shunday bo‘ladi.**

Boshqa tomondan, agar $\upsilon' < c$ bo‘lsa, $\upsilon < c$ bo‘ladi va aksincha, agar $\upsilon < c$ bo‘lsa, $\upsilon' < c$ bo‘ladi, chunki bu shartda (7.18) ifodadagi o‘rta qavsning ichidagi ifoda birdan kichik. Bundan, xususan, quyidagi natija ham kelib chiqadi: ikki zarrachaning tezligi **c** ga qanchalik yaqin bo‘lmasin, ularning nisbiy tezligi doimo **s** dan kichik. Masalan, ikki zarracha $K$ sanoq sistemada $OX$ o‘qi bo‘ylab bir-biriga tomon mos holda $\mathbf{v}_1=0{,}9\,c\mathbf{i}$ va $\mathbf{v}_2=0{,}7c\mathbf{i}$ tezliklar bilan harakatlanayotgan bo‘lsin. Ikkinchi zarrachaning birinchi zarrachaga nisbatan ularning tezlik modullari N’yuton mexanikasi hisoblanganidek, c dan katta bo‘lsa ham ularning geometrik farqiga $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = -1{,}6\ c\mathbf{i}$ teng bo‘lmaydi, istalayotgan tezlik ikkinchi zarrachaning birinchi zarracha bilan birga harakatlanayotgan $K'$ inersial sanoq sistemasiga nisbatan tezligiga teng ($\mathbf{v}$ =0,9 c**i**), ya’ni

$$\mathbf{u}_{21} = \mathbf{v}'_2$$

Shunday qilib, $\upsilon_{2x}=-0{,}7c$, $\upsilon_{2y}=\upsilon_{2z}=0$ va $V=0{,}9c$ bo‘lgani uchun (7.17) formuladan

$$\upsilon'_{2x'} = \frac{\upsilon_{2x} - V}{1 - V\upsilon_{2x}/c^2} = -\frac{1{,}6c}{1+0{,}63} = -0{,}982\ c$$

$$\upsilon'_{2y'} = \upsilon'_{2z'} = 0 \quad ,$$

ya’ni $\boldsymbol{u}_{21} = -\,0{,}982\, c\boldsymbol{i}'$ va $|\boldsymbol{u}_{21}| < c$ bo‘ladi.

**3.** Shunga o‘xshash, (7.5) va (7.17) dan tezlanishning $K$ va $K'$ sanoq sistemalari dekart koordinata o‘qlardagi proeksiyalari orasida quyidagicha munosabat borligini ko‘rsatish mumkin.

$$a'_{x'} = \frac{d\upsilon'_{z'}}{dt'} = a_x\left(\frac{\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-V\upsilon_x/c^2}\right)^3,$$

$$a'_{y'} = \frac{d\upsilon'_{y'}}{dt'} = \left(1-\frac{V\upsilon_x}{c^2}\right)a_y + \frac{V\upsilon_y}{c^2}a_x\,\frac{1-V^2/c^2}{(1-V\upsilon_x/c^2)^3}$$

$$a'_{z'} = \frac{d\upsilon'_{z'}}{dt'} = \left[\left(1-\frac{V\upsilon_x}{c^2}\right)a_z + \frac{V\upsilon_z}{c^2}a_x\right]\frac{1-V^2/c^2}{(1-V\upsilon_x/c^2)^3}; \qquad (7.19)$$

$$a_x = \frac{d\upsilon'_z}{dt} = a'_{x'}\left(\frac{\sqrt{1-V^2/c^2}}{1+V\upsilon'_{x'}/c^2)}\right)^3,$$

$$a_y = \frac{d\upsilon'_y}{dt} = \left[\left(1+\frac{V\upsilon'_{x'}}{c^2}\right)a'_{y'} - \frac{V\upsilon'_{y'}}{c^2}a'_{x'}\right]\frac{1-V^2/c^2}{(1+V\upsilon'_{x'}/c^2)^3},$$

$$a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \left[\left(1+\frac{V\upsilon'_{x'}}{c^2}\right)a'_{z'} - \frac{V\upsilon'_{z'}}{c^2}a'_{x'}\right]\frac{1-V^2/c^2}{(1+V\upsilon'_{x'}/c^2)^3} \qquad (7.19')$$

(7.19) va (7.19′) formulalar **relyativistik kinematikada tezliklarning almashtirish qonunini** ifodalaydi. Agar V<<c va nuqta tezligi $\upsilon$<<c bo‘lsa, $\upsilon_x$<<c, $\upsilon_u$<<c bo‘ladi va (7.19) va (7.19′) relyativistik formulalar klassik formulalarga o‘tadi: $a'_{x'} = a_x$, $a'_{y'} = a_y$, $a'_{z'} = a_z$ va $\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a}$.

## 7.6-§. Relyativistik dinamika haqida tushuncha

**1.** Nisbiylik prinsipidan har qanday fizik qonunning matematik yozilishi har qanday inersial sistemada bir xil bo‘lishi kerakligi kelib chiqadi. Bu shuni bildiradiki, qandaydir fizik hodisani $K'$ inersial sanoq sistemasida ifodalovchi tenglama, o‘sha hodisani $K$ sanoq sistemasida ifodalangan tenglamalardagi shtrixlanmagan ya’ni $K$ sanoq sistemada o‘lchangan kattaliklarni shtrixlangan ya’ni, $K'$ sistemada o‘lchangan kattaliklarga oddiy almashtirish yo‘li bilan olinadi. Ko‘rsatilgan shartlar, fizik qonun tenglamasining Lorens almashtirishlariga nisbatan konvariantlik sharti, yoki qisqacha **Lorens-invariantlik sharti** deyiladi. Moddiy nuqta uchun N’yuton klassik dinamikasining asosiy qonuni

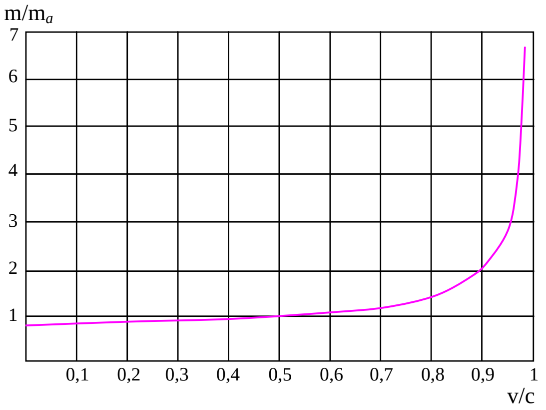
$$m\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \vec{F} \qquad \text{yoki} \qquad \frac{d}{dt}(m\vec{\mathbf{v}}) = \vec{F}$$

bo‘ladi, bunda moddiy nuqta massasi hamma inersial sanoq sistemalarida doimiy va bir xil hisoblanadi, uni Lorens almashtirishlariga nisbatan konvariant emasligi ma’lum bo‘ladi. Demak, bu qonuni bo‘lib xizmat qilaolmaydi.

**2.** Relyativistik dinamikada moddiy nuqtaning impulsi $\vec{p}$ N’yuton dinamikasidek, uning massasiga proporsional va yo‘nalishi bu nuqtaning tezlik yo‘nalishi bilan mos tushadi. Ammo, N'yuton dinamikasidan farqi shundaki, nuqtaning impulsi uning tezligini chiziqli bo'lmagan funksiyasidir:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} . \tag{7.20}$$

Bunda moddiy nuqtaning massasi uning tezligiga bog'liq emas deb faraz qilinadi va shu bilan birga u sanoq sistemasining tanlanishiga nisbatan invariantdir. Agar v<<c bo'lsa, (7.20) ifoda amalda mv ga teng, ya'ni qiymati bo'yicha N'yuton mexanikasidagi moddiy nuqtaning impulsi bilan mos tushadi. (7.20) formula bilan ifodalanuvchi impuls $\vec{p}$ ba'zida **moddiy nuqtaning relyativistik impulsi** deyiladi.




**7.6-rasm**

Yaqin vaqtgacha m massani odatga ko'ra moddiy nuqtaning tinchlikdagi massasi deyilardi, bunda $m/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$ - shu nuqtaning relyativistik massasi. Mos holda, moddiy nuqta massasini uning tezligiga bog'liqligi haqida gapirilganda, nuqtaning relyativistik massasi tushuniladi.

**3. Moddiy nuqta relyativistik dinamikasining asosiy tenglamasi** quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right) = \vec{F} \tag{7.21}$$

yoki

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \ . \tag{7.22}$$

N'yuton mexanikasidan farqli ravishda moddiy nuqtaga ta'sir qiluvchi kuch inersial sanoq sistemasining tanlanishiga nisbatan invariant emas. Bir inersial sanoq sistemasidan boshqasiga o'tishda kuch komponentalarini almashtirish qoidasini, (7.21) tenglamaning Lorens - invariantlik shartlaridan va ilgari vaqt hamda moddiy nuqta tezlik komponentalarini almashtirish uchun topilgan qoidalardan hosil qilish mumkin.

Kichik tezliklarda υ<<c, (7.21) tenglama N'yuton dinamikasining asosiy (2.5) tenglamasi bilan amalda mos tushadi. Ammo moddiy nuqtaning tezligi ortgan sari uning impulsi, tezlikka qaraganda tezroq ortadi. (7.20) dan $\lim\limits_{\upsilon\to c} p = \infty$ bo'lishi kelib chiqadi. Barcha real kuchlar miqdori jihatidan chekli bo'lib, ularning jismga ta'siri esa vaqt bo'yicha chegaralangan. Shuning uchun (7.22) ga binoan ular jismga cheksiz katta impuls bera olmaydi. Demak, ixtiyoriy sanoq sistemasiga nisbatan jismning tezligi yorug'likning vakuumdagi tezligiga teng bo'lishi mumkin emas, doimo undan kichik.

Bunday fikr massasi nolga* teng, tezligi bo'lsa, *c* dan farq qilishi mumkin bo'lmagan fotonlar, neytrino va antineytrinolardan tashqari atomlar, molekulalar va barcha elementar zarrachalar uchun to'g'ri.

* Hozirgi vaqtda neytrino va antineytrino massasi 0 dan farqli mumkinligi bo'lishi haqidagi masala chuqur o'rganilmoqda (46.5-§ ga qarang).

**4.** Moddiy nuqtaning relyativistik mexanikadagi kinetik energiyasi uchun ifoda topaylik. Elementar ***dr*** siljishda moddiy nuqta kinetik energiyasining oshishi, bu siljishda moddiy nuqtaga ta'sir: qiluvchi ***F*** kuchning bajargan ishiga teng:

$$dW_k=\boldsymbol{F}d\boldsymbol{r}=\boldsymbol{F}\mathbf{v}dt, \tag{7.23}$$

bu yerda v - nuqta tezligi. (7.21) dan

$$\vec{F}=\frac{m}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}+\frac{m\vec{\mathbf{v}}}{c^2\left(1-\upsilon^2/c^2\right)^{3/2}}\upsilon\frac{d\upsilon}{dt},$$

bo'lishi kelib chiqadi. Shuning uchun

$$dW_K=\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\vec{\mathbf{v}}d\vec{\mathbf{v}}+\frac{m_0\upsilon d\upsilon}{c^2\left(1-\upsilon^2/c^2\right)^{3/2}}\vec{\mathbf{v}}\vec{\mathbf{v}}.$$

Bunda $\vec{\mathbf{v}}d\vec{\mathbf{v}}=\upsilon d\upsilon$ va $\vec{\mathbf{v}}\,\vec{\mathbf{v}}=\upsilon^2$ bo'lgani uchun

$$dW_K=\frac{m_0\upsilon d\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\left[1+\frac{\upsilon^2/c^2}{1-\upsilon^2/c^2}\right]=\frac{m_0\upsilon d\upsilon}{\left(1-\upsilon^2/c^2\right)^{3/2}}=c^2d\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right).$$

Shunday qilib, moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi bilan uning tezligi orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishga ega:

$$dW_K=c^2d\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right). \tag{7.24}$$

Bu tenglamani υ bo'yicha 0 dan υ gacha chegarada integrallab, moddiy nuqta kinetik energiyasi bilan tezligi orasidagi bog'lanishni olamiz:

$$dW_K=\int_0^{\upsilon}\frac{m_0\upsilon d\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}=m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}-1\right], \tag{7.25}$$

Teylor qatoriga yoyishdan foydalanamiz:

$$\frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}=\left[1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2\right]^{-1/2}=1+\frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2+\frac{3}{8}\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^4+\ldots$$

Agar υ<<s bo'lsa, bu qatorning birinchi ikki hadi bilan chegaralanish mumkin, u holda

$$W_k=1/2\ m_0c^2\ (\upsilon/c)^2=1/2m_0\upsilon^2$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib, moddiy nuqta tezligining kichik qiymatlarida uning (7.25) relyativistik formula bilan hisoblangan kinetik energiyasi N'yuton mexanikasidagi qiymati bilan mos keladi. Lekin moddiy nuqtaning katta tezliklarida uning kinetik energiyasi υ tezligi s ga yaqinlashgan sari cheksiz ortib borib $m\upsilon^2/2$ dan farq qiladi. (7.24) va (7.25) formulalar bir butun holda v tezlik bilan harakatlanuvchi moddiy nuqtalar sistemasi (masalan qattiq jism) uchun ham o'rinli.

**5.** (7.23) va (7.24) munosabatlar yordamida (7.21) tenglamani o'zgartirish va moddiy nuqta tezlanishi *a*=dv/dt bilan uni keltirib chiqaruvchi ***F*** kuch orasidagi bog'lanishni aniq ko'rinishda topish mumkin:

Shunday qilib,

$$\vec{a}=\frac{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}{m}\left(\vec{F}-\frac{\vec{F}.\vec{\mathbf{v}}}{c^2}\vec{\mathbf{v}}\right). \tag{7.26}$$

tenglamani olamiz.

Bu tenglamadan ko'rinadiki, $\vec{a}$ tezlanish uni keltirib chiqaruvchi ***F*** kuch bilan yo'nalishi

bo‘yicha ikki holda mos tushadi:
a) $\boldsymbol{F}\perp$ **v** (ko‘ndalang kuch) **Fv** =0 bo‘lgani uchun (7.26)quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$\vec{a} = \frac{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}{m}\vec{F}\,; \tag{7.27}$$

b) $\boldsymbol{F}\|$ **v** (bo‘ylanma kuch), bu holda (7.26) da

$$\frac{\vec{F}\vec{\mathbf{v}}}{c^2}\vec{\mathbf{v}} = \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2\vec{F}$$

bo‘lib,

$$\vec{a} = \frac{[1-(\upsilon/c^2)]^{3/2}}{m}\vec{F}\,. \tag{7.28}$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

(7.28) va (7.27) formulalardan ko‘rinadiki, bo‘ylanma kuch moddiy nuqtaga moduli shunday bo‘lgan ko‘ndalang kuchga qaraganda $(1\text{-}\upsilon^{2/}s^2)^{-1}$ marta kam tezlanish beradi. Bu, shu bilan bog‘liqki, ko‘ndalang kuch tezlikning faqat yo‘nalish bo‘yicha o‘zgarishini keltirib chiqaradi (nuqtaning tezlik moduli υ o‘zgarmaydi), bo‘ylanma kuch bo‘lsa, tezlik va unga mos holda impuls modul’ qiymatlarining o‘zgarishini keltirib chiqaradi.

**6.** Maxsus nisbiylik nazariyasida ham xuddi N’yuton mexanikasidek, fazo bir jinsli deb faraz qilinadi. Shuning uchun dinamikaning asosiy (7.22) qonunidan relyativistik mexanikada ham **impulsning saqlanish qonunini** bajarilishi kelib chiqadi:

**yopiq sistemaning impulsi, bu sistemada sodir bo‘luvchi har qanday jarayonlarda ham o‘zgarmaydi.**

Agar yopiq sistema n ta moddiy nuqtalardan tashkil topgan

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i\vec{\mathbf{v}}_i}{\sqrt{1-\mathbf{v}_i^2/c^2}} = const$$

bo‘ladi. Bu yerda $m_i$ va $v_i$ – i nchi moddiy nuqtaning massa va tezligi.

## 7.7-§. Massa va energiyaning o‘zaro bog‘liqlik qonuni

**1.** Zarrachalar va jismning kinetik energiyasi bu zarrachaning (yoki jismning) υ tezlik bilan harakatlanayotgan va tinch turgan (υ=0 bo‘lganda) ikki holatdagi to‘liq energiyalarining farqidan boshqa narsa emas. Shuning uchun (7.25) ga binoan zarrachaning yoki ilgarilanma harakat qilayotgan jismning W **to‘liq energiyasi,** hamda ularning **tinchlikdagi energiya** deb ataluvchi $W_0$ to‘liq
energiyasi

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2 c^2}} \qquad \text{va} \qquad W_0 = m_0 c^2 \tag{7.29}$$

ko‘rinishda aniqlanadi.

Odatda erkin zarrachaning tinchlikdagi eneriyasi uning **xususiy energiyasi** deyiladi.(7.29) dagi ikkinchi munosabat alohida zarracha uchun ham va ixtiyoriy zarrachalar sistemasi (xususan, atom yadrosi, atomlar, molekulalar, qattiq jism va boshqalar) uchun ham o‘rinli. U nisbiylik nazariyasining asosiy qonunlaridan biri- massa va energiyaning o‘zaro bog‘liqlik qonunini ifodalaydi: *sistemaning tinchlikdagi energiyasi, bu sistema massasini yorug‘likning vakuumdagi tezligi kvadratining ko‘paytmasiga teng.*

**2.** Jismning tinchlikdagi energiyasi uning tarkibiga va ichki holatiga bog‘liq. Masalan, jismni isitishda uning tinchlikdagi energiyasi, oshadi. Shu bilan bir vaqtda jism massasining oshishi sodir bo‘ladi, bunday bo‘lishini massa va energiyaning o‘zaro bog‘liqlik qonuni talab etadi: $\Delta W_0 = \Delta mc^2$ .

Misol sifatida ikkita bir xil sharlardan iborat sistemadagi sharlar to‘g‘ri markaziy mutlaq noelastik urilganda ularning qizishi natijasida massaning ortishini topamiz. Soddalik uchun, aytaylik, sharlar bir-biri tomon modullari teng bo‘lgan tezliklar bilan harakatlanayotgan bo‘lsin. Urilish jarayonida sharlar sistemasi yopiq, ya’ni impuls va to‘liq energiyaning saqlanish shartini qanoatlantiradi deb hisoblash mumkin. Agar har bir sharning urilguncha massasi m, sharlarning boshlang‘ich tezliklari v va - v bo‘lsa, sistemaning urilishdan keyingi impulsi nolga teng:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - \frac{m\vec{\mathbf{v}}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = 0\,.$$

Urilishdan keyin sharlar to‘xtaydi, ularning to‘liq energiyasi faqat tinchlikdagi energiyadan iborat: $W = Mc^2$. Urilishda to‘liq energiyaning saqlanish qonunidan quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$Mc^2 = \frac{2mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\,.$$

Shunday qilib, urilishda sistema massasini ortishi

$$\text{M - 2m=2m}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - 1\right)$$

bo‘ladi.

**3.** (7.29) va (7.30) formulalardan zarrachaning yoki jismning to‘liq energiyasi bilan uning impulsi orasidagi bog‘lanishni oson topish mumkin:

$$\mathrm{W}^2 = \frac{\mathrm{m}^2\mathrm{c}^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/\mathrm{c}^2}} = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \frac{\mathrm{m}^2\upsilon^2\mathrm{c}^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/\mathrm{c}^2}} = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \mathrm{r}^2\,\mathrm{s}^2\,,$$

ya’ni

$$\mathrm{W}=\sqrt{\eth^2\mathrm{c}^2 + \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4}\,, \qquad (7.30)$$

bu yerda m –zarrachaning (jismning) massasi. Bir inersial sanoq sistemasidan unga nisbatan harakatlanuvchi boshqa sistemaga o‘tganda zarrachaning tezligi, uning impulsi va to‘liq energiyasi o‘zgaradi. Ammo, (7.30) dan ko‘rinadiki, zarracha to‘liq energiyasi kvadratini yorug‘likning vakuumdagi tezligiga nisbati bilan bu zarracha impulsi kvadratining farqi, ikki hodisa orasidagi intervalga o‘xshab, inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas:

$$\frac{(W')^2}{c^2} - (\mathrm{p}')^2 = \frac{W^2}{c^2} - \mathrm{p}^2 = m^2c^4 = inv\,. \qquad (7.31)$$

*K* inersial sanoq sistemasidan *OX* o‘qi yo‘nalishida v=sonst tezlik bilan harakatlanuvchi, K′ sanoq sistemasiga o‘tishda zarracha impulsini koordinat o‘qlardagi proeksiyalari va ularning to‘liq energiyalarini koordinata va vaqt uchun olingan (7.5) formuladagi *x*, *y* va z larni $P_x$, $P_u$, $P_z$ ga (mos holda x′, y′ va z′ni $P_x'$, $P_u'$, $P_z'$ ga), *t* ni esa $W/c^2$ ga (mos holda t′ ni W′/$c^2$ ga) almashtirish yo‘li bilan o‘zgartirilishini ko‘rsatish mumkin:

$$P'_{x'} = \frac{P_x - v\,W/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad P_x = \frac{P'_x + vW/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$P'_{y'} = P_y \qquad P_y = P'_{y'}\ ,$$

$$P'_{z'} = P_z \qquad P_z = P'_{z'}\ , \qquad (7.32)$$

$$W' = \frac{W' - vP_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\ , \qquad W = \frac{W' + vP'_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\ ,$$

**4.** K inersial sanoq sistemasidan *K′* sistemaga o‘tishda zarrachaga (moddiy nuqtaga) ta’sir etuvchi *F′* kuchlar proeksiyalarini almashtirish qonunini topamiz. Relyativistik dinamikaning asosiy tenglamasi (7.22) dan *K* sanoq sistemasida

$$F'_x = \frac{dT_x}{dt}, \quad F'_y = \frac{dT_{-}}{dt} \ \text{va}\ F'_z = \frac{dĐ_z}{dt}\ ,$$

K′ sanoq sistemasida esa

$$F'_x = \frac{dP'_{x'}}{dt'}, \quad F'_y = \frac{dP'_{y'}}{dt'} \quad \text{va} \quad F'_z = \frac{dP'_{z'}}{dt'}$$

bo‘lishi kelib chiqadi. *K′* sanoq sistemasi koordinata o‘qlariga *F′* kuchning proeksiyalari uchun bu ifodalarni quyidagi shakldа yozish mumkin:

$$F'_{x'} = \frac{dP'_{x'}}{dt}\frac{dt}{dt'}, \qquad F'_{y'} = \frac{dP'_{y'}}{dt}\frac{dt}{dt'}, \qquad F'_{z'} = \frac{dP'_{z'}}{dt}\frac{dt}{dt'}$$

bu yerda (7.5) Lorens almashtirishlariga binoan

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1 - v\upsilon_x/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{va} \qquad \frac{dt}{dt'} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v\upsilon_x/c^2}$$

bo‘ladi.

(7.32) formulalardan impuls proeksiyalarini va zarrachaning to‘liq energiyasini almashtirish uchun quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$F'_{x'} = \frac{d}{dt}\left(\frac{p_x vW/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)\frac{\sqrt{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}{\sqrt{1 - \upsilon_x/c^2}} = \frac{\dfrac{dP}{dt} - \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dW}{dt}}{\sqrt{1 - v\upsilon^2/c^2}}$$

$$F'_{y'} = \frac{dP_y}{dt}\frac{\sqrt{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}{\sqrt{1 - v\upsilon_x/c^2}} \qquad \text{va} \qquad F'_{z'} = \frac{dP_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{dt1 - v\upsilon_x/c^2},$$

*F′* kuch bajargan ish hisobiga zarrachaning energiyasi o‘zgaradi:

$$dW = Fdr = Fvdt.$$

Shunday qilib, kuch proeksiyalarini almashtirishning relyativistik dinamikadagi quyidagi qoidasini olamiz.

$$F'_{x'} = \frac{F_x - v(Fv)/c^2}{1 - v\upsilon_x/c^2}$$

$$F'_{y'} = \frac{F_y(1-v^2)/c^2}{1-v\upsilon_x/c^2} \qquad (7.33)$$
$$F'_{z'} = \frac{F_z(1-v^2)/c^2}{1-v\upsilon_x/c^2}$$

Teskari almashtirish quyidagi ko‘rinishga ega:

$$F_x = \frac{F'_{x'} + v(F'v')/c^2}{1+v\upsilon'_x/c^2},$$
$$F_y = \frac{F'_{y'}\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+v\upsilon'_{x'}/c^2},$$
$$F_z = \frac{F'_{z'}\sqrt{(1-v^2)/c^2}}{1+v\upsilon'_{x'}/c^2}.$$

(7.33) va (7.33′) formulalardan ko‘rinadiki, norelyativistik holda (v<<c va υ<<c) $F'_{x'} = F_{x'}$, $F'_{y'} = F_{y'}$, $F'_{z'} = F_{z'}$ va F′=G‘ bo‘ladi, ya’ni zarrachaga ta’sir etuvchi kuch inersial sanoq sistemasining tanlanishiga bog‘liq emas. N’yuton mexanikasida ham xuddi shunday faraz qilinadi.

**5.** Zarrachaga ta’sir etuvchi kuch proeksiyalarini almashtirishning bir nechta xususiy hollarini ko‘ramiz.

***1- misol***. K sanoq sistemasida zarracha qo‘zg‘almas (v=0, $\upsilon_x$=0):

$$F'_{x'} = F_x, \qquad F'_{y'} = F_y\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad \text{va} \qquad F'_{z'} = F_z\sqrt{1-v^2c^2}.$$

***2-misol***. *K* sanoq sistemasida zarracha tezligi OX o‘qiga ortoganal. Bu holda K′ sanoq sistemasida

$$F'_{x'} = F_x - v(F_y\upsilon_y + F_z\upsilon_z)/c^2,$$

$$F'_{y'} = F_y\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad \text{va} \qquad F'_{z'} = F_z\sqrt{1-v^2/c^2}$$

bo‘ladi.

***3 - misol***. K sanoq sistemasida zarracha tezligi OX o‘qiga parallel ($\upsilon_u$=$\upsilon_z$=0). K′ sanoq sistemasida kuch proeksiyalari quyidagiga teng:

$$F'_{x'} = F_x, \qquad F'_{y'} = \frac{F_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v\upsilon_x/c^2} \qquad \text{va} \qquad F'_{z'} = \frac{F_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v\upsilon_x/c^2}.$$

**6.** Qandaydir bikrlikka ega bo‘lgan erkin qattiq jismning yoki boshqa ixtiyoriy o‘zaro ta’sirlaShuvchi zarrachalar (masalan, molekulalar, atomlar va atom yadrolari) sistemasining tinchlikdagi $W_0$ energiyasi erkin holatda bu sistema tarkibiga kiruvchi hamma zarrachalarning xususiy $m_ic^2$ energiyalarininng yig‘indisiga teng emas. Bunday sistemalarni tarkibiy qismlarga (masalan, atom yadrosini erkin protonlar va neytronlarga, atomni elektronlar va yadroga va boshqalarni) parchalash uchun zarrachalar orasidagi bog‘lanish kuchlariga qarshi aniq *A* ish bajarish zarur. Shuning uchun energiyaning saqlanish va aylanish qonuniga asosan

$$\sum_{i=1}^{n} m_i c^2 = W_0 + A$$

yoki

$$W_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i c^2 - \Delta W_{bog'} \qquad (7.34)$$

tengliklarni yozishimiz mumkin. Bu yerda $\Delta W_{bog'} = A > 0$ – zarrachaning mustaxkamlik darajasini xarakterlovchi sistemaning bog‘lanish energiyasi, n- sistemadagi zarrachalar soni.

Mos holda sistema massasi $M$ uni tashkil qilgan zarrachalarning erkin holidagi massalarining yig‘indisidan kichik:

$$M - \sum_{i=1}^{n} m_i = -\frac{\Delta W_{\text{бог}}}{c^2} < 0 \qquad (735)$$

Massa va energiyaning o‘zaro bog‘liqlik qonuni yadro fizikasida o‘tkazilgan ko‘p sonli eksperimentlar bilan ishonchli tasdiqlangan. Bu qonun asosida oldindan aytilgan yadro reaksiyalari va elementar zarrachalarning parchalanishidagi energetik effektlar, eksperiment natijalariga aniq mos tushadi.

## SAVOLLAR:

1. Maxsus nisbiylik nazariyasi bizning fazo va vaqt haqidagi tasavvurlarimizga qanday yangilik olib kirdi?
2. Kosmik kema tezligini chekli qiymati, uning prinsipial chegaralanmagan uchish uzoqligi haqidagi fikr bilan qanday mos keladi. Kosmik kemaning starti bilan uning qaytib kelish orasidagi intervalning vaqtsimon ekanini isbotlang.
3. Tinchlikdagi massasi nolga teng bo‘lmagan ikki zarrachaning nisbiy tezligi doimo yorug‘likning vakuumdagi tezligidan kichik bo‘lishini isbotlang.
4. Moddiy nuqtaning relyativistik impulsi va kinetik energiyasi uning tezligiga qanday bog‘langan.
5. Massa bilan energiyaning o‘zaro aloqa qonunining ma’nosini tushuntiring.
6. Bir inersial sanoq sistemasidan boshqasiga o‘tganda o‘zgarmaydigan qanday kattaliklar sizga ma’lum?
7. Maxsus nisbiylik nazariyasida impulsining saqlanish qonuni saqlandimi?

## 8-BOB.

## TERMODINAMIKA VA MOLEKULßR FIÇIKANING DASTLABKI TUSHUNCHALARI VA TA’RIFLARI

### 8.1-§. Kirish. Issiqlik harakati

**1.** Biz fizika fanining alohida bo‘limi – *molekulyar fizikani* o‘rganishga kirish amiz, bunda jismlarning agregat holatlari va hossalari ularning tuzilishiga, jismlarni tashkil qilgan zarralar orasidagi o‘zaro ta’sirga va zarralarning harakat xarakteriga bog‘lanishi qarab chiqiladi.

Hamma jismlar uzluksiz xaotik issiqlik harakatda bo‘lgan atom, molekula yoki ionlardan tashkil topganligi bundan ancha oldin isbotlangan. Bunday tasavvurlarga asoslangan moddaning tuzilish nazariyasi molekulyar-kinetik nazariya deyiladi. Uning asosilari XVIII-asrning 40-yillarida M.V. Lomonosov tomonidan yaratilgan edi. U bu nazariyaning dastlabki qonun-qoidalarini shakllantirdi va uni turli hodisalarni tushuntirishga tadbiq etdi. Lomonosov barcha moddalar qandaydir miqdordagi “elementlarni” o‘z ichiga olgan “korpuskulalardan” tashkil topgan deb hisobladi. Yuz yil o‘tgandan keyin bu atamalarni molekula va atom deb tushunish kerakligi ma’lum bo‘ldi. Mana, misol uchun Lomonosov, R.Boylp (1611) va undan mustaqil holda E.Mariott kashf etgan Boylp-Mariott qonunining to‘g‘riligini shunday isbotlaydi. Soddalik uchun, aytaylik, gaz tomonlari a, hajmi $V=a^3$ bo‘lgan kub shaklidagi* idishda joylashgan va gaz zarralari idish devorlariga tik holda harakatlanayotgan bo‘lsin. Lomonosov gaz bosimi, uning zarralarini idish devorlariga urilishlari natijasi deb hisobladi. Agar kubning tomonlari ikki marta kichiklashsa, demak, mos holda idish hajmi $V_1 = a^3/8=V/8$ bo‘lib qolsa, bosim qanday o‘zgaradi? Ma’lum bo‘lishicha, u sakkiz marta ortishi kerak: ikki marta –har bir zarracha bosib o‘tadigan idish devorlari orasidagi masofa ikki marta qisqargani uchun va тщrt marta – idish devorlarining yuzasi to‘rt marta kamayishi hisobiga. Shunday qilib, gazning yangi bosimi $p_1 = 8p$ bo‘ladi. Demak, $pV = p_1V_1$. Bu Boyl-Mariott qonunining o‘zidir.

O‘tgan yuz yillikning ikkinchi yarmida modda tuzilishi va xossalarining molekulyar-kinetik nazariyasi ko‘p mashhur fiziklar (J.Joulp, R.Klauzius, J.K. Maksvell, L.Bolptsman va boshqalar)ning ishlarida har tomonlama rivojlantirildi va fizika, ximiyaning ko‘p sohalariga tadbiq etildi. Molekulyar-kinetik nazariya to‘g‘riligining ekspremental sinovi Broun harakati, diffuziya jarayoni, issiqlik o‘tkazuvchanlik va boshqa hodisalarni tushuntirib berilishi bo‘ldi.

**2.** Molekulyar-kinetik nazariyaning fizika taraqqiyotidagi beqiyos roli shundan iboratki, u jismlardagi molekulalarning harakat xarakteri bilan u yoki bu yo‘sinda bog‘liq bo‘lgan fizik hodisalarni o‘rganishga yagona yondoshish imkonini berdi. Turli agregat holatlardagi jismlarning ko‘p xossalari gazlar, suyuqlar va qattiq jismlardagi atom va molekulalar harakat xarakteridagi tafovut bilan tushuntiriladi. O‘z navbatida, moddaning uch xil agregat holatlarida issiqlik harakatining xususiyatlari, molekulalar orasida o‘zaro

* Lomonosov sferik shaklidagi idishdagi gazni olib tekshirgan.

tortishish va itarish kuchlari ta’sir etishi bilan bog‘liqdir. Molekulalar orasidagi o‘rtacha masofa qancha kichik bo‘lsa, bu kuchlar shuncha yuqori darajada o‘zini ko‘rsatadi.

Uncha ko‘p siqilmagan gaz molekulalari orasidagi o‘rtacha masofa shunchalik kattaki, molekulalararo o‘zaro ta’sir kuchlari molekulalarning harakatiga deyarli ta’sir qilmaydi. Shuning uchun etarli darajada aniq bilan hisoblash mumkinki, molekulalar bir-biri bilan o‘zaro to‘qnashguncha yoki gaz joylashgan idish devorlariga urilguncha to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qiladilar.

**3.** Kristall holatdagi qattiq jismlarda zarrachalar (atomlar, molekulalar yoki ionlar) orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari juda katta. Qattiq jism zarralari orasida tortishish va itarish kuchlarining bir vaqtda ta’sir etishi shunga olib keladiki, bu zarralar bir-biridan katta masofaga uzoqlasha olmaydilar. Ular *kristall panjara tugunlari* deb ataluvchi biror o‘rtacha muvozanat vaziyatlar atrofida tebranishlar sodir qiladilar.

**4.** Suyuqlik molekulalarining issiqlik harakati yuqorida ko‘rib o‘tilgan ikki harakat turlarining o‘rtasidagi oraliq xarakterga ega bo‘ladi. Unda qattiq jismlar va gazlar zarralarining issiqlik harakatiga xos tomonlar ham kuzatiladi. Molekula qandaydir vaqt biror muvozanat vaziyati atrofida tebranadi va “o‘troq” holatda bo‘ladi, dam-badam molekula o‘lchamiga yaqin masofaga siljiydi. Shunday qilib, molekula bir “o‘troq” holatda bo‘lgandan keyin, boshqa o‘troq holatga ko‘chadi. Bundan ko‘rinagiki, suyuqlik molekulalari ham tebranadilar, ham idish hajmi bo‘ylab asta-sekin ko‘chadilar.

## 8.2-§. Tadqiqotning statistik va termodinamik usullari

**1**. Har qanday jismda atomlar (yoki molekulalar) soni beqiyos ko‘p. Masalan, odatdagi bosim va temperaturalarda 1m$^3$ gazda $10^{25}$ tartibda molekula, suyuq va qattiq jismlarda $10^{28}$ tartibda molekula bor.

Agar har bir atomning (yoki molekulaning) harakati klassik mexanika qonunlariga bo‘ysunadi desak, bunday ko‘p sondagi molekulalar harakatining differensial tenglamalar sistemasini amalda hatto yozish mumkin emas*. Ammo, bunday tenglamalar sistemasi yozilganda ham, ularning echimi haqida hech narsa deyish mumkin emas (hatto eng mukammal EHM lari yordamida ham). Shuning uchun jismning alohida molekulasi (yoki atomi)ning hatti-harakati, masalan uning traektoriyasi, vaziyatining o‘zgarish ketma-ketligi va tezligini klassik mexanika usullari bilan o‘rganib bo‘lmaydi, chunki ular vaqt o‘tishi bilan tasodifiy ravishda o‘zgaradi.

**2.** Juda ko‘p zarralardan tashkil topgan makroskopik sistemalarning fizik xossalari bir-birini o‘zaro to‘ldiruvchi ikki xil - statistik va termodinamik usullar bilan o‘rganiladi. *Statistik usul* ehtimolliklar nazariyasidan va o‘rganilayotgan sistema tuzilishining aniq modellaridan foydalanishga asoslangan. Koordinatalari va impulslari vaqtning har qanday momentida tasodifiy bo‘lgan ko‘p sonli zarralar umumiy hatti-harakatida o‘ziga xos *statistik qonuniyatlar* nomoyon bo‘ladi. Masalan, gazda molekulalar issiqlik harakat tezliklari va ular energiyalarining o‘rtacha qiymatlarini gaz temperaturasiga bir qiymatli bog‘lanishda aniqlash mumkin. Shuningdek, qattiq jism zarralarining o‘rtacha tebranma harakat energiyasini temperaturaga bog‘lanishini ham topish mumkin. Çarralar makroskopik sistemasining xossalari nafaqat zarralarning individual xususiyatlari, balki ularning birgalikdagi harakatining o‘ziga xosligi va zarralar dinamik xarakteristikalarining

* Buning uchun Yer yuzasidagi qog’ozlarni hammasi ham etmas edi!

oʻrtacha qiymatlari(oʻrtacha tezlik, oʻrtacha energiya va boshqalar) tufayli ham kelib chiqadi. Makroskopik sistemalar fizik xossalarini statistik usul yordamida oʻrganiladigan nazariy fizikaning boʻlimiga *statistik fizika* deyiladi. Sistemaning alohida zarrasi harakatini ifodalovchi dinamik qonuniyatlar bilan statistik qonuniyatlar orasidagi aloqa shundan iboratki, alohida zarraning harakat qonunlari butun sistema boʻyicha oʻrtachalashtirilgangan keyin, u statistik usul bilan ifodalanuvchi zarralar sistemalarining xossalarini aniqlaydi.

**3.** Fizik hodisalarni tagqiqot qilishining statistik usulidan tashqari *termodinamik usuli* ham bor, bunda oʻrganilayotgan jismning ichki tuzilishiga va uning alohida zarrasining harakat xarakteriga e'tibor berilmaydi. Termodinamik usul sistemada sodir boʻluvchi energiyaning turli xil aylanishlaridagi miqdoriy munosabatlarni va shart-sharoitni tahlil qilishga asoslangan. Energiyaning turli koʻrinishlari orasidagi munosabatlar, tekshirilayotgan sistema qatnashayotgan turli xil jarayonlarda sistemalarning fizik xossalarini oʻrganishga imkon beradi. Makroskopik sistemaning fizik xossalarini termodinamik usul bilan oʻrganadigan nazariy fizikaning boʻlimiga *termodinamika* deyiladi.

Termodinamika tajriba orqali oʻrnatilgan ikki qonunga - termodinamikaning birinchi va ikkinchi qonunlari, hamda Nernstning issiqlik haqidagi teoremasi yoki termodinamikaning uchinchi qonuniga tayanagi. Oxirgi qonunni qoʻllash, nisbatan uncha koʻp boʻlmagan masalalarni echish uchun zarurdir. Termodinamika qonunlari turli sharoitlardagi makroskopik sistemalarning fizik xossalari haqida koʻpgina ma'lumot olishga imkon beradi. Bunda oʻrganilayotgan sistemaning ichki tuzilishi va sistema jismlari tashkil topgan zarralarning harakat xarakteri haqidagi aniq tasavvurlardan foydalanish kerak emas. Termodinamikaning ustunligi ham mana shundadir. U fizikaning turli boʻlimlariga (masalan, molekulyar fizika, elektrodinamika va h.k.) taalluqli boʻlgan hodisalarni oʻrganishga qoʻllanilishi mumkin. Moddaning ichki tuzilishi asosiy rolp oʻynaydigan hodisalarni oʻrganishda termodinamika ojizlik qiladi.

## 8.3-§. Termodinamik sistemalar. Termodinamik parametrlar va jarayonlar

1. Termodinamik usullar bilan koʻrilayotgan va fikran ajratilgan makroskopik sistemalar *termodinamik sistemalar* deyiladi. Oʻrganilayotgan sistema tarkibiga kirmagan barcha jismlar tashqi jismlar yoki tashqi muhit deyiladi. Energiya va modda almashinuvi sistema ichidagi uning boʻlaklari oʻrtasida va shuningdek sistema bilan *tashqi muhit* orasida sodir boʻlishi mumkin. Sistemani tashqi muhitdan izolyatsiya qilishning mumkin boʻlgan usullariga qarab bir necha termodinamik sistemalarni farqlaydilar.

Tashqi muhit bilan modda almashishi mumkin boʻlgan termodinamik sistemaga *ochiq sistema* deyiladi. Bunday sistemalarga tipik misol qilib barcha tirik organizmlarni, hamda bugʻlanish va qaynash tufayli massasi uzluksiz kamayadigan suyuqlikni olish mumkin. *Yopiq sistema* tashqi muhit bilan modda almasha olmaydi. Biz bundan keyin kimyoviy tarkibi va massasi oʻzgarmaydigan yopiq sistemalarni koʻrib oʻtamiz.

Agar sistema tashqi muhit bilan energiya ham, modda ham almasha olmasa, bunday sistamaga *izolyatsiyalangan* (yakkalangan) termodinamik sistema deyiladi. Mexanik nuqtai nazardan yakkalangan, ya'ni ish bajarish yoʻli bilan energiya almashinuvi sodir qila olmaydigan sistemalarni *yopiq termodinamik sistemalar* deyiladi. Bunday sistemaga misol tariqasida, oʻzgarmas hajmli idishga qamalgan gaz xizmat qila oladi. Agar termodinamik sistema boshqa sistemalar bilan issiqlik almashinuv orqali energiya almasha olmasa, u adiabatik sistema deyiladi. Adiabatik sistemaga misol qilib, issiqlik o‘tkazmaydigan qobiq bilan o‘ralgan jismni (masalan, Dpyuar idishiga joylashgan gaz yoki suyuqlikni) olishimiz mumkin. Agar, biror jarayonda sistema holatining o‘zgarishi etarlicha katta tezlikda sodir bo‘lib (masalan, harakatlanuvchi porshenli silindrdagi gaz birdaniga qisilganda), sistema tashqi muhit bilan issiqlik almashishga ulgurmasa, u holda bunday sistemani taxminan *adiabatik sistema* deb hisoblash mumkin.

*2. Termodinamik sistema holatini ifodalash uchun xizmat qiluvchi fizik kattaliklar, termodinamik parametrlar (holat parametrlari) deyiladi.*

Termodinamik parametrlarga misol qilib, bosim, hajm, temperatura, kontsentratsiya va boshqalarni olish mumkin. Termodinamik parametrlar ikki xil bo‘ladi: *ekstensiv va intensiv*. Birincxilari, berilgan termodinamik sistemadagi modda miqdoriga proporsional, ikkincxilari esa sistemadagi modda miqdoriga bog‘liq emas. Eng sodda ekstensiv parametr sifatida sistema hajm $V$ ni olishimiz mumkin. Sistema hajmini uning massasiga nisbatiga teng $\upsilon$ kattalik sistemaning *solishtirma hajmi* deyiladi. Bosim $p$ va temperatura $T$ eng sodda intensiv parametrlardir. *Bosim* deb,

$$p = \frac{dF_n}{dS}$$

formula bilan aniqlanuvchi fizik kattalikka aytiladi. Bunda g$F_n$ jism sirtining gS kichik yuzasiga tik ta’sir etuvchi kuchning moduli.

3. Agar bosim va solishtirma hajm tushinarli va sodda fizik ma’noga ega bo‘lsa, temperatura tushunchasi esa ancha murakkab va uni aniq tasavvur qilish qiyin. Avvalo shuni ta’kidlash kerakki, temperatura tushunchasi qat’iy qilib aytganda, faqat sistemaning muvozanat holati uchungina ma’noga ega[*].

*Muvozanatli holat deganda, tashqi sharoit doimiy bo‘lganda sistema parametrlarini o‘zgarmasligi va sistemada hech qanday oqimlarni (masalan, energiya va modda oqimi) yo‘qligi bilan xarakterlanadigan termodinamik sistemaning holati tushuniladi.*

Bu ta’rifdan shu narsa ayon bo‘ladiki, parametrlarning doimiyligi tashqi muhitda kechadigan hech qanday jarayonlar bilan bog‘liq emas. Boshqacha qilib aytganda muvozanatli holat shunday holatki, tashqi sharoit o‘zgarmas bo‘lganda termodinamik sistema oxir oqibatda unga o‘tadi va shu holatda istagancha uzoq vaqt qoladi. Muvozanat li holatda turgan termodinamik sistemaning hamma qismlarida temperatura bir xil bo‘ladi.

Temperaturalari har xil bo‘lgan ikki jism orasidagi issiqlik almashish jarayonida temperaturasi yuqori bo‘lgan jismdan temperaturasi past bo‘lgan jismga issiqlik uzatilishi sodir bo‘ladi. Ikkala jism temperaturalari tenglashganda bu jarayon to‘htaydi.

4. Muvozanat holatda turgan sistemaning temperaturasi, sistemani hosil qilgan atomlar, molekulalar va boshqa zarralar issiqlik harakati intensivligining o‘lchovidir. Temperaturaning molekulyar-kinetik talqini mana shundan iboratdir. Muvozanat holatda turgan va klassik statistik fizika qonunlariga bo‘ysunuvchi zarralar sistemasida zarralarning issiqlik harakat o‘rtacha kinetik energiyasi sistemaning termodinamik

---

[*]Temperatura makraskopik sistema holatining termodonamik paramtri ekanligidan ma’lum bo’ladiki, bu tushuncha yakka zarra (atom, molekula va h.k.) uchun ma’noga ega emas.

** Yaqin vaqtgacha u *absolyut temperatura* deb nomlangan.

temperaturasiga to‘g‘ri proporsional**. Shuning uchun ba’zan temperatura, jismning qizdirilganlik darajasini bildiradi deyiladi.

Temperaturani o‘lchashda (uni faqat bilvosita yo‘l bilan amalga oshirish mumkin xolos), jismlarning to‘g‘ridan-to‘g‘ri yoki bilvosita o‘lchash mumkin bo‘lgan qator fizik xossalarini temperaturaga bog‘liqligidan foydaniladi. Masalan, temperatura o‘zgarishi bilan jismning uzunligi va hajmi, zichligi, elastiklik xossalari, elektr qarsxiligi va boshqalar o‘zgaradi. Shu xossalardan hohlagan birining o‘zgarishini temperaturani o‘lchash uchun asos qilib olish mumkin. Buning uchun *termometrik jism* deb ataladigan biror jismning berilgan xossasini temperaturaga funksional bog‘lanishi ma’lum bo‘lishi zarur.

Temperaturani amalda o‘lchash uchun termometrik jismlar yordamida aniqlangan temperaturalar shkalasi qo‘llaniladi. *Xalqaro yuz gradusli temperatura shkalasida* temperatura Selsiy gradusi ($^0C$) bilan ifodalanadi va *t* bilan belgilanadi, bunda normalp $1.01325 \cdot 10^5\,Pa$ bosimda muzning erish va suvning qaynash temperaturalari mos holda 0 va 100 $^0C$ dir. *Termodinamik temperatura shkalasida* temperatura Kelpvinlarda (K) ifodalanadi va *T* bilan belgilanib, *termodinamik temperatura* deb ataladi. Termodinamik temperatura bilan temperaturaning yuz graduslik shkalasi orasida $T=t+273{,}15\ ^0C$ ko‘rinishdagi bog‘lanish bor. $T=0\ K$ temperatura (yuz gradusli shkalada $t=-273{,}15\,^0C$) temperaturaning *absolyut noli* yoki *temperaturalar termodinamik shkalasining noli* deb ataladi.

5. Sistemaning holat parametrlari tashqi va ichki parametrlarga bo‘linadi. Berilgan sistemaga nisbatan tashqi hisoblangan jismlarning fazodagi vaziyatiga va turli xossalari (masalan, elektr zaryadlari) ga bog‘liq bo‘lgan fizik kattaliklarga *sistemaning tashqi parametrlari* deyiladi. Masalan, gaz uchun bunday parametr, gaz joylashgan idishning hajmi V hisoblanadi, chunki hajm tashqi jism bo‘lgan idish devorlarining vaziyatiga bog‘liq. Elektr maydonida joylashgan dielektrik uchun tashqi parametr bo‘lib, tashqi manbalar bilan bog‘langan bu maydonning kuchlanganligi hisoblanadi. Ochiq idishdagi suv uchun atosfera bosimi tashqi parametr vazifasini bajaradi. Sistemaga nisbatan tashqi jismlarning holatiga hamda shu sistemani hosil qilgan zarralarning koordinata va tezliklariga bog‘liq bo‘lgan fizik kattaliklarga *sistemaning ichki parametrlari* deyiladi. Masalan, gazning ichki parametrlari bo‘lib, molekulalarning koordinatalari, harakat tezliklari va gaz zichligiga bog‘liq bo‘lgan uning bosimi va energiyasi hisoblanadi.

6. *Termodinamik jarayon* deganda, tekshirilayotgan termodinamik sistema holatining termodinamik parametrlarining o‘zgarishi bilan bog‘liq bo‘lgan har qanday o‘zgarish tushuniladi. Agar sistema jarayon davomida cheksiz yaqin termodinamik *muvozanatli* holatlarning uzluksiz qatorini o‘tsa, bunday jarayonga muvozanatli termodinamik jarayon deyiladi. Sistema holati o‘zgarishining realp jarayonlari chekli tezlik bilan sodir bo‘ladi, shuning uchun ular muvozanatli bo‘lishi mumkin emas. Biroq ravshanki, agar real jarayonlarda sistema holatining o‘zgarishi qanchalik sekinlik amalga oshirilsa, u shunchalik muvozanatli jarayonga yaqin bo‘ladi. Shuning uchun muvozanatli jarayonlarni *kvazistatik* jarayonlar deyiladi.

Quyidagi jarayonlar eng sodda termodinamik jarayonlarga misol bo‘la oladi:

a) *izotermik jarayon*, bu jarayonda sistemaning temperaturasi o‘zgarmaydi (T=const);

b) *izoxorik jarayon*, sistemaning hajmi o‘zgarmas bo‘lgan holda o‘tadi (V=const);
v) *izobarik jarayon*, sistemadagi bosim o‘zgarmas bo‘lgan holda ro‘y beradi (R=const).

Sistema bilan tashqi muhit issiqlik almashmasdan o‘tadigan *adiabatik jarayon* ham muhim ahamiyatga ega.

## 8.4-§. Ideal gazning holat tenglamasi

1. Muvozanat holatda turgan termodinamik sistemaning barcha parametrlari ham mustaqil emasligini isbot qilish mumkin: bunday sistemaning ichki parametrlari faqat uning tashqi parametrlariga va temperaturaga bog‘liq bo‘ladi. Sistemaning ixtiyoriy termodinamik parametrini mustaqil o‘zgaruvchi sifatida qabul qilingan parametrlari bilan o‘zaro bog‘lovchi tenglamaga *holat tenglamasi* deyiladi. Bir jinsli jismning bosimi r, hajmi V va temperaturasi T ni o‘zaro bog‘lovchi holat tenglamasiga *termodinamik holatning termik tenglamasi* deyiladi:

$$f(p, V, T) = 0 \tag{8.1}$$

Termodinamikada $f$ funksiyaning aniq ko‘rinishi tajribadan ma’lum deb hisoblanadi. Holat tenglamasi nazariy jihatdan faqat statistik fizika usullari bilan keltirib chiqariladi. Hozirgi zamon fizikasida taqiqotning statistik va termodinamik usullari orasidagi bog‘liqlik mana shundan iboratdir.

(8.1) holat tenglamasi tashqi maydon mavjud bo‘lmaganda yagona tashqi parametri $V$ hajm bo‘lgan *sodda sistemalarning* xossalarini ifodalaydi.

2. Termodinamikadan ideal gaz termik holat tenglamasi bilan qarab chiqiladigan eng sodda ob’ekt hisoblanadi.

*Ideal gaz deb, molekulalari hisobga olmaydigan darajada kichik xususiy hajmga ega bo‘lgan va masofadan o‘zaro ta’sirlashmaydigan gazlarga aytiladi.*

Real gazlarda molekulalararo tortishish va itarishish kuchlari mavjud. Muhimi, bu kuchlar birgalikda ta’sir qiladi. Agar bu kuchlardan biri ishtirok etmasa, masalan, itarishish kuchlari yo‘q bo‘lsa, u holda barcha molekulalar tortishish kuchlari ta’sirida bir-biriga yopishib qolib, gazning o‘zining mavjud bo‘lishi ham mumkin bo‘lmay qolardi. Itarishish kuchlari molekulalarning idish devorlari va bir-biri bilan o‘zaro to‘qnashishida namoyon bo‘ladi. Biz keyinchalik molekulalar o‘zaro to‘qnashishda o‘zini gazning kiyomviy tarkibiga bog‘liq bo‘lgan g diametrli absolyut elastik sharlar kabi tutishini ko‘rib o‘tamiz. Molekulaning bu effektiv diametri molekulalar orasida itarishish kuchlari mavjudligidan dalolat beradi. Agar bu kuchlar bo‘lmaganda edi, molekulalar hohlagancha kichik masofalargacha yaqinlashishlari mumkin bo‘lardi. Xaqiqatda ma’lum bo‘ldiki, turli gazlar molekulalarining effektiv diametrlari $10^{-10}$ m tartibidagi kattalik ekan.

Molekulalararo tortishish kuchlari katta masofalarda, itarish kuchlariga qaraganda ustun keladi. Lekin bu kuchlar ham, molekulalar orasidagi masofa r ortishi bilan tez kamayib boradi va $r > 10^{-9} m$ bo‘lganda deyarli nolp bo‘ladi. Shuning uchun molekulalar orasidagi o‘rtacha masofa qancha katta, ya’ni molekulalar kontsentratsiyasi va unga mos holda gazning zichligi qancha kichik bo‘lsa, real gaz xossalari jihatidan, ideal gazga shuncha yaqin bo‘ladi.

3. *Normal sharoitda*, ya’ni $p_0 = 101\,325\ Pa$ bosim va $T_0 = 273.15\ K$ temperaturada ko‘p gazlarni (masalan, vodorod, geliy, neon, azot, kislorod, havo va boshqalar) ideal gazga juda yaqin deb hisoblash mumkin. Xaqiqatdan ham bunday sharoitda gaz

molekulalarining kontsentratsiyasi $n_0$ ~$10^{25}$ $m^{-3}$ tartibida, molekulalar orasidagi o‘rtacha masofa esa $<r>\sim\sqrt[3]{\frac{1}{n_o}}\sim 10^{-8}m$ shunchalik kattaki, tortishish kuchlarini hisobga olmaslik mumkin, 1$m^3$ hajmdagi hamma $n\sim 10^{25}$ ta molekulalarning jami xususiy hajmi $n\pi d^3/6\sim 10^{-5}m^3<<1\,m^3$. Shuning uchun molekulalarning o‘zining hajmini hisobga olmasa ham bo‘ladi. Shu bilan birga hajmi 1$m^3$ bo‘lgan idishdagi barcha molekulalarning yig‘indi sirtining yuzasi $n\pi d^2\sim\left(10^{-5}\div 10^6\right)m^2>>1\,m^2$, ya’ni idish devorining yuzasidan bir necha marta katta. Bu shuni bildiradiki, gazlarda molekulalarning effektiv diametrini $d$ kichikligiga qaramasdan, molekulalar orasidagi o‘zaro to‘qnashishlar soni idish devorlariga urilish sonidan ancha katta bo‘ladi. Boshqacha qilib aytganda molekulalar hajmini hisobga olmaslikning mumkinligi gaz zarralari orasidagi o‘zaro to‘qnashisxilarni e’tiborga olmaslikni bildirmaydi.

4. O‘rta maktab kursida gaz holatining *Klapeyron tenglamasi* deb ataluvchi ideal gaz holatining termik tenglamasi ko‘riladi:

$$pV/T=C=const \tag{8.2}$$

*Ideal gazning berilgan massasi uchun bosim bilan hajm ko‘paytmasini termodinamik temperaturaga nisbati o‘zgarmas kattalikdir.*

*Gaz doimiysi* $C$ gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq va uning massasiga proporsional. Klapeyron tenglamasi (8.2) ni $V=m\upsilon$ bo‘lganligidan, bu yerda υ solishtirma hajm,

$$p\upsilon=BT \tag{8.3}$$

shaklda qayta yozish mumkin. Bu yerda $B=C/m$ - *solishtirma gaz doimiysi* bo‘lib, u faqat gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq.

5. Modda miqdori birligining ta’rifidan kelib chiqadiki, har qanday gazning 1 moli *Avogadro doimiysi* deb ataluvchi aynan bir xil sondagi molekulalardan tashkil topadi: $N_A=6.02\cdot 10^{23}\,mol^{-1}$. Agar $m_0$ - bitta molekulaning massasi bo‘lsa, ixtiyoriy $\nu$ modda miqdorining massasi

$$m=m_0N_A\nu=M\nu$$

ga teng bo‘ladi. Bu yerda $M=m_0\;\;N_A$ - *gazning molyar massasi* bo‘lib, u gazning massasini unda mavjud bo‘lgan modda miqdori ν ga nisbatiga teng: $M=m/\nu$.

*Molyar hajm* deb $V_m=\frac{V}{\nu}$ kattalikka aytiladi. (8.2) holat tenglamasini

$$V_m\nu=CT \quad \text{yoki} \quad pV_m=RT \tag{8.4}$$

shaklda qayta yozamiz. Bu yerda $R=\frac{C}{\nu}=MB$ − *molyar gaz* doimiysi. *Avogadro qonuniga* ko‘ra, *bir xil bosim va temperaturada har xil gazlarning molyar hajmlari bir xil bo‘ladi.*

Bu qonundan va (8.4) tenglamadan molyar gaz doimiysi R ni barcha gazlar uchun bir xil ekanligi kelib chiqadi. Shuning uchun uni *universal gaz doimiysi* deb atash qabul qilingan. Tajribaga $R=8.31\;J/(mol\cdot K)$ ekanligi aniqlangan.

Ixtiyoriy massali gaz uchun (8.4) formulani boshqacha ko‘rinishda yozish mumkin:

$$pV=\frac{m}{M}RT \tag{8.5}$$

Ideal gaz holat termik tenglamasini bunday umumiy yozilish shakli *Klapeyron-Mendeleev tenglamasi* deyiladi. Unda gazning zichligi uchun

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \frac{p}{BT} \qquad (8.6)$$

formula kelib chiqadi.

(8.4) tenglamani yana bir ko‘rinishi qo‘llaniladi. *Bolptsman doimiysi* $k$ ni kiritamiz, u universal gaz doimiysi R ni Avagadro doimiysi $N_A$ ga nisbatiga teng:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}.$$

U holda (8.4) formuladan

$$p = \frac{kN_A}{V_m} T = kn_0 T \qquad (8.8)$$

formulani olamiz, bu yerda $n_0 = N_A / V_m$ - gaz molekulalarining kontsentratsiyasi.

6. Biz yuqorida holat tenglamasini ko‘rib o‘tgan ideal gaz haqidagi tushuncha modellashtirilgan tassavur edi. ßna ko‘rsatib o‘tildiki, o‘zining xossalariga ko‘ra oddiy bo‘lgan gazlarni ham faqat taxminan ideal deb hisoblash mumkin. Ideal gaz modeli gaz xossalarini kinetik nazariya (10-bob) bilan sodda holda o‘rganishga imkon beradi. Fizikada qator boshqa modellardan ham foydalaniladi (masalan, moddiy nuqta, nuqtaviy elektr zaryadi modeli va boshqalar). Fizikada har xil modellarning qo‘llanilishi bitta maqsadni ko‘zda tutadi. U ham bo‘lsa, ma’lum bir guruh hodisalarni shunday o‘rganish kerakki, hodisani murakkablashtiradigan bir qator real sharoitlarni abstraktsiyalash (idrok etish) mumkin bo‘lsin. Masalan, ideal gaz modelida biz real atom va molekula elektr zaryadiga ega bo‘lgan zarralardan (elektronlar, protonlar), hamda neytronlardan tarkib topgan murakkab struktura ekanini hisobga olmaymiz. Ideal gaz modelida atom va molekulalarninng o‘zaro ta’siri sodda to‘qnashish sifatida qaraladi, aslida juda murakkab hodisalarni o‘z ichiga oladi. Kursning elektrodinamika va atom fizikasiga bag‘ishlangan bo‘limlarida biz bu hodisalarni o‘rganib chiqamiz. Ideal gaz modelidan fizikada keng foydalaniladi. Masalan, elektrodinamikada metallarning elektr o‘tkazuvchanligini o‘rganishda erkin elektronlar klassik yaqinlashishda ideal elektron gaz deb hisoblanadi. Bu, elektronlarning bir-biri bilan va kristall panjara musbat ionlari bilan o‘zaro elektromagnit ta’sirini hisobga olmay oddiy urilish deb qarashga imkon beradi. Tokli o‘tkazgichni magnit maydonida harakatlanishida yuz beradigan hodisasini o‘rganishda ham ideal elektron gaz modelidan foydalaniladi. Ideal gaz modelini qo‘llanilishi to‘g‘risidagi misollar sonini ko‘paytirish mumkin, lekin bunga zaruriyat yo‘q.

## SAVOLLAR:

1. Turli agregat holatdagi modda molekulalarining issiqlik harakatini tushuntirib bering.
2. Taqiqotning statistik usuli termodinamik usuldan nima bilan farq qiladi?
3. Holat funksiyasini termodinamik parametr sifatida olish mumkinmi?
4. Gazdagi zarralar kontsentratsiyasini aniqlash uchun ideal gaz holat tenglamasining qaysi ko‘rinishdagisini olish qulay?

**9-BOB.**

## TERMODINAMIKANING BIRINCHI QONUNI

### 9.1-§. Sistemaning ichki energiyasi

1. Termodinamik sistemaning to‘liq energiyasi $W$, sistemaning o‘zining yoki uning makroskopik qismlarining mexanik harakat kinetik energiyasi $W_{\text{k}}^{\text{mex}}$ ni, sistemaning tashqi maydondagi (gravitatsion yoki elektromagnit) potensial energiyasi $W_{\text{n}}^{\text{tash}}$ ni va faqat sistemaning ichki holatiga bog‘liq bo‘lgan *ichki energiya* $U$ ni o‘z ichiga oladi. Ayrim oddiy holatlarda sistemaning to‘liq energiyasi yuqorida ko‘rsatilgan energiya ko‘rinishlarining yig‘indisiga teng:

$$W = W_{\text{k}}^{\text{mex}} + W_{\text{p}}^{\text{tash}} + U \tag{9.1}$$

Biz bundan keyin makroskopik qo‘zg‘almas va tashqi maydon ta’siriga berilmagan termodinamik sistemalarni ko‘rib o‘tamiz. Bunday sistemalarda to‘liq energiya qiymati ichki energiya qiymatiga mos keladi.

2. Ichki energiya *mumkin bo‘lgan barcha ko‘rinishdagi harakat energiyalarini va sistemani tashkil qilgan hamma zarralarning (molekula, atom va x.z.) o‘zaro ta’sir energiyalarini* o‘z ichiga oladi.

Masalan, gaz holatda bo‘lgan sistemaning ichki energiyasi quyidagi tashkil etuvcxilardan iborat:

a) molekulalarning tartibsiz (issiqlik) ilgarilanma, aylanma va molekuladagi atomlarning tebranma harakat kinetik energiyalari;

b) molekulalarni o‘zaro ta’siri bilan bog‘liq bo‘lgan potensial energiya;

v) atom va ionlarning elektron qobiqlari energiyasi;

g) atom yadrosidagi nuklonlarning harakat va o‘zaro tasir energiyasi.

Ichki energiya termodinamik sistema holatining bir qiymatli funksiyasidir. Sistemani ixtiyoriy tanlangan holatdagi ichki energiyasining qiymati uni bu holatga qanday qilib kelib qolganiga bog‘liq emas. Boshqacha aytganda sistemani 1 holatdan 2 holatga o‘tganda ichki energiyaning o‘zgarishi $\Delta U_{1-2}$, jarayonlarning turiga bog‘liq emas va $\Delta U_{1-2} = U_2 - U_1$ ga teng. Xususan, agar sistema qandaydir jarayon natijasida yana dastlabki holatiga qaytsa, ichki energiyaning to‘liq o‘zgarishi nolga teng bo‘ladi.

3. Ichki energiya mexanikadagi potensial energiya kabi o‘zgarmas qo‘sxiluvchi $U_0$ gacha aniqlikda aniqlanadi, $U_0$ esa ichki energiya uchun “hisob boshini” tanlanishiga, ya’ni ichki energiya nolp deb qabul qilinadigan holatning tanlanishiga bog‘liq. Barcha termodinamik hisoblashlarda ichki energiyaning absolyut qiymati emas, balki $U_0$ ga bog‘liq bo‘lmagan uning o‘zgarishi $\Delta U$ aniqlanadi. Shuning uchun $U_0$ ning tanlanishi rolp щунamaygi.

Kimyoviy reaksiyalarga, atom va ionlarning elektron qobiqlaridagi boshqa o‘zgarishlarga, shuningdek yadroviy reaksiyalarga bog‘liq bo‘lmagan barcha jarayonlarda ichki energiyaning yuqoridagi v) va g) tashkil etuvcxilari o‘zgarmaydi va ularni ichki energiya tarkibiga qo‘shmasa ham bo‘ladi. Shuning uchun bundan keyin, masalan, gazning ichki energiyasi deganda faqat molekulalarning issiqlik harakat kinetik energiyasi (ilgarilanma, aylanma va tebranma) bilan molekulalararo o‘zaro ta’sir potensial energiyasining yig‘indisini tushunish kerak. Ideal gazlarda molekulalar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari hisobga olinmaydi. Natijada bunday gazning ichki energiyasi tartibsiz harakat qilayotgan barcha molekulalarning kinetik energiyalarining yig‘indisidan iborat deyish mumkin. Kristall tuzilishdagi dielektriklarning ichki energiyasi hisoblanayotganda shu kristall dielektrikni hosil qilayotgan atom, molekula yoki ionlarning issiqlik tebranma harakatiga bog‘liq bo‘lgan kinetik va potensial energiyalarni inobatga olish kerak. Metallarning ichki energiyasi na faqat ionlarning issiqlik tebranishlari energiyasini, balki o‘tkazuvchanlik elektronlarning issiqlik harakat energiyasini ham o‘z ichiga oladi.

## 9.2-§. Ish va issiqlik

1. Yopiq termodinamik sistema bilan tashqi jismlar orasidagi energiya almashishi sifat jihatdan farq qiluvchi ikki usul bilan amalga oshishi mumkin: ish bajarish va issiqlik almashish yo‘li bilan. Mexanikadan ma’lumki, birinchi usul jismlar o‘zaro kuch orqali ta’sirlashganda amalga oshadi.

*Ko‘rilayotgan termodinamik sistemaga tashqi jismlar tomonidan beriladigan energiya sistema ustida bajarilgan ish deyiladi.*

*Issiqlik almashishi orqali tashqi jismlardan sistemaga berilgan energiya, sistemaning tashqi muhitdan olgan issiqligi deyiladi.*

2. Sistema ustida ishni tashqi kuchlar bajaradi. Qo‘zg‘almas makroskopik sistema ustida ish bajarilishi uchun, u bilan ta’sirlashayotgan jismlarning siljib qolishi, ya’ni sistema holatining tashqi parametrlari o‘zgarishi kerak. Tashqi maydon bo‘lmagan holda qo‘zg‘almas sistema bilan tashqi muhit orasida energiya almashishi faqat sistema hajmi va shaklini o‘zgarishi jarayonida ish bajarish orqali amalga oshadi. Masalan, tashqi muhit tomonidan gazga ta’cir etuvchi bosim kuchlari gaz ustida ish bajaradi. Bunda sitema ustida tashqi kuchlarning bajargan ishi $A'$, sistemaning tashqi muhit ustida, ya’ni tashqi kuchlarga qarshi bajargan $A$ ishning teskari ishora bilan olingan qiymatiga teng: $A' = -A$.

3. Issiqlik almaShuvi turli temperaturagacha qizdirilgan jismlar orasida yoki ayni bir jismning qismlari orasida sodir bo‘ladi. Masalan, suv bilan isitiladigan batareyalarda *konvektiv issiqlik almashishi* natijasida energiya batareya ichida oqayotgan issiq suvdan batareya devorlariga uzatiladi. O‘z navbatida issiqlik, *issiqlik o‘tkazuvchanlik* tufayli batareyaning ichki devorlaridan tashqi devorlariga o‘tadi. Issiqlik almashishning uchinchi turi ham bor. Uni amalga oshishi uchun jismlarning bir-biriga tegishi yoki ular orasida biror bir muhitning bo‘lishi shart emas. Bunday issiqlik almashish turiga *nurlanish bilan issiqlik almashish* deyiladi. Bu jismlardan elektromagnit nurlanishlarning chiqishi va ularda yutilishi natijasida sodir bo‘ladi. Shunday yo‘l bilan Yer Quyoshdan juda katta energiya oladi.

4. Issiqlik va ish tushunchalari sistema holatining bir qiymatli funksiyasi bo‘lgan ichki energiyadan farqli ravishda faqat sistema holatining o‘zgarish jarayoni bilan bog‘liq bo‘lgan holdagina ma’noga ega. Ular har bir jarayonning energetik xarakteristikalari hisoblanadi. Sistemani biror 1 holatdan boshqa bir 2 oxirgi holatga o‘tkazish uchun shu $1 \rightarrow 2$ jarayonning turiga, ya’ni sistema qanday oraliq holatlardan o‘tishiga qarab, unga har xil issiqlik berilishi va sistema ustida turlicha ish bajarilishi zarur, buni biz keyinroq ko‘ramiz. Bundan farqli ravishda sistema ichki energiyasining o‘zgarishi sistemada

qanday jarayon sodir bo‘lishga bog‘liq emas, u to‘lig‘icha sistemaning boshlang‘ich va oxirgi holatlari bilan aniqlanadi. Termodinamik sistema ma’lum bir holatda aniq bir ichki energiya zaxirasiga ega deyish mumkin, lekin ishning ham, issiqlikning ham zaxirasi haqida gapirib bo‘lmaydi.

5. Makroskopik sistemalar orasida energiya almashish usuli bo‘lgan ish bajarish bilan issiqlik almashish sifat jihatdan teng kuchli emas.

Sistema ustida ish bajarilishi sistemaning har qanday ko‘rinishdagi energiyasini o‘zgartirishi mumkin. Masalan, haratlanuvchi porshenli idishdagi gazni tez qisishda tashqi kuchlarning gaz ustida bajargan ishi to‘lig‘icha gaz ichki energiyasini ortishiga sarflanadi. Ikki jismning noelastik urilishi vaqtida bajarilgan ishning bir qismi jismlarning kinetik energiyalarini o‘zgarishiga va ishning qolgan qismi ularning ichki energiyalarini o‘zgarishiga ketadi. Agar energiya sistemaga issiqlik ko‘rinishida uzatilsa, u sistema zarralarining (atomlar, molekulalar, ionlar) issiqlik harakat energiyalarini ortishiga sarflanadi. Natijada sistemaning ichki energiyasi ortadi. Issiqlik almashish jarayonini o‘rganish shunday xulosaga olib keladi. Misol uchun turli temperaturaga ega bo‘lgan ikki jism bir-biriga tegib turgan bo‘lsin. Yuqoriroq temperaturali jism zarralari past temperaturali jism zarralariga qaraganda o‘rta hisobda kattaroq issiqlik harakat kinetik energiyasiga ega bo‘ladi. Ikki jismlarning zarrachalarini to‘qnashishi natijasida ko‘proq isigan jism zarralari o‘z kinetik energiyalarini bir qismini kamroq isigan jism zarralariga beradi. Oqibatda yuqori temperaturali jismning ichki energiyasi kamayadi, ikkinchisini ichki energiyasi esa ortadi. Shunga mos holda birinchi jismning temperaturasi pasayadi, ikkinchi jismniki ortadi. Ikkala jismning temperaturalari tenglashganda ularni tashkil qilgan zarralarning issiqlik harakat kinetik energiyalari ham tenglashadi. Natijada jismlar orasidagi issiqlik almashishi to‘xtaydi. Chunki, temperaturalari bir xil bo‘lgan jismlarning zarralari to‘qnashganda energiya bir jismdan ikkinchi jismga, ikkinchi jismdan birinchi jismga bir xil miqdorda uzatiladi.

6. Ko‘pincha energiya uzatishning har ikki usuli (ish va issiqlik ko‘rinishda) bir vaqtda amalga oshadi. Masalan, harakatlanuvchi porshenli idishdagi gazni qizdirganimizda gazga issiqlik berilishi bilan birga uning hajmini ortishi kuzatiladi. Bunda tashqi bosimga qarshi ish bajariladi. Energiya uzatishning ikki usulidan biri amalga oshmasligi ham mumkin. Masalan, adiabatik termodinamik sistema tashqi jismlar ustida ish bajarishi mumkin. Tashqi jismlar ham adiabatik sistema ustida ish bajarishi mumkin. Bunga misol qilib hamma tomoni issiqlik o‘tkazmaydigan vosita bilan himoyalangan harakatlanuvchi porshenli gaz to‘ldirilgan silindr shaklidagi idishni olish mumkin. Tashqi muhit bilan issiqlik almashishning yo‘qligi, gaz kengayib, ish bajarishi mumkinligini inkor etmaydi. Shu bilan birga tashqi bosim kuchlari porshenp ostidagi gazni siqib ham ish bajarishi mumkin.

## 9.3-§. Termodinamikaning birinchi qonuni

**1.** Termodinamik sistemaga energiya uzatishning ikki xil usulini mavjudligi, sistemani qandaydir boshlang‘ich 1 holatdan boshqa 2 holatga muvozanatli o‘tish jarayonini energetik nuqtai nazardan tahlil qilishga imkon beradi. Bunday jarayonda sistema ichki energiyasining o‘zgarishi $\Delta U_{1-2} = U_2 - U_1$, sistema ustida tashqi kuchlarning bajargan ishi $A'_{1-2}$ bilan, sistemaga berilgan issiqlik miqdori $Q_{1-2}$ ning yig‘indisiga teng*

$$\Delta U_{1-2} = A'_{1-2} + Q_{1-2}. \qquad (9.2)$$

$A'_{1-2}$ ish sistemani shu o‘tish jarayonida tashqi kuchlarga qarshi bajargan ishining teskari ishora bilan olingan qiymatga teng: $A'_{1-2} = -A_{1-2}$. Shuning uchun (9.2) ifodani boshqacha yozish mumkin

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A'_{1-2}. \qquad (9.3)$$

(9.3) *tenglama termodinamikaning birinchi qonunini (birinchi boshlanishini)* matematik yozilishidir:

*sistemaga berilgan issiqlik miqdori, sistemaning ichki energiyasi o‘zgarishiga va sistemani tashqi kuchlariga qarshi ish bajarishiga sarflanadi.*

2. Odatda termodinamikaning birinchi qonuni sistemaga ozgina $\delta Q$ issiqlik miqdori berilishi, sistemaning elementar (kichik) ish bajarishiga va sistema ichki energiyasining gU kichik o‘zgarishiga olib keladigan hol uchun yoziladi:

$$\delta Q = dU + \delta A \qquad (9.4)$$

Issiqlik va ishning kichik miqdorlarini va ichki energiyaning o‘zgarishlarini ($\delta Q$, $\delta A$ va $dU$) yozilishidagi farq shunchaki yuzaki bo‘lmasdan, balki ularda chuqur fizik tafovut borligini ifodalaydi. Gap shundaki, 9.1-§ da ko‘rsatib o‘tilgandek, ichki energiya sistema holatining bir qiymatli funksiyasidir. Bundan shu narsa kelib chiqadiki, sistemada ixtiyoriy jarayonlar sodir bo‘lishi natijasida, u yana dastlabki holatga qaytib kelsa, ichki energiyaning to‘liq o‘zgarishi nolga teng bo‘ladi. Bunday xulosaning matematik yozilishi

$$\oint dU = 0$$

ayniyatdan iborat bo‘lib, bu gU ifodani to‘liq differensial ekanini ko‘rsatuvchi zaruriy va etarli shartdir. Keynchalik ko‘ramizki, ish ham, issiqlik ham holat funksiyalari bo‘laolmaydi, shuning uchun $\delta Q$ va $\delta A$ lar to‘liq differensiallar ham emas.

3. Termodinamikaning birinchi boshlanishi (9.4) ga kiruvchi hamma fizik kattaliklar musbat ham, manfiy ham bo‘lishi mumkin. $\delta Q$ yoki $\delta A$ yoxud $\delta Q+\delta A$ yig‘indi ham nolga teng bo‘lgan holni bo‘lishi mumkin. Masalan, adiabatik termodinamik sistemalarda $\delta Q=0$ bo‘ladi.

Agar sistemaga issiqlik berilayotgan bo‘lsa, $\delta Q>0$; agar sistemadan issiqlik chiqayotgan bo‘lsa, $\delta Q<0$ bo‘ladi. Sistemani 1 holatdan 2 holatga o‘tish jarayonining bir sohasida issiqlik unga berilayotgan, boshqa sohasida undan issiqlik chiqayotgan bo‘lishi mumkin. 1-2 jarayonda sistemaga berilayotgan issiqlikning umumiy miqdori 1-2 jarayonning hamma sohalarida sistemaga berilayotgan issiqliklarning yig‘indisiga teng:

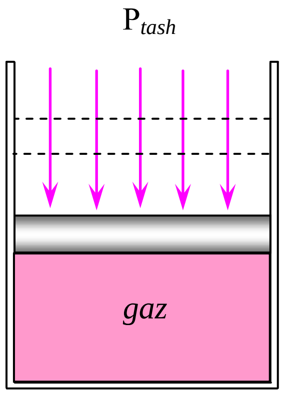
$$Q_{1-2} = \int_1^2 \delta Q$$

4. Agar sistema tashqi jismlar ustida ish bajarilayotgan bo‘lsa, $\delta A>0$ deb hisoblanadi. Agar sistema ustida tashqi kuchlar ish bajarayotgan bo‘lsa, $\delta A<0$ bo‘ladi. 1-2 jarayonning oxirida sistema bajargan $A_{1-2}$ ish, shu jarayonning hamma sohalarida bajarilgan ishlarning yig‘indisiga teng:

$$A_{1-2} = \int_1^2 \delta A$$

Misol tariqasida yuzasi S bo‘lgan harakatlanuvchi engil porshenli idishdagi gazning kengayish yoki siqilish vaqtida bajarilgan ishni ko‘rib o‘tamiz (9.1-rasm).

Tashqi kuchlarning porshenp va gazga berayotgan bosimi $R_{tash}$ bo‘lsin. U holda porshenga ta’sir etayotgan kuch $F_{tash} = r_{tash} \cdot S$ bo‘ladi. İorshenni yuqoriga gx kichik masofaga siljishida gazni tashqi bosimga qarshi bajargan elementar ishi



**9.1-rasm**

$$\delta A = F_{tash} \cdot dx = p_{tash}\, dV \qquad (9.5)$$

bo‘ladi. Bu yerda $dV=S \cdot dx$ gaz hajmining o‘zgarishi.

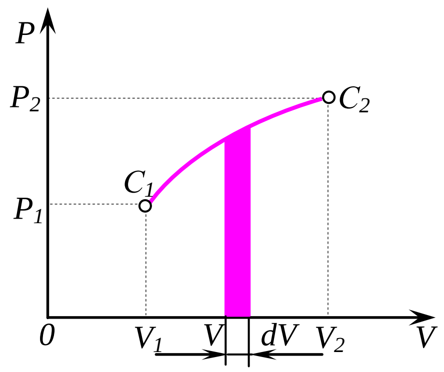
Agar gaz hajmining o‘zgarishi kvazistatistik holda sodir bo‘lsa, vaqtning har bir onida gaz tashqi muhit bilan muvozanat holatda bo‘ladi va uni bosimi r tashqi bosim $r_{tash}$ ga teng bo‘ladi. Gazni muvozanatli (kvazistatistik) jarayonda hajmining o‘zgarishida bajarilgan elementar ish:

$$\delta A = pdV \qquad (9.5')$$

Gazni r bosimi doimo musbat. Shuning uchun gaz kengayganda $(dV > 0)$ musbat ish bajaradi ($\delta A>0$). Agar gaz siqilayotgan bo‘lsa, $dV < 0$ bo‘lib, $\delta A<0$ bo‘ladi. Bu holda tashqi bosim kuchlari gaz ustida musbat ish bajaradi. (9.5) formula na faqat gaz va suyuqlik uchun to‘g‘ri bo‘lmasdan, balki u, tashqi bosim kuchlari qattiq jism sirtiga tekis ta’sir etgandagi uni kengayishi yoki siqlishi uchun ham to‘g‘ridir.

## 9.4- §. Termodinamik jarayonlarni va ishni grafik tasvirlash

**1.** Termodinamik jarayonlarning grafik tasvirlaridan foydalanilsa, ularni bir-biriga taqqoslash va o‘rganish qulay bo‘ladi. Bu ayniqsa sodda sistemalarda qo‘l keladi, chunki, bunday sistemalarda termik holat tenglamasidan ixtiyoriy ikkita parametri, masalan $V$ va $r$ ma’lum bo‘lsa, uchinchi parametr $T$ ni aniqlash mumkin. Sodda sistemada o‘tayotgan jarayonni grafik tasvirlash uchun tekislikdagi koordinata sistemasidan foydalaniladi, bunda koordinataning ikkita o‘qiga holatning o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan ikkita parametri qo‘yiladi. Abtsissa o‘qiga hajm, ordinata o‘qiga bosim qo‘yiladigan $p-V$ diagrammalardan tashqari $p-T$ va $V-T$ diagrammalar ham qo‘llaniladi. 9.2-rasmda $p-V$ diagramma termodinamik jarayon $C_1\, C_2$ egri chiziq bilan tasvirlangan bo‘lib, undagi $C_1(p_1, V_1)$ ($r_1$, $V_1$) va $C_2(p_2, V_2)$ nuqtalar, termodinamik sistemaning boshlang‘ich va oxirgi holatlarini ko‘rsatadi.



**9.2-rasm**

**2.** Grafik ravishda faqat muvozanatli jarayonlarni tasvirlash mumkin. Muvozanatli bo‘lmagan jarayonlar uchun butun bir jismning (yoki sistemaning) holat parametrlari haqida gapirish mumkin emas. Jismning turli qismlarining parametrlari turlicha bo‘ladi. 9.2-rasmdagidek butun sistemaning (yoki jismning) holatini ifodalaydigan $C_1$ va $C_2$ nuqtalar bo‘lmaydi. Shuning uchun muvozanatli bo‘lmagan jarayonlarni grafik holda tasvirlab bo‘lmaydi. Shu aytilganlarni harakatlanuvchi porshenli silindrdagi gazni qisish misolida tushuntiramiz. (9.1-rasm). Porshen tinch turganda gaz tashqi muhit bilan muvozanat holatda bo‘ladi. Silindr hajmining hamma qismlarida bosim, temperatura va gazning zichligi bir xil. Tashqi kuch ta’sirida porshenp siljiy boshlaganda gaz bosimining o‘zgarishi unda tovush tezligida tarqaladi. İorshenp ostidagi gaz siqilganda bosimi yuqori bo‘lgan soha hosil bo‘ladi. Gaz hajmining hamma qismida bosimning tengligi buziladi, porshenp qancha tez harakatlansa, bu buzilish shuncha kuchli bo‘ladi. Gazning bunday holati muvozanatli bo‘lmagan holat bo‘lib, u porshenp to‘xtagandan keyin uzoq vaqt qolishi mumkin emas.

Bu misol shuni ko‘rsatadiki, porshenp bilan gazni siqish muvozanatli bo‘lmagan jarayon.

Ba’zi hollarda real jarayonlarning muvozanat li emasligini hisobga olmaslik mumkin. Agar silindrning o‘lchami katta bo‘lmasa va porshenning harakat tezligi, tovushning gazdagi tezligidan ancha kichik bo‘lsa, ko‘rib o‘tilgan misolda shunday qilish mumkin.

**3.** Elementar $\delta A = pdV$ ish $p - V$ diagrammada 9.2-rasmdagi bo‘yalgan egri trapetsiyaning yuzasiga teng bo‘ladi.

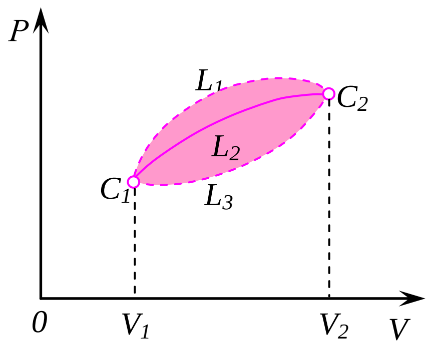
Sistemani $C_1$ $C_2$ jarayonda bajargan ishi

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

formula bilan ifodalanib, koordinatalari $p_1$ va $p_2$, abtsissalari $V_1$ va $V_2$ bo‘lgan $C_1$ $C_2$ egri chiziq bilan chegaralangan yuza bilan o‘lchanadi. 9.2-rasmdan ko‘rinidaki, $A_{1-2}$ ish sistema qanday qilib $C_1$ holatdan $C_2$ holatga o‘tishiga, ya’ni, $C_1$ $C_2$ jarayonining turiga bog‘liq.

9.3-rasmga ko‘rsatilgan sistemani $C_1L_1C_2$, $C_1L_2C_2$ va $C_1L_3C_2$ jarayonlarda bajargan ishlari mos holda $A_{L1}$, $A_{L2}$ va $A_{L3}$ bo‘lib, turicha yuzalar bilan o‘lchanadi

$$A_{L_1} > A_{L_2} > A_{L_3}$$



9.3-rasm

Sistemada yopiq $C_1L_1C_2L_2$ egri chiziq bo‘yicha jarayon sodir bo‘lgandan keyin boshlang‘ich $C_1$ holatga qaytgandagi. To‘liq $A_{L_1-L_3}$ ish nolga teng bo‘lmaydi. Chunki, sistemani $C_1L_1C_2$ kengayish jarayonida bajarilgan musbat ish, $C_2L_3C_1$ siqilish jarayonida bajarilgan manfiy ishdan katta. Oqibat natijada bajarilgan musbat ish 9.3-rasmda bo‘yalgan yuza bilan o‘lchanadi.

Shunday qilib, $A_{1-2}$ ish nafaqat termodinamik sistema holat funksiyasi, balki sodir bo‘layotgan jarayonning turining funksiyasi hamdir. Demak, ish ichki energiyaga o‘xshab sistemaning bir qiymatli funksiyasi bo‘la olmaydi, (9.3) formuladan shu narsa kelib chiqadiki, $Q_{1-2}$ issiqlik ham $A_{1-2}$ ishga o‘xshab sistemada sodir bo‘layotgan jarayonning funksiyasidir. Turli jarayonlarda sistema holatining 1-2 o‘zgarishida unga turlicha issiqlik beriladi va sistema tomonidan ham har xil ish bajariladi. Shuning uchun 9.3-§ ning boshida ko‘rsatilgandek, elementar, ya’ni kichik $\delta A$ va $\delta Q$ miqdorlar to‘liq differensiallar emas.

## 9.5-§. Moddaning issiqlik sig‘imi. Termodinamikaning birinchi qonunini ideal gaz izojarayonlariga tadbiqi

**1.** Jisimning issiqlik sig‘imi tadqiqotdning termodinamik usulida keng foydalaniladigan jismning asosiy issiqlik xossalaridan biridir.

*Jisimning issiqlik sig'imi deb, jisimga berilgan $\delta Q$ issiqlik miqdorini ko'rilayotgan termodinamik jarayonda temperaturaning gT o'zgarishiga bщlgan nisbatiga son jihatdan teng fizik kattalikka aytiladi:*

$$C^* = \frac{\delta Q}{dT} \tag{9.6}$$

Jismning issiqlik sig'imi uning kimyoviy tarkibiga, jismning massasi va uning termodinamik holatiga, shuningdek S* ta'rifidan ko'rinadiki, δQ issiqlik berilganda jism holatini o'zgarish jarayonining turiga bog'liq.

**2.** Bir jinsli jismning issiqlik xossalari solishtirma va molyar issiqlik sig'imlari tushunchalari orqali tavsiflanadi. Bir jinsli jismning issiqlik sig'imi jism massasi m ni, uning solishtirma issiqlik sig'imi s ga ko'paytmasiga teng:

$$mc = \frac{\delta Q}{dT} \qquad \text{yoki} \qquad c = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT} \tag{9.6`}$$

Shunday qilib, bir jinsli jism uchun δQ bilan gT ning o'zaro bog'lanishi

$$\delta Q = mcdT \tag{9.6``}$$

ko'rinishiga ega.

Molyar issiqlik sig'imi deb, ko'rilayotgan termodinamik jarayonda bir mol modda temperaturasini 1K o'zgartirish uchun kerak bo'lgan issiqlik miqdoriga son jihatdan teng bщlgan S fizik kattalikka aytiladi:

$$C = Mc = \frac{M}{m}\frac{\delta Q}{dT} \tag{9.6```}$$

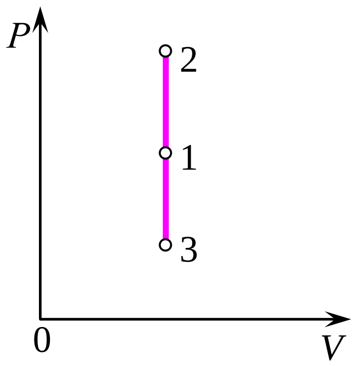
bu yerda M-moddaning molyar massasi; s-moddaning o'sha jarayondagi solishtirma issiqlik sig'imi. Endi (9.6``) ifodani

$$\delta Q = \frac{m}{M} CdT \tag{9.7}$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu yerda m/M= ν - modda miqdori. (9.5`) va (9.7) formulalar, termodinamikaning birinchi boshlanishi tenglamasi (9.4) ni jism holatini muvozanatli jarayonlarda o'zgarishi uchun quyidagi ko'rinishda yozishga imkon beradi:

$$\frac{m}{M} C\, dT = dU + p\, dV\ . \tag{9.8}$$

**3.** Shu tenglamani ideal gazlardagi turli izojarayonlarga tadbiq etamiz. Izoxorik jarayonni (V=const) ko'rishdan boshlaylik. Bu jarayon r-V diagrammada ordinata o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq bilan tasvirlanadi. 9.4-rasmda izoxorik isitish (1-2 to'g'ri chiziq) va sovutish (1-3 to'g'ri chiziq) ko'rsatilgan.




**9.4-rasm**

Amalda izoxorik jarayonni qalin devorli, hajmi o'zgarmas idishdagi gaz temperaturasini o'zgartirish bilan amalga oshiriladi. Izoxorik jarayonda gaz ish bajarmaydi: δA=rgV=0. Termodinamikaning birinchi boshlanishi (9.8) ga ko'ra, izoxorik jarayonda gazga berilgan hamma issiqlik uni ichki energiyasini o'zgarishiga ketadi: $dU = \delta Q$, ya'ni

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT\ , \tag{9.9}$$

bu yerda $C_V$ – gazning izoxorik jarayondagi *molyar issiqlik sig'imi*, yoki uni *o'zgarmas hajmdagi molyar issiqlik sig'imi* (izoxorik issiqlik sig‘imi) deb atash ham mumkin. Tajribadan $C_V$ gazning kimyoviy tarkibiga va temperaturasiga bog‘liq ekanligi aniqlandi. Lekin temperaturaning o‘zgarish sohasi unchalik katta bo‘lmaganda $S_V$=const deb hisoblash mumkin. Izoxorik qizdirish vaqtida gaz temperaturasi $T_1$ dan $T_2$ gacha o‘zgarganda gaz ichki energiyasining o‘zgarishi va unga berilgan issiqlik miqdori mos holda

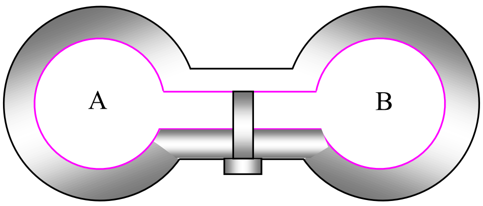
$$\Delta U_{1\text{-}2}=U_2-U_1=\frac{m}{M}C_V\,(T_2-T_1) \qquad (9.10)$$

$$Q_{1\text{-}2}=\frac{m}{M}\,C_V\,(T_2-T_1) \qquad (9.10`)$$

bo‘ladi.

**4.** Izoxorik jarayondan boshqa hamma jarayonlarda gazning hajmi o‘zgaradi. Real gazlarda ichki energiya molekulalarning betartib issiqlik harakat kinetik energiyalari bilan molekulalar orasidagi o‘rtacha masofaga bog‘liq bo‘lgan ularning o‘zaro ta’sir potensial energiyalarini o‘z ichiga oladi. Demak ichki energiya gaz kengayganda yoki siqilganda o‘zgaradi. Shuning uchun (9.9) va (9.10) formulalar real gazlar uchun faqat izoxorik jarayonda ichki energiyaning o‘zgarishini ifodalaydi va gaz molekulalari issiqlik harakat energiyasini uning temperaturasiga bog‘lanishini ifogalaydi.

Ideal gaz uchun vaziyat butunlay boshqacha bo‘ladi, chunki uning ichki energiyasi faqat molekulalar issiqlik harakat kinetik energiyalaridan iborat bo‘lib, o‘sha gaz massasi egallangan hajmga bevosita bog‘liq emas. Ideal gaz kengayganda yoki siqilganda ichki energiya faqat temperaturaning o‘zgarishi tufayli o‘zgaradi. Shunday qilib, (9.9) va (9.10) munosabatlar ideal gaz holati o‘zgaradigan har qanday jarayon uchun to‘g‘ridir. Bunday gazning ichki energiyasi faqat uning massasiga, kimyoviy tarkibiga va temperatura bog‘liq.



**9.5-rasm**

Bunday muhim xulosa, bir-birlariga bog‘liq bo‘lmagan holda J.Gey-Lyussak va J.Joullar amalga oshirgan tajribalarda tasdiqlangan. Joulp tajribasining sxemasi 9.5-rasmda ko‘rsatilgan. Xossalari jihatidan ideal gazga yaqin bo‘lgan siyrak gaz A idishda joylashgan va T temperaturaga ega V idishdagi gaz surib olingan. Ikkala idish va ularni birlashtiruvchi nay tashqi muhit issiqligidan ximoyalangan ($\delta Q=0$). Agar jumrak ocxilsa, gaz V idishga kengayadi va qurilmaning butun hajmini egallaydi. Lekin gazning temperaturasi o‘zgarmasdan yana T ligicha qoladi, natijada gazning ichki energiyasi ham o‘zgarmaydi. Chunki, gaz tashqi kuchlarga qarshi ish bajarmaydi ($\delta A=0$) va bundan tashqari $\delta Q=0$ bo‘lgani uchun termodinamikaning birinchi qonuniga ko‘ra gU=0 bo‘ladi va bundan U=const bo‘lishi kelib chiqadi. Demak, ideal gazning ichki energiyasi uning hajmiga bog‘liq emas. Real gazlarda vaziyat ancha murakkab: uning ichki energiyasi gazning temperaturasi va hajmiga bog‘liq.

Biz muhim natijani oldik: termodinamikaning birinchi qonunining (9.8) tenglam sini har qanday muvozanatli jarayonda ideal gaz holatini o‘zgarishi uchun

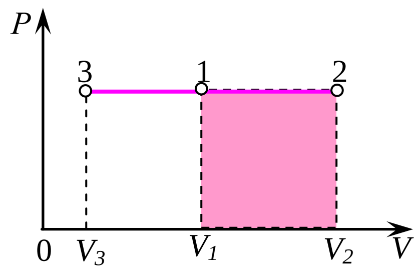
$$\frac{m}{M}C\,dT=\frac{m}{M}C_V\,dT+pdV \qquad (9.8`)$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

**5.** Endi r=sonst bo‘lgan izobarik jarayonni ko‘ramiz. Bunday jarayon, masalan, doimiy tashqi bosim kuchi ta’sirida bo‘lgan harakatlanuvchan porshenli gazni qizdirganmizda yoki sovutganimizda amalga oshadi. 9.6-rasmda gazni qizdirgandagi uning izobarik kengayish (1-2 jarayon) va sovigandagi izobarik siqilish (1-3 jarayon) jarayonlari tasvirlangan. Izobarik jarayonda gazga berilgan elementar $\delta Q$ issiqlik

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p \, dT \tag{9.11}$$

bu yerda $C_p$ - *gazning o‘zgarmas bosim sharoitidagi molyar issiqlik sig‘imi*, u izobarik issiqlik sig‘imi deb ataladi.




**9.6-rasm**

Izobarik jarayonda ideal gaz bajargan elementar ish,

$$\delta A = pdV = \frac{m}{M} RdT \tag{9.12}$$

bu yerda (8.5) Klayperon-Mendeleev tenglamasida $p\,dV = const$ bo‘lgandagi $p\,dV$ ning ifodasidan foydalanildi. (9.12) munosabat universal gaz doimiysi $R$ ning fizik ma’nosini ochishga imkon beradi:

$$\mathrm{R} = \frac{\delta \mathrm{A}}{(\mathrm{m}/\mathrm{M})\mathrm{dT}} \ , \tag{9.12`}$$

ya’ni u 1 mol gazning 1K ga izobarik ravishda qizdirishda bajarilgan ishga son jihatdan teng.

Ideal gazning $S_r$ va $S_v$ molyar issiqlik sig‘imlari orasidagi bog‘lanishni aniqlaymiz. Buning uchun (9.11) va (9.12) ifodalarni termodinamikaning birinchi qonunining (9.8`) tenglamasiga qo‘yamiz:

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}} \mathrm{C_p dT} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}} \mathrm{C_V dT} + \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}} \mathrm{RdT}$$

Bundan

$$C_p - C_V = R \tag{9.13}$$

ekanligi kelib chiqadi. Bu munosabat *Mayer tenglamasi* deyiladi. Solishtirma issiqlik sig‘imlari $S_r$ va $S_v$ lar uchun u,

$$c_p - c_V = \frac{R}{M} \tag{9.13′}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Mayer tenglamasining fizik ma’nosi shundan iboratki, gazni izobarik qizdirganda, unga izoxorik qizdirgandagidan katta issiqlik berish kerak. Issiqlik farqi, gazni izobarik kengayishda bajarilgan ishga teng bo‘lishi kerak.

Gazni 1-2 izobarik kegayish jarayonda (9.6-rasm) bajarilgan ish

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = p(V_2 - V_1) \tag{9.14}$$

ga teng. U 9.6-rasmdagi shtrixlangan yuza bilan o‘lchanadi. Ideal gaz uchun ishni quyidagi:

$$\mathrm{A_{1\text{-}2}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}} \mathrm{R} \ (\mathrm{T_2\text{-}T_1}) \tag{9.14′}$$

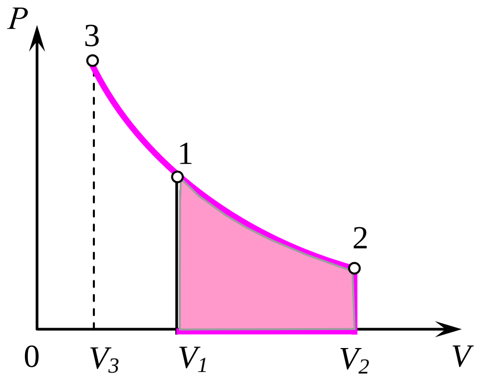
formula bilan ham ifodalash mumkin. Agar $\Delta T = T_2 - T_1$ temperatura intervalida $S_r$ molyar sig‘imini o‘zgarmas geb hisoblash mumkin bo‘lsa, 1-2 izobarik jarayonda gazga berilgan $Q_{1\text{-}2}$ issiqlik

$$Q_{1\text{-}2}=\frac{m}{M}C_r\,(T_2\text{-}T_1) \qquad (9.14'')$$

bo‘ladi.

**6.** Gazning izotermik kengayish va siqilish jarayonlarida gaz bilan tashqi muhit orasidagi issiqlik almashishi temperaturalar farqi o‘zgarmas bo‘lgan sharoitda sodir bo‘lishi mumkin.

Buning uchun tashqi muhitning issiqlik sig‘imi juda katta bo‘lishi va kengayish jarayoni (yoki siqilish) juda sekinlik bilan o‘tishi kerak. Kimyoviy toza moddalarning tashqi bosim o‘zgarmas bo‘lgandagi qaynash, kondensatsiya, erish va kristallashish jarayonlari izotermik hisoblanadi. Ideal gazlar uchun T=sonst bo‘lgan jarayonda $rV = const$ bo‘lib, Boyl-Mariott qonuni bajariladi va p-V diagrammada bunday jarayon teng yonli giperbola ko‘rinishigagi *izoterma* bilan tasvirlanadi (9.7-rasm). Izotermik jarayonda ideal gazning ichki energiyasi o‘zgarmaydi:




**9.7-rasm**

$$dU = \frac{m}{M}C_V\,dT = 0,$$

chunki $T = const$ bo‘lgani uchun $dT = 0$ bo‘ladi.

Gazga uzatilgan hamma issiqlik miqdori tashqi kuchlarga qarshi ish bajarishga sarflanadi:

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \frac{m}{M}RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1} \qquad (9.15)$$

Agar gaz izotermik kengayayotgan bo‘lsa ($V_2>V_1$), unga ($Q_{1\text{-}2}>0$) issiqlik beriladi va gaz musbat ish ($A_{1\text{-}2}>0$) bajaradi. Bu ish 9.7-rasmda shtrixlangan yuza bilan o‘lchanadi. Gazni izotermik siqishda (1-3 jarayon) gaz bajargan $A_{1\text{-}3}$ ish manfiy ($A_{1\text{-}3}<0$) bo‘ladi. Tashqi kuchlar esa ($A_{1\text{-}3} = -A_{1\text{-}3}>0$) musbat ish bajaradi. Bunda gazdan $Q_{1\text{-}3}$ ($Q_{1\text{-}3}<0$) issiqlik olinadi.

Izotermik jarayonda gazning issiqlik sig‘imi $C_T = \pm\infty$, chunki $\delta Q \neq 0$, $dT = 0$.

## 9.6-§. Ideal gazlardagi adiabatik va politropik jarayonlar

1. Sistema tashqi muhit bilan issiqlik almashmasdan sodir bo‘ladigan termodinamik jarayon–*adiabatik jarayon* ham katta amaliy ahamiyatga ega. Bunday ta’rifdan adiabatik jarayonda $\delta Q=0$ bo‘lishi kelib chiqadi. Shuni qayd qilish kerakki, issiqlik almashish shartini Q=0 ko‘rinishda ifodalab bo‘lmaydi. Bu tenglik faqat butun jarayon davomida sistemaga berilgan va undan olingan issiqlikning algebraik yig‘indisi nolga teng ekanligini bildiradi xolos. Q=0 shart ko‘rilayotgan jarayonning ayrim qismlarida sistema bilan tashqi muhit orasida issiqlik almashishini butunlay inkor qilmaydi. Amalda adiabatik jarayon gaz etarlicha katta tezlikda kengayganda yoki siqilganda sodir bo‘ladi.

Termodinamikaning birinchi qonuni (9.4) dan adiabatik jarayon uchun $\delta A=-dU$, ya’ni adiabatik jarayonda sistema ichki energiyasining kamayishi hisobiga ish bajaradi.

Ideal gazdagi adiabatik jarayon uchun (9.8`) dan

$$\delta A = -\frac{m}{M}C_V\,dT \qquad (9.16)$$

ekanligi kelib chiqadi. Agar gaz adiabatik kengaysa, $\delta A = pdV > 0$ va $dT < 0$ bo‘ladi, ya’ni gazni sovushi yuz beradi. Adiabatik qisishda gaz qiziydi, chunki δA<0 va $dT > 0$.

Adiabatik jarayonda δQ=0 va $dT \neq 0$ bo‘lgani uchun moddaning issiqlik sig‘imi

$$C_{ad} = \frac{\delta Q}{dT} = 0$$

2. Adiabatik jarayonda ideal gaz holat parametlari orasidagi (masalan, R va V orasidagi) bog‘lanishni topaylik. Buning uchun (9.16) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$pdV = -\frac{m}{M} C_V dT$$

Kalayperon-Mendeleev tenglamasidan

$$\frac{m}{M} RdT = d(pV) = pdV + Vdp$$

hosil bo‘ladi. Demak,

$$pdV = -\frac{C_V}{R}\left(pdV + Vdp\right),$$

yoki (9.13) ni hisobga olsak,

$$C_p pdV + C_V V\, dp = 0$$

Bu tenglamani ikki tomonini $C_V pV$ ga bo‘lib, o‘zgaruvcxilarga ajratish mumkin:

$$\chi \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \ , \qquad (9.16`)$$

bu yerda

$$\chi = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} \qquad (9.17)$$

– birliksiz kattalik, adiabata ko‘rsatgichi yoki Puasson koeffitsienti deb ataladi. $C_V$ ning temperaturaga bog‘liqligini hisobga olmay, ma’lum gaz uchun χ=sonst deb hisoblash mumkin. U holda (9.16) o‘zgaruvcxilarga ajralgan differensial tenglamani integrallasak,

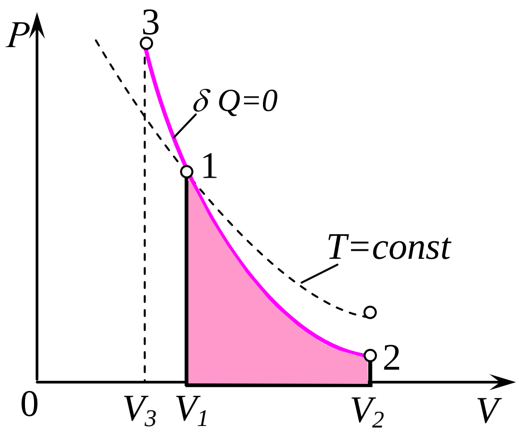
$$\ell n V^{\chi} + \ell n\, p = \ell n\, const$$

yoki

$$pV^{\chi} = const \qquad (9.18)$$

hosil bo‘ladi. Bu tenglama *Puasson tenglamasi* deyiladi. Gaz holatining boshqa parametrlarini Klayperon-Mendeleev tenglamasi yordamida o‘zaro bog‘lagan holda adiabatik jarayonda Puasson tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$pT^{\chi/(1-\chi)} = const, \ \ VT^{\chi/(\chi-1)} = const \qquad (9.18`)$$



**9.8-rasm**

3. Adiabatik jarayonni tasvirlovchi chiziqqa *adiabata* deyiladi. 9.8-rasmda adiabata ko‘rinishi r-V-diagrammada tutash chiziq bilan ko‘rsatilgan. Mana shu rasmda boshlang‘ich 1 holatga mos keluvchi temperatura uchun shtrix chiziq bilan izoterma tasvirlangan. Har qanday ideal gaz uchun Puasson koeffitsienti $\chi > 1$. Shuning uchun $P-V$ diagrammada adiabata izotermaga qaraganda tikroq

egri chiziq bilan tasvirlangan. Bu shu bilan tushuntiriladiki, adiabatik siqish vaqtida bosim izotermik jarayonga o‘xshab na faqat hajmning kamayishi hisobiga, balki temperaturaning ko‘tarilishi hisobiga ham ortadi. Adiabatik kengayishda gazning temperaturasi pasayadi, bosimi esa izotermik kengayishga qaraganda tezroq kamayadi.

4. Endi adiabatik 1-2 jarayonda gazning bajargan ishini hisoblaymiz. U 9-8-rasmdagi bo‘yalgan yuza bilan o‘lchanadi. (9.16) ifodani integrallab, $\delta A$ uchun

$$A_{1-2} = \frac{m}{M} C_V \left(T_1 - T_2\right) \tag{9.19}$$

formulani hosil qilamiz. (9.13) Mayer tenglamasi va (9.17) formuladan Puasson koeffitsienti uchun

$$\mathrm{C_V} = \frac{\mathrm{R}}{(\chi - 1)} \tag{9.19`}$$

ekanligi kelib chiqadi, shuning uchun

$$A_{1-2} = \frac{m}{M}\frac{R}{\chi - 1}(T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1}{\chi - 1}\left[1 - \frac{T_2}{T_1}\right]. \tag{9.19``}$$

Agar (9.18`) munosabatdan foydalansak, u holda

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi - 1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}}$$

ifodani yozish mumkin va adiabatik jarayonda gaz bajargan $A_{1-2}$ ish quyidagi ko‘rinishlarda beriladi:

$$A_{1-2} = \frac{p_1 V_1}{\chi - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}}\right]$$

$$A_{1-2} = \frac{p_1 V_1}{\chi - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}}\right] \tag{9.19```}$$

5. Yuqorida ko‘rib o‘tilgan ideal gaz holatining o‘zgarish jarayonlarini umumiy holda

$$pV^n = const \tag{9.20}$$

tenglama bilan ifodalanuvchi termodinamik jarayonni politropik jarayon deb qarash mumkin. Bu yerda $n$-politropa ko‘rsatgichi deb ataluvchi o‘lchamsiz kattalikdir. Yuqorida ko‘rib o‘tilgan to‘rta jarayonga politropa ko‘rsatgichining turli qiymatlari mos keladi. Agar n=0 bo‘lsa, $p = const$ bo‘lib, izobarik jarayon, n=1 bo‘lganda izotermik ($pV = const$), n=$\chi$ bo‘lganda adiabatik va $n = \pm\infty$ bo‘lganda izoxorik jarayonlar o‘rinli bo‘ladi.

Politropik jarayonda ideal gazning molyar issiqlik sig‘imi $C$ ni hisoblaylik. (9.8`) tenglamadan

$$C = C_V + \frac{Mp}{m}\frac{dV}{dT} \tag{9.21}$$

ifodani yozamiz. Politropik jarayonda gazning hajmi bilan temperaturasi orasidagi bog‘lanishni (9.20) va Klayperon-Mendeleev tenglamalaridan topamiz:

$$V^{(n-1)}\,T = \mathrm{const.}$$

Yuqoridagi ifodani differensiyallab, quyidagini hosil qilamiz:

$$(n\text{-}1)\, V^{n\text{-}2}\, TdV + V^{n\text{-}1} dT = 0.$$

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{V}{(n-1)T}.$$

Endi (9.21) tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$C = C_V - \frac{pV}{(n-1)(m/M)T} = C_V - \frac{R}{n-1}$$

(9.19`) munosabatdan foydalanib, oxir oqibatda

$$C = \frac{n-\chi}{(\chi-1)(n-1)} R \qquad (9.22)$$

ekanini topamiz.

6. Bu formuladan izojarayonlar uchun oldin olingan natijalar kelib chiqadi:

1) izobarik jarayon uchun (n=0)

$$C = \frac{\chi R}{\chi - 1} = \chi C_V = C_p;$$

2) izotermik jarayon uchun (n=1)

$$C_T = \pm\infty;$$

3) izoxorik jarayon uchun (n= $\pm\infty$)

$$C_V = \frac{R}{\chi-1};$$

4) adiabatik jarayon uchun (n=$\chi$)

$$C_{ad} = 0.$$

Ideal gazning 1-2 politropik jarayonda bajarish ishi,

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^n dV}{V^n} = \frac{p_1 V_1^n}{n-1}\left[V_1^{1-n} - V_2^{1-n}\right] = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right] \qquad (9.23)$$

kщrinishga aniqlanagi.

## SAVOLLAR

1. Nima uchun termodinamika va molekulyar fizikada ichki energiyani hisoblashda atom va ionlar elektron qobiqlarining energiyasini va atom yadrosidagi nuklonlarning o‘zaro ta’sir energiyasini hisobga olinmaydi?

2. Termodinamik sistema ishi va sistema ustidagi ish tushunchalarining fizik ma’nosini ochib bering.
3. Energiya uzatishning ko‘rinishlari bo‘lgan issiqlik almashish va ish bajarish orasida sifat jihatdan qanday farq bor?
4. Nima uchun termodinamik sistemaga berilgan kichik miqdordagi issiqlik, to‘liq differensial bo‘la olmaydi?

# GAZLAR KINETIK NAZARIßSI

## 10.1-§. Klassik statistik fizika haqida ba’zi  ma’lumotlar

**1.** Biz 9.2-§ da makroskopik jismlarda yoki bunday jismlar sistemasida sodir bo‘luvchi fizik hodisalarni o‘rganishning statistik usuli bilan tanishdik. Endi biz statistik usulni gazlarning fizik xossalarini o‘rganishga qo‘llaymiz. Gaz xossalarini statistik usul bilan taqiqot qilishga asoslangan nazariya, **gazlar kinetik nazariyasi** deyiladi.

**2.** Gazlar kinetik nazariyasi statistik klassik fizikaning quyidagi umumiy qoidalariga asoslanadi:

a) zarralar sistemasida impulsning, impuls momentining, energiyaning, elektr zaryadining (zaryadlangan zarralar sistemasi uchun) va zarralar sonining (kimyoviy va boshqa o‘zgarishlarga uchramaydigan yopiq zarralar sistemasi uchun) saqlanish qonunlari bajariladi;

b) sistemadagi barcha zarralar nishonli deb hisoblanadi, ya’ni o‘xshash zarralarni bir-biridan farqlash mumkin (masalan, biror moddaning molekulalarini);

v) sistemadagi Hamma fizik jarayonlar fazo va vaqtda uzluksiz sodir bo‘ladi (masalan, molekulaning energiyasi tashqi kuch ta’sirida har qanday miqdorga o‘zgarishi mumkin, ya’ni uzluksiz holda);

g) sistemaning har bir zarrasi boshqa zarralariga bog‘liq bo‘lmagan holda ixtiyoriy koordinataga (sistemaning hajmi chegarasida) va tezlikka ega bo‘lishi mumkin.

## 10.2-§. Ideal gaz kinetik nazariyasi tenglamasi

**1.** Biz yuqorida aytib o‘tdikki, ideal gazni tartibsiz harakat qiluvchi, masofadan o‘zaro ta’sirlashmaydigan va hajmi esa hisobga olmaydigan darajada  kichik sharchalar–molekulalar to‘plamidan iborat deb harash mumkin. Molekulalar bir-biri bilan va idish devorlari bilan to‘xtovsiz to‘qnashishi natijasida bosim hosil qiladi. Demak, bosim–gaz molekulalarining issiqlik harakat tezligining makroskopik ko‘rinishda namoyon bo‘lishidir. Agar gaz tashqi kuchlar maydonida (masalan, og‘irlik kuchi maydonida) joylashmagan bo‘lsa, molekulalarning tartibsiz harakati tufayli idishning hamma devorlariga bergan bosimi bir xil bo‘lib, yuzaga o‘tkazilgan normal yo‘nalishida yuza birligiga ta’sir etayotgan o‘rtacha kuch bilan aniqlanadi.

**2.** Gazlar kinetik nazariyasining muhim vazifasi molekulyar–kinetik tasavvurlar asosida ideal gaz bosimini hisoblashdan iboratdir. Molekulalarning o‘zaro to‘qnashishi, ularning gaz joylashgan idish devorlariga urilishiga haraganda ancha ko‘proq sodir bo‘ladi. Lekin D.K.Maksvellning ko‘rsatishida ideal gaz molekulalarining bir-biri bilan to‘qnashishi gazning idish devoriga ko‘rsatadigan bosimiga ta’sir etmaydi. Bundan tashhari Maksvell gazning bosimi molekulalarining idish devorlariga elastik yoki noelastik urilishiga bog‘liq emasligini ko‘rsatdi. Shuning uchun gaz holat tenglamasi (8.8) dan ko‘rinadiki, ideal gazning idish devorlariga bergan bosimi idish devori materialiga bog‘liq emas.

**3.** Yuqorida aytilganlardan o‘z-o‘zidan tushunarliki, kimyoviy bir jinsli gazning r bosimi, molekula massasi $m_o$, kontsentratsiyasi $n_o$ va molekulalarning issiqlik harakat tezligiga bog‘liq. Bunday bog‘lanishni o‘lchamlilik nazariyasidan foydalanib o‘lchamsiz (sonli) proporsionallik koeffitsienti S aniqligida topish mumkin. Soddalik uchu gazning barcha molekulalari modullari bir xil bo‘lgan u tezlik bilan harakatlanadi deb faraz qilamiz. U holda

$$p = Ci_0^{\alpha} u^{\beta} n_0^{\gamma}$$

bu yerda α, β va γ daraja ko‘rsatgichlarni, yozilgan tenglikning o‘ng va chap tomonlarining o‘lchamliklarini solishtirish yo‘li bilan topish mumkin. Bosimning o‘lchamligi – $ML^{-1}T^{-2}$, M – molekulalar massasi, $LT^{-1}$ – tezligi, $L^{-3}$ – kontsentratsiyasi bo‘lgani uchun quyidagi

$$ML^{-1}T^{-2} = M^{\alpha} L^{\beta} T^{-\beta} L^{-3\gamma}$$

tenglik bajarilishi kerak, ya’ni $\alpha=1$, $\beta - 3\gamma = -1$ va $-\beta = -2$. Demak, $\gamma=1$ va ideal gazning bosimi

$$p = Cn_0 m_0 u^2 = C\frac{N}{V} m_0 u^2 = 2C\frac{W_к^{il}}{V}$$

bo‘ladi. Bu yerda *V* – gazli idish hajmi; *N*-idishdagi molekulalarning umumiy soni; $W_k^{il}$ – barcha *N* ta molekulaning ilgarilanma harakatdagi kinetik energiyasi. O‘rta maktab fizika kursida ***C*** koeffitsient *C=1/3* ekanligi isbotlangan bo‘lib, **ideal gaz bosimi uchun kinetik nazariya tenglamasi** quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$pV = \tfrac{2}{3} W_к^{il} \tag{10.1}$$

Bu shuni ko‘rsatadiki, *ideal gaz bosimini, uning hajmiga ko‘paytmasi, gazning hamma molekulalari ilgarilanma harakat kinetik energiyalarining 2/3 qismiga teng.*

Aslida molekulalarning issiqlik harakat tezliklari yo‘nalish va miqdori bo‘yicha ham turlichadir.

Shuning uchun (10.1) tenglamaga kiruvchi *N* ta gaz molekulasining ilgarilanma harakat kinetik energiyasi

$$W_к^{il} = \frac{m_0}{2}\sum_{i=1}^{N} u_i^2$$

ga teng bo‘ladi, bu yerda $u_i$ - i nchi molekulaning tezligi.

**4.** Gaz molekulasining ilgarilanma harakatdagi o‘rtacha kvadratik tezligi $\upsilon_{kv}$ deb, barcha molekulalar ilgarilanma harakat o‘rtacha arifmetik tezligi kvadratidan olingan kvadrat ildizga aytiladi.

$$\upsilon_{kv} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_i^2} \tag{10.2}$$

Agar bu tezlikni $W_k^{il}$ uchun yozilgan ifodaga kiritsak

$$W_k^{il} = 1/2\ N\ m_o\ \upsilon_{кв}^2 \tag{10.3}$$

hosil bo‘ladi. Endi (10.1) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$pV = \tfrac{1}{3} N m_0 \upsilon_{кв}^2 = \tfrac{1}{3} m \upsilon_{кв}^2 \tag{10.4}$$

yoki

$$p = \tfrac{1}{3} n_0 m_0 \upsilon_{кв}^2 = \tfrac{1}{3} \rho \upsilon_{кв}^2 \tag{10.4′}$$

bu yerda $\rho = m_0 n_0$ - gaz zichligi.

(10.4) tenglamani Klapeyron-Mendeleev tenglamasi bilan solishtirsak,

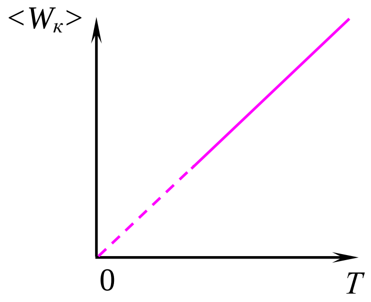
$$\upsilon_{\text{кв}} = \sqrt{3RT/M} = \sqrt{3kT/m_o}\ , \tag{10.5}$$

kelib chiqadi, bu yerda $k$ – Bolptsman doimiysi. O‘rtacha kvadratik tezlik barcha molekulalar to‘plamining xarakteristikalaridan biridir. U bitta molekula uchun yoki oz sondagi molekula uchun ma’noga ega emas.

**5.** Ideal gaz molekulalarining ilgarilanma harakat o‘rtacha kinetik energiyasi ifodasini topamiz. (10.3) va (10.5) formulalardan

$$< W_k > = W_k^{il}/N = \tfrac{1}{2} m_0 \upsilon_{\text{кв}}^2 = \tfrac{3}{2} kT\ . \tag{10.6}$$

hosil bo‘ladi.



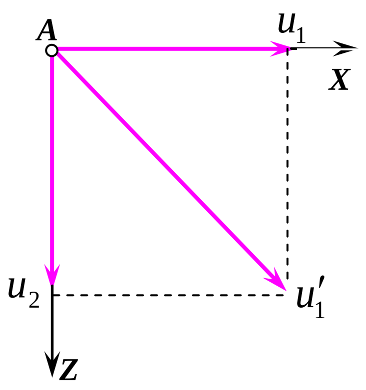

**10.1-rasm**

Ideal gaz molekulalarining ilgarilanma harakat o‘rtacha kinetik energiyasi faqat uning termodinamik temperaturasi $T$ ga bog‘liq va bu temperaturaga to‘g‘ri proporsionaldir. 10.1-rasmda $<W_k>$ ning $T$ ga bog‘lanish grafigi tasvirlangan. $T$=0 $K$ absolyut nolga yaqin bo‘lgan, o‘ta past temperaturalarda $<W_k>$ bilan $T$ orasidagi chiziqli bog‘lanish buziladi. Temperaturaning bunday sohasida gazlar kinetik nazariyasi xulosalarini va umuman klassik statistik fizika natijalarini qo‘llab bo‘lmaydi. Bu holda 41-bobda ko‘riladigan kvant statistikasi qonunlari o‘rinli bo‘ladi.

*Termodinamik temperatura, 0 K dan uzoq bo‘lgan temperatura sohalarida, ideal gaz molekulalarining ilgarilanma harakat o‘rtacha kinetik energiyasining o‘lchovidir.*

## 10.3-§. Molekulalarning tezliklari va energiyalari bo‘yicha taqsimot qonuni

**1.** Ideal gaz tenglamalarini ko‘rgan vaqtimizda biz molekulalar turlicha issiqlik harakat tezligiga ega deb hisobladik. Agar biz vaqtning qandaydir momentida hamma molekulalarning tezliklari moduli bo‘yicha bir xil va faqat yo‘nalishlari bo‘yicha farqlanadi, deb hisoblasak ham, ularning bir-biri bilan to‘qnashishi, ularning tezligini o‘zgarishiga tezliklarni moduli bo‘yicha tengligini buzilishiga olib keladi. Aytaylik A molekula moduli u va 0Õ o‘qi bo‘yicha yo‘nalgan $u_1$ tezlikka ega bo‘lsin. Xuddi shunday $u_2$ tezlik moduli bilan 0Z o‘qi yo‘nalishda harakatlanayotgan boshqa molekula bilan elastik to‘qnashgandan keyin A molekula qo‘shimcha $u_1'$ tezlik olishi mumkin (10.2-rasm). Bunday to‘qnashish natijasida ikkinchi molekula to‘xtaydi, A molekulaning tezligi $u_1' = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ yoki $u_1' = \sqrt{2}\,\mathbf{u}$ bo‘lib qoladi.




**10.2-rasm**

**2.** Termodinamik muvozanatdagi gaz molekulalarining issiqlik harakat tezliklari bo‘yicha taqsimot qonunini birinchi bo‘lib D.K. Maksvell (1859) topgan va u **Maksvell taqsimoti** deb ataladi. Maksvellning muloqaza yuritish yo‘llari ancha murakkab bo‘lgani uchun biz unga to‘xtalmaymiz, faqat Maksvell qonunining fizik ma’nosi va undan kelib chiqadigan ba’zi natijalar bilan chegaralanamiz xolos.

Molekulalar tezligini uch o‘lchovlik **tezliklar fazosida** qutbli vektorlar ko‘rinishida tasvirlash qulay, bunda o‘zaro ortogonalp koordinat o‘qlariga molekulalar tezligining $\mathbf{u_x}$,$\mathbf{u_y}$ $^{vx}$$\mathbf{u_Z}$ tashkil etuvcxilari qo‘yiladi (10.3 rasm). Bunda dn - tezlik modullari **u** va **u**+d**u** oraliqda bo‘lgan molekulalarning hajm birligidagi soni. Ma’lumki, tezliklar fazosida bu molekulalar tezlik vektorlarining uchlari 10.3-rasmda qoraytirib ko‘rsatilgan shar qatlamining ichida yotishi kerak. Bu qatlamning hajmi $d\omega=4\pi \mathbf{u}^2 d\mathbf{u}$. Issiqlik harakatning tartibsizligi tufayli molekulalarning hamma tezlik yo‘nalishlari teng ehtimollikka ega. Shuning uchun dn soni molekulalarning hajm birligidagi soni $n_0$ ga, hamda dω shar qatlamining hajmiga proporsional bo‘lishi kerak. Bundan tashhari dn tezlik moduliga ham bog‘liq bo‘lishi kerak. Shunday qilib,

$$dn=n_0\, f(u)\cdot 4\pi u^2 du=n_0\, F(u)du, \qquad (10.7)$$

bu yerda

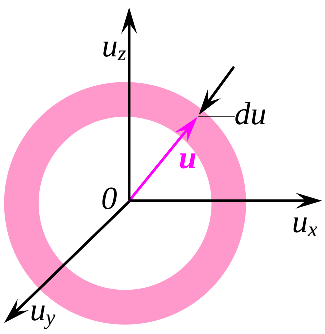
$$F(u)=4\pi u^2 f(u). \qquad (10.7`)$$

**3.** Taqsimot funksiyasi58

$$F(u)=\frac{dn}{n_o du} \qquad (10.7``)$$

tezlik moduli birlik hal inlikdagi shar qatlami ichida joylashgan molekulalarning ulushni bildiradi. $F(u)\cdot dn=dn/n_0$ ko‘paytma molekulalarning tezlik moduli u va u+du oraliqda bo‘lish ehtimolligini bildiradi. F(u) funksiya, **gaz molekulalarining tezlik modullari bo‘yicha taqsimot funksiyasi** deyiladi. F(u) funksiyaning fizik ma’nosidan

$$\int_0^\infty F(u)\, du=1 \qquad (10.8)$$



**10.3-rasm**

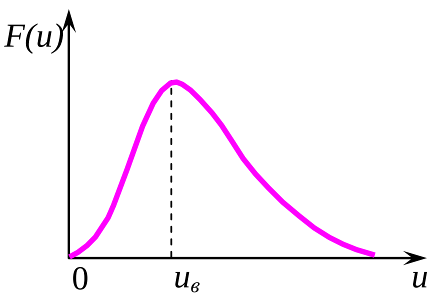
bo‘lishi kelib chiqadi. (10.8) integrallning fizik ma’nosi quyidagichadir. Har qanday molekula tezlikning qandaydir u absolyut qiymatiga ega. Shuning uchun tezligining absolyut qiymatlari u bo‘lgan barcha molekulalarning ulushlarini yig‘ib chiqsak, 1 kelib chiqadi.

f(u) funksiya ham xuddi F(u) funksiyadek ma’noga ega, ammo (10.7′) ga asosan, u birlik $d\omega=4\pi u^2 du$ hajm orlig‘i uchun tegishli taqsimot funksiyasidir. Hisoblashlar

$$f(u)=\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_0 u^2/(2kT)} \qquad (10.9)$$

ekanligini ko‘rsatadi. 10.4-rasmda F(u) funksiya grafigi ko‘rsatilgan. F(u) funksiyaning fizik ma’nosidan va (10.8) integraldan 10.4-rasmdagi egri chiziq va abstsissa o‘qi bilan chegaralangan butun yuza birga teng.

**4.** 10.4-rasmda tasvirlangan egri chiziq molekulalarning tezlik modullari bo‘yicha taqsimlanishini ifodalaydi. (10.7) va (10.8) formulalarni birlashtirib, **molekulalarni tezliklari bo‘yicha taqsimot qonunini** (Maksvell qonunini) quyidagicha yozish mumkin:



**10.4-rasm**

$$dn=n_o\left(\frac{m_0}{2\pi k'T}\right)^{3/2} e^{-m_0 u^2/(2kT)}\, 4\pi u^2\, du \qquad (10.10)$$

(10.10) qonundan F(u) funksiya grafigining (10.4-rasm) maksimumiga mos keluvchi **eng katta ehtimol tezlik** deb ataluvchi $u_{eq}$ tezlikni aniqlash mumkin.

F(u) funksiyaning maksimum shartini yozamiz:

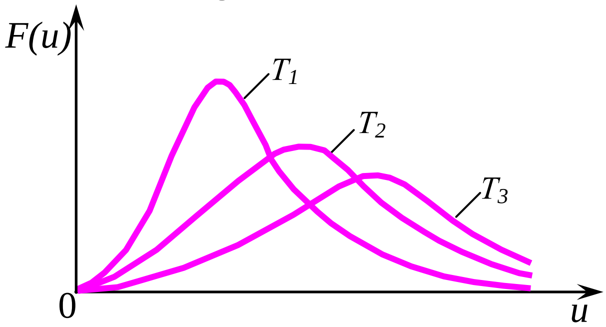
$$\left[\frac{d}{du} e^{-m_0 u^2/(2kT)} u^2\right]_{u=u_{ўб}} = 0$$

Bu tenglamaning yechimidan

$$u_{эх} = \sqrt{\frac{2kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \upsilon_{кв}\sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad (10.11)$$

kelib chiqadi. Bu yerda $\upsilon_{kv}$ (10.5) formula bilan aniqlanuvchi o‘rtacha kvadratik tezlik. Ikkala $\upsilon_{kv}$ va $u_{ex}$ tezlik ham faqat gaz temperaturasiga va uning molyar massasiga bog‘liq.

**5.** Agar abstsissa o‘qiga tezlikni, ordina o‘qiga F(u) funksiyani qo‘ysak, turli temperaturalar $T_1<T_2<T_3$ uchun molekulalarni tezliklari bo‘yicha taqsimlanishi 10.5-rasmda tasvirlangandek bo‘ladi.




**10.5-rasm**

Temperaturani ortishi bilan egri chiziq maksimumi tezlik katta bo‘lgan tomonga siljiydi, ammo uning absolyut qiymati kamayadi. Demak, gaz isitilganda kichik tezlikdagi molekulalar ulushi kamayib, katta tezlikli molekulalar ulushi ortadi.

**6.** Molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimot qonuni ideal gaz molekulalarining ilgarilanma harakat **o‘rtacha arifmetik tezligini** hisoblashga imkon beradi. Buning uchun qandaydir u tezlika ega bo‘lgan molekulalar $dn/n_o$ ulushini shu tezlikka ko‘paytirish va barcha tezliklar bo‘yicha yig‘ib chiqish zarur. Tezlik uzluksiz o‘zgargani uchun yig‘indini integrallash bilan almashtiriladi. Natijada

$$< u >= \int_0^{n_o} u \frac{dn}{n_o}$$

ifodani olamiz. $dn/n_o$ nisbatni o‘rniga (10.7) formuladagi F(u) funksiyani kiritamiz. Keyin

$$< u >= \int_0^{\infty} uF(u)du \qquad (10.12)$$

ifoda hosil bo‘ladi. Bu natija umumiy ahamiyatga ega. Klassik statistik fizikada har qanday fizik kattalik *x* ning o‘rtacha qiymati molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimot qonunini hisobga olgan holda

$$< x >= \int_0^{\infty} xF(u)du \qquad (10.13)$$

formula bilan hisoblanadi. (10.12) formulaga F (u) ning (10.7`) va (10.9) ifodalarini qo‘yamiz. Natijada

$$< u >= n_0 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_0^{\infty} u^3 e^{-m_0^2/(2kT)}du$$

Bu ifodani integralagandan keyin

$$< u >= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_o}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = u_{эх}\sqrt{\frac{4}{\pi}} = \upsilon_{кв}\sqrt{\frac{8}{3\pi}} \qquad (10.14)$$

formulani hosil qilamiz.

Uchala $\upsilon_{kv}$, <u> va $u_{ex}$ tezliklar bir-biridan birga yaqin bo‘lgan ko‘payyuvchisi bilan farq qilib, $\upsilon_{kv}$, > <u> > $u_{ex}$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

**7.** Molekulalarning tezliklar bo‘yicha taqsimot qonuni (10.10) yordamida ularning **nisbiy tezliklari bo‘yicha taqsimlanishini** ham topishimiz mumkin. 6.5-§ da ko‘rsatilganidek, massalari $m_1$ va $m_2$ bo‘lgan ikkita zarraning nisbiy tezligi keltirilgan $m_{kel}=m_1\ m_2/(m_1+m_2)$ massali bitta zarraning harakatiga ekvivalentdir. Bir jinsli gaz uchun $m_1= m_2= m$ bo‘lgani uchun $m_{kel}= m/2$ bo‘ladi. Molekulalarning nisbiy tezliklari bo‘yicha taqsimlanishi umumiy molekulalar $n_0$ sonidan $dn_{nis}/n_0$ ulushining tezligi $u_{nis}$ dan $u_{nis}+du_{nis}$ gacha bo‘lgan oraliqda bo‘lishini aniqlaydi. Bunday taqsimot uchun (10.10) qonun quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$dn_{nis}= n_o\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_0u^2_{нис}/(4kT)}\, 4\pi u^2_{nis}\, du_{nis} \qquad (10.10')$$

Bunda
$$\frac{dn_{u_{нис}}}{n_o}=F_1(u_{nis})du_{nis},$$

bu yerda
$$F_1\,(u_{nis}) = 4\pi\left(\frac{m_0}{4\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_0u_{нис}/(4kT)}u^2_{нис}$$

**— ideal gaz molekulalarining nisbiy tezliklari bo‘yicha taqsimot funksiyasi.**

(10.10`) qonuni va (10.13) formula yordamida ideal gaz moleulalarining **o‘rtacha nisbiy tezligini** topish mumkin:

$$<u_{nis}> = \int_0^{\infty} u_{íèñ}\, F_1\,(u_{nis})\, du_{nis}$$

Bu integralga $F_1$ ($u_{nis}$) funksiyaning ifodasini qo‘yib integrallaganimizdan keyin

$$< u_{nis} >=\sqrt{2}\sqrt{8kT/(\pi m_o)} = \sqrt{2} < u > \qquad (10.15)$$

formulani olamiz. Bu yerda <u> - molekulaning o‘rtacha arifmetik tezligi.

**8.** Endi ideal gaz molekulalarining issiqlik harakatdagi kinetik energiyalari bo‘yicha taqsimot qonunini topamiz. Bunday taqsimot $W_k={}^1/2\ m_ou^2$ kinetik energiyasi $W_k$ dan $W_k+dW_k$ gacha oraliqda bo‘lgan molekulalarning $dn_{W_k}/n_o$ ulushni aniqlaydi.

Bunday taqsimot qonunini olish uchun (10.10) formuladagi u dan $W_k$ ga o‘tish uchun $u=\sqrt{2W_k/m_o}$ va $du=W_k^{-1/2}\,dW_k\big/\sqrt{2m_o}$ munosabatlardan foydalanamiz.

Natijada

$$dn_{W_k}=n_o\ \frac{2}{\sqrt{\pi}}\ (kT)^{-3/2}\ e^{-Wk/(kT)}\sqrt{W_k}\ dW_k \qquad (10.10'')$$

formulani olamiz. Bunda

$$dn_{W_k}/n_0= F_2(W_k)dW_k$$

bo‘lib, **ideal gaz molekulalarining kinetik energiyalari bo‘yicha taqsimot funksiya**

$$F_2\,(W_k)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\ e^{-W_k/(kT)}\ \sqrt{W_k}$$

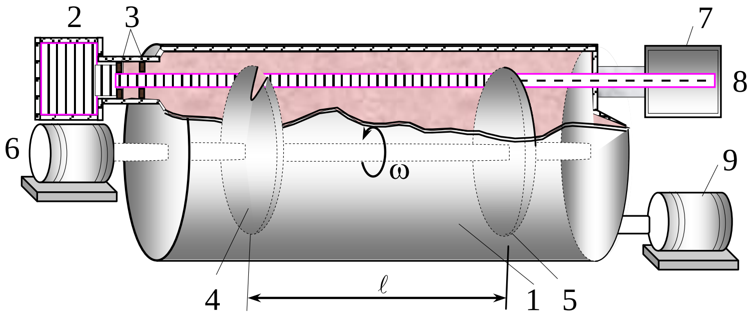
Ko‘rinishda bo‘ladi. Bu funksiyadan va (10.13) formuladan foydalanib, ideal gaz molekulasining $<W_k>$ o‘rtacha kinetik energiyasini topamiz:

$$<W_k>=\int_0^{\infty} W_kF_2(W_k)dW_k = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}}\int_0^{\infty} W_ê e^{-W_k/(kT)}\sqrt{W_k}dW_k = \frac{3}{2}kT \qquad (10.10''')$$

Biz kutilganidek, (10.6) formulaga mos tushadigan molekulalarning ilgarilanma harakat o‘rtacha kinetik energiya uchun natija oldik.

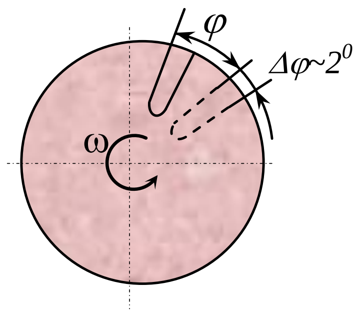
## 10.4- §. Molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimlanishini tajribada tekshirish

**1.** Molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimot qonuni Maksvell tomonidan topilgandan 60 yil o‘tgach, uni tajribada tekshirib ko‘rildi. O.Shtern (1920) atom va molekulalar dastasi usulidan foydalanib, birinchi marta bunday dastadagi atomlarning o‘rtacha tezligini o‘lchadi. Shtern tajribalari o‘rta maktab fizika kursida ham o‘rganilgan. Tajribaning ko‘rsatishicha dastadagi atomlar turli tezliklar bilan uchar ekan. Keyinchalik Shtern taklif etgan usul boshqa olimlar tomonidan atomlarning tezliklar bo‘yicha taqsimlanishini o‘rganish uchun foydanildi. Biz B. Lammert (1929) tomonidan o‘tkazilgan tajribani ko‘rib o‘tamiz.



**10.6-rasm**

**2. Tajriba**. Qurilma qalin devorli 1 idishdan va unga barlashtirilgan ichida bug‘lanuvchi qandaydir suyuq metall bo‘lgan, masalan simobli “molekulyar pechka” 2-idishdan iborat (10.6-rasm). Metall bug‘lari 3 diafragmalar sistemasi orqali o‘tgandan keyin ingichka molekulalar dastasi hosil bo‘ladi. Shtern tomonidan ishlab chiqilgan molekulalar dastasi usuli mana shundan iborat. Atomlar dastasi yo‘liga ensiz kesimlari bor, bir-biridan qandaydir burchakka siljigan 4 va 5 disklar joylashgan (10.7-rasm). Disklar 6 dvigatel bilan aylanma harakatga keltiriladi. Atomlar dastasi ikkala diskdagi kesimlar orqali o‘tgandan keyin suyuq azot bilan sovutiladigan 7 “tuzoqqa” tushadi. Atomlar shishadan qilingan 8 mishenga o‘tirib, unda ko‘zga ko‘rinadigan qatlam hosil qiladi. Atomlar havo molekulalari bilan to‘qnashmasligi uchun qurilmada 9 nasos yordamida yuqori vakuum ushlab turiladi.



10.7-rasm

**3.** Ma’lumki, disklar harakatlanmagan vaqtda atomlar dastasi mishenga borib tushmaydi. Agar disklar aylantirilsa, ma’lum tezlikdagi ayrim atomlar ikkinchi diskdagi kesik joydan o‘tishi mumkin. Bu hol atomlar disklar orasida harakatlanayotgan vaqtda ikkinchi disk φ burchakka burilishga ulgurib, atomlar dastasi yo‘liga diskning kesik joyi to‘g‘ri kelib qolgan holda yuz beradi. Agar disk $\omega=2\pi n$ burchakli tezlik bilan aylanayotgan, n-uning aylanish chastotasi bo‘lsa, u holda burilish burchagi $\varphi=\omega t=2\pi nt$ bo‘ladi. Atomlarning disklar orasida harakatlanish vaqti $t$ disklar orasidagi masofa $\ell$ ga va atomlar tezligi u ga bog‘liq, ya’ni $t=\ell/u$. Masalan, $\ell$=40sm=0,4m, $\varphi=24^o=24\pi/180$ rad va n=3000 ayl/min= 50ayl/s bo‘lsa, atomlar tezligi

$$u=\frac{2\pi 50\cdot 0{,}4\cdot 180}{24\pi}=300\ m/s$$

ekanligi kelib chiqadi.

**4.** Diskdagi kesik joy kengligining chegaralanganligi atomlar tezligini tajribada aniqlash mumkin bo‘lgan xatolik bilan o‘lchashga olib keladi. Aytaylik, atom birinchi diskdagi kesik joyni chap chekkasidan uchib o‘tgan bo‘lsin, bu atom ikkinchi diskdagi kesik joyning chap yoki o‘ng chekkasidan uchib o‘tishi mumkin. Birinchi holda sistema φ burchakka, ikkinchisida - $\varphi_1=\varphi+\Delta\varphi$ burchakka buriladi. Mos holda u tezlik bilan harakatlanayotgan atomlar (ular kesik joyni chap chekkasi yaqinidan o‘tadi), hamda kichikroq $u_1=2\pi nl/\varphi_1$ tezlik bilan harakatlanayotgan atomlar (ular kesik joyni o‘ng chekkasidan o‘tadi) mishenga tushadi. Tezlikni o‘lchashdagi xatolik

$$\Delta u = u - u_1 = \frac{2\pi n\ell}{\varphi} - \frac{2\pi n\ell}{(\varphi + \Delta\varphi)} = \frac{2\pi n\ell\Delta\varphi}{[\varphi(\varphi + \Delta\varphi]} = \frac{u\Delta\varphi}{\varphi + \Delta\varphi}$$

formula bilan aniqlanadi.

Yuqorida ko‘rib o‘tilgan aniq misolda $\Delta\varphi=2^o$ bo‘lganda $\Delta u$ xatolik

$$\Delta u=300 \cdot 2/26\ m/s= 23m/s$$

ni tashkil qiladi.

Shunday qilib, ko‘rib o‘tilgan tajribada atomlar tezligi 300 va *277 m/s* oraliqda deb taokidlash mumkin. Kesik joyni yanada ensiz qilish bilan bu xatolikni kamaytirish mumkin. Ammo tirqishni cheksiz tor qilib bo‘lmaydi, shuning uchun alohida atomlar tezligini o‘lchashdagi chetlanishlarni to‘lig‘icha yo‘qotib bo‘lmaydi.

**5.** Alohida atomlarning tajriba yo‘li bilan o‘lchangan tezliklari qiymatlaridagi chetlanishlarni, Lammert va boshqa tadqiqotcxilar tomonidan o‘tkazilgan atomlarning tezliklari bo‘yicha taqsimlanishini o‘lchash bilan aralashtirib bo‘lmaydi. Taqsimot qonunini tajribada tekshirilishi to‘lig‘icha aniq sondagi atomlar 8 mishenga (10.6-rasmga harang) to‘lig‘icha o‘tirganda ko‘zga ko‘rinadigan qatlam hosil bo‘lishiga asoslangan. Dastada atomlar soni qancha ko‘p bo‘lsa, ma’lum bir hal inlikdagi qatlam olish uchun shuncha kam vaqt talab qilinadi: $\frac{n_1}{n_2} = \frac{t_2}{t_1}$. Shu usul bilan tezliklari $u$ dan $u+du$ gacha oraliqda bo‘lgan molekulalarning nisbiy soni, ya’ni $\frac{dn}{n_o du}$ kattalik aniqlangan. Tajriba molekulalarning tezliklar bo‘yicha taqsimot qonunini to‘g‘riligini ko‘rsatadi. Biz nazariy xulosalar tajribada tasdiqlashi uchun murakkab fizik eksperimentlar o‘tkazish zarurligini ko‘rsatish maqsadida, molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimlashini ko‘rsatuvchi tajribalarga to‘liq to‘xtalib o‘tdik, har qanday fizik nazariya, xususan gazlar kinetik nazariyasining qaqqoniyligini ko‘rsatuvchi “oliy hakam” faqat eksperimental tekshirish hisoblanadi. Bu nazariyaning barcha xulosalari eksperimentda o‘z tasdig‘ini topdi.

Oxirida shuni ta’kidlaymizki, molekulalar dastasi usuli bilan atom va molekulalarning issiqlik harakat tezligini o‘lchash va molekula (atomlar)ning tezliklari bo‘yicha taqsimotini o‘rganish bo‘yicha o‘tkazilgan tajribalarning muhim bir kamcxiligi bor. Bunda gazning ichida tartibsiz harakatda bo‘lgan zarraning* tezligi o‘lchanmasdan, balki dastada tartibli harakatlanayotgan atomlar (molekulalar) tezligi o‘lchanadi. Bunday dastada, dastani hosil qilgan gazdagiga haraganda tez harakatlanadigan atomlar (molekulalar) soni ko‘p bo‘lishi aniq, chunki tez harakatlanayotgan zarralar, sekin harakatlanayotganiga haraganda diafragmadan ko‘proq o‘tadi.

* Makssvell qonuni mutlaqo tartibsiz harakatdagi molekulalar uchun o’rnatilgan.

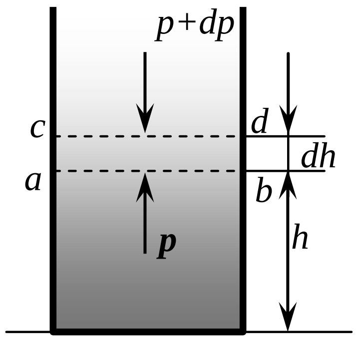
## 10.5-§. Barometrik formula. Tashqi potensial maydondagi zarralar taqsimoti uchun Bolptsman qonuni

**1.** Hozirgacha biz gazlar kinetik nazariyasida gaz molekulalariga tashqi kuchlar ta'sir qilmaydi deb hisobladik. Shuning uchun gaz molekulalari idish hajmi bo'yicha tekis taqsimlangan deyish mumkin bo'ldi. Aslida bunday taxmin xatodir. Har qanday gazning molekulalari Yerning tortishish maydonida joylashgan. Agar atmosfera havosida molekulalarining issiqlik harakati bo'lmaganda edi, ular hammasi Erga tushib ketgan bo'lardi. Agar tortishish maydoni bo'lmaganda edi, atmosfera havosi butun Koinotga socxilib ketardi.

Tortishish maydoni va issiqlik harakatning birgalikda ta'sirida atmosferani shunday holatga kelganki, Erdan ko'tarilgan sari gaz kontsentratsiyasi va bosimi kamayib boradi.

2. **Bir jinsli tortishish maydonida ideal gaz bosimining balandlik bo'yicha o'zgarish qonunini topamiz. Gazni termodinamik muvozanatda deb hisoblaymiz, ya'ni temperaturasi hamma joyida bir xil bo'lsin. *h* balandlikda asos yuzasi bir birlik va balandligi *dh* bo'lgan *abcd* gaz ustunini ajratib olamiz (10.8-rasm). Ajratib olingan *abcd* gaz ustunining ostki va ustki asoslari, ya'ni *h* va *h+dh* balandliklari orasidagi $p$ va $p+dp$ bosimlari farqi *abcd* gaz ustunining $\rho g\ dh$ gidrostatik bosimga teng:**

$$-dp = \rho g\ dh$$



10.8-rasm

Bu tenglamadagi $\rho$ zichlikni (8.6) formula bilan almashtiramiz: $dr = -\dfrac{pM}{RT} g\ dh$, yoki $\dfrac{dp}{p} = -\dfrac{gM}{RT} dh$.

Bu ifodani balandlik bo'yicha 0 dan h gacha va bosim bo'yicha $p_0$ dan $p$ gacha chegarada integrallab, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\ell np - \ell np_0 = -gMh/(RT)$$

bundan

$$p = p_0\ e^{-gMh/(RT)} \tag{10.16}$$

Bu yerda r$_o$ balandlik $h$=0 bo'lgandagi bosim. Agar barometr bilan $p_0$ va $p$ bosimlarni o'lchasak, (10.16) formula bilan bosimning o'zgarishi bo'yicha balandlikni aniqlash mumkin:

$$h = \frac{RT}{gM} \ln \frac{p_o}{p}.$$

Shuning uchun (10.16) **barometrik formula** deyiladi. Balandlikni dengiz sathidan boshlab o'lchash uchun maxsus darajalangan barometrga **al'timetr** deyiladi. U aviatsiyada, tog'larga ko'tarilishda va boshqa joylarda keng ishlatiladi.

**3.** Barometrik formula turli balandlikdagi gaz kontsentratsiyalari orasidagi munosabatni olishga imkon beradi. (8.8) ko'rinishdagi ideal gaz holat tenglamasidan foydalanamiz: $p = n_0 kT$, bu yerda $n_0$ – gaz kontsentratsiyasi. $T = const$ bo'lganda

$$\frac{p}{p_o} = \frac{n_o}{n_{oo}}$$

bo'lishini topamiz. Bu yerda $n_{00} - p_0$ bosimdagi ($h=0$ balandlikdagi) gaz kontsentratsiyasi.

Shuning uchun (10.16) ni quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$n_o = n_{oo}\, e^{-gMh/(RT)} \qquad (10.17)$$

(10.17) da $R/M = \frac{k}{m_o}$ ekanini hisobga olsak,

$$n_o = n_{oo}\, e^{-mgh/(kT)} \qquad (10.17`)$$

bo‘ladi. Bu yerda $m_o$ - gaz molekulasi massasi.

(10.17`) formuladan $T \to \infty$ bo‘lganda $n_o \to n_{oo}$ bo‘lishi, ya’ni temperaturaning ortishi gaz kontsentratsiyasini u egallagan butun hajm bo‘yicha tenglashishiga olib keladi. $T \to 0$ bo‘lganda $n_o \to 0$ bo‘ladi, ya’ni molekulalar og‘irlik kuchi ta’sirida idishning tubiga tushib qoladi. Bizning atmosfera faqat zarralarning issiqlik harakati tufayligina saqlanib turadi.

**4.** Agar $mgh = W_n$ Yer sirtqi yaqinidagi bir jinsli tortishish maydondagi molekulalarning potensial energiyasi ekanini ihsobga olsak (h=0 bo‘lganda molekulalarning potensial energiyasi ham $W_n = 0$ bo‘ladi), (10.17`) formulani boshqacha ko‘rinishda yozish mumkin:

$$n_o = n_{oo}\, e^{-W_n/(kT)} \qquad (10.18)$$

Bu munosabatning ahamiyatga beqiyos bo‘lib, u biz ko‘rayotgan aniq masala chegarasidan chiqib ketadi. (10.18) formula zarralarning tashqi potensial maydonda taqsimlanishi uchun oyat umumiy va muhim qonun – **Bolptsman qonunining** matematik ifodasidir. Bolptsman qonuni (10.18), maydonning fizik tabiatidan qat’iy nazar, har qanday potensial maydon uchun ham to‘g‘ridir. Bu qonundan fizikada keng foydalaniladi va biz kursimiz davomida unga bir necha marta duch kelamiz.

**5.** (10.17) formulada $M = m_o N_A$ ekanini hisobga olsak:

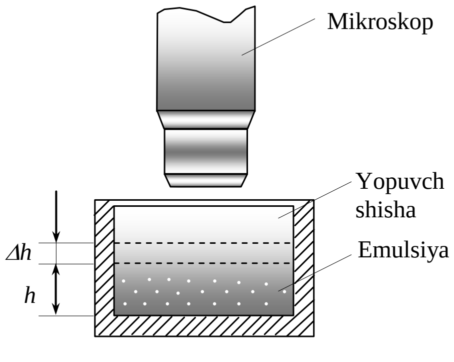
$$n_o = n_{oo}\, e^{-gN_A m_0 h/(RT)}$$

hosil bo‘ladi. Bu ifoda yordamida fizikadagi muhim konstantalardan biri bo‘lgan Avagadro doimiysini eksperimental yo‘l bilan aniqlash mumkin:

$$N_A = \frac{RT}{m_o g h} \ln \frac{n_{oo}}{n_o} \qquad (10.19)$$

Bu eksperimentning qiyinchiligi shundan iboratki, gaz molekulalari mikroskopda ko‘rinmaydi va uning turli balandlikdagi kontsentratsiyalarini o‘lchab bo‘lmaydi. J.Perren (1906) gummigut smolasining suvdagi emulpsiyasidagi mayda zarralarning idish balandligi bo‘yicha taqsimlanishini tekshirdi. Emulpsiya 0,1 mkm atrofida bo‘lgan sharchalardan iborat. Bunday kichik o‘lchamdagi zarralar intensiv broun harakatida bo‘ladi.

Perren tajribasining sxemasi 10.9-rasmda ko‘rsatilgan.




**10.9-rasm**

Idishdagi emulpsiya balandligi millimetrning bir necha o‘ndan bir ulushiga teng. Mikroskopning ko‘rish maydonida emulpsiyadagi qandaydir Δh chuqurlikdagi gorizontalp tekislik ko‘rinadigan qilib rostlanadi. Emulpsiya zarrasini kuzatish va o‘sha balandlikda uning sonini hisobga olish intensiv broun harakati tufayli qiyinlashadi. Shuning uchun Perren mikroskopda kuzatilayotgan manzaraning fotonusxasini oldi va u asosida zarralar sonini aniqladi. O‘lchashlar bir-

biridan turli masofalarda joylashgan qatlamlar uchun ketma-ket o‘tkaziladi. Idish tubidan hisoblangan masofa h ni arifmetik progressiya bo‘yicha orttirib borsak emulpsiyadagi zarralar kontsentratsiyasi geometrik progressiya bo‘yicha kamayadi, ya’ni eksponentsial qonun bo‘yicha o‘zgaradi:

$$n_0 = n_{oo}\, e^{-\alpha h},$$

Eksponenta ko‘rsatgichidagi $\alpha$ temperatura T ga teskari proporsional bo‘lgan koeffitsient.

Bu formula (10.17) formulaga o‘xshaydi va u broun zarralari o‘zini xuddi og‘ir gaz molekulalari kabi tutishini va ular o‘zi harakatlanayotgan suyuqlik molekulalari tomonidan ko‘p sonli urilishlarga uchrashini ko‘rsatadi. Perren bunday og‘ir molekulalarning massasi broun zarrasi bilan u siqib chihargan suyuqlik massasining farqiga teng deb faraz qildi:

$$m_o = \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho - \rho_1),$$

bu yerda $\rho$ - gummigut zichligi; $\rho_1$ - suyuqlik zichligi; ***a*** - sferik shakldagi broun zarrasining radiusi. Agar $m_o$ ning bu ifodasini (10.19) formulaga qo‘ysak, Avagadro doimiysi uchun quyidagi ifoda hosil bo‘ladi.

$$N_A = \frac{3RT}{4\pi a^3 (\rho - \rho_1) g h} \ln \frac{n_{oo}}{n_o} \qquad (10.19`)$$

Perren tajribasida temperatura, muhit yopishqoqligi va emulpsiya zarralarining o‘lchami o‘zgartirildi. Lekin hamma tajribalarda ham Avagadro doimiysi $6{,}8 \cdot 10^{23}$ 1/mol’ ga yaqin bo‘lib chiqdi.

## 10.6-§. Molekulalarning erkin yugurish yo‘lining o‘rtacha uzunligi

**1.** Biz yuqorida molekulalarning ma’lum o‘lchamga ega bo‘lishi va ular kontsentratsiyasining kattaligi, odatdagi sharoitda ham ularning bir-biri bilan to‘htovsiz to‘qnashib turishiga olib kelishini aytgan edik. Ikkita ketma-ket urilish orasida molekulalar to‘g‘ri chiziqli va tekis harakat qiladilar.

*Molekulaning bir urilishdan ikkinchi urilishgacha erkin chopish vaqtida bosib o‘tgan $\lambda$ masofa erkin yugurish yo‘lining uzunligi deyiladi.*

Bu masofalar juda xilma xil bo‘lishi mumkin. Shuning uchun gazlar kinetik nazariyasida molekulaning **erkin yugurish yo‘lining o‘rtacha uzunligi** $\langle\lambda\rangle$ tushunchasi kiritiladi. Bu $\langle\lambda\rangle$ kattalik butun gaz molekulalar to‘plamining berilgan bosim va temperatura qiymatidagi xarakteristikasidir.

$\langle\lambda\rangle$ ni hisoblash uchun gaz molekulasining aniq bir modelidan foydalanish kerak. Molekulalar gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq bo‘lgan d diametri $10^{-10}$m tartibidagi sharchalardan iborat deb hisoblaymiz. Bunday modelp, biz keyinchalik 12.1-§ da ko‘ramizki, real gaz molekulalar kuchli yaqinlashganda hosil bo‘luvchi itarish kuchlarining kelib chiqishini ko‘rsatib beradi.

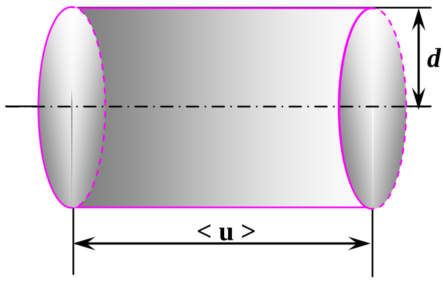
**2.** Bir jinsli gaz molekulasining birlik vaqt ichidagi o‘rtacha urilishlar sonini hisoblaylik.

Hisoblashlarni soddalashtirish maqsadida ko‘rilayotgan molekuladan boshqa Hamma molekulalar qo‘zg‘almas, faqat shu bitta molkula $\langle u\rangle$ o‘rtacha arifmetik tezlik bilan harakalanadi, deb faraz qilamiz. Bu molekula harakati davomida markazlari molekula markazi harakat traektoriyasidan uning diametriga teng yoki undan kichik masofada turgan hamma gaz molekulalari bilan to‘qnashadi. Vaqt birligi ichida ko‘rilayotgan molekula markazi balandligi $<u>$, asosining radiusi d bo‘lgan silindr ichida yotgan Hamma zarralar bilan to‘qnashadi (10.10-rasm). Agar $n_o$ – gaz molekulalari kontsentratsiyasi bo‘lsa, molekulalarning vaqt birligi ichidagi urilishlar soni:

$$<Z> = \pi d^2 n_o <u> \quad . \qquad (10.20)$$

**3.** Biz bila turib bitta molekuladan boshqa hamma molekulalar harakatlanmaydi deb noto‘g‘ri faraz qildik. Aslida hamma molekulalar harakatda va ikki molekulaning to‘qnashishi ularning **nisbiy** tezligiga bog‘liq. Shuning uchun (10.20) formulada o‘rtacha arifmetik tezlik $<u>$ o‘rniga o‘rtacha nisbiy tezlik $<u_{nis}>$ olinishi kerak. (10.15) formulaga binoan $<u_{nis}>=\sqrt{2}<u>$. Shuning uchun o‘rtacha urilishlar soni (10.20) $\sqrt{2}$ marta ortishi kerak:

$$<Z> = \sqrt{2}\,\pi d^2 n_o <u> \qquad (10.21)$$



**10.10-rasm**

Vaqt birligi ichida molekula bosib o‘tgan o‘rtacha yo‘l $<u>$ ga teng. O‘z-o‘zidan aniqki, u $<Z>$ $<\lambda>$ ko‘paytmaga teng. Shuning uchun molekulalarning o‘rtacha erkin chopish yo‘lining uzunligi

$$<\lambda> = \frac{<u>}{<Z>} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_o} \quad . \qquad (10.22)$$

O‘zgarmas temperaturada (8.8) formulaga ko‘ra molekulalar kontsentratsiyasi $n_o$, gaz bosimiga to‘g‘ri proporsional bo‘lgani uchun (10.22) formuladan o‘rtacha erkin yugurish yo‘li bosimga teskari proporsional. Ma’lum bir gaz uchun T=sonst bo‘lganda, turli $r_1$ va $r_2$ bosimlarda

$$<\lambda_1>\, r_1 = <\lambda_2>\, r_2 = \text{sonst} \quad . \qquad (10.22')$$

**4.** Molekulalarning erkin chopish yo‘lini aniqlash bo‘yicha M. Born va E. Borman (1921) tajribada qo‘llagan yana bir eksperimental usulni ko‘rib o‘tamiz. Bu tajribada kumush atomlari dastasi intensivligini yopiq idishdagi kuchli siyraklashgan havoda tarqalish davomida kamayish qonuniyati tekshirildi. Idishdagi bosimni vakuum nasos yordamida o‘zgartirildi. Dastadagi kumush atomlar sonining kamayishiga, ularni havo molekulalari bilan to‘qnashishi natijasida socxilishi sabab bo‘ladi. N - havoda socxilmasdan x masofani bosib o‘tgan atomlar soni bo‘lsin, $|dN|$ - dx hal inlikdagi havo qatlamida havo molekulalari bilan to‘qnashgan atomlar soni ($\Delta N<0$). $dN/N$ – nisbat ko‘rilayotgan qatlamga yetib kelishda kumush atomlarini dastadan chiqib ketish ehtimolligi. Bunday hodisaning ehtimolligi atomlarni dx hal inlikdagi havo molekulalari bilan to‘qnashish ehtimoligiga teng, ya’ni $dx/<\lambda>$ nisbatga teng, bu yerda $<\lambda>$ – kumush atomlarining havodagi erkin yugurish yo‘li. Shunday qilib,

$$-\frac{dN}{N} = \frac{dx}{<\lambda>}$$

tenglama o‘rinli. Bu tenglamani integrallab,

$$N = N_o\, e^{-x/<\lambda>} \qquad (10.23)$$

formulani olamiz. Bu yerda $N_o$, x=0 dagi dastadagi atomlar soni, N ning qiymatini x ning turli qiymatlarida aniqlash uchun Born va Borman kumush atomlarini sovuq shisha plastinkaga o‘tkazish usulidan foydalandilar. N qancha ko‘p bo‘lsa, kumush dastasiga tik o‘rnatilgan shisha plastinkaga bir vaqtning o‘zida shuncha zich kumush qatlami ajraladi.

**5.** (10.23) munosabat **erkin chopishlarning taqsimot qonuni** deyiladi. Uning yordamida kumush atomlarining havodagi erkin chopish yo‘lining uzunligini topish mumkin. Aslida, agar $N(x_1)=N_1$, $N(x_2)=N_2$ bo‘lsa, (10.23) ga binoan $N_1/N_2=e^{(x_1-x_2)/<\lambda>}$ bo‘lib, bundan

$$<\lambda>=\frac{x_2-x_1}{\ln(N_1/N_2)}$$

kelib chiqadi.

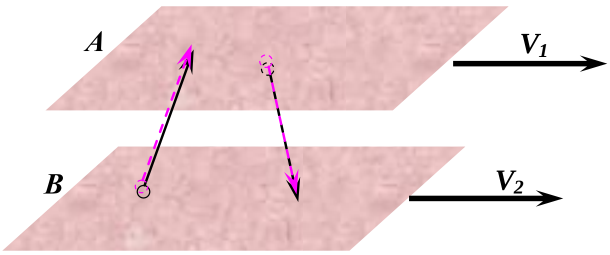
Born va Borman $N_1/N_2$ nisbatini $x_1$ va $x_2$ masofalarga[*] o‘rnatilgan shisha plastinkaning qorayish darajasini optik usul bilan solishtirish orqali aniqladilar. Tajriba yo‘li bilan (10.22) munosabatning to‘g‘riligi ham tekshirildi.

**6.** Bu paragrafda biz molekulalar (yoki atomlar) qandaydir d diametrli sharchalardan iborat deb taxmin qildik. Qaqiqatda esa har bir atom (yoki molekula) yadro va elektronlardan iborat murakkab sistemadir. Ma’lumki, bunday molekulalar sharlar kabi to‘qnashmaydi. Shunday bo‘lsa ham, to‘qnashishda har bir molekula qandaydir “effektiv” d diametriga va “effektiv” $\pi d^2$ ko‘ndalang kesimga ega degan tassavur to‘g‘ri ekan. Molekulalarning effektiv kesimi ular orasidagi o‘zaro ta’sir kuchining xarakteriga bog‘liq. Gazning temperaturasi ko‘tarilganda, ya’ni molekulalarning harakat tezligi ortganda, molekulalarning effektiv ko‘ndalang kesimi kamayadi.

Oxirida shuni aytamizki, gazlardagi olib o‘tish hodisalarini o‘rganish asosida $<\lambda>$ ni eksperimentalp aniqlash mumkin.

## 10.7-§. Termodinamik muvozanatda bo‘lmagan sistemalarda ko‘chirilish hodisalari

**1.** Biz 8.3-§ da termodinamik sistemaning muvozanat holati tushunchasini kiritdik. Sistemani bunday holatda bo‘lish sharti, unda modda va energiya oqimining bo‘lmasligidir. Biz hozirgacha gazlar kinetik nazariyasida muvozanat holatdagi gazlarni ko‘rdik. Ammo gaz molekulalarining tartibsiz issiqlik harakati, uzluksiz o‘zaro to‘qnashishlar zarralarning doimiy arralashishiga va ularning tezlik va energiyasini o‘zgarishga olib keladi. Agar gazda zichlik va temperaturaning fazoviy bir jinsli emasligi mavjud bo‘lsa, u holda alohida gaz qatlamlarini ma’lum tezlik bilan tartibli arralashishi natijasida bunday bir jinsli emaslikni o‘z-o‘zidan yo‘qolishi yuz beradi. Gazda energiya, modda, hamda zarralar tartibli harakat impulsning oqimi paydo bo‘ladi. Bu oqimlar gazning muvozanatli bo‘lmagan holati uchun xarakterli bo‘lib, u umumiy nom bilan olib o‘tish (Ko‘chirilish ) hodisalari deb ataluvchi maxsus fizik jarayonlarning asosini tashkil etadi. Bu hodisalarga issiqlik o‘tkazuvchanlik, ichki ishqalanish va diffuziya kiradi.




**10.11-rasm**

**2. Issiqlik o‘tkazuvchanlik** qandaydir tashqi ta’sir tufayli temperaturalar farqi bo‘lganda paydo bo‘ladi. Bunda gaz molekulalari o‘zi egallagan hajmning turli joylarida

---

[*] Aslida tajribada bir-biridan teng masofalarda o’rnatilgan to’rta shisha plastinkalar qoraytirilgan. Bu plastinkalardan har biri molekulalar dastasi kesimining faqat 1/4 qismini to’sishi natijasida butun dastani to’liq to’sadi.

har xil o‘rtacha kinetik energiyaga ega bo‘ladi va molekulalarning tartibsiz issiqlik harakati gazning ichki energiyasini ma’lum yo‘nalishda Ko‘chirilish iga olib keladi. Gaz hajmining issiq qismidan sovuqroq qismiga o‘tgan molekulalar o‘z energiyasining bir qismini atrofidagi zarralarga beradi. Sekin harakatlanayotgan molekulalar gaz hajmining sovuqroq qismidan issiqroq qismiga o‘tganda, aksincha u boshqa katta tezlik va energiyali molekulalar bilan to‘qnashishi natijasida o‘zining energiyasini orttiradi.

**3. Ichki ishqalanish (yopishqoqlik)** bir-biriga nisbatan parallel siljayotgan turli gaz qatlamlari orasida ishqalanish kuchlarining hosil bo‘lishi bilan bog‘liq. Tezroq harakatlanayotgan qatlam sekinroq harakatlanayotgan qatlamga tezlanish beruvchi kuch bilan ta’sir etadi. Aksincha, sekinroq harakatlanuvchi qatlam tezroq harakatlanuvchi qatlamni tormozlaydi. Bunda hosil bo‘luvchi ishqalanish kuchi tegib turgan qatlamlarning yuzasiga urinma holda yo‘nalgan. Molekulyar-kinetik nuqtai nazaridan yopishqoqlikning hosil bo‘lishiga, turli V tezlikli gaz qatlamlarining tartibli harakatiga, molekulalarning tartibsiz issiqlik harakatining qo‘sxilishi sabab bo‘ladi.

Bir-biriga parallel holda $V_1$ va $V_2$ tezlik bilan harakatlanayotgan ikki A va V ga qatlamlarini ko‘raylik (10.11-rasm). Molekulalar tartibsiz harakati tufayli V qatlamdan A qatlamga o‘tadi va bu qatlamga o‘zlarining tartibli harakat impulsi $m_oV_2$ ni olib o‘tadi. Agar $V_1>V_2$ bo‘lsa, A qatlam zarrachalari bilan to‘qnashgan molekulalar o‘zining tartibli harakat tezligini ortiradi, A qatlamning molekulalari esa sekinlashadi. Molekulalar tez harakatlanayotgan A qatlamdan V qatlamga o‘tishda o‘zi bilan kattaroq $m_oV_1$ impuls olib o‘tadi, molekulalar orasidagi to‘qnashishlar V qatlam molekulalarining tartibli harakatini tezlatishga olib keladi. Molekulalarning bunday impuls olib o‘tishi natijasida A va V qatlamlar orasida yuqorida aytib o‘tilganidek, qatlamlarning tegib turgan yuzasiga urinma holda yo‘nalgan ishqalanish kuchlari hosil bo‘ladi.

**4. Diffuziya** deb, sodda holda bir-biriga tegib turgan ikki gaz zarralarining o‘z-o‘zidan bir-birining ichiga kirishiga va aralashishiga aytiladi*. O‘zgarmas temperaturada kimyoviy toza gazlarda diffuziya gaz hajmining turli qismlarida zichlikni bo‘lmasligi tufayli yuz beradi. Gaz aralashmasida esa idishning turli qismidagi alohida gazlar kontsentratsiyalarining har xilligi diffuziyani keltirib chiharadi. O‘zgarmas temperaturada diffuziya hodisasi, gazning kontsentratsiyasi katta bo‘lgan joydan konsentratsiyasi kichik bo‘lgan joyga, gaz massasini olib o‘tilishidan iboratdir.

**5.** Gazlardagi barcha Ko‘chirilish hodisalari gaz molekulalarining to‘liq tartibsiz harakatining buzilishi natijasida paydo bo‘ladi. Bunday buzilishlar issiqlik o‘tkazuvchanlikda gaz hajmining turli qismlarda temperaturani, diffuziyada zichlikni har xil bo‘lishiga yo‘naltirilgan ta ‘sir tufayli qo‘zg‘atiladi. Ichki ishqalanish gazning har xil qatlamlarining turli tezlikdagi tartibli harakatining yuzaga kelishi bilan bog‘liqdir.

Ko‘chirilish hodisalarida molekulalarning to‘liq tartibsiz harakatini buzilishi ularning tezliklari bo‘yicha Maksvellcha taqsimot qonunidan chetlashishi bilan birga sodir bo‘ladi. Aynan shunday chetlanish orqali gazlardagi massa, impuls va energiyaning yo‘naltirilgan olib o‘tilishi tushuntiriladi. Ko‘chirilish hodisalarini qat’iy molekulyar-kinetik tahlil qilish ancha qiyin. Gazga ko‘rsatilayotgan tashqi ta’sirning har bir aniq holi uchun oldin Maksvellcha taqsimot qonunidan chetlashishni topish va faqat undan keyin bu ta’sir keltirib chihargan Ko‘chirilish hodisalari qonuniyatini o‘rganishga kirishish mumkin.

* Diffuziya suyuq va qattiq jismlarda ham sodir bo’lishi mumkin.

Birinchi marta bunday hisoblashlarni molekulalarning to‘qnashish dinamikasini chuqur tahlil qilishga asoslanib Maksvell bajardi. Biz Ko‘chirilish  hodisasining bunday qat’iy hisoblash usulining muhokamasiga to‘xtalmaymiz, faqat bu hodisalarning asosiy qonuniyatlarini ko‘rish va ularni taqribiy sifatli asoslash bilan chegaralanamiz. Ko‘chirilish  hodisalarining o‘rganishning alohida ahamiyatli tomoni shu bilan bog‘liqki, bu hodisalar gazning muhim xarakteristikalaridan bo‘lgan molekulaning o‘rtacha erkin chopish yo‘lining uzunligini va uning effektiv diametrini tajriba yo‘li bilan aniqlashga imkon beradi.

## 10.8-§. Asosiy tenglamalar va Ko‘chirilish hodisalaridagi koeffitsientlar

**1.** Kimyoviy bir jinsli gazlarda diffuziya vaqtida moddaning Ko‘chirilish i Fik (1855) qonuniga bo‘ysunadi:

$$m_{sek}=-D\frac{d\rho}{dx} \qquad (10.24)$$

Bu yerda $m_{sek}$ - **massaning solishtirma oqimi** bo‘lib, u

$$m_{sek}=D\frac{dm}{dS_{\perp}dt},$$

bu yerda *dm* - moddaning Ko‘chirilish yo‘nalishiga tik bo‘lgan dS yuzadan dt vaqt ichida diffuziyalangan modda massasi; $\rho$ - gaz zichligi; *D* - diffuziya koeffitsienti. (10.24) formula zichlik faqat bitta x koordinataning funksiyasi, ya’ni $\rho=\rho(x)$ bo‘lgan sodda holdagi **bir o‘lchovli** diffuziyani ifodalaydi. Bunday holda modda faqat OX o‘qi yo‘nalishida ko‘chadi. (10.24) formuladagi manfiy ishora diffuziya vaqtida massaning Ko‘chirilishi zichlikning kamayishi yo‘nalishda, ya’ni $\frac{d\rho}{dx}<0$ bo‘lganda OX o‘qining musbat yo‘nalishi bo‘ylab, $\frac{d\rho}{dx}>0$ bo‘lganda teskari yo‘nalishda sodir bo‘lishini ko‘rasatadi. Fik qonunini $\rho = m_0 n_0$ ekanini hisobga olib boshqacha shaklda yozamiz:

$$\frac{m_{сек}}{m_0}=j=-D\frac{dn_o}{dx} \qquad (10.24')$$

Bu yerda *j* - diffuziyadagi **molekulalar oqimining zichligi** bo‘lib, u

$$j=\frac{dn}{dS_{\perp}dt},$$

bu yerda *dn* - *dt* vaqt ichida, *ds* yuzadan diffuziyalangan molekulalar soni.

Umumiy **uch o‘lchovli diffuziya**da zichlik uchala *x, y, z* koordinatalarga bog‘liq, ya’ni $\rho=\rho\ (x,\ y,\ z)$ bo‘lganda molekulaning oqim zichligi uchun Fik qonuni quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$j = -D\ \mathrm{grad}\ n_o, \qquad (10.24'')$$

bu yerda j - **molekula oqimining zichlik vektori** bo‘lib, uning moduli oldingidek ma’noga ega, uning yo‘nalishi modda Ko‘chirilish yo‘nalishiga mos keladi.

**2.** Gazlardagi sodda **bir o‘lchovli** holdagi, issiqlik o‘tkazuvchanlik temperatura faqat bitta x koordinataga, ya’ni T=T(x) tarzda bog‘liq bo‘lgan vaqtda kuzatiladi. Bunda ichki energiyaning Ko‘chirilishi OX o‘qi yo‘nalishida issiqlik o‘tkazuvchanlik orqali amalga oshadi va Furpe qonuni (1822) bilan aniqlanadi.

$$q_{sek} = -K\frac{dT}{dx} \qquad (10.25)$$

Bunda $q_{sek}$ – issiqlik oqimining zichligi bo‘lib,

$$q_{sek} = \frac{\delta Q}{dS_{\perp}dt}$$

ko‘rinishda aniqlanadi. Bu yerda δQ – ichki energiyaning Ko‘chirilish yo‘nalishiga tik bo‘lgan $dS_{\perp}$ yuzadan dt vaqt ichida issiqlik o‘tkazuvchanlik tufayli o‘tgan issiqlik miqdori. K kattalik **issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti** deyiladi. (10.25) formuladagi minus ishora issiqlik o‘tkazuvchanlikda ichki energiyaning Ko‘chirilish i temperaturaning kamayish yo‘nalishida sodir bo‘lishini ko‘rasatadi. Issiqlik o‘tkazuvchanlik miqdor jihatdan $\frac{dT}{dx}$=1 K/m bo‘lgandagi, ya’ni birlik temperatura gradientidagi issiqlik oqimi zichligiga teng.

Umumiy uch o‘lchovli issiqlik o‘tkazuvchanlik holida, temperatura uchala x, y, z koordinatalarning funksiyasi bo‘lganda, ya’ni T=T(x, y, z) bo‘lsa, Furpe qonuni

$$q = -K\cdot gradT \qquad (10.25`)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu yerda q – **issiqlik oqimining zichlik vektori,** uning moduli yuqorida ko‘rsatilganidek ma’noga ega bo‘lib, uning yo‘nalishi energiyaning Ko‘chirilish yo‘nalishiga mos keladi.

**3.** Ichki ishqalanish hodisasi uchun **N’yuton qonuni** (1687) o‘rinli:

$$\tau = \eta \frac{d\upsilon'}{dn} \qquad (10.26)$$

Bunda erda τ - **ishqalanish kuchlanishi** bo‘lib, u

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

ko‘rinishda aniqlanadi. Bu yerda dF – dS yuzali qatlam sirtiga urinma holda ta’sir etuvchi ishqalanish kuchi; dυ – qatlam yuzasiga o‘tkazilgan tashqi normal $\bar{n}$ yo‘nalishdagi dn masofada gaz (suyuqlik) oqim tezligining o‘zgarishi. Agar ko‘rilayotgan qatlam yuzasiga ta’sir etayotgan ichki ishqalanish kuchlari gaz harakat tezligi yo‘nalishiga mos tushsa, ya’ni u bu qatlamga tezlanish beruvchi kuch bo‘lsa, ishqalanish kuchlanishi τ musbat hisoblanadi. Agar ichki ishqalanish kuchlari qatlamni sekinlashtirsa, τ<0 bo‘ladi. η – kattalik **dinamik yopishqoqlik (ichki ishqalanish koeffitsienti)** deyiladi. U miqdor jiqatdan $d\upsilon/dn=1s^{-1}$ bo‘lgandagi ishqalanish kuchlanishiga teng. Ko‘pincha dinamik yopishqoqlikdan tashhari **kinematik yopishqoqlik** tushunchasi ishlatiladi: ν=η/ρ, bu yerda ρ-suyuqlik (gaz) zichligi.

**4.** Endi Ko‘chirilish hodisasini qat’iy bayoniga to‘xtalmasdan uni molekulyar kinetik nuqtai nazardan sifatli ko‘rib o‘tishga harakat qilamiz. Aytaylik bir o‘lchovli masalada Ko‘chirilish hodisalaridan biri OX o‘qi yo‘nalishida yuz berayotgan bo‘lsin. Bu shuni anglatadiki, Ko‘chirilish hodisasini xarakterlovchi qandaydir A fizik kattalikning fazoviy har xilligi mavjud, ya’ni dA/dx hosila noldan farqli. A fizik kattalikning bir jinsli bo‘lmasligi, uning Ko‘chirilish ini keltirib chiharadi. OX o‘qiga tik bo‘lgan birlik yuzaning har ikki tomonidan ham birlik vaqt ichida ma’lum sondagi molekula o‘tadi. Bu son o‘rtacha $n_o$ <u> ko‘paytmaga proporsional, bu yerda <u> - molekulaning o‘rtacha tezligi. 0X o‘qi bo‘ylab A Ko‘chirilish i, sirt orqali bir tomonga harakatlanayotgan molekulalar, teskari tomonga harakatlanayotgan molekulalarga haraganda ko‘proq A fizik kattalikni olib o‘tayotganini bildiradi. Turli tomonga olib o‘tilayotgan A fizik kattalikning farqi Ko‘chirilish hodisasining o‘chovidir. Bu o‘lchovni M(A) bilan belgilab, uni aniqlaymiz. Agar molekulaning o‘rtacha chopish yo‘li <λ> bo‘lsa, molekula yuzadan o‘tishdan oldin keyingi to‘qnashguncha o‘rtacha <λ> masofani bosib o‘tadi. Sonli ko‘payuvchi aniqligida

$$M(A) \sim n_o\langle u\rangle \{A[x - \langle\lambda\rangle] - A[x+\langle\lambda\rangle]\} \qquad (10.27)$$

bo‘ladi. Bu yerda x - ko‘rilayotgan yuzaning abtsissasi. Yuqoridagi ifodani boshqacha ko‘rinishda qayta yozish mumkin*:

---

* Matematik analizdan ma’lumki,ÀA[x–<λ>]=A(x) –<λ>$\left(\frac{dA}{dx}\right)$; A[x+<λ>]=A(x)+<λ >$\left(\frac{dA}{dx}\right)$bo’ladi. Bu ifodalarni ôîàäàëàðíè (10.27) ga qo’yib, (10.27[1]) formulani olamiz.

$$M(A) \sim -2n_o<u> <\lambda>\left(\frac{dA}{dx}\right) \qquad (10.27')$$

Bu olingan tenglama **ko‘chirilish tenglamasi** deyiladi. U o‘zining shakli jihatdan (10.24) – (10.26) Ko‘chirilish hodisalari qonunlarini eslatadi.

**5.** (10.27`) ko‘chirilish tenglamasini issiqlik o‘tkazuvchanlik hodisasiga qo‘llaymiz. U holda A kattalikni molekulaning kinetik energiyasi deb tushunish kerak va uni solishtirma issiqlik sig‘imi $s_v$, molekula massasi $m_o$ va temperatura $T$ orqali ifodalash mumkin: $A=w_k=c_vm_oT$. Issiqlik oqimining zichligi

$$q_{sek} \sim -2n_o<u> <\lambda> s_vm_o\frac{dT}{dx}.$$

Gazlar kinetik nazariyasi asosida olingan yanada aniqroq tenglik

$$q_{sek} \sim -\frac{1}{3}\rho\, s_v<u> <\lambda>\frac{dT}{dx} \qquad (10.25'')$$

ko‘rinishida bo‘ladi.

(10.25) va (10.25″) solishtirib, gazning issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti uchun

$$K=\frac{1}{3}<u> <\lambda>s_v\rho \qquad (10.28)$$

formulani olamiz.

**6.** Ichki ishqalanish vaqtida gaz qatlamidagi molekulalarning tertibli harakatida Ko‘chiriladigan fizik kattalik $m_o\upsilon$ impulpcdan iborat: $A=m_0\upsilon$. U holda (10.27′) Ko‘chirilish tenglamasi ichki ishqalanish uchun N’yuton qonuniga olib keladi. U sonli koeffitsienti bilan quyidagicha yoziladi:

$$\tau=\frac{1}{3}<u> <\lambda>\rho\frac{d\upsilon}{dn} \qquad (10.26')$$

(10.26) va (10.26′) formulalarini solishtirib, gazning ichki ishqalanish koefitsienti uchun

$$\eta=\frac{1}{3}<u> <\lambda>\rho \qquad (10.29)$$

ifodani olamiz.

Diffuziya vaqtida Ko‘chiriladigan kattalik-molekulaning massasi koordinatalarga bog‘liq emas, lekin molekulalar kontsentratsiyasi OX o‘qi yo‘nalishida o‘zgaradi. Shuning uchun diffuziya uchun Ko‘chirilish tenglamasi (10.27′) dan birmuncha farq qiladi:

$$m_{sek}=-\frac{1}{3}<u> <\lambda>\frac{d\rho}{dx}. \qquad (10.24''')$$

(10.24) va (10.24) ifodalarni solishtirishdan gazlardagi diffuziya koeffitsienti uchun quyidagi formulani olamiz:

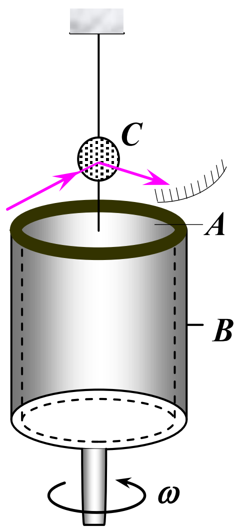
$$D=\frac{1}{3}<u> <\lambda>. \qquad (10.30)$$

## 10.9-§. Gazlardagi ko‘chirilish hodisalaridan kelib chiqadigan ba’zi natijalar

**1.** Ko‘chirilish koeffitsientlari formuladan ko‘rinadiki, ichki ishqalanish va issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsientlari gazning bosimiga bog‘liq emas. Bu Maksvell tomonidagi aniqlangan bo‘lib, u gazlar kinetik nazariyasi va uning xulosalarini o‘z vaqtida tan olinishiga jiddiy to‘siq bo‘lib keladi. Rasman bu masala shundan iboratki, (10.28) va

(10.29) formulalarning surat va maxrajlarida zichlik qatnashadi, bunga erkin chopish yo‘li zichlikka teskari proporsional ($<\lambda> \sim 1/\rho$) ekanini hisobga olsak ishonish mumkin. Shuning uchun olib o‘tish koeffitsientlari $K$ va $\eta$ zichlikka bog‘liq emas. Bu fizik jiqatdan shunday tushuntiriladi. Unchalik siyrak bo‘lmagan gazlarda temperatura o‘zgarmas bo‘lganda, bosim ortishi bilan (Shuningdek, zichlik qam) impuls va ichki energiyaning Ko‘chirilish ida ko‘proq sondagi molekulalar qatnashadi. Ammo ularning erkin chopish yo‘lini kamayishi hisobiga har bir molekula kamroq harakat impulsini va energiyani (issiqlik o‘tkazuvchanlikda) olib o‘tadi. Shuning uchun butun gaz molekulasi uchun impuls va energiyaning olib o‘tilishi o‘zgarmaydi.

**2.** Ko‘chirilish koeffitsientlari uchun (10.28)-(10.30) formulalardan quyidagi sodda bolanishlar kelib chiqadi:



**10.12-rasm**

$$\eta=\rho D, \qquad K/(\eta s_v)=1 \tag{10.31}$$

Bu bolanishlardan tajribada topilgan ichki ishhal anish, issiqlik o‘tkazuvchanlik yoki diffuziya koefisientlari qiymati bo‘yicha Ko‘chirilish ning boshqa koeffitsientlarini aniqlash mumkinligi kelib chiqadi.

10.12-rasmda gazlarning ichki ishqalanish koeffsientini aniqlash tajribalaridan birining sxemasi ko‘rsatilgan.

**Tajr iba**. Ichi bo‘sh aylanuvchi V silindrning ichiga kvars ipga osilgan A metall silindr markazlari mos tushadigan qilib joylashtirilgan. Silindrlarning orasini to‘ldirgan gazda hosil bo‘lgan ichki ishqalanish kuchlari ta’sirida A silindr buriladi. A silindr o‘ziga ta’sir etuvchi aylantiruvchi momentga proporsional holda osilgan ipni ma’lum burchakka buradi. Ipga biriktirilgan S ko‘zguning burilishiga harab burchak o‘lchanadi. Agar silindrlar radiusi, ularning balandligi, V silindrning burchakli tezligi va A silindrga ta ‘sir etuvchi beruvchi kuch momentini tajribada o‘lchansa, nazariy hisoblashlar ichki ishqalanish koeffitsientini hisoblashga imkon beradi.

Shunga o‘xshash tajribalarda qavo bosimini 500 marta kamayishi ichki ishqalanish koeffitsientini atigi 4% ga o‘zgarishiga olib kelgani aniqlangan. Bundan ko‘rinib turibdiki, qaqiqatdan qam $\eta$ gazning bosim va zichligiga bog‘liq emas ekan.

**3.** Kimyoviy bir jinsli gazlarda Ko‘chirilish hodisalarini o‘rganish molekulaning “effektiv” diametrini aniqlashga imkon beradi. (10.22) tenglamadan:

$$d=\sqrt{1\Big/\left(\sqrt{2}\pi n_o<\lambda>\right)}$$

formulaga ega bo‘lamiz. $n_o$ ni o‘rniga M molyar massa va $\rho$ zichlikni qo‘yamiz: $n_o=\rho/m_o=\rho N_A/M$. U holda:

$$d=\sqrt{M\Big/\left(\sqrt{2}\pi N_o\rho<\lambda>\right)} \tag{10.32}$$

formulani olamiz. Boshqa tomondan Ko‘chirilish koeffitsienti formulalardan

$$\rho<\lambda>=\frac{3K}{<u>c_v}, \qquad \rho<\lambda>=\frac{3\eta}{<u>}$$

ekanligi kelib chiqadi.

Bu ifodalarni (10.32) formalaga qo‘yib

$$d=\sqrt{\frac{<u>c_v M}{3\sqrt{2}\pi K N_A}}, \qquad d=\sqrt{\frac{<u>M}{3\sqrt{2}\pi\,\eta N_A}} \tag{10.32`}$$

hosil qilamiz.

Bu oxirgi formulalar tajribadan aniqlangan Ko‘chirilish koeffitsientlari va gaz xarakteristikalari (mazkur temperaturani molekulalarning o‘rtacha tezligi, solishtirma issiqlik siimi va molyar massasi) asosida molekulaning “effektiv” diametrini aniqlashga yordam beradi. Vodorod, kislorod, azot, geliy va is gazlari uchun $0^oS$ da d ning qiymati $(1{,}64\div2{,}79)\cdot10^{-10}$m ni tashkil qiladi.

**4.** Oxirida biz qonunlar ro‘yxatini va bir o‘lchovli qol uchun Ko‘chirilish koeffitsientlarini keltiramiz (10.1-jadval).

## 10.10-§. Siyraklashgan gazlarning xossalari qaqida tushuncha

**1.** Bosimi normal atmosfera bosimidan past bo‘lgan gazlar **siyraklashgan gazlar** deyiladi. Gazning bunday holatini **vakuum** deb qam ataladi. Siyraklashish darajasining (vakuumning) o‘lchovi bo‘lib, (10.22) formula bilan hisoblanuvchi va molekulalarning o‘zaro to‘qnashishlariga bog‘liq bo‘lgan erkin chopish yo‘lining o‘rtacha uzunligi $<\lambda>$ ni, gaz joylashgan idishning chiziqlik o‘lchami $\ell$ ga bo‘lgan nisbati xizmat qiladi. Odatda past vakuum ($<\lambda> << \ell$), o‘rtacha vakuum ($<\lambda> \approx \ell$) va yuqori vakuumlar ($<\lambda> >> \ell$) farqlanadi. Yuqori vakuumda molekulalar idishning bir devoridan boshqa devoriga o‘zaro to‘qnashmasdan yetib boradi. Bunday holda molekulalarning erkin chopish yo‘lining uzunligi idish o‘lchami va shakli bilan aniqlanadi, ya’ni u gazning zichligiga qam, molekulaning o‘lchamiga qam bog‘liq emas. O‘lchami $\ell\approx0{,}1$m bo‘lgan vakuum hosil qiluvchi qurilmalarda hosil qilingan turli darajali vakuumlarning ba’zi xarakteristikalari 10.2-jadvalda keltirilgan.

10.1-Jadval

| Hodisa | Ko‘chiriladigan fizik kattalik | Ko‘chirilish hodisasining asosiy qonuni | Ko‘chirilish koeffitsientlari uchun formulalar |
|---|---|---|---|
| Diffuziya | Massa | $m_{sek}=-D\frac{d\rho}{dx}$ | $D=\frac{1}{3}<u><\lambda>$ |
| Ichki ishhal anish | Impuls | $\tau=\eta\frac{d\vartheta}{dn}$ | $\eta=\frac{1}{3}\rho<u><\lambda>$ |
| Issiqlik o‘tkazuvchanlik | Ichki energiya | $q_{sek}=-K\frac{dT}{dx}$ | $K=\frac{1}{3}\rho C_v<u><\lambda>$ |

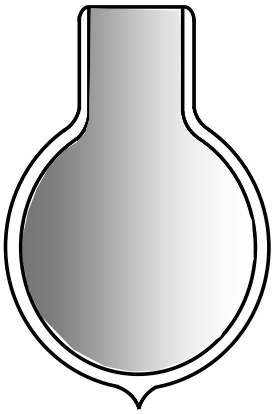
10.2-Jadval

| Tavsifi | Vakuum | | | |
|---|---|---|---|---|
| | past | o‘rtacha | yuqori | o‘ta yuqori |
| Bosim, *mm sim.ust.* | 760-1 | $1\text{-}10^{-3}$ | $10^{-3}\text{-}10^{-8}$ | $10^{-8}$ va undan past |
| Konsentratsiya, $m^{-3}$ | $10^{25}\text{-}10^{22}$ | $10^{22}\text{-}10^{-19}$ | $10^{19}\text{-}10^{14}$ | $10^{14}$ va undan kam |
| $K$ va $\eta$ koeffitsientlarning bosimga bog‘liqligi | Bosimga bog‘liq emas | $<\lambda>/\ell$ nisbat bilan aniqlanadi | Bosimga to‘ri proporsional | Issiqlik o‘tkazuvchanlik va yopishqoqlik deyarli mavjud emas. |

**2.** 10.9-§. da bayon etilgan Ko‘chirilish hodisalarining nazariyasi, $<\lambda>$ idishning chiziqli o‘lchamidan bir necha marta kichik deb hisoblovchi farazga asoslangan. Shuning uchun uni siyraklashgan gazlarga qo‘llab bo‘lmaydi.

Kuchli siyraklashgan gazlarda zichlikning kamayishi, <λ> ni o‘zgartirmasdan impuls yoki ichki energiyaning Ko‘chirilish i jarayonida qatnashuvchi molekulalar sonining kamayishiga olib keladi. Shuning uchun yuqori vakuum holatida ichki ishqalanish va issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffisentlari uning zichligiga to‘ri proporsional. Yuqori vakuum holatida gazlarda ichki ishqalanish bo‘lmaydi, lekin harakatdagi gazning idish devori bilan faqat tashqi ishhal anishi mavjud bo‘ladi. Bu, shu bilan bog‘liqki, impulsning o‘zgarishi faqat molekulalarning idish devori bilan urilishi natijasida sodir bo‘ladi. Idishning yuza birligiga ta’sir etuvchi ishqalanish kuchi, gazning harakat tezligiga va uning zichligiga proporsional. Bunday qonuniyat ichki ishqalanish uchun yozilgan (10.26) N’yuton qonunidan tubdan farq qiladi.

**3**. Siyraklashgan gazlarda molekulalar orasida to‘qnashishlarning yo‘qligi, ularda issiqlik o‘tkazuvchanlik jarayonidagi qonuniyat xarakterini o‘zgartiradi. Molekulalar idishning bir devoridan boshqa devoriga erkin siljib, temperaturalari $T_1$ va $T_2$ bo‘lgan idish devorlari bilan bevosita energiya almashadi. Idish devorining birlik yuzasidan vaqt birligi ichida olingan (yoki berilgan) issiqlik miqdori temperaturalar farqiga va gaz zichligiga proporsional. Issiqlik o‘tkazuvchanlik uchun (10.25) Furpe qonunini bunda qo‘llab bo‘lmaydi. Siyraklashgan gazlardagi issiqlik o‘tkazuvchanligining o‘ziga xos xususiyatidan amalda issiqlik izolyasiyasi hosil qilishda foydalaniladi. Masalan, jism bilan atrof muqit orasida issiqlik almashishni kamaytirish uchun uni Dyuar idishga solinadi. Dyuar idishining (10.13-rasm) ikki qavat devori bor. Devorlar orasida issiqlik o‘tkazuvchanligi juda kichik bo‘lgan siyraklashgan qavo joylashgan.



10.13-rasm

**4.** Ingichka nay bilan tutashtirilgan ikki idishda joylashgan siyraklashgan gazning vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydigan turun holati, molekulalarning harakatiga tik bo‘lgan nayning birlik kesimi yuzasidan, bir xil vaqt ichida harama-harshi tomonlarga bir xil sondagi molekulalar o‘tgan holda bo‘lishi mumkin. Ikkala idishdagi molekulalar konsentratsiyasi $n_1$ va $n_2$, ularning o‘rtacha arifmetik tezliklari $<u_1>$ va $<u_2>$ bo‘lsin. U holda siyraklashgan gazning turun holatda bo‘lish shartini

$$n_1<u_1>= n_2<u_2> \qquad (10.33)$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

Ammo (8.8) va (10.14) larga binoan, n=r/(kT) va $<u>=\sqrt{8kT/(\pi m_o)}$ bo‘ladi. Bu ifodalarni (10.33) formulaga qo‘yib, Knudsen effektini ifodalovchi

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 \qquad (10.33`)$$

tenglamani olamiz. Bu yerda $r_1$ va $r_2$ ikkala idishdagi siyraklashgan gazlarning bosimi; $T_1$ va $T_2$ - idishlardagi gazlarning temperaturalari.

## 10.11-§. Energiyani erkinlik darajalari bo‘yicha tekis taqsimlanish qonuni

**1**. Bu paragrafada biz yana molekulyar fizikadagi statistik usulning qo‘llanishi bilan bog‘liq bo‘lgan ba’zi umumiy masalalarga to‘xtalamiz. Energiyani erkinlik darajalari bo‘yicha taqsimlanishi aloqida aqamiyatga ega.

*Jismning erkinlik daraja soni deb, jismning fazodagi holatini to‘liq aniqlash uchun* *zarur bo'lgan eng kam koordinatalar (erkin koordinatalar) soniga aytiladi.*

Masalan, fazoda erkin harakatlanuvchi moddiy nuqtaning uchta erkinlik darajasiga ega: *x*, *y* va *z* koordinatalar. Tekislikda harakatlanuvchi moddiy nuqtaning esa ikkita erkinlik darajasi bor: *x* va *y* koordinatalar. Absolyut qattiq jism oltita erkinlik darajasiga ega: uning fazodagi holati massa markazining uchta koordinatasi bilan, massa markazidan va jismning qandaydir boshqa belgilangan nuqtasidan o'tgan o'qlarning fazodagi holatini aniqlovchi ikkita koordinata bilan, va oxiri qandaydir boshlanich vaziyatga nisbatan jismning shu o'qlar atrofidagi burilish burchagi bilan aniqlanadi.

Shunday qilib, absolyut qattiq jism uchta ilgarilanma harakat erkinlik darajasiga va yana uchta aylanma harakat erkinlik darajasiga ega.

Agar jism absolyut qattiq bo'lmasdan uning qismlari bir-biriga nisbatan siljiydigan bo'lsa, qo'shimcha tebranma harakat erkinlik darajasini kiritish zarur.

**2.** Bir atomli gaz molekulalarini moddiy nuqta deb harash mumkin, chunki bunday zarraning Hamma massasi o'lchami juda kichik bo'lgan uning yadrosida to'plangan. Bunday molekula (aniqrog'i atom) uchta ilgarilanma harakat erkinlik darajasiga ega. Uning o'rtacha kinetik energiyasi o'rtacha kvadratik tezlik bilan harakatlanayotgan molekulaning kinetik energiyasiga teng:

$$<W_k>=1/2\ m_o \upsilon^2_{kv}$$

$\vartheta_{kv}$ ni (10.2) formula bilan almashtirib,

$$<W_k>=\frac{m_o}{2N}\sum_{i=1}^{N} u_i^2$$

formulani olamiz. Bitta erkinlik darajasiga to'ri keluvchi, o'rtacha kinetik energiya, masalan 0X o'qi bo'ylab harakatlanishdagi o'rtacha kinetik energiya

$$<W_{ko}>=\frac{m_o}{2N}\sum_{i=1}^{N} u_{\vartheta x} \tag{10.34}$$

bo'ladi. Shunday qilib, bu o'q bo'ylab harakat, i-gaz molekulasi tezligi $u_i$ ning, $u_{ix}$ tashkil etuvchisi hisobiga sodir bo'ladi. Gaz molekulalari issiqlik harakatining to'liq tartibsizligi tufayli, bunday harakatda barcha yo'nalishlar teng kuchli va extimoliga bir xil. Shuning uchun o'z-o'zidan $u^2 = u_{ix}^2 + u_{iy}^2 + u_{iz}^2$ tenglik o'rinli ekanligi tushinarli, bu yerda o'ng tomondagi barcha qo'sxiluvcxilar o'rta hisobda bir xil, shuning uchun

$$\sum_{i=1}^{N} u_{ix}^2 = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N} u_i$$

ko'rinishda yozish mumkin. Endi (10.34)

$$<W_{ko}>=\frac{1}{3}\ <W_k> \tag{10.35}$$

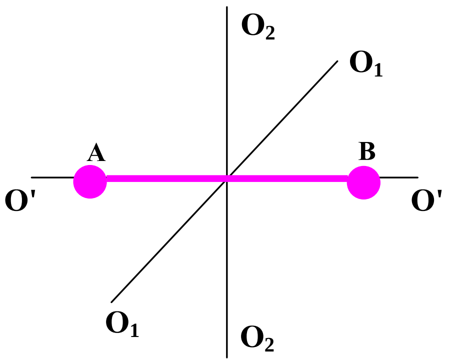
shaklni oladi, ya'ni ilgarilanma harakatda bir atomli molekulaning har bir erkinlik darajasiga o'rta hisobda bir xil, $\frac{1}{3}<W_k>$ kinetik energiya to'ri keladi. (10.6) munosabatdan

$$<W_{ko}>=\frac{1}{2}\ kT \tag{10.36}$$

ekanligi kelib chiqadi.

**3.** Ikki, uch va ko'p atomli molekulalarni moddiy nuqta sifatida harash mumkin emas. Ikki atomli molekulani dastlab ma'lum masofada joylashgan va qattiq bolangan *A* va *B* atomlar sifatida haraladi. Bunday molekula, dastasini oirligi yo'q gimnastika gantelini eslatadi (10.14-rasm).

U uchta ilgarilanma harakat erkinlik darajasidan tashhari, yana ikkita $0_1$-$0_1$ va $0_2$-$0_2$ o‘qlar atrofidagi aylanma harakat erkinlik darajasiga ega. Uchinchi 0′-0′ o‘q atrofida aylanishi hisobga olinmaydi, chunki atomlarning bu o‘qqa nisbatan inersiya momenti juda kichik va bu aylanish bilan bog‘liq bo‘lgan molekulalarning kinetik energiya qam juda kichkina. Uchta atomdan (va undan ko‘p) tashkil topgan va qattiq bolangan atomlardan tashkil topgan molekulalar (10.15-rasm) xuddi absolyut qattiq jismga o‘xshab, oltita erkinlik darajasiga ega: uchta ilgarilanma va uchta aylanma harakat erkinlik darajasi. Qo‘shimcha aylanma harakat erkinlik darajasi molekulaning o‘rtacha kinetik energiyasiga qanday ulush qo‘shadi? Bunday savolga statistik fizikaning muhim qonuni – **energiyaning erkinlik darajasi bo‘yicha tekis taqsimlanish qonuni** javob beradi**:**



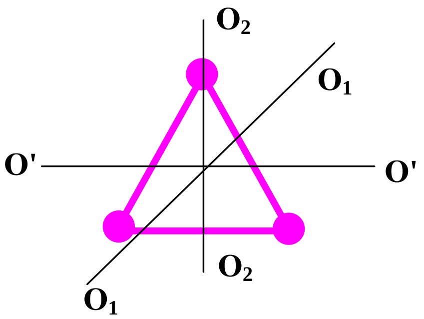

**10.14-rasm**

**molekulaning har bir erkinlik darjasiga o‘rta hisobda** $kT/2$ **ga teng bo‘lgan bir kinetik energiya to‘ri keladi.**

Boshqacha so‘z bilan aytganda, murakkab molekulaning har qanday erkinlik darajasiga o‘rta hisobda xuddi shu temperaturadagi bir atomli gaz molekulasining bitta erkinlik darajasiga mos kelgan kinetik energiya to‘ri keladi. Demak, *i* ta erkinlik darajasiga ega bo‘lgan molekulaning o‘rtacha kinetik energiyasi

$$<W_k>=i/2\ kT\ . \qquad (10.37)$$

**4.** Molekulaning qattiq bog‘langan atomlar ko‘rinishidagi modeli ortiqcha soddalashtiradigan modeldir. Ko‘p qollarda molekuladagi atomlarning nisbiy siljishi mumkinligini hisobga olishga to‘ri keladi, ya’ni tebranma harakat erkinlik darajasi qavola etiladi. Masalan, qattiq bo‘lmagan ikki atomli molekula (10.14-rasm) bitta tebranma harakat erkinlik darajasiga, lekin qattiq bo‘lmagan uch atomli molekula uchta tebranma harakat erkinlik darajasiga ega. Tebranma harakatda molekulaning qam $W_k$ kinetik, qam $W_n$ potensial energiyasi bor. Agar tebranish garmonik bo‘lsa, bu energiyalar o‘rta hisobda bir-birga teng.




**10.15-rasm**

Shunday qilib, molekula energiyasini erkinlik darajasi bo‘yicha teng taqsimlash qonuniga ko‘ra, bitta tebranma harakat erkinlik darajasiga to‘ri kelgan o‘rtacha to‘liq energiya:

$$<W_o>=<W_{no}>+<W_{ko}>=2<W_{ko}>=kT \qquad (10.38)$$

bo‘ladi. Bu, ilgarilanma va aylanma harakatdagi bitta erkinlik darajasiga to‘ri kelgan o‘rtacha energiyadan, ikki marta ortiq.

**5.** Ideal gazning ichki energiyasi uning molekulalarining kinetik energiyalaridan iborat. Bir mol’ gaz uchun

$$U_m=<W_k>N_A=\frac{i}{2}kT\ N_A=\frac{i}{2}kT \qquad (10.39)$$

bo‘ladi. Ko‘rinib turibdiki, ideal gazning ichki energiyasi, gazning termodinamik temperaturasiga va uning molekulasining erkinlik darjasiga chiziqli bog‘liq.

Real gazlarning ichki energiyasi, molekulalarning o‘zaro ta’siri sababli hosil bo‘luvchi molekulalarning potensial energiyalarini qam o‘z ichiga oladi. Potensial energiya molekulalar orasidagi o‘rtacha masofaga, ya’ni gazning solishtirma hajmiga va molekulalar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlarining xarakteriga bog‘liq. Shuning uchun real gazlarning ichki energiyasini, energiyaning erkinlik darajasi bo‘yicha tekis taqsimlanish qonuni asosida topib bo‘lmaydi.

## 10.12-§. Ideal gaz issiqlik siimining klassik nazariyasi va uning qiyincxiliklari

**1.** Moddalarning issiqlik xossalarini klassik statistik usul bilan o‘rganish gazlar va qattiq jismlarning issiqlik siimini nazariy hisoblashga imkon beradi (41.8-§ ga harang). Shu bilan birga xuddi shu issiqlik siimi masalasida, klassik statistik usulning 10.1-§ da bayon etilgan asosiy qoidalarini qayta ko‘rib chiqishni taqozo qiluvchi kamcxilik va qiyincxiliklari seziladi.

**2.** Agar ideal gaz uchun molyar issiqlik siimlari $C_V$ va $C_P$ lar (9.9) va (9.13) ga asosan $C_V$ =dU$_m$/dT va $C_P = C_V$ +R ekanini hisobga olsak, (10.39) tenglamadan

$$C_V = \frac{iR}{2}, \qquad C_P = \frac{(i+2)R}{2} \tag{10.40}$$

bo‘lishini topamiz. (10.40) ifodalarga universal gaz doimiysi qiymatini qo‘ysak,

$C_V$ =4,16 i J/(mol’·K) ≈ i kal/(mol’·K),

$C_P$ =4,16 (i+2)J/(mol’·K) ≈ (i+2) kal/(mol’·K).

bo‘lishi kelib chiqadi.

Mos holda ideal gazning adiabata ko‘rsatgichi

$$\chi = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{10.41}$$

bo‘ladi. Xususan bir atomli (i=3), ikki atomli (i=5) va ko‘p atomli (i=6) gazlarning adiabata ko‘rsatgichlari mos holda quyidagi qiymatlarga ega: 1,67; 1,40; 1,33.

** Ikki atomli gaz molekulasining beshta – uchta ilgarilanma va ikkita aylanma erkinlik darajasini bo‘lishi qaqidagi faraz, atomlar orqali o‘tgan o‘q atrofida molekulaning aylanishidan hosil bo‘lgan inersiya momentining, kichikligi tufayli energiya va issiqlik siimiga xissa qo‘shmasligiga asoslangan. Lekin bunday fikr yuritish kinetik energiyaning erkinlik darajasi bo‘yicha tekis taqsimlanish qonuniga zid keladi. Uni ifodalovchi formulada inersiya momenti qatnashmagan. Issiqlik siimining klassik nazariyasidagi bu va boshqa qiyincxiliklar issiqlik siimining kvant nazariyada hal qilindi.

Nazariya bilan eksperiment ma’lumotlarini solishtirish uchun 10.3-jadvalda ba’zi gazlarning molyar issiqlik siimlarining tajribada topilgan qiymatlari keltirilgan.

10.3-jadval.

| Gaz | Temperatura, $^0C$ | $C_V$ | | $C_P$ | | χ | i |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | kal/(mol’·K) | J/(mol’·K) | kal/(mol’·K) | J/(mol’·K) | | |
| Geliy | 15 | 12,6 | 3,00 | 20,9 | 5,00 | 1,66 | 3 |
| Neon | 15 | 12,6 | 2,99 | 20,9 | 5,0 | 1,67 | 3 |
| Vodorod | 0 | 20,3 | 4,85 | 28,6 | 6,83 | 1,41 | 5 |
| Azot | 0 | 20,8 | 4,97 | 29,1 | 6,95 | 1,40 | 5 |
| Kislorod | 0 | 21,0 | 5,01 | 29,3 | 6,99 | 1,39 | 5 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Uglerod oksidi | 0 | 20,8 | 4,97 | 29,1 | 6,96 | 1,40 | 5 |
| Uglerod ikki oskidi | 0 | 27,6 | 6,58 | 35,8 | 8,56 | 1,30 | 6 |
| Suv bug‘i | 0 | 25,2 | 6,02 | 33,5 | 8,00 | 1,33 | 6 |
| Metan | 0 | 26,4 | 6,31 | 34,8 | 8,30 | 1,32 | 6 |
| Benzol bui $C_6H_6$ | 0 | 65,4 | 15,61 | 73,7 | 17,60 | 1,13 | 6 |
| Etil spirti bui $C_2N_5OH$ | 0 | 61,8 | 14,75 | 70,1 | 16,74 | 1,13 | 6 |

10.3–jadvaldan ko‘rinadiki, ko‘p qollarda molyar issiqlik siimining nazariy qiymatlari, eksperimental qiymatlari bilan yaxshi mos keladi. Lekin bu jadvaldan ko‘rinadiki, $C_6H_6$ $C_2N_5OH$ kabi murakkab molekulalar uchun nazariya bilan tajriba natijalari kuchli farq qiladi.

**3.** Gazlar issiqlik siimining klassik nazariyasi tajriba natijalari bilan jiddiy tafovutga olib keladi. Avvalo nazariya issiqlik siimi temperaturaga bog‘liq emas degan xulosaga olib keladi, lekin eksperiment natijalari shuni ko‘rsatadiki, barcha moddalar uchun, shuningdek gazlar uchun qam temperatura ortishi bilan issiqlik siimi qam ortadi, lekin yetarlicha past termodinamik temperaturalarda u tez kamayib boradi va T$\rightarrow$ 0K da u qam nolga intiladi. Issiqlik siimining klassik nazariyasi ko‘p atomli gazlar uchun o‘rtacha va yuqori temperaturalarda tajriba ma’lumotlariga haraganda past qiymatlarni beradi. Energiyaning erkinlik darajasi bo‘yicha tekis taqsimlanishi qaqidagi klassik qonun chegarasida tebranma harakat erkinlik darajasini kiritilishi qam nazariya bilan eksperiment orasidagi tafovutni bartaraf qila olmadi. Hamma bu qiyincxiliklarning sababi energiyaning erkinlik darajalari bo‘yicha tekis taqsimlanish qonunini chegaralanganidan iborat. Issiqlik siimining kvant nazariyasida bu hamma qiyincxiliklar bartaraf qilingan.

## SAVOLLAR:

1. Klassik statistik fizikaning umumiy tavsifini bering.
2. Nima uchun ideal gazning idish devorlariga bosimi formulasi, molekulalarning idish devorlari bilan elastik va noelastik to‘qnashishlari uchun qam bir xil.
3. Molekulalarning tezliklar va issiqlik harakat kinetik energiyalari bo‘yicha taqsimot qonunida qanday taxminlar qilinadi?
4. Bu qonun eksperimental qanday tasdiqlangan?
5. Gazlarning dinamik yopishqoqligi ularning zichligiga bog‘liq emasligining fizik ma’nosini qanday tushuntirish mumkin?
6. Gaz holat tenglamasini siyraklashgan gazlar uchun qo‘llab bo‘ladimi?
7. Ideal gaz issiqlik siimi nazariyasining qiyiniligi nimadan iborat?

# TERMODINAMIKANING IKKINCHI QONUNI

## 11.1-§. Qaytuvchan va qaytmas jarayonlar

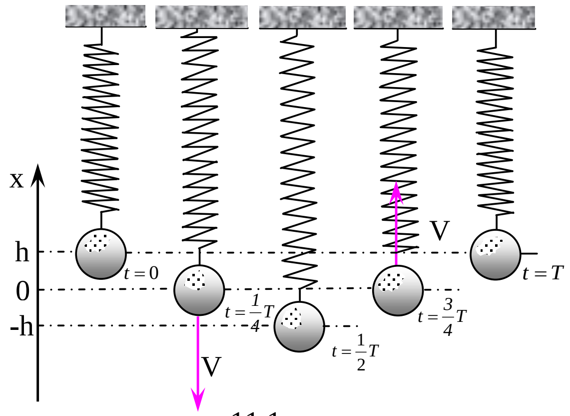
**1.** Biz bu bobda ham yana fizik hodisalarni oʻrganishning termodinamik usuliga murojaat etamiz. Gap shundaki, termodinamik jarayonlarni yakka termodinamikaning birinchi qonuni bilan tavsiflash yetarli emas. Termodinamikaning birinchi qonuni barcha hodisalarga umumiy boʻlgan energiyaning saqlanish va aylanish qonunini ifodalagani bilan, jarayonlarning oʻtish yoʻnalishini aniqlashga imkon bermaydi. Aslini olganda, agar birinchi jism energiyasini kamayishi, ikkinchi jism olgan energiyaga teng boʻlsa, issiqlikni sovuq jismdan issiq jismga uzatilishi ham termodinamikaning birinchi qonuniga zid emas. Ammo tajribalar shuni koʻrsatadiki, bunday jarayon sodir boʻlmaydi. Masalan, choʻgʻlangan metall parchasini sovuq suvga tushirilsa, suvning sovushi hisobiga temirni yana isishi kuzatilmaydi. Biz keyin koʻramizki, termodinamikaning birinchi qonunini chegaralanganligi faqat bu emas. Koʻpgina eksperimental natijalarini umumlashtirish, termodinamikani kengaytirish zaruriyatiga olib keldi.

Natijada termodinamikaning ikkinchi boshlanishi (ikkinchi qonuni) yaratildi. Bu qonunni yaratilishi fizik hodisalarni taqiq qilishda qoʻllaniladigan termodinamik usulni, fizikadagi eng kuchli usullardan biriga aylanishiga olib keldi. Lekin termodinamikaning ikkinchi qonunini oʻrganishga kirishishdan oldin qator masalalarni koʻrib oʻtish zarur.

**2.** Eng avval termodinamik jarayonlar haqidagi tasavvurimizni kengaytirishimiz zarur. Qaytuvchan jarayon tushunchasini kiritamiz. Agar jarayondan keyin sistemani va u bilan taʼsirlaShuvchi hamma jismlarni boshlangʻich holatga olib kelganda, atrofdagi boshqa jismlarda hech qanday oʻzgarishlar qolmasa, sistemada sodir boʻlgan bunday jarayonni **qaytuvchan** jarayon deyiladi. Boshqacha soʻz bilan aytganda, qaytuvchan jarayonda sistema boshlangʻich holatiga shunday qaytishi mumkinki, bunda uni oʻragan muhitda hech qanday oʻzgarish qolmasin. Yuqorida koʻrsatilgan shartlarni qanoatlantirmaydigan jarayonlar **qaytmas jarayonlar** deyiladi. Termodinamikada shu isbot qilinganki, termodinamik jarayonning qaytuvchanlik sharti – uning muvozanatli boʻlishidir, yaʼni har qanday qaytuvchan jarayon, har doim muvozanatlidir (kvazistatikdir). Lekin muvozanatli jarayonlarning hammasi ham majburiy qaytuvchan boʻlavermaydi. Masalan, gorizontal silliqmas tekislikda tortish kuchi bilan ishqalanish kuchi oʻzaro tenglashganda boʻladigan jismning tekis harakatidagi kvazistatik jarayon - qaytmas jarayondir.

**3.** Qaytuvchan jarayonga misol qilib, absolyut elastik prujinaga osilgan jismning vakuumdagi soʻnmaydigan tebranma harakatini olish mumkin. 11.1-rasmda tebranayotgan jismning vaqtning turli momentlaridagi holatlari koʻrsatilgan.
Jism – prujina sistemasi konservativ sistema hisoblanadi. Uning mexanik tebranishi, sistema zarralarining issiqlik harakat energiyasini oʻzgarishga olib kelmaydi. Bunday sistema holatining oʻzgarishi faqat tebranish davri T ga teng vaqt oraligʻida toʻligʻicha takrorlanib turadigan konfigurasiyasi va harakat tezligining oʻzgarishi bilan bogʻliq.

Qaytmas jarayonga misol qilib ishqalanish kuchi taʼsiri qilinganda jismning tormazlanishini olish mumkin. Agar jismga ta’sir etayotgan bu kuch yagona kuch bo‘lsa, jismning tezligi kamayib boradi va oxir oqibatda u to‘xtab qoladi. Bunda jismning mexanik harakat energiyasi kamayib boradi va u jism va atrof muhit zarralarining issiqlik harakat energiyalarini oshishiga sarflanadi. Boshqacha aytganda jismning boshlang‘ich kinetik energiyasi $W_k$ hisobiga ishqalanish tufayli jism va muhit qizib ichki energiyasi U ortadi: $\Delta U=W_k$.



11.1-rasm

Ko‘rilgan jarayon, to‘g‘ri jarayon bo‘lib, o‘z-o‘zidan sodir bo‘ladi: u atrofdagi jismlar bilan bo‘ladigan hech qanday jarayonlarsiz amalga oshadi. Sistemani dastlabki holatiga qaytaradigan teskari jarayonni amalga oshirish uchun, ya’ni o‘sha jismning o‘zini va atrofdagi muhitni sovushida ajraladigan energiya hisobiga to‘xtab qolgan jismni yana harakatga keltirish zarur. Tajribalar ko‘rsatadiki, jism zarralarining tartibsiz harakati jismni hamma zarralari bilan bir butun holda o‘z-o‘zidan tartibli harakatga keltirolmaydi. Bunday harakatni amalga oshirish uchun **kompensatsiyalovchi** (to‘ldiruvchi) deb ataluvchi qo‘shimcha jarayonni bo‘lishi zarur. Bu jism va uni o‘ragan muhitni oldingi temperaturasigacha sovushida, ya’ni bunda ular qandaydir jismga Q $=W_k$ issiqlikni berib, bu jism ustida $W_k$ ga teng ish bajarishda o‘z ifodasini topgan bo‘lishi kerak. Shuning uchun to‘g‘ri va teskari jarayon natijasida jism – muhit sistemasi boshlang‘ich holatiga qaytsa ham, lekin tashqi jismlar holati o‘zgaradi. Demak, **ishqalanish bilan sodir bo‘ladigan hamma jarayonlar, qaytmas jarayonlardir**.

**4.** Temperaturalari har xil bo‘lgan ikki jism orasidagi issiqlik almashish jarayoni, ikkala jism zarralarining issiqlik harakat o‘rtacha energiyalarini tenglashishiga olib keladi. Issiqroq jism zarralarining energiyasi kamayadi, sovuqrog‘iniki, esa ortadi. Natijada jismlar temperaturasi tenglashadi. Jismlar orasida issiqlik almashishi ta’minlansa, bunday jarayon o‘z-o‘zidan sodir bo‘ladi. Temperaturalari bir xil bo‘lgan ikki jismdan birini sovushi hisobiga ikkinchisini o‘z-o‘zidan isishi sodir bo‘ladigan - teskari jarayonni bo‘lishi mumkin emas. Bunday jarayonni amalga oshirish uchun tashqi jismlar holatini o‘zgarishiga muqarrar olib keladigan sovutgich qurilmalardan foydalaniladi. Shuning uchun **issiqlik almashish jarayonni so‘ngi temperaturalar farqigacha qaytmas jarayondir**.

Diffuziya va erish jarayonlarini ham qaytmas jarayonlar ekanini ko‘rsatish mumkin.

**5.** Yuqorida ko‘rib o‘tilgan qaytmas jarayon misollaridan umumiy xulosalar qilish mumkin. Ular hammasi bitta, to‘g‘ri yo‘nalishda o‘z-o‘zidan sodir bo‘ladi, teskari jarayonni amalga oshirish uchun esa bir vaqtda kompensatsiyalovchi jarayonni o‘tishi ham talab etiladi. Issiqlik kontakti bo‘lganda hamma real jarayonlar chekli tezlik bilan o‘tadi va so‘ngi temperatura farqigacha ishqalanish va issiqlik o‘tkazuvchanlik bilan birga sodir bo‘ladi. Demak, qat’iy aytganda, hamma real jarayonlar, qaytmasdir. Lekin ayrim hollarda jarayonlarning o‘tish sharoiti shundayki, ularni taxminan qaytuvchan deb hisoblash mumkin. Bunday jarayonlarga misollar keyingi paragrafda ko‘rib o‘tiladi.

## 11.2-§. Aylanma jarayonlar. Karno sikli.

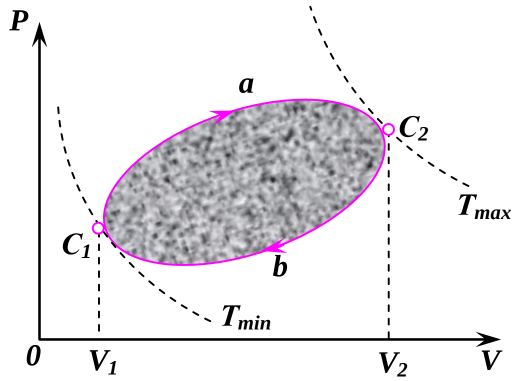
**1.** Aylanma jarayonlar termodinamikaning qo‘llanilishi uchun katta ahamiyatga ega.

**Aylanma jarayon** yoki **sikl** deb, shunday termodinamik jarayonlar to‘plamiga aytiladiki, bu jarayonlar natijasida sistema boshlang‘ich holatiga qaytadi.

Muvozanatli aylanma jarayonlar $p-V$, $p-T$ va boshqa diagrammalarda yopiq egri chiziq ko‘rinishida tasvirlanadi, chunki har qanday diagrammada ham ikkita o‘xshash holatga – aylanma jarayonning boshi va oxiriga bitta nuqta mos keladi.

Boshqa jismlar bilan energiya almashayotgan va aylanma jarayon o‘tayotgan jismga **ishchi jism** deyiladi. Odatda bunday jism gazdan iborat bo‘ladi. Aylanma jarayonlar barcha issiqlik mashinalari – ichki yonuv dvigatellari, bug‘ va gaz turbinalari, sovutgich mashinalar va boshqalarning asosida yotadi. Shuning uchun har xil aylanma jarayonlarning xossalarini o‘rganish – termodinamikaning muhim vazifasidan biridir. Biz aylanma jarayonlarning faqat ba’zi qonuniyatlarini ko‘rib o‘tamiz.

**2.** Ideal gazda sodir bo‘layotgan ixtiyoriy muvozanatli aylanma jarayon $C_1aC_2bC_1$ni (11.2-rasm) ikkita jarayonga bo‘lish mumkin. $C_1$ holatdan $C_2$ holatga o‘tib gazning kengayishi ($C_1aC_2$ egri chiziq) va $C_2$ holatdan $C_1$ holatga o‘tib gazning siqilishi ($C_2bC_1$ egri chiziq). Gaz kengayishida musbat $A_1$ ish bajaradi va bu ish $V_1C_1aC_2V_2$ shaklning yuzasi bilan o‘lchanadi (11.2-rasm). Gazni siqishda tashqi kuchlar gaz ustida $V_1C_1bC_2V_2$ shaklni yuzasi bilan o‘lchanuvchi musbat $A'_2= - A_2$ ish bajaradi. 11.2-rasmdan ko‘rinadiki $A_1 > A'_2$. Shuning uchun gaz butun sikl davomida $A=A_1+A_2= A_1- A'_2$ musbat ish bajaradi. $U$ miqdor jihatdan yopiq $C_1aC_2aC_1$ egri chiziq bilan chegaralangan jarayonning yuzasiga teng.



11.2-rasm

11.2-rasmda bu yuza bo‘yab ko‘rsatilgan. Ko‘rilayotgan shakl **to‘g‘ri sikl** deyiladi. To‘g‘ri siklga misol qilib, issiqlik dvigatelida ishchi jism bajarayotgan siklni olish mumkin, bunda ishchi jismga issiqlik tashqi manbadan keladi va uning bir qismini ish ko‘rinishida boshqa jismlarga beriladi.

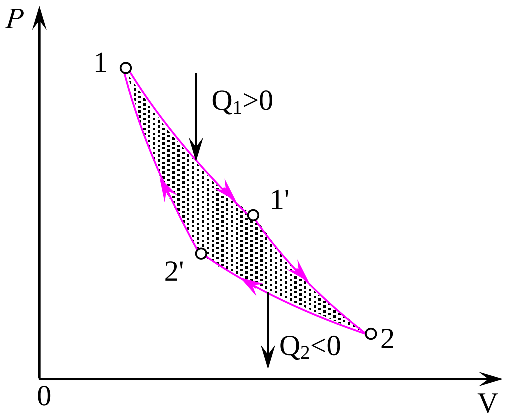
Agar 11.2-rasmda tasvirlangan aylanma sikl teskari, ya’ni soat strelkasiga teskari yo‘nalishda o‘tadigan bo‘lsa, sikl davomida gaz bajargan yig‘inda ish manfiy bo‘ladi va oldingidek u $C_1aC_2bC_1$ yuza bilan o‘lchanardi. Bunday sikl **teskari sikl** deyiladi. Teskari siklga misol qilib, sovutgich qurilmalaridagi ishchi jismda sodir bo‘ladigan aylanma jarayonni olish mumkin. Teskari siklda ishchi modda tashqi kuchlarning musbat ish bajarishi hisobiga issiqlikni sovuqroq jismdan issiqroq jismga uzatadi.

**3.** Ishchi moddaning ichki energiyasi faqat uning termodinamik holatiga bog‘liq. Shuning uchun aylanma jarayonda ishchi jism ichki energiyasining to‘liq o‘zgarishi nolga teng: $\Delta U=0$. Demak, termodinamikaning birinchi qonuniga ko‘ra har qanday sikl uchun

$$Q=A \tag{11.1}$$

tenglik bajarilishi kerak. Bu yerda Q – shu siklda ishchi jismga berilgan umumiy issiqlik miqdori; A – sikl mobaynida ishchi jism bajargan ish.

To‘g‘ri siklda Q>0 bo‘ladi, ya’ni ishchi jismga undan olinganidan ko‘proq issiqlik beriladi. Natijada sikl davomida A=Q musbat ish bajariladi. Teskari siklda Q<0 bo‘ladi va sikl davomida tashqi kuchlar $A^1$= - A<0 ish bajaradi.



11.3-rasm

**4.** Birinchi marta S.Karno (1824) tomonidan o‘rganilgani uchun **Karno sikli** deb ataluvchi qaytuvchan aylanma jarayonni ko‘raylik. Bu sikl to‘rta qaytuvchan jarayondan iborat: ikki izoterma va ikki adiabata. Karno sikli issiqlik dvigatellarining foydali ish koeffitsientlarini tahlil qilishga imkon bergani uchun u termodinamika va teplotexnikaning rivojlanishida katta rolp o‘ynadi. 11.3-rasmda ideal gazda quyidagi ketma-ketlikda sodir bo‘lgan to‘g‘ri Karno sikli tasvirlangan: $T_1$ ($T_{1'}$=$T_1$) temperaturadagi 1-$1^1$ izotermik kengayish jarayonni, $1^1$–2 adiabatik kengayish, $T_2$ ($T_{2'}$=$T_2$) tempera-turadagi 2-$2^1$ izotermik siqilish va $2^1$-1 adiabatik siqilish. Amalda to‘g‘ri Karno siklini quyidagi tarzda sodir bo‘ladi deb tasavvur qilish mumkin. Harakatlanuvchan porshenli silindrga qamalgan gaz 1-1 izotermik kengayish jarayonida $T^1$ temperaturali jism unga tegib turgani uchun o‘zaro muvozanatda va issiqlik almaShuvida bo‘ladi. $T_1$ temperaturali bu jism **isitgich** (issiqlik uzatgich) deb ataladi. U suv quyilgan katta idish bo‘lish mumkin. 1-$1^1$ jarayonda isitgich gazga $Q_1$ issiqlik beradi ($Q_1$>0). Isitgichning issiqlik sig‘imi, qat’iy aytganda cheksiz katta bo‘lishi kerak. Aks holda gazga $Q_1$ issiqlikni berilishi uning temperaturasini pasayishiga va natijada gazning izotermik kengayish jarayonini buzilishiga olib keladi. $1^1$-2 jarayonda gaz to‘lig‘icha issiqlikdan himoyalanadi va uning kengayishi adiabatik tarzda sodir bo‘ladi. Buning uchun gazni $1^1$-2 sikl davomida isitgichdan ajratiladi va adiabatik qobiqqa, masalan gazli silindrni qalin kigizga o‘raladi. Siklning 2-$2^1$ sohasida gazni temperaturasi $T_2$($T_2$<T) bo‘lgan boshqa jism bilan issiqlik kontaktiga keltiriladi. U **sovutgich** (issiqlik qabul qiluvchi) deb ataladi. 2-$2^1$ jarayonda gaz izotermik siqiladi va sovutgichga $Q_2$ issiqlikni beradi. Agar gaz sovutgichdan $Q_2$ issiqlikni olmoqda deb hisoblansa, $Q_2$<0 bo‘ladi. $2^1$ holatda gaz yana to‘lig‘icha issiqlikdan himoyalanadi va dastlabki 1 holatigacha adiabatik siqiladi va shu bilan bitta Karno sikli tugallanadi.

**5.** To‘g‘ri Karno siklida ishchi jism bajargan ish (11.1) tenglamaga asosan quyidagi ifodaga teng bo‘ladi

$$A=Q=Q_1+Q_2=Q_1-|Q_2| \qquad (11.2)$$

Bu formuladan ko‘rinadiki, A<$Q_1$, ya’ni Karno siklida ishchi jism bajargan foydali ish, isitgichdan issiqlik ko‘rinishida olingan energiyadan, sovutgichga berilgan $Q_2$ issiqlik miqdoricha kam. Bu natija har qanday aylanma jarayon uchun ham o‘rinli: to‘g‘ri sikl davomida bajarilgan ish, doimo barcha isitgichlar tomonidan ishchi jismga berilgan $Q_{ber}$ issiqlik miqdoridan kichik.

*To‘g‘ri qaytuvchan siklda ishchi jism bajargan A ishni, bu jarayonda ishchi jismga isitgichlar bergan $Q_{ber}$ issiqlki miqdoriga nisbatiga teng kattalik, siklning termik foydali ish koeffitsienti (FIK) deyiladi:*

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{бер}}}. \qquad (11.3)$$

Termik FIK issiqlik dvigateli siklining tejamkorligini bildiradi.

Faraz qilaylik ideal gazda Karno sikli sodir bo‘layotgan bo‘lsin. Bunday sikl uchun, (11.2) formulaga muvofiq, $A=Q+Q_2$ va $Q_{ber}=Q_1$ bo‘ladi. Bu siklning (11.3) formula bo‘yicha $\eta_k$ termik FIK

$$\eta_K = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} \tag{11.4}$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

14.4-§ da $\eta_k$ ni faqat isitgich va sovutgichlarning temperaturalarga bog‘liqligi va

$$\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{11.5}$$

ifoda bilan aniqlanishi isbot qilinadi.

Keyingi ikki formuladan to‘g‘ri Karno sikli uchun

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{11.5`}$$

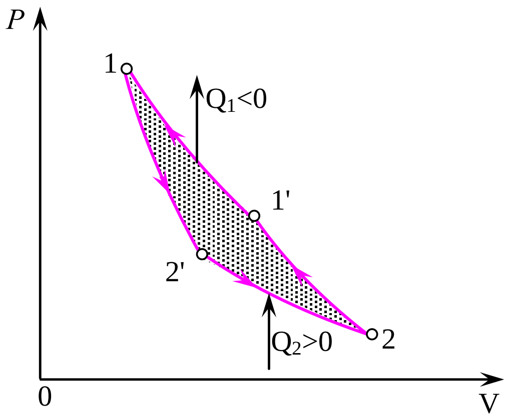
yoki

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \tag{11.5``}$$

munosabatlar o‘rinli ekanligi kelib chiqadi.

**6. Teskari Karno siklida** (11.4-rasm) $T_1$ temperaturada o‘tgan 1'-1 izotermik siqilish jarayonida gazdan $Q_1$ issiqlik miqdori olinadi. $T_2<T_1$ temperaturada o‘tgan 2'-2 izotermik kengayishda esa gazga $Q_2$ issiqlik miqdori beriladi. Demak, $Q_1<0$, $Q_2>0$ va bir sikl davomida gaz bajargan ish manfiy: $A= Q_1+ Q_2<0$.

Bu xulosa har qanday teskari sikl uchun ham to‘g‘ridir. Agar ishchi jismda teskari sikl sodir bo‘layotgan bo‘lsa, tashqi kuchlarning ish bajarishi hisobiga issiqlikni sovuq jismdan issiq jismga uzatilishi amalga oshadi. Sovutgich qurilmalari mana shu prinsip asosida ishlaydi.



11.4-rasm

**Teskari siklda sovitilayotgan jismdan olingan $Q_{ol}$ issiqlik miqdorini, bu siklda sarflangan A' ishga nisbatiga teng bo‘lgan kattalik sovutish koeffitsienti deyiladi:**

$$\varepsilon_k = \frac{Q_{ол}}{A'}. \tag{11.6}$$

Xususan, teskari Karno sikli uchun $Q_{ol}= Q_2$, $A'= - A= - (Q_1+ Q_2)=|Q_1|- Q_2$, $Q_1$ bilan $Q_2$ orasidagi aloqa xuddi to‘g‘ri Karno siklidek, (11.5``) munosabat bilan ifodalanadi. Shuning uchun **teskari Karno siklining sovutish koeffitsienti**

$$\varepsilon_K = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \tag{11.6`}$$

ifoda bilan aniqlanadi.

## 11.3-§. Entropiya.

**1.** Termodinamikada biz yuqorida tanishgan ichki energiyadan tashqari termodinamik sistemaning boshqa holat funksiyalaridan ham keng foydalaniladi. Ularning orasida entropiya alohida oʻrin tutadi. Aytaylik, $\delta Q$ – sistema holatini kichik oʻzgarishida unga isitgich bergan elementar issiqlik miqdori, T–isitgichning temperaturasi boʻlsin. Agar jarayon qaytuvchan boʻlsa, sistemaning temperaturasi ham T boʻladi. $\delta Q$ dan farqli holda $\delta Q/T$ nisbatni qaytuvchan jarayonda **sistemaning S entropiyasi** deb ataluvchi, sistema holatining toʻliq funksiyasi ekanini koʻrsatish mumkin:

$$dS=\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{qay}. \tag{11.7}$$

**Shunday qilib, qaytuvchan jarayonda T – temperatura integrallanuvchan boʻlinuvchi boʻlib, u $\delta Q$ elementar issiqlikni dS toʻliq differensialga aylantiradi.**

**2.** Entropiyani (11.7) munosabat yordamida aniqlanishi asosli boʻlishi uchun har qanday qaytuvchan jarayonda $\delta Q$ /T dan olingan integral aynan nolga tengligi, ya’ni

$$\oint \frac{\delta Q}{\text{Å}} = 0 \tag{11.8}$$

boʻlishini isbotlash kerak.

Bu ayniyatni toʻgʻriligining umumiy isbotini keltirmasdan biz uning xususiy holi bilan chegaralanamiz: ideal gazdan iborat sistemani koʻramiz. Ideal gaz uchun termodinamikaning birinchi qonuni (9.8`) dan

$$\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{qay}=\frac{m}{M}C_V\frac{dT}{T}+\frac{p}{T}dV$$

ekanligi kelib chiqadi.

r/T nisbatni Klayperon-Mendeleev tenglamasi boʻyicha almashtiramiz:

$$\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{qay}=\frac{m}{M}\left(C_V\frac{dT}{T}+R\frac{dV}{V}\right) \tag{11.9}$$

Ideal gazni 1 holatdan 2 holatga qaytuvchan oʻtish jarayonida $\delta Q/T$ nisbatdan olingan integral 1-2 oʻtish jarayonining turiga bogʻliq boʻlmaydi:

$$\oint_1^2\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{êàé}}=\frac{m}{M}\left(\int_{T_1}^{T_2}C_V\frac{dT}{T}+\int_{V_1}^{V_2}R\frac{dV}{V}\right)=\frac{m}{M}\left(C_V\ln\frac{T_2}{T_1}+R\ln\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{11.9`}$$

Xususan, agar jarayon aylanma boʻlsa, $T_2=T_1$ va $V_2=V_1$ boʻladi, bundan ideal gaz uchun (11.8) ayniyat oʻrinli ekanligi kelib chiqadi.

**3.** (11.7) va (11.9) da ideal gaz entropiyasining differensiali quyidagi ifodaga tengligi kelib chiqadi:

$$dS=\frac{m}{M}\left(C_V\frac{dT}{T}+R\frac{dV}{V}\right)=\frac{m}{M}(C_V d\ln T+Rd\ln V) \tag{11.10}$$

Oʻzgarmas miqdordagi ideal gaz uchun rV/T=sonst ekanini hisobga olsak,

$$\ln r + \ln V - \ln T = const,$$

$$d\ln r + d\ln V - d\ln T = 0$$

bo‘ladi.

Shuning uchun (11.10) ifodani ideal gaz entropiyasi uchun unga ekvivalent bo‘lgan quyidagi ikki ko‘rinishda ham yozish mumkin:

$$dS = \frac{m}{M}\left[(C_V + R)d\ln T - Rd\ln P\right] = \frac{m}{M}\left(C_p \frac{dT}{T} - R\frac{dP}{P}\right), \qquad (11.10')$$

$$dS = \frac{m}{M}\left[(C_V + R)d\ln V + C_V d\ln P\right] = \frac{m}{M}\left(C_p \frac{dV}{V} + C_V \frac{dP}{P}\right) \qquad (11.10'')$$

**4.** (11.7) dan ko‘rinadiki, dS va δQ bir xil ishoraga ega. Bu entropiyaning o‘zgarish xarakteriga qarab, issiqlik almashish jarayonining yo‘nalishi haqida fikr yuritish mumkin. Jismni isitish vaqtida δQ>0 bo‘ladi va uning entropiyasi ortadi (dS>0), sovutishda δQ<0 bo‘ladi va jismning entropiyasi kamayadi (dS<0). Qaytuvchan adiabatik jarayonda δQ=TdS=0, chunki S=const bo‘lgani uchun dS=0 bo‘ladi. Shunday qilib, qaytuvchan adiabatik jarayon **izoentropik jarayondan** iboratdir.

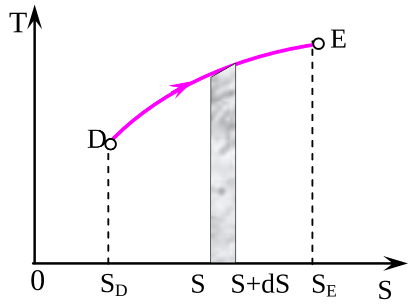
5. **Entropiya, ichki energiyaga o‘xshab – sistema holatining additiv funksiyasidir: sistemaning entropiyasi sistemaga kirgan barcha jismlarning entropiyalarining yig‘inidisiga teng. Termodinamikada shu narsa isbotlanganki, izolyasiyalangan (yakkalangan) sistemaning entropiyasi har qanday jarayonda ham o‘zgarishsiz qoladi.**

Gap shundaki, qaytuvchan jarayonda 1 jismdan 2 jismga δQ issiqlik uzatilganda ikkala jismning ham temperaturasi bir xil. Shuning uchun δQ issiqlikni olgan 2 jismning entropiyasining o‘zgarishi $dS_2$, δQ issiqlikni bergan 1 jismning entropiyasini o‘zgarishi $dS_1$ ning teskari ishorali qiymatiga teng:

$$dS = dS_1 + dS_2 = 0$$

## 11.4-§. T–S termodinamik diagramma va uning qo‘llanilishi.

**1.** Termodinamik jarayonlarni va termodinamikaning ba’zi umumiy masalalarini o‘rganishda T-S-diagrammadan keng foydaniladi, unda absissa va ordinata o‘qlariga mos holda ko‘rilayotgan jismning (sistemaning) entropiyasi va termodinamik temperaturasi qo‘yiladi. Bu diagramma ahamiyatini unda DE chiziq bilan tasvirlangan ayrim qaytuvchan jarayonlarni ko‘rib chiqish bilan oson tushunib olish mumkin (11.5-rasm). (11.7) dan $\delta Q = T \cdot dS$ ekanligi kelib chiqadi*. T-S diagrammada δQ elementar issiqlik 11.5-rasmda bo‘yalgan yuza bilan tasvirlangan. DE jarayonda sistemaga berilgan issiqlik miqdori $Q_{FE}$, $S_D$, $DES_E$ shaklning yuzasiga proporsional (proporsionallik koeffitsienti koordinata o‘qlari bo‘yicha masshtabni tanlanishga bog‘liq):

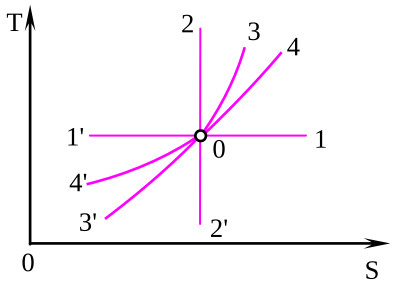


11.5-rasm

* Bu paragrfda agar maxsus izoh bo’lmasa, qaytuvchan jarayon ko’rilayotgan bo’ladi. Shuning uchun Шунинг учун (11.7) formuladagi “qay” indeyksi tushirib qoldirilgan.

$$Q_{DE} = \int_{P_D}^{E} \delta Q = \int_{S_D}^{S_E} TdS \qquad (11.11)$$

**2.** (11.10) va (11.10′) formulalar ideal gazning to‘rta sodda jarayonlarida temperatura bilan entropiya orasidagi bog‘lanishi topishga va T-S diagrammada unga mos chiziqni chizishga imkon beradi. T-S diagrammada 0 nuqta ideal gazning boshlang‘ich holatini ko‘rsatsin (11.6-rasm).



11.6-rasm

Abssissa o‘qiga parallel holda 0 nuqtadan o‘tgan 1'-1 to‘g‘ri chiziq izotermik jarayonga mos keladi: 0–1– izotermik kengayish (issiqlik beriladi, chunki dS>0), 0–1' – izotermik siqilish (issiqlik olinadi, chunki dS<0).

Ordinata o‘qiga parallel bo‘lgan va 0 nuqtadan o‘tgan 2'-2 to‘g‘ri chiziq adiabatik (izoentropik) jarayonni tasvirlaydi: 0-2-adiabatik siqilish (dT>0) va 0-2'-adiabatik kengayish (dT<0).

(11.10) dan ko‘rinadiki, izoxorik jarayonda $dS=\frac{m}{M}C_V\frac{dT}{T}$ bo‘ladi. Shuning uchun 0-3 izoxorik jarayonni oxirida

$$\Delta S_{0-3}=S(3) - S(0)= \frac{m}{M}C_V \ln\frac{T_3}{T_0}$$

bo‘ladi.

Izoxorik jarayon 11.6-rasmda 3'–3 chiziq bilan ko‘rsatilgan: 0–3–izoxorik isitish (dS>0 va dT>0), 0–3' – izoxorik sovutish (dS<0 va dT<0).

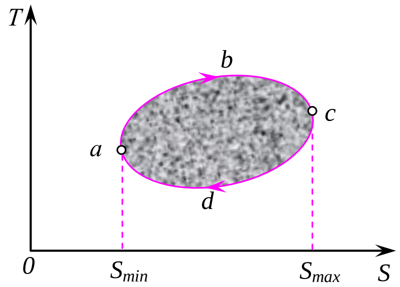
Izobarik jarayonda (11.10`) ning birinchi munosabatidan ko‘rinadiki, $dS=\frac{m}{M}C_V\frac{dT}{T}$ va 0-4 izobarik jarayonni oxirida

$$\Delta S_{0-4}=S(4) - S(0)= \frac{m}{M}C_p \ln\frac{T_4}{T_0}$$

bo‘ladi.

Izobarik jarayonda $S_r > S_V$ bo‘lgani uchun 4'–4 izobarik jarayon, 3'–3 izoxorik jarayonga qaraganda yotiqroq chiziq bilan ko‘rsatilgan. Gazni izobarik kengayish jarayoniga izobaraning 0 - 4 qismi (dS>0 va dT<0), izobarik siqilishga esa 0–4' soha (dS<0 va dT<0) mos keladi.

**3.** 11.7-rasmda T–S–diagrammada ixtiyoriy (qaytuvchan) *abcda* to‘g‘ri sikl tasvirlangan. Sikldagi *a* va *b* holatlarga ishchi jism entropiyasining eng kichik ($S_{min}$) va eng katta ($S_{maks}$) qiymatlari mos keladi. Bunda *a*bs jarayonda issiqlik beriladi. $Q_{ber} = \int_{abc} TdS>0$, sd*a* jarayonda esa olinadi: $Q_{ol} = \int_{cda} TdS<0$. Sikl davomida bajarilgan $A=Q_{ber}+Q_{ol}$ ish siklning yuzasiga teng, ya’ni jarayonning *abcda* yopiq egri chizig‘i bilan chegaralangan yuzaga teng: $A=\oint TdS>0$. Siklning termik FIK η (11.3) formulaga binoan sikl yuzasini, *abc* egri chiziq ostidagi yuzaga bo‘lgan nisbatiga mos keladi:



11.7-rasm

$$\eta = \frac{A}{Q_{бер}} = \frac{\oint TdS}{\int\limits_{abc} TdS} \qquad (11.12)$$

To‘g‘ri Karno sikli ishchi jismning tabiatiga bog‘liq bo‘lmagan holda T–S – diagrammada tomonlari koordinata o‘qlariga parallel bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak bilan tasvirlanadi (11.8-rasm). Rasmdan va (11.12) formuladan ko‘rinadiki, **Karno siklining termik FIK**

$$\eta_{ê} = \frac{(T_1 - T_2)(S_2 - S_1)}{T_1(S_2 - S_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (11.12`)$$

ifodaga tengligi kelib chiqadi.

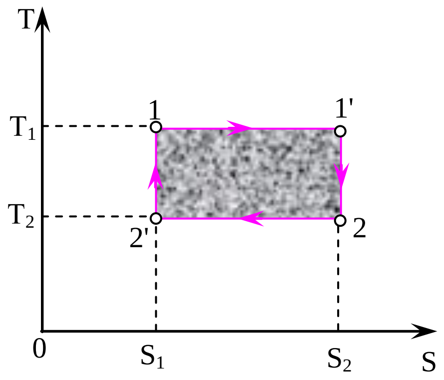
Shunday qilib biz termodinamikada **Karno teoremasi** deb ataluvchi quyidagi muhim qoidani isbot qildik:

**Karno siklining termik FIK ishchi jismning tabiatiga bog‘liq bo‘lmaydi, u faqat isitgich va sovutgichning temperaturalari bilan aniqlanadi.**

Karno teoremasi va (11.5``) formula **temperaturaning termodinamik shkalasini** aniqlash uchun asos bo‘lib xizmat qiladi. (11.5``) dan

$$\frac{T_2}{T_1} = -\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

munosabatga ega bo‘lamiz.



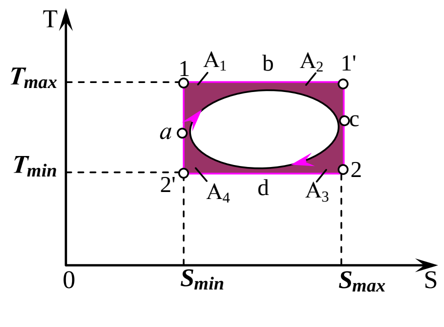
11.8-rasm

Shunday qilib, ikki jismning $T_1$ va $T_2$ temperaturalarini solishtirish uchun ularda qaytuvchan Karno siklini amalga oshirish kerak, bunda jismlardan biri isitgich, ikkinchisi sovutgich bo‘ladi.

Bu siklda jismlar temperaturalarining nisbati, jismlar olgan yoki bergan issiqlik miqdorlarining absolyut qiymatlarining nisbatiga teng. Karno teoremasiga ko‘ra temperaturalarning solishtirish natijasi sikl amalga oshayotgan ishchi jismning kimyoviy tarkibi ta’sir etmaydi. Shuning uchun bunday usul bilan temperaturaning termodinamik shkalasini aniqlash biror-bir termometrik jismning xossalariga bog‘liq emas. Bunday shkalaning avzaligi ham shundan iborat.

Ammo real termodinamik jarayonlarning qaytmasligi tufayli bunday usul bilan temperaturalarni solishtirishni amalga oshirib bo‘lmaydi, lekin u prinsipal ahamiyatga ega*.

**4.** T–S-diagramma yordamida quyidagi teoremani isbot qilamiz; har qanday qaytuvchan jarayonning termik FIK $M_{ыай}$ ko‘rilayotgan sikl ishchi jismning ekstremalp, ya’ni $T_1=T_{maks}$ va $T_2=T_{min}$ temperaturalar orasida o‘tkazilgan Karno siklining termik FIK $\eta_k$ dan katta bo‘la olmaydi. 11.9-rasmda abcda qaytuvchan sikl va unga mos holda temperatura va entropiyaning maksimal va minimal



11.9-rasm

*Bu Karno teoremasining ikkinchi qismini tashkil qiladi.

qiymatlari orasida o‘tkazilgan 1-1'-2-2'-1 Karno sikli tasvirlangan. Ishchi jism *abcda* siklda *A* ish bajaradi, bu ish siklning yuzasiga teng:

$$A=(T_{maks}-T_{min})(S_{maks}-S_{min})-(A_1+A_2+A_3+A_4),$$

bu yerda $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$ ishlar 11.9–rasmda bo‘yalgan egri chiziqli uchburchaklarning yuzalariga teng.

Sikli davomida isitgichdan ishchi jismga berilgan $Q_{ber}$ issiqlik miqdori *abcd* egri chiziq orasidagi yuzaga mos keladi:

$$Q_{ber}=T_{maks}(S_{maks}-S_{min})-(A_1+A_2).$$

Siklning termik foydali ish koeffitsientini (11.3) formula bo‘yicha topamiz:

$$\eta_{\text{ыай}}=\frac{A}{Q_{ber}}=\frac{(T_{\max}-T_{\min})(\mathrm{S}_{\max}-\mathrm{S}_{\min})}{T_{\max}(\mathrm{S}_{\max}-\mathrm{S}_{\min})-(A_1+A_2)}-\frac{(A_1+A_2+A_3+A_4)}{T_{\max}(\mathrm{S}_{\max}-\mathrm{S}_{\min})-(A_1+A_2)} \qquad (11.13)$$

(11.13) ifoda shaklini o‘zgartirish mumkin:

$$\eta_{\text{ыай}}=\frac{T_{\max}-\mathrm{T}_{\min}}{T_{\max}}\frac{1-k}{1-k'} \qquad (11.13`)$$

Bu yerda

$$k=\frac{A_1+A_2+A_3+A_4}{(T_{\max}-T_{\min})(S_{\max}-S_{\min})},$$

$$k'=\frac{A_1+A_2}{T_{\max}(S_{\max}-S_{\min})}.$$

Lekin $k \geq k^1$ bo‘lgani uchun, (1–k) ≤ (1–k') bo‘ladi. Shunday qilib, (11.13`) dan

$$\eta_{\text{qay}} \leq \frac{T_{\max}-\mathrm{T}_{\min}}{T_{\max}}$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Biz yuqorida ta’riflangan teoremani isbot qildik:

$$\eta_{\text{qay}} \leq \eta_k=\frac{T_{\max}-\mathrm{T}_{\min}}{T_{\max}}\ . \qquad (11.14)$$

**5.** Qaytmas jarayonlar muvozanatli bo‘lmagan sababli ularni bironta holat diagrammasida tasvirlab bo‘lmaydi. Bu qaytmas jarayonlarni va sikllarni o‘rganishni murakkablashtiradi. Amalda ishchi jismni $C_1$ holatdan $C_2$ holatga olib keladigan qaytmas jarayonning integral xarakteristikalarini, ya’ni ishchi jism qancha $Q_{qaytmas}$ issiqlik olib, qancha $A_{qaytmas}$ ish bajarganini bilish kerak. Shuning uchun qaytmas jarayonni unga ekvivalent (teng kuchli) bo‘lgan $C_1$-$C_2$ qaytuvchan jarayon bilan almashtirilishi mumkin. Buning uchun qaytuvchan jarayonda jism tomonidan bajarilgan *A* ish va u olgan *Q* issiqlik miqdori mos holda $A_{qaytmas}$ va $Q_{qaytmas}$ larga teng bo‘lishi talab etiladi:

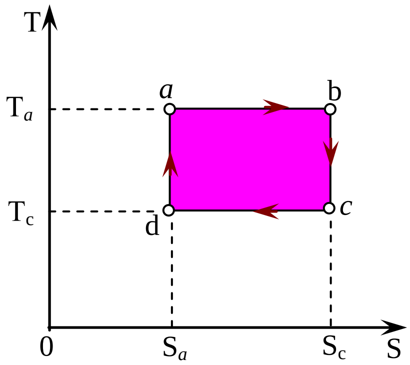
$$A=A_{qaytmas},\ Q=Q_{qaytmas}$$

Bunday almashtirishni qulayligi shundaki, qaytuvchan jarayonni termodinamik diagrammalarda tasvirlash mumkin. Shunday qilib, har qanday qaytmas jarayonni shunchaki, tasvirlashga erishiladi. Ammo, shuni nazarda tutish kerakki, haqiqiy qaytmas jarayonda ishchi jism bu jarayonni diagrammada “tasvirlangan” egri chiziqning oraliq nuqtalariga mos kelgan holatlardan o‘tmaydi.

**6.** *Har qanday* qaytuvchan jarayonning termik FIK, qaytmas jarayonni amalga oshishida qatnaShuvchi va temperaturalari ekstremal temperatura qiymatlariga teng ikki “issiqlik manbalari” orasida o‘tuvchi Karno siklining foydali ish koeffitsientidan doimo *kichik*.

$$\eta_{qaytmas} < \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} \tag{11.15}$$

Ikki *ab* va *cd* izotermik va ikki *bc* va *da* izoentrop adiabtik jarayonlardan tashkil topgan qaytmas to'g'ri *abc*da sikl misolida (11.15) munosabatning to'g'riligini ko'rsatamiz




11.10-rasm

(11.10–rasm). Aytaylik, bu siklning qaytmasligi, *ab* va *cd* jarayonlarda, ishchi jism bilan "issiqlik manbai" orasidagi issiqlik almashishi oxirgi temperaturalar farqigacha sodir bo'lishi bilan belgilansin. *ab* - jarayonda foydalaniladigan isitgichning temperaturasi $T_1=T_a+\Delta T_1>T_a$ va *cd* jarayonda foydalaniladigan sovutgiching temperaturasi esa $T_2=T_c-\Delta T_2<T_c$ bo'lsin, bunda $\Delta T_1$ va $\Delta T_2$ – musbat kattaliklar. Bunda *abcda* siklning termik FIK

$$\eta = \frac{A}{Q_{ber}} = \frac{(T_a - T_c)(S_c - S_a)}{T_a(S_c - S_a)} = 1 - \frac{T_c}{T_a} = 1 - \frac{T_2 + \Delta T_2}{T_1 - \Delta T_1}$$

ya'ni, (11.15) bilan mos holda

$$\eta < 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{11.16}$$

bo'ladi.

## 11.5-§. Termodinamikaning ikkinchi qonuni.

**1.** Biz 11.1-§ da termodinamikaning birinchi qonuni jarayonni sodir bo'lish yo'nalishini aniqlashga imkon bermasligini aytgan edik. U yagona natijasi biror jismdan olingan issiqlikni, unga teng bo'lgan ishga aylantiruvchi jarayonning mumkinligini inkor etmaydi. Masalan, termodinamikaning birinchi qonuni bitta issiqlik manbaini (masalan, okeanlarning ichki energiyasi hisobiga) sovushi hisobiga davriy ishlovchi dvigatel qurish mumkinligini inkor etmaydi. Bunday dvigatel **ikkinchi tur abadiy dvigatel** deb ataladi. Ko'plab eksperimentalp natijalar ikkinchi tur abadiy dvigatel qurish mumkin emas degan xulosaga olib keldi, uning nomi termodinamikaning ikkinchi qonunidan (ikkinchi boshlanishidan) olingan.

**2.** Termodinamikaning ikkinchi qonunini bir-biriga ekvivalent bo'lgan bir necha ta'riflari bor. Ulardan R. Klauzius (1850) va U. Tomsonga (1851) tegishli bo'lgan ikkitasini keltiramiz:

**1) Yagona natijasi issiqlikni sovuq jismdan issiq jismga o'tkazadigan jarayonning bo'lishi mumkin emas;**
**2) Yagona natijasi bir jismning sovushi hisobiga ish bajaradigan jarayonni amalga oshirib bo'lmaydi.**

Bu ikki ta'rifning ekvivalentligini isbotlash uchun bu ta'riflardagi birinchi inkorning to'g'riligidan ikkinchi inkorni ham to'g'riligi kelib chiqishini va aksincha bo'lishini ko'rsatish kerak.

Faraz qilaylik, ikkinchi qonunning birinchi ta'rifi noto'g'ri bo'lsin, ya'ni shunday *X*-jarayon mavjud bo'lsinki, uning yagona natijasi issiqlikni sovuq jismdan issiq jismga uzatishdan iborat bo'lsin. Bunda ikkita jism olamiz: birinchisining temperaturasi $T_1$, ikkinchisining temperaturasi $T_2<T_1$. Shu jismlarni isitgich va sovutgich qilib olib, to‘g‘ri Karno sikli bilan ishlaydigan ideal issiqlik dvigatelini amalga oshiraylik. Bir siklda ishchi jism isitgichdan $Q_1$ issiqlikni oladi, sovutgichga $|Q_2|$ issiqlikni berib, $A=|Q–Q_2|$ ish bajaradi. Agar keyin $X$–jarayon yordamida $|Q_2|$ issiqlikni sovutgichdan olib, qaytadan iisitgichga beraolsak, u holda termodinamikaning ikkinchi qonuniga zid keladigan jarayonni amalga oshirgan bo‘lamiz: bu jarayonning yagona natijasi isitgichdan olingan issiqlik hisobiga, unga teng ish bajarish bo‘ladi.

Endi termodinamikaning ikkinchi qonuni noto‘g‘ri deb faraz qilamiz, ya’ni shunday $Y$–jarayon mavjud bo‘lsinki, uning yagona natijasi bir jismning sovushi hisobiga mos ish bajarilsin. $U$ holda temperaturalari $T_1$ va $T_2 < T_1$ jismlar orasida teskari Karno sikli bilan ishlovchi ideal sovutgich qurilmasini amalga oshirish mumkin bo‘ladi. Ishchi jism bir siklda kam temperaturali jismdan $Q_2$ issiqlikni oladi va katta temperaturali jismga $|Q_2|$ issiqlikni beradi. Bu qurilmani harakatga keltirish uchun bir siklda $A' = |Q_1| - Q_2$ ish sarflash kerak, bu ish u–jarayon yordamida temperaturasi $T_1$ bo‘lgan jismdan olinadigan issiqlik hisobiga bajariladi. Bu siklni va u–jarayonni amalga oshishi natijasida termodinamikaning ikkinchi qonunining birinchi ta’rifiga zid bo‘lgan jarayon amalga oshadi: bu jarayonning yagona natijasi $Q_2 > 0$ issiqlikni sovuq jismdan issiq jismga berish bo‘ladi.

**3.** Termodinamikaning ikkinchi qonunini yana bir ta’rifini ko‘ramiz:

**yakkalangan sistemaning entropiyasi unda har qanday jarayonlar sodir bo‘lsa ham kamayishi mumkin emas:**

$$dS \geq 0, \tag{11.17}$$

bu yerda tenglik belgisi *qaytuvchan* jarayonga, kattalik belgisi - *qaytmas* jarayonlarga taalluqli.

**4.** Bu uchinchi ta’rifni oldingi ikki ta’rifga ekvivalent ekanini isbotlashga to‘xtalmaymiz, ammo (11.17) munosabatning to‘g‘riligini tasdiqlovchi ba’zi misollarni ko‘rib o‘tish bilan chegaralanamiz.

**1-misol. Yakkalangan sistemani hosil qilgan ikki jism orasidagi qaytmas issiqlik almashinish jarayoni.** Jismlarning boshlang‘ich temperaturalari $T_1$ va $T_2 < T_1$ bo‘lsin, issiqlik sig‘imlarini soddalik uchun bir xil va S deb hisoblaymiz. Termodinamikaning ikkinchi qonunini birinchi ta’rifiga binoan issiqlik almashishda birinchi jism issiqlik beradi, ikkinchisi esa oladi. Jismlarning temperaturali tenglashib $T_3$ bo‘lib qolganda issiqlik almashish jarayoni to‘xtaydi.

Termodinamikaning birinchi qonunidan $S(T_1 - T_3) = S(T_3 - T_2)$ bo‘lishi va undan $T_3 = 1/2\ (T_1 + T_2)$ ekanini kelib chiqadi. Birinchi jismning sovushida, ikkinchi jismning isishida entropiyaning o‘zgarishini, bu qaytmas jarayonlarni mos holda qaytuvchan jarayonlarga fikran almashtirib topish mumkin:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_3} \frac{\delta Q}{T} = C\int_{T_1}^{T_3} \frac{dT}{T} = C\ln\frac{T_3}{T_1},$$

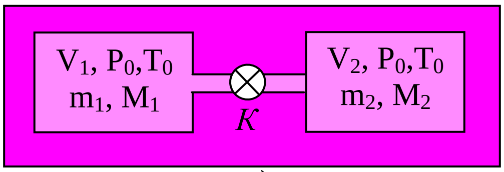
$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{\delta Q}{T} = C\int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = C\ln\frac{T_3}{T_2}$$

Cistema entropiyasining o‘zgarishi, ikkala jism entropiyalari o‘zgarishining yig‘indisiga teng:

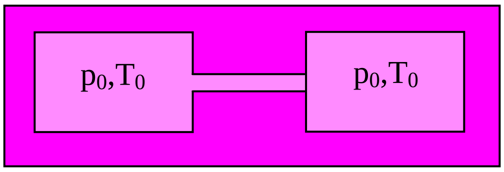
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C\left(\ln\frac{T_3}{T_1} + \ln\frac{T_3}{T_2}\right) = C\ln\frac{T_3^2}{T_1 T_2} = C\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1 \cdot T_2} \tag{11.18}$$

$(T_1+T_2)^2-4T_1T_2=(T_1-T_2)^2$ bo‘lgani uchun $\Delta S>0$ bo‘ladi.

**2-misol**. **Yakkalangan sistemani hosil qilgan ikki xil gazning qaytmas arralashish jarayoni.** Dastavval m massali r$_0$ bosim $T_0$ temperaturada $V_1$ hajmli idishda, $M_2$ massali boshqa gaz o‘sha $R_0$ bosim va o‘sha $T_0$ temperaturada V$_2$ hajmli idishda joylashgan bo‘lsin. (11.11.a–rasm). Idishlar issiqlikdan himoyalangan va yopiq K kranli nay bilan birlashtirilgan. Agar kran ocxilsa (11.11,b-rasm), gazlar arralashadi: ularning har biri V$_1$+V$_2$ hajm bo‘yicha taqsimlanadi. O‘z–o‘zidan ma’lumki, tutashgan idishlardagi bosim va temperatura o‘zgarmaydi, ya’ni T$_0$ va r$_0$ ga tengligicha qoladi.



*a*)



b)

11.11-rasm

Har bir gazni ko‘rilayotgan jarayonda entropiyasining o‘zgarishini topish uchun (11.7) ifodadagi δQ o‘rniga uni termodinamikaning birinchi qonunidagi (9.8) ifodani qo‘yamiz:

$$dS=\frac{dU+pdV}{T}=\frac{P}{T}dV=\frac{m}{M}R\frac{dV}{V}, \qquad (11.19)$$

ko‘rilayotgan jarayonda temperatura, shuningdek, har bir gazning ichki energiyasi o‘zgarmaydi. Gazlarning arralashishida entropiyaning o‘zgarishi

$$\Delta S=\frac{m_1}{M}R\int_{V_1}^{V_1+V_2}\frac{dV}{V}+\frac{m_2}{M_2}R\int_{V_2}^{V_1+V_2}\frac{dV}{V}=R\left[\frac{m_1}{M_1}\ln\frac{V_1+V_2}{V_1}+\frac{m_2}{M_2}\ln\frac{V_1+V_2}{V_2}\right]>0 \qquad (11.20)$$

**3-misol**. 11.4-**§** da ko‘rilgan va 11.10-rasmda tasvirlangan *abcda* qaytmas sikl sodir bo‘layotgan yakkalangan sistemada entropiyaning o‘zgarishi. Sistema ishchi jismdan, T$_1$ va T$_2$>T$_1$ temperaturali isitgich va sovutgichdan, hamda faqat ish bajarish orqali ishchi jism bilan issiqlik almashuvchi jismdan, ya’ni “ishning isteomolchisi” dan tashkil topgan. “Ishning isteomolchisi” vazifasini, masalan, elastik prujina, yerning tortishish maydonida ko‘tarilayotgan va tushayotgan yuk bajarishi mumkin.

Ishchi jism tomonidan abcda sikl bajarilganda sistema entropiyasining o‘zgarishi

$$\Delta S=\Delta S_{ij}+\Delta S_i+\Delta S_s+\Delta S_{ii},$$

bu yerda $\Delta S_{ij}$ - ishchi jism entropiyasining o‘zgarishi; $\Delta S_i$ va $\Delta S_s$ - isitgich va sovutgich entropiyasining o‘zgarishi; $\Delta S_{ii}$–“ish isteomolchisi” entropiyasining o‘zgarishi. Ishchi jism sikl o‘tgandan keyin boshlang‘ich holatiga qaytadi. Shuning uchun $\Delta S_{ij}$=0 bo‘ladi. “Ish isteomolchisi” entropiyasining o‘zgarishi ham nolga teng, chunki u energiyani ish ko‘rinishida oladi. Qaytmas ab va cd izotermik jarayonlarda isitgich va sovutgich entropiyalarining o‘zgarishi

$$\Delta S_u=-\frac{Q_{ab}}{T_1} \quad \text{va} \quad \Delta S=-\frac{Q_{cd}}{T_2}$$

bo‘ladi, bu yerda $Q_{ab}$ va $Q_{cd}$ – *ab* va cd jarayonlarda ishchi jism olgan issiqlik miqdorlari 11.10-rasmdan ko‘rinadiki,

$$Q_{ab}=T_a(S_c-S_a)>0 \text{ va } Q_{sd}=T_c(S_a-S_c)<0$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Shunday qilib bir siklda sistema entropiyasining o‘zgarishi

$$\Delta S=\Delta S_i+\Delta S_s=(S_s-S_a)\left[\frac{T_c}{T_2}-\frac{T_a}{T_1}\right]>0$$

bo‘ladi, chunki $S_c>Sa$, $T_c>T_2$ va $T_a<T_1$.

**5.** Entropiyaning (11.7) formulasidan, ishchi jism holatini kichik qaytuvchan o‘zgarishida unga berilgan issiqlik miqdori

$$\delta Q = T \cdot dS \qquad (11.21)$$

bo‘ladi. Bu yerda *T*–ishchi jism temperaturasi. Qaytmas jarayonda (11.7) va (11.21) tengliklar quyidagi tengsizliklarga aylandi:

$$dS > \frac{dQ}{T} \qquad (11.7`)$$

$$\delta Q < TdS. \qquad (11.21`)$$

Bu yerda *T*–ishchi jism holatini qaytmaydigan kichik o‘zgarish jarayonida unga $\delta Q$ issiqlik beruvchi “issiqlik manbaining” temperaturasi. (11.7`) tengsizlikning to‘g‘riligini jismni izotermik isitish misolida osongina ko‘rsatish mumkin, bunda jarayonning qaytmasligining sababi, isitgich (*T)* bilan jism ($T-\Delta T$) orasidagi issiqlik almashishi, oxirgi $\Delta T$ – temperaturalar farqigacha sodir bo‘lishi bilan aniqlanadi. Jismga $\delta Q>0$ issiqlik berilganda entropiyaning elementar ortishi

$$dS = \frac{\delta Q}{T-\Delta T} > \frac{\delta Q}{T}$$

bo‘ladi.

Ixtiyoriy jarayon uchun

$$\delta Q \le TdS \qquad (11.22)$$

tengsizlik o‘rinli.

Tenglik belgisi qaytuvchan jarayonga, tengsizlik belgisi esa qaytmas jarayonga taalluqli. Termodinamikaning birinchi qonuniga ko‘ra $\delta Q =dU+\delta A$ bo‘lgani uchun (11.22) munosabatni

$$TdS \ge dU + \delta A \qquad (11.22`)$$

shaklda yozish mumkin.

Termodinamikaning ikkala qonunini birlashtiruvchi (11.22`) tengsizlik uning muhim munosabatlaridan hisoblanadi.

**6.** Qaytuvchan jarayonlarda

$$TdS=dU+\delta A \qquad (11.22``)$$

**termodinamik ayniyat** bajariladi, uni quyidagi shaklda ham yozish mumkin:

$$\delta A=TdS-dU=d\,(TS)-SdT-dU$$

yoki

$$\delta A=-dF-SdT \qquad (11.23)$$

bu yerda

$$F = U - TS \qquad (11.24)$$

ko‘rilayotgan jism holatining yangi funksiyasi bo‘lib, u **Gelpmgolps energiyasi** yoki **erkin energiya** deyiladi. Gelpmgolps energiyasining fizik ma’nosini (11.23) shaklda yozilgan termodinamik ayniyatdan tushuntirish oson: bunda $T=const$. $\delta A=-dF$ va $A_{1-2}=F_2-F_1$ ekanligi hisobga olinadi.

Demak,

*qaytuvchan izotermik jarayonida bajarilgan ish, jarayonda ko‘rilayotgan jism Gelpmgolps* *energiyasining kamayishiga teng.*

(11.24) dan ko‘rinadiki, Gelpmgolps energiyasi ichki energiyaning faqat bir qismini tashkil qiladi, chunki TS > 0. TS kattalik energiya o‘lchamliliga ega, u ichki energiyaning shunday qismini tashkil qiladiki, unga qaytuvchan izotermik jarayonda ish shaklini berish mumkin emas. Bu jism ichki energiyasining xuddi “qadrsizlangan” qismiga o‘xshaydi, uni ko‘pincha bog‘lanish energiyasi deb ham ataladi. Bir temperaturaning o‘zida jism entropiyasi qancha ko‘p bo‘lsa, jismning bog‘lanish energiyasi ham shuncha ko‘p bo‘ladi.

## 11.5-§. Termodinamikaning ikkinchi qonunini statistik talqini.

**1.** Hozirgacha biz termodinamikaning ikkinchi qonunini ko‘rib chiqishda tadqiqotning termodinamik usulidan foydalandik va jismning ichki tuzilishi bilan qiziqmadik. Ammo termodinamikaning ikkinchi qonuni bilan modda tuzilishining molekulyar-kinetik nazariyasi orasida aloqa mavjud. Bu aloqani ocxilishi termodinamikaning ikkinchi qonunining fizik ma’nosini chuqurroq tushunishga imkon beradi.

Molekulyar – kinetik nuqtai nazardan gazning (yoki boshqa jismning) har qanday holatiga, uning molekulalarini hajmi va tezliklari (yoki impulslari va energiyalari) bo‘yicha muayan taqsimlanishi mos keladi.

Misol uchun idishda belgi quyilgan faqat uchta *a*, *b* va *c* gaz molekulalari bor va idish hajmi esa uchta teng *I*, *II* va *III* qismlarga bo‘lingan deb faraz qilaylik. Gaz holatiga molekulalarning tezliklari bo‘yicha taqsimlanishi ta’sir qilishdan diqqatimizni chalg‘itamiz, ya’ni gazning turli holatlari, faqat *a*, *b* va *c* molekulalarni hajmning uchta katakchalarida taqsimlanishi bilan farqlanadi deb faraz qilamiz. Hammasi bo‘lib 27 ta turli taqsimalnishni bo‘lishi mumkin. (11.1-jadval).

**2.** Molekulalar harakatining to‘liq tartibsizligi shunga olib keladiki, agar uzoq $\tau$ vaqt *a*, *b* va *c* molekulalarni hajmining katakchalari bo‘yicha mumkin bo‘lgan taqsimlanishi kuzatilsa, hamma 27 ta taqsimlanish bir xilda tez-tez uchraydi. Ular teng ehtimollikka ega. Matematikada berilgan muayan sharoitda qandaydir hodisani sodir bo‘lish darajasini ifodalash uchun bu hodisani $\omega$ ehtimoli degan tushuncha kiritiladi. Masalan, agar berilgan sharoitda $N$ ta turli hodisalar navbati bilan amalga oshishi mumkin bo‘lsa va ularning hammasini ehtimolligi bir xil bo‘lsa, qandaydir bir aniq hodisani sodir bo‘lish ehtimolligi

$$\omega = \frac{1}{N} \tag{11.25}$$

bo‘ladi. Bu formulaga binoan har bir teng ehtimollikdagi taqsimlanishning ehtimolliga 1/27 ga teng. Ammo bu ehtimollik, bunday taqsimlanishga mos keladigan sistema holatining termodinamik ehtimoligidan farq qiladi. Gap shundaki, bir jinsli gazda hamma molekula bir-biriga o‘xshash. Shuning uchun har bir katakchada bir xil sondagi molekulaga mos keluvchi holatlar, o‘sha katakchada aynan qaysi molekula joylashishdan qaoiy nazar, o‘xshash bo‘ladi. Masalan 4, 6, 8 - taqsimlanishlar uchalasi ham birinchi katakchada ikkita, ikkinchisida bitta, uchinchisida esa umuman bo‘lmaydigan bir xil holatga mos keladi (11.1-jadval). Bunday holatning ehtimolligi 3/27, bo‘lib, u 4, 6 va 8 taqsimlanishlarning har biridan uch marta katta. O‘quvcxilarga 11.1-jadval bo‘yicha 6/27 holat ehtimolligiga mos taqsimlanishni o‘zlari topishlari tavsiya qilinadi.

11.1-jadval

| Taqsimlanish raqami | Katakcha | | |
|---|---|---|---|
| | I | II | III |
| 1. | abc | — | — |
| 2. | — | abc | — |
| 3. | — | — | abc |
| 4. | ab | c | — |
| 5. | ab | — | c |
| 6. | as | b | — |
| 7. | as | — | b |
| 8. | bc | a | — |
| 9. | bc | — | a |
| 10. | c | ab | — |
| 11. | — | ab | c |
| 12. | b | ac | — |
| 13. | — | ac | b |
| 14. | a | bc | — |
| 15. | — | bc | a |
| 16. | c | — | ab |
| 17. | — | c | ab |
| 18. | b | — | ac |
| 19. | — | b | ac |
| 20. | a | — | bc |
| 21. | — | a | bc |
| 22. | a | b | c |
| 23. | a | c | b |
| 24. | b | a | c |
| 25. | b | c | a |
| 26. | c | a | b |
| 27. | c | b | a |

Jismning (yoki sistemaning) qandaydir holatining $W$ ehtimolligi alohida taqsimlanish ehtimolligi $\omega$ dan $R$ marta katta:

$$W=\omega R, \tag{11.26}$$

bu yerda $R$ – jism yoki sistema **holatining termodinamik ehtimolligi**. U muayan termodinamik holatga mos keluvchi zarralarning koordinata va tezliklari bo‘yicha barcha mumkin bo‘lgan mikrotaqsimlanishlarning soniga teng. Bunda $R$, doimo birdan kichik yoki birga teng bo‘lgan $\omega$ va $W$ lar dan farqli bo‘lib, u $R$ doimo birdan katta, eng kichik qiymati esa birga teng.

**3.** L. Bol’sman (1982) sistema entropiyasi bilan uning holatining termodinamik ehtimoliga orasida Bol’sman formulasi bilan ifodalanuvchi bog‘lanish borligini aniqladi:

$$S = k \ln R, \tag{11.27}$$

bu yerda k – Bol’sman doimiysi.

Bol’sman formulasi termodinamikaning ikkinchi qonuniga, yakkalangan sistemaning entropiyasi kamaymaydi deb taqitlovchi statistik talqin qilishga imkon beradi: **yakkalangan sistemaning termodinamik ehtimolligi, unda sodir bo‘lgan har qanday jarayonlarda ham kamayishi mumkin emas.**

Demak, yakkalangan sistemada o‘tuvchi har qanday jarayonda ham uning holatining termodinamik ehtimoligi musbat yoki nolga teng:

$$\Delta R = R_2 - R_1 \geq 0. \qquad (11.28)$$

Qaytuvchan jarayon uchun $\Delta R=0$ va $R=const$, qaytmas jarayonda esa $\Delta R>0$ va $R$ ortadi. Demak, qaytmas jarayon shunday jarayonki, bunda sistema ehtimoligi kamroq holatdan, ehtimolligi ko‘proq holatga, va oxiri muvozanatli holatga o‘tadi. Uni boshqacha tarzda, ya’ni sistemani ko‘proq ehtimollikdagi holatdan, kamroq ehtimollikdagi holatga o‘tkazuvchi jarayonga teskari bo‘lgan, jarayon sifatida aniqlash mumkin. Teskari jarayonni o‘tishi prinsip jihatdan mumkin bo‘lsa ham, lekin uni o‘z-o‘zidan sodir bo‘lish ehtimolligi kam. Uning sodir bo‘lishi uchun bir vaqtning o‘zida tashqi jismlarda kompensatsiyalovchi jarayon ham sodir bo‘lishi talab qilinadi. Termodinamikaning ikkinchi qonuniga asosan kompensatsiyalovchi jarayon shunday bo‘lishi kerakki, bunda teskari va kompensatsiyalovchi jarayonlarning amalga oshishida qatnaShuvchi barcha jismlar sistemasi holatining termodinamik ehtimolligi ortsin. 11.1-§ da tasvirlangan termodinamik jarayonlarni shu nuqtai nazardan ko‘rib o‘tishni o‘quvcxilarning o‘ziga havola qilamiz. Shunday qilib, **termodinamikaning ikkinchi qonuni statistik qonundir.**

U yakkalangan sistema tarkibiga kiruvchi ko‘p sondagi zarralarning tartibsiz harakatining zaruriy qonuniyatini ifodalaydi.

**4.** Yakkalangan yerdagi sistema uchun yaratilgan termodinamikaning ikkinchi qonunini cheksiz Koinotga tadbiq qilish noo‘rindir. Lekin qonunni bunday tadbiq qilinishi, ba’zi fiziklarni va idelist–faylasuflarni, Koinotdagi barcha jismlarning temperaturasi muqarrar tenglashishi natijasida molekulalarning tartibsiz issiqlik harakatidan boshqa barcha harakatlar to‘xtaydi, degan xulosaga keldilar. R. Klauzius bunday holatni Koinotning “issiqlik o‘limi” deb atadi. Issiqlik o‘limi” holati entropiyasi maksimum bo‘lgan muvozanatli holat bo‘lishi kerak.

**5.** Koinotning “Issiqlik o‘limi” haqidagi xulosani rad etish uchun bir necha urinishlar bo‘ladi. Ularning ichida Bol’sman gipotezasi ko‘proq ahamiyatga loyiq. Bu gipotezaga binoan, Koinot hamma vaqt muvozanatli izotermik holatda bo‘ladi, lekin uning turli qismlarida bunday holatdan chetlashishlar sodir bo‘lib turadi. Muvozanatli bo‘lmagan holat Koinotning qancha ko‘p qismini egallasa va muvozanatli holatdan qancha ko‘p chetlashsa, bunday chetlashish shuncha kamroq sodir bo‘ladi. Hozirgi vaqtda na faqat koinotning “issiqlik o‘limi” haqidagi xulosa, balki tortishish maydonini ta’siri hisobga olinmagani uchun uni dastlabki rad etishga urinishlar ham xato ekanligi aniqlandi. Ma’lum bo‘ldiki, tortishish maydoni tufayli Koinotdagi moddaning bir jinsli izotermik taqsimoti entropiyaning maksimumiga mos kelmaydi, chunki ehtimoligi eng katta emas. Gap shundaki, Koinot barqaror emas – u kengaymoqda, dastlab bir jinsli bo‘lgan modda, tortishish maydoni ta’sirida galaktikalar to‘dasi, galaktikalar, yulduzlar va boshqalarni hosil qilib, tarqab bormoqda. Bu jarayonlar termodinamikaning ikkinchi qonuniga binoan entropiyaning ortishi bilan sodir bo‘ladi. Bu jarayonlar keyinchalik ham Koinotni bir jinsli izotermik holatga, ya’ni Koinotning “issiqlik o‘limi” ga olib kelmaydi.

## 11.7-§. Fluktuatsiya.

**1.** Nisbatan oz sondagi zarralardan tashkil topgan sistemalarga termodinamikaning ikkinchi qonunini qo‘llab bo‘lmaydi. Kuchli siyraklashgan gazlarda molekulalarning idish hajmi bo‘yicha tekis taqsimlanishida tasodifiy katta chetlashishlar sodir bo‘ladi. Shuning uchun gazning turli joylardagi zichligi muayan temperatura va bosimga mos keluvchi o‘rtacha zichlikdan farq qilishi mumkin. Xuddi shunga o‘xshash, temperatura, bosim va boshqa fizik kattaliklarni ham o‘rtacha qiymatlaridan tasodifiy chetlashishlari sodir bo‘lishi mumkin. Bunday hodisalar fizik kattaliklarning fluktuatsiyalari (zichlik, temperatura, bosim va boshqalarning fluktuatsiyalari) deyiladi.

**2.** Biz tafsilotlarga chuqur to‘xtalmasdan, ixtiyoriy fizik kattaliklar fluktuatsiyasining miqdoriy bog‘lanishini ko‘rib o‘tamiz. Agar *L*–biror kattalikning muayan paytdagi qiymati va $<L>$ – uning o‘rtacha qiymati bo‘lsa, u holda $\Delta L=L-<L>$ farq va $<\Delta L>$ o‘rtacha qiymat ham *L* kattalik fluktuatsiyasining miqdoriy o‘lchovi bo‘laolmaydi. Gap shundaki, $\Delta L$ kattalik vaqt bo‘yicha doimiy emas, uning o‘rtacha qiymati $<\Delta L>$ esa nolga teng:

$$\langle \Delta L\rangle = \left(L-\langle L\rangle\right)>=\langle L\rangle-\langle L\rangle = 0 \qquad (11.29)$$

(11.29) tenglik bevosita o‘zgaruvchan kattalik o‘rtacha qiymati tushunchasini matematik aniqlashdan kelib chiqadi.

L fizik kattalik fluktuatsiyasining miqdoriy harakateristikasi sifatida, uning o‘rtacha qiymatidan chetlashishning o‘rtacha qiymati kvadratiga teng bo‘lgan kvadratik fluktuatsiya yoki $\sigma_L^2$ dispersiyadan foydalaniladi:

$$\sigma_L^2 = \left\langle(\Delta L)^2\right\rangle = \left\langle(L-<L)^2\right\rangle = \left\langle L^2\right\rangle - \left(\langle L\rangle\right)^2, \qquad (11.30)$$

chunki - $2L\ \langle L\rangle$ ning o‘rtacha qiymati – 2 $\left(\langle L\rangle\right)^2$ ga teng.

(11.30) munosabat ko‘rsatadiki, *L* ning o‘rtacha qiymatining kvadratini, ya’ni $<L>^2$ ni, o‘sha kattalikning o‘rtacha qiymati, ya’ni $(<L>)^2$ bilan adashtirish mumkin emas. Ma’lumki, kvadratik fluktuatsiya manfiy bo‘lishi mumkin emas:

$$<(\Delta L)^2> \geq 0.$$

*L* kattalikning **absolyut fluktuatsiyasi** $\sigma_L$ deb, kvadratik fluktuatsiyadan olingan kvadrat ildizga aytiladi:

$$\sigma_L = \sqrt{<(\Delta L)^2>}$$

Agar absolyut fluktuatsiya $\sigma_L$ nolga yaqin bo‘lsa, *L* ning $<L>$ dan katta chetlashishining ehtimolligi kichik, ya’ni bunday chetlashish juda kam sodir bo‘ladi. *L* ni $<L>$ dan nisbiy chetlashish kattaligini baholash uchun absolyut fluktuatsiyani $<L>$ ga nisbatiga teng bo‘lgan nisbiy fluktuatsiya $\delta_L$ qo‘llaniladi:

$$\langle \delta_L\rangle = \frac{\sigma_L}{\langle L\rangle} = \frac{\sqrt{\left\langle(\Delta L)^2\right\rangle}}{\langle L\rangle} \qquad (11.31)$$

**3.** Fluktuatsiya makroskopik sistemani tashkil qilgan zarralarning issiqlik harakati bilan aniqlanadi. Sistemada zarralar qancha ko‘p bo‘lsa, bu sistema termodinamik parametrlarining (masalan, molekulalar konsentratsiyasi, zichligi, bosimi, temperaturasining) nisbiy fluktuasii shuncha kam bo‘ladi. O‘zgarmas hajmli idishda joylashgan kimyoviy bir jinsli ideal gazning zichligi, bosimi va temperaturasining nisbiy fluktuatsiyasi, idishdagi molekulalar sonidan chiqarilgan kvadrat ildizga teskari proporsional ekanini isbotlash mumkin:

$$\delta_\rho \sim \delta_p \sim \delta_T \sim \frac{1}{\sqrt{N}}. \qquad (11.32)$$

Masalan, agar idishda 1 mol’ gaz ($N=6{,}02\cdot10^{23}$) bor bo‘lsa, $\delta_\rho$, $\delta_p$ va $\delta_T$ larning qiymati $1{,}3\cdot10^{-12}$ tartibda bo‘ladi. Bundan ko‘rinadiki, bunday holda zichlik, bosim va temperaturaning o‘rtacha muvozanatdagi qiymatlaridan chetlashish sezilarli ehtimolligi juda oz bo‘ladi. Kuchli siyraklashgan gazlarda biz butunlay boshqacha natijani olamiz. Bunga o‘quvchi N ning siyraklashgan gazlar uchun xarakterli bo‘lgan qiymatini olib ishonch hosil qilishi mumkin (10.2-jadval qarang).

**4.** Fizik kattalikning fluktuatsiyasi o‘lchov asboblarining sezgirlik chegarasini baholashda katta ahamiyatga ega. Buni aniq misolda tushuntiramiz.

**1-misol**. **Temperaturani ideal gaz to‘ldirilgan gazli termometr bilan o‘lchash**. Temperaturaning fluktuatsiyasinatijasida termometrning ko‘rsatishi o‘zgarmasdan qolmaydi. (11.32) formuladan temperaturaning absolyut fluktuatsiyasi $\sigma_T \sim T/\sqrt{N}$ bo‘lishi kelib chiqadi. Tushunarliki, $\sigma_T$ gazli termometr bilan temperaturani o‘lchash aniqlagini chegaralaydi. Masalan bu termometrda $10^{-6}$ mol gaz, ya’ni $N=6\cdot10^{17}$ dona molekula bo‘lsa, $\sigma_T \sim 10^{-9}\ T$ bo‘ladi. Temperaturaning o‘lchashdagi bunday aniqlik amaldagi hamma hollarda keragidan ham ortiqcha.

**2–misol. Radioqurilmalardagi elektrik fluktuatsiyalar**. Masalan, cho‘g‘lanuvchi katoddan uchib chiqqan elektronlarning fluktuatsiyasi natijasida elektron lampalarda **Drobovoy effekt** deb ataluvchi, tokning fluktuatsiyasi sodir bo‘ladi. Drobovoy effekt boshqa fluktuatsiya hodisalari bilan birgalikda qabul qiluvchi qurilmalarning sezish doirasini chegaralaydi.

## 11.8-§. Broun harakati

**1.** Ingliz botanigi R.Broun (1827 y) gaz yoki suyuqliklarda muallaq turgan, mikroskopda ko‘rinuvchi mayda zarralarning uzluksiz tartibsiz harakat qilishini topdi. Bunday harakatni **Broun harakati**, zarralarning o‘zini esa **Broun zarralari** deyiladi. Fiziklar Broun harakati sababini va qonuniyatini va uning molekulyar-kinetik nazariya va termodinamika uchun ahamiyatini tushunib olishlari uchun uch chorak asrdan ortiq vaqt kerak bo‘ladi. Broun harakatini oddiy fizik sabablar bilan - silkitish, temperaturani har xil bo‘lishi, yorug‘lik, kimyoviy va boshqa ta’sirlar bilan tushuntirishga qilingan dastlabki urinishlar hech qanday muvofaqqiyatga olib kelmadi. Broun harakatining muhim xususiyatlari sekin–asta oydinlashib bordi:

a) harakat ko‘zga ko‘rinadigan hech qanday o‘zgarishsiz cheksiz uzoq vaqt davom etadi;

b) Broun zarralarining harakat intensivligi (jadalligi) zarralarning tabiatiga bog‘liq emas, faqat ularning o‘lchamiga bog‘liq; u temperatura ko‘tarilishi va suyuqlik yopishqoqligini kamayishi bilan ortadi.

**2.** Broun harakati muhit molekulalarining urilishi natijasida sodir bo‘lishi aniqlandi. Broun zarralari xuddi ”molekulalar dengizidagi” po‘kaklarga o‘xshaydi – ularning tartibsiz Broun harakati faqat muhit molekulalarining tartibsiz issiqlik harakatini oshkor etadi. Broun zarralari o‘zining harakatida xuddi suyuqlikdan yuqoriga qalqib chiqayotganga o‘xshab, yuqoriga siljishi mumkin. Bu zarraning ostidagi molekulalar, uning ustidagi molekulalarga qaraganda ko‘proq impuls bergan hollarda sodir bo‘ladi. Broun zarrasini yuqoriga ko‘tarilishi uning potensial energiyasini, qo‘shni molekulalarning kinetik energiyasi, ya’ni suyuqlikning ma’lum joyini sovishi hisobiga ortishini bildiradi.

Broun zarrasining mexanik energiyasi, bitta issiqlik manbaini - suyuqlik yoki gazning sovushi hisobiga ortadi. Bu termodinamikaning ikkinchi qonuniga zid keladi, lekin shunday bo‘lsa ham u, bu qonunini statistik xarakterini va uning chegaralanganini isbotlaydi.

**3.** Broun harakati qonuniyati A. Eynshteyn (1905) va keyinchalik M. Smoluxovskiy tomonidan o‘rganilgan. Eynshteyn ishining asosida Broun zarralari, toza suyuqlik yoki gaz molekulalari ichiga sochib yuborilgan begona moddaning katta molekulalariga o‘xshaydi, degan faraz yotadi. Bunday zarralar, ideal gaz qonunlari bilan mos tushuvchi, suyuq eritma qonunlariga bo‘yin sunishi kerak. Broun zarralarini mikroskop ostida kuzatish shuni ko‘rsatadiki, zarraning ixtiyoriy yo‘nalish bo‘yicha o‘rtacha silijishi nolga teng ekan. Bu Broun zarralarining harakatini to‘lig‘icha tartibsiz ekanini isbotlaydi. Zarra siljishi kvadratining o‘rtacha qiymati $<x^2>$, uning kuzatish vaqti t ga proporsionalligi nazariy aniqlangan:

$$<x^2>=2Dt, \tag{11.33}$$

bu yerda D-Broun zarrasining diffuziya koeffitsienti, u sferik shakldagi zarra uchun

$$D=RT/(6\pi\eta a N_A) \tag{11.34}$$

bo‘ladi, bu yerda $\eta$ – suyuqlik yopishqoqligi, $a$ – zarra radiusi. Eynshteyn formulasi zarraning tabiatiga bog‘liq bo‘lgan kattaliklarni o‘z ichiga olmaydi. (11.33) va (11.34) Broun harakati formulalari Avagadro doimiysini aniqlashning mustaqil usulini beradi. Bunday tajribalar J. Perren tomonidan o‘tkazilgan va u, uning $N_A$ ni o‘lchash bo‘yicha oldingi o‘tkazgan tajribalariga (10.5-§ ga qarang) mos keladigan natijalarga olib kelgan.

## SAVOLLAR:

1. Taqribon qaytuvchan deb hisoblasa bo‘ladigan jarayonlarga misollar keltiring.
2. Yopiq idishda qaynayotgan suyuqlik ustidagi bug‘ni kondensatsiyalanib, yana suyuqlikka aylanma jarayon bo‘la oladimi?
3. Karno teoremasi $T$–$S$–diagramma yordamida qanday isbotlanadi?
4. Termodinamikaning ikkinchi qonunini sizga ma’lum bo‘lgan hamma ta’riflarini keltiring.
5. Broun harakatida termodinamikaning ikkinchi qonunini buzilishini isbotlang.

# REAL GAZLAR VA BUG‘LAR

## 12.1-§. Gazlarda molekulalararo o‘zaro ta’sir kuchlari

**1.** Kuchli siyraklashmagan gazlarning xossalari Klayperon-Mendeleev qonuniga bo‘ysunuvchi ideal gaz qonunlaridan farq qiladi. Chunonchi, masalan, bu tenglamadan siqiluvchanlik faktori deb ataluvchi $PV_m/RT$ nisbat kelib chiqadi, u ideal gazlar uchun doimo birga teng. Ammo, tajriba ko‘rsatadiki, hamma gazlar uchun siqiluvchanlik faktori bosim bilan temperaturaga bog‘liq. Yetarlicha yuqori bosimda hamma real gazlar, temperaturaga bog‘liq bo‘lmagan holda, ideal gazlarga qaraganda kamroq siqiluvchan.

Gazlarning solishtirma issiqlik sig‘imini, yopishqoqligi va boshqa xossalarini tekshirish shuni ko‘rsatdiki, ularning bunday xossalari ideal gazlarnikiga qaraganda ozmi–ko‘pmi, anchagina farq qiladi. Buning ustiga, ideal gaz qonunlariga asoslangan taqribiy nazariya gaz xossalarini gazning holat parametrlariga bog‘liqlik xarakterini ko‘pincha sifat jihatdan ham tushuntirishga qodir emas.

**2.** Bunday qiyincxilikning sababi real gaz molekulalarining xatti–xarakati ideal gaz zarralariga beriladigan nisbatdan farq qilishida yashiringan. Hamma jismlarda (qattiq, suyuq, gaz holatdagi) molekulalar bir–biri bilan o‘zaro ta’sirlashadi. Siyrak gazlarning xossalarini ideal gaz xossalariga yaqinlik fakti, molekulalar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari ular orasidagi masofaga kuchli darajada bog‘liqligidan dalolat beradi. Bu kuchlar elektromagnit, hamda o‘ziga xos kvant tabiatga ega.

Tajribalar ko‘rsatadiki, masofa $10^{-7}$ $m$ dan katta bo‘lganda molekulalar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlarini hisobga olmaslik mumkin.

**3.**Suyuqlik sirtining o‘ziga xos xossasi, hamda qattiq jismning cho‘zilishiga qarsxilik ko‘rsatish qobiliyati, moddaning har qanday agregat holatida ham molekulalar orasida o‘zaro tortishish kuchlari ta’sir qiladi, degan xulosaga olib keladi. Kuchli zichlashgan gazlarning nisbatan kichik siqiluvchanligi, hamda suyuq va qattiq jismlarning siqilishga qarsxilik ko‘rsatish molekulalar orasida o‘zaro itarish kuchlari ham ta’sir qilishini ko‘rsatadi. Muhimi, bu kuchlar bir vaqtda qiladi. Aks holda jism muvozanat holatda bo‘lmas edi: uni hosil qilgan zarralar atrofga socxilib ketadi yoki “yopishib” qolardi. Bu mulohazalardan molekulalar orasidagi o‘zaro tortishish va itarish kuchlarining masofaga bog‘liqligini turlicha bo‘lishi kelib chiqadi. Juda yaqin masofalarda o‘zaro itarish kuchlari $F_1$, uzoqroq masofalarda o‘zaro tortishish kuchlari $F_2$ ustunlik qiladi, ammo

$$\vec{F}_1 = F_{1r}\frac{\vec{r}}{r}, \qquad \vec{F}_2 = F_{2r}\frac{\vec{r}}{r}, \tag{12.1}$$

bo‘ladi. Bu yerda $\vec{r}$ – qurilayotgan molekula joylashgan nuqtaga, $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuch bilan ta’sir etayotgan boshqa molekula turgan nuqtadan o‘tkazilgan radius–vektor, $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarni $\bar{r}$ vektor yo‘nalishidagi proeksiyalari $F_{1r}$ va $F_{2r}$ o‘zaro ta’sirlashuvchi molekulalar orasidagi masofaga bog‘liq. Bunday bolanishni taxminiy manzarasi 12.1-rasmda ko‘rsatilgan. Natijaviy kuch

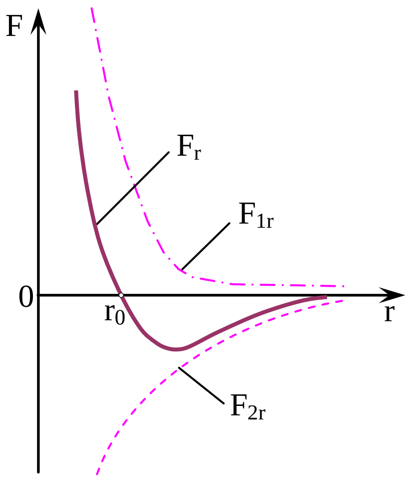
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_r \frac{\bar{r}}{r} \qquad (12.1`)$$

bo‘ladi, ammo

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} \ . \qquad (12.1``)$$

$F_r$ ning $r$ bilan bolanish xarakteri ham 12.1-rasmda ko‘rsatilgan.

Molekulalar orasidagi masofa $r=r_o$ bo‘lganda $F_1$ va $F_2$ kuchlar o‘zaro tenglashadi va natijali kuch $F=0$ bo‘ladi. Agar $r>r_o$ bo‘lsa, o‘zaro tortishish kuchi, agar $r<r_o$ bo‘lsa itarish kuchi ustun keladi. Shunday qilib, $r_o$–molekulalar orasidagi muvozanatni buzuvchi issiqlik harakati bo‘lmagan vaqtdagi molekulalar orasidagi muvozanatli masofa.



12.1-rasm

**4.** Ikki molekulani o‘zaro ta’sir $W_p$ **potensial energiyasi**ni ko‘ramiz. Uni quyidagicha topish mumkin. Molekulalar orasidagi masofani $dr$ ga ortganida molekulalararo natijali potensial kuch $F$ bajargan elementar $\delta A$ ishni hisoblaymiz:

$$\delta A=(F_r dr)= F_r dr \qquad (12.2)$$

Boshqa tomondan qaraganda bu ish molekulalarning o‘zarota’sir potensial energiyasini kamayishi hisobiga bajariladi:

$$\delta A= - dW_p \qquad (12.2`)$$

(12.2) va (12.2`) tenglamalardan

$$dW_p = - F_r dr \qquad (12.3)$$

bo‘lishi kelib chiqadi. (12.3) ifodani r bo‘yicha r dan ∞ gacha integrallab,

$$\int_{W_n(r)}^{W(\infty)} dW_p = -\int_r^{\infty} F_r dr ,$$

$$W_p\ (\mathrm{r})\text{-}\ W_p\ (\infty)=\int_{\mathrm{r}}^{\infty} \mathrm{F_r dr}$$

ifodani hosil qilamiz.

Cheksiz katta masofadan molekulalar o‘zaro ta’sirlashmaydi. Shuning uchun bir-biridan cheksiz uzoqdagi molekulalarning o‘zaro ta’sir potensial energiyasi $W_p(\infty)$ ni nol deb olish qulay. Natijada

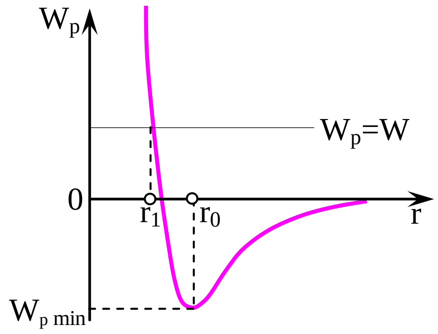
$$W_p = \int_r^{\infty} F_r dr \ . \qquad (12.4)$$

Agar $F_r$ kuchni $r$ ga bolanishi (12.1-rasm) berilgan bo‘lsa o‘ng tomonda turgan integrallni grafik usul bilan topish mumkin. U $F_r=F_r\ (r)$ egri chiziq, $r$ o‘q va $W_p$ ni topilishi kerak bo‘lgan qiymatiga mos $r\ (r=const)$ vertikal chiziq bilan chegaralangan yuzaga proporsional. 12.1-rasmdan ko‘rinadiki $r>r_o$ bo‘lganda o‘zarota’sir potensional energiya manfiy, chunki $F_r<0$. (12.3) dan ko‘rinadiki r = r$_o$ bo‘lganda

$$(dW_p/dr)_{r=ro} = - F_r(r_o)=0 \qquad (12.5)$$

bo‘ladi, ya’ni $W_p$ minimumga erishadi.

Molekulalar $r_o$ masofagacha yaqinlashganda ularning o‘zaro ta’sir potensial energiyalari kamayadi, kinetik energiyalari esa, mos holda ortadi. Bu ularning natijali o‘zaro tortishish kuchlarining *($r$ > $r_o$ da $F_r$<0)* bajargan musbat ishi hisobiga sodir bo‘ladi. Molekulalar orasidagi masofaning keyingi kamayishi, ular orasidagi natijali o‘zaro itarish kuchlariga *($r$<$r_o$* bo‘lganda *$F_r$>0)* qarshi ish bajarish bilan bog‘liq. Molekulalar orasidagi o‘zaro ta’sir 12.2-rasm potensial energiyasi r kamayishiga mos holda orta boshlaydi. $W_p$ bilan r orasidagi bolanish 12.2-rasmda ko‘rsatilgan.




12.2-rasm

**5.** Agar molekulalar bir-biridan yetarlicha uzoq masofaga joylashsa, ularning o‘zaro ta’sir potensial energiyasi nolga teng, bu konservativ sistemaning to‘liq energiyasi *W* esa uning $W_k$ kinetik energiyasiga teng. Molekulalarning maksimal yaqinlashish paytida $r<r_1$) ularning hamma kinetik energiyasi to‘liicha itarish kuchlari qarshi ish bajarishga sarflanib bo‘lar ekan $[W_k(r_1)=0]$, ularning o‘zaro ta’sir potensial energiyachi esa $W_p(r_1)=W$ bo‘ladi. Boshqa sharoitlar bir xil bo‘lganda, temperatura qancha yuqori bo‘lsa, $r_1$ masofa shuncha kichik bo‘ladi. Ammo $W_p$ ning musbat sohasida $W_p$ bilan *r* orasidagi bolanish shunchalik «tikki», gaz temperaturasining anchagina o‘zgarishi ham $r_1$ ni nisbatan katta bo‘lmagan o‘zgarishiga olib keladi. Shuning uchun birinchi yaqinlashishda $r_1$ faqat gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq bo‘lib, u molekulaning effektiv diametri *d* ni ifodalaydi deyish mumkin. Aytilganlardan ma’lum bo‘ladiki, molekulalarni diametri *d* bo‘lgan qattiq sharchalar ko‘rinishida tasavvur qilishining mumkinligi, real gaz molekulalari orasidagi masofaning kamayishi bilan o‘zaro itarish kuchining keskin ortib ketishi bilan bog‘liqdir.

**6.** Real gaz ikki molekulasining o‘zaro potensial energiyasini ular orasidagi masofa r ga bolanishi Lenard-Jons (1924) formulasi bilan yaxshi ifodalanadi:

$$W_p = - a_1/r^6 + a_2/r^{12}, \qquad (12.6)$$

bu yerda $a_1$ va $a_2$ gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq bo‘lgan musbat doimiy koeffitsientlar. (12.6) ifodani r bo‘yicha differensiallab, real gaz ikki molekulasi orasidagi natijali o‘zaro ta’sir kuchining proeksiyasi $F_r$ bilan r orasidagi bog‘lanishni topamiz:

$${}_r = -\frac{dW_n}{dr} = -\frac{c_1}{r^7} + \frac{c_2}{r^{13}}, \qquad (12.7)$$

bu yerda $c_1 = 6a_1$ va $c_2 = 12a_2$.

(12.7) formulani o‘ng tomonidagi birinchi had molekulalararo o‘zaro tortishish kuchiga mos keladi, uni ko‘pincha birinchi marta gazlarda molekulalararo o‘zaro ta’sirini hisob olishni boshlagan gollad fizigi Ya. D.Van–der–Vaal’s nomi bilan, Van–der-Vaal’s kuchlari deb ataladi. Molekulalararo tortishish kuchining uch turi farqlanadi: orientasion, induksion va dispersion. Ular bari elektr tabiatiga ega va molekulalar orasidagi masofaga *const/$r^7$* qonuniyat bilan bolangan. Orientasion tortishish kuchlari qutbli molekulalar orasida, induksion tortishish kuchlari qutbli va qutbsiz molekulalar orasida, dispersion tortishish kuchlari qutbsiz molekulalar va boshqa har qanday molekulalar jufti orasida ta’sir qiladi.

(12.7) formulaning o‘ng tomonidagi ikkinchi had molekulalar orasidagi itarish kuchlariga mos keladi. Bu kuchlar $r^{13}$ ga teskari proporsional, ya’ni molekulalar elektron qobiqlarini o‘zaro kirishishiga mos keluvchi kichik masofalarda juda kuchli yaqinlashganda ular orasida o‘zaro asosiy rolp o‘ynaydi. Molekulalar itarish kuchlarining vujudga kelishini kvant mexanikasida Paulining kvant taqidlash prinsipiga asoslanib tushuntirish mumkin bo‘ldi.

## 12.2-§. Van-der-Vaal’s tenglamasi.

**1.** Yuqorida 12.1-**§** da aytilganlardan ma’lum bo‘ladiki, birinchi yaqinlashishda real gaz molekulalarini faqat o‘zaro tortishish kuchlari ta’sir etuvchi d diametrli absolyut qattiq sharchalarga o‘xshatish mumkin. Molekulalarning kichik o‘lchamini hisobga olib, biz ular orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlariga ham e’tiborimizni qaratamiz. Van-der-Vaal’s tomonidan qabul qilingan gazning bunday modeli, real gazlar uchun Klayperon-Mendeleev tenglamasiga qaraganda mukammal holat tenglamasini yaratishga imkon berdi.

**2.** Real gazning har bir molekulasi $\upsilon=1/6\ \pi d^3$ hajmga ega. Shuning uchun real gaz molekulalari ideal gaz “nuqtaviy” molekulalariga qaraganda kamroq erkin harakat qiladi. Van-der-Vaal’s Klayperon-Mendeleev $rV_m=RT$ tenglamasidagi bir mol gaz egallagan idishni to‘liq hajmi $V_m$ ni “bo‘sh” hajmga almashtirish yo‘li bilan molekulaning xususiy hajmini hisobga oldi:

$$V_m^*=V_m-b \qquad (12.8)$$

bu yerda $b$ - molekulaning xususiy hajmi $\upsilon$ ga bog‘liq bo‘lgan Van-der-Vaal’s tuzatmasi. Bunda $b$ bir mol gazdagi barcha $N_A$ molekulalarning xususiy hajmidan to‘rt marta kattaligini isbot qilamiz:

$$b=4N_A\tilde{\upsilon} \qquad (12.9)$$

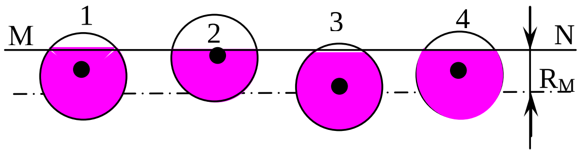
Isbotlash uchun ixtiyoriy molekulani markazi bilan mos tushuvchi d radiusli sferani ko‘ramiz. Bu sferaning ichida boshqa molekulaning markazi joylasha olmaydi. Bu sferaning hajmi $\upsilon$ unga urilayotgan boshqa hamma molekulalar uchun “taqiqlangan” hisoblanadi. U molekulaning xususiy hajmidan sakkiz marta katta:

$$\upsilon_t=(4/3)\pi d^3=8\tilde{\upsilon}\,.$$

Odatdagi zichlikdagi gazlarda bir vaqtning o‘zida uchta va undan ko‘ molekulalarning urilish ehtimolligi juda kichik. Shuning uchun ikki molekulaning urilish holi bilan chegaralanish mumkin. Har bir molekula $\upsilon_t$ hajmga ikki marta to‘qnash keladi: birinchisi boshqa molekulaga o‘zi urilayotganda, ikkinchisi unga boshqa molekula urilayotganda. Qayta hisoblaganda bitta molekula uchun “taqiqlangan” hajm $1/2\upsilon_t=4\tilde{\upsilon}$ ga teng.

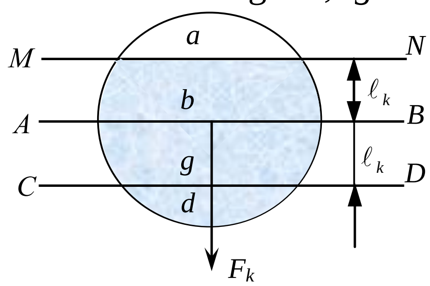
Van-der-Vaal’s tuzatmasi $b$ hamma $N_A$ molekulaga to‘ri keladigan “taqiqlangan” hajmdan iborat, ya’ni $b=4\tilde{\upsilon}N_A$. Shuni isbotlashimiz kerak edi (12.9) dan $b$ ning qiymati molekulaning effektiv diametriga, ya’ni gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq.

**3.** Molekulalar orasidagi o‘zaro tortishish kuchlarini hisobga olish ancha murakkabdir. Bu kuchlar molekulalar orasidagi masofa ortishi bilan juda tez kamayadi. Har bir molekula undan $r\le R_m$ masofada joylashgan molekulalar bilan o‘zaro ta’sirlanadi, deb hisoblash mumkin, bunda $R_m$ – **molekulyar ta’sir radiusi** bo‘lib, u $10^{-9}\ m$ tartibidagi qiymatga ega. Molekula atrofiga qurilgan $R_m$ raidusli sfera uning **molekulyar ta'sir sferasi** deyiladi. Agar molekula idish devorlaridan uzoqda joylashgan bo'lsa, uning molekulyar ta'sir sferasi boshqa molekulalar bilan shunday to'lgan bo'ladiki, bunda ko'rilayotgan molekula uchun natijali tortishish kuchlari nolga teng. Idish devorlari *MN* yaqinida joylashgan molekulalardagi ahvol butunlay boshqacha (12.3-rasm). Ularda molekulalarning ta'sir sferasi faqat qisman gazning ichida joylashgan bo'ladi (12.3-rasmdagi bo'yalgan sohalar). Devor chegarasidagi gaz qatlamida joylashgan ixtiyoriy *K* molekulaga teng ta'sir etuvchi natijali tortishish kuchini topamiz. Buning uchun *K* molekulaning molekulyar ta'sir sferasini to'rtta sohaga bo'lamiz: *a*, $\delta$, *g*, $\partial$ (12.4-rasm). *AB* va *CD* tekisliklar *MN* devor tekisligiga parallel holda o'tkazilgan. Shu bilan birga *CD* va MN tekisliklar *AB* diametrial tekislikka nisbatan simmetrik joylashgan. Bunda *b*, *g*, $\partial$ sohalar *a* sohadan farqli holda gaz molekulalari bilan to'lgan.



12.3-rasm

*K* molekulaga *b*, *g* shar qatlamlarida joylashgan molekulalar tomonidan ta'sir etadigan kuchlar o'zaro muvozanatlashadi. K molekulani $\partial$ shar segmentida joylashgan molekulalar tomonidan ta'sir etuvchi tortishish kuchi hech narsa bilan kompensatsiyalanmaydi, chunki *a* segmentda gaz molekulasi yo'q*. Ma'lumki, natijali kuch $F_k$ devorga tik holda gazning ichiga yo'nalgan (12.4-rasm). Maskur gaz uchun $\partial$ segmentda qancha ko'p molekula joylashsa, idish devoriga nisbatan *K* molekulaning aniq holati uchun $F_k$ kuch shuncha katta bo'ladi. Boshqacha so'z bilan aytganda, bu kuch gaz molekulalari konsentratsiyasiga proporsional:



12.4-rasm

$$F_k = a_k \cdot n_0 \ , \tag{12.10}$$

bu yerda $a_k$ gazning kimyoviy tarkibiga va *K* molekula markazidan idish devoriga bo'lgan masofaga bog'liq.

Agar  bo'lsa, *a*, $\partial$ sohalar yo'qoldi va $F_k = 0$ bo'ladi. Shunday qilib, idish devoridan $R_M$ va undan katta masofada joylashgan molekulalarni "ichki" molekulalar deb hisoblash mumkin.

**4.** $F_k$ kuchning ta'siri idish devoriga qo'shni qatlamdagi molekulalarni idish devori yo'nalishida sekinlanuvchan harakat qilishga olib keladi. Ular o'zlarini xuddi prujinaga mahkamlangan sharchalardek tutadilar va harakatlanish jarayonida kinketik energiyalarini kamayishi hisobiga uni cho'zadi. Shuning uchun molekulalarning idish devoriga urilishi ancha yumshoq bo'ladi. Real gaz molekulalarini idish devoriga bergan bosimi $p$, shu temperatura va konsentratsiyada ideal gaz molekulalari bergan bosimga $p_{id}$ qaraganda kichik

$$p = p_{id} - p^* \tag{12.11}$$

yoki

$$p_{id} = p + p^* \ , \tag{12.11`}$$

* Idish devori zarralarining ta'sirini e'tiborga olmaymiz.

bu yerda $p^*$ – molekulalarning o‘zaro tortishish kuchlari ta’siri tufayli hosil bo‘lgan bosim (ichki bosim).

Gazni ichida molekulalarning o‘zaro tortishish kuchlari ularning harakatiga ta’sir etmaydi va gazni bosimi $p_{id}$ ga teng. Devorda u bu bosimdan kichik va *r* ga teng. Gazdagi qo‘shimcha bosim $p^*$ ni, devor chegarasidagi molekulalar qatlami hosil qiladi. U $F_k$ kuchlar tufayli hosil bo‘ladi va quyidagiga teng:

$$p^* = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n} F_k\,, \tag{12.12}$$

bu yerda $F_k$ kuchlar summasi gazning chegara qatlamidagi barcha n molekulalar uchun taalluqli, *S*-idish devorlarining yuzasi. (12.10) formula bo‘yicha $F_k$ kuchni almashtirib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$p^* = \frac{n_o}{S}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

yoki

$$p^* = n_o n<a>/S,$$

bu yerda $<a> = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_k$ – gazning kimyoviy tabiatiga bog‘liq bo‘lgan, chegara qatlamidagi barcha molekulalar uchun $a_k$ koeffitsientning o‘rtacha qiymati. Chegara qatlam ichidagi molekulalar soni $n=SR_M n_o$ bo‘ladi. Bu ifodani (12.13) ga qo‘yib,

$$p^* = <a> R_M n_o^2 = a' n_o^2 \tag{12.14}$$

ifodani hosil qilamiz, bu yerda $a'_1 = <a> R_m$. Molekulalar konsentratsiyasi

$$n_0 = \frac{\rho}{m_0} = \frac{M}{m_0}\frac{1}{V_m} \tag{12.15}$$

bo‘ladi. (12.14) va (12.15) tenglamalardan

$$P^* = \frac{a'M^2}{m_o^2}\frac{1}{V_m^2} = \frac{a}{V_m^2} \tag{12.16}$$

formulaga ega bo‘lamiz. Van-der-Vaal’s koeffitsienti $a=a'M^2/m_o^2$ faqat gazning kimyoviy tabiatiga bog‘liq. (12.16) va (12.11`) formulalardan gaz ichidagi bosim uchun

$$p_{id} = p + \frac{a}{V_m^2} \tag{12.17}$$

ifodani olamiz. Bu yerda r gazning idish devorlariga bergan bosimi.

**5.** Klayperon-Mendeleev tenglamasidagi $V_m$ o‘rniga $V_m–b$ ni, $p$ ni o‘rniga $p_{id}$ ni qo‘yib, goland fizigi Van-der-Vaal’s (1873) chiqargan va uning nomi bilan ataluvchi real gaz holat tenglamasini hosil qilamiz:

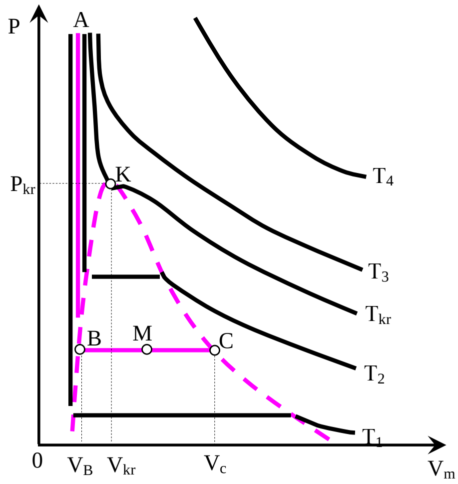
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT\ . \tag{12.18}$$

(12.18) tenglamani *m/M* mollar soniga ko‘paytirib va $mV_m/M$ ni *V* bilan almashtirib, *m* ixtiyoriy gaz massasi uchun Van-der-Vaal’s tenglamasini olamiz:

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2}\frac{a^2}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{M}\mathrm{b}\right) = \frac{m}{M}RT\ . \tag{12.18`}$$

## 12.3-§. Real gaz izotermalari. I va II jins faza o‘tishlar haqida tushuncha

**1.** Ingliz fizigi T. Endryus (1866) karbonat angidrid gazini izotermik siqish vaqtida uning molyar hajmini bosimga bog‘liqligini eksperimental o‘rgandi. Bu tajribalar natijasi 12.5-rasmda ko‘rsatilgan *($T_1$<T< $T_2$< $T_k$< $T_3$< $T_4$)*. *$T_k$=340K* temperaturadan kichik temperaturalarda izotermaning har birida $BC$ gorizontal soha bor, bu sohada na faqat temperatura, balki bosim ham doimiy $p = p_B$, molyar hajm esa $V_B$ dan $V_C$ gacha bo‘lgan oraliqdagi har qanday qiymatni olishi mumkin. Temperatura pasayishi bilan izotermaning gorizontal sohasining ikki chekka nuqtalaridagi $V_C - V_B$ hajm farqi ortib boradi. 12.5–rasmdan ko‘rinadiki, temperatura, **kritik temperatura** deb ataluvchi $T_{кр}$ ga yaqinlashganda, bu hajmlar farqi nolga intiladi. Izotermada $T = T_{кр}$ temperaturaga mos keluvchi **kritik nuqta** deb ataluvchi bitta $K$ nuqtada (uni **kritik izoterma** deyiladi) $B$ va $C$ nuqtalar qo‘sxiladilar. Unga mos $p_{kr}$ va $V_{kr}$ larni kritik bosim va kritik molyar hajm deyiladi. Kritik nuqta izotermaning egilish nuqtasiga $T = T_{кр}$ mos tushadi, shu bilan birga bu nuqtada izotermaga o‘tkazilgan urinma $V_m$ o‘qqa parallel.



12.5-rasm

**2.** Kritik izotermaning ostidagi $(T < T_{кр})$har qanday izotermani uchta harakaterli sohalarga bo‘lish mumkin: *TC*, *CB* va *BA*. Birinchi va uchinchi sohalarda molyar hajm kamayishi bilan bosim monoton holda ortadi. *CB* sohada karbonat angidridni siqish uning bosimini o‘zgarishiga olib kelmaydi. Bu kritik izotermagacha bo‘lgan o‘ziga xos izotermagacha $CO_2$ gazining turli agregat holatlarni o‘z ichiga olishi bilan bog‘liq. Tajribalar ko‘rsatadiki, $TC$ sohada karbanat angidrid gaz holatda, $BA$ sohada esa suyuq holatda bo‘ladi. Suyuqlikning siqiluvchanligining kichikligi izoterma $BA$ sohasini deyarli vertikal bo‘lishiga olib keladi.

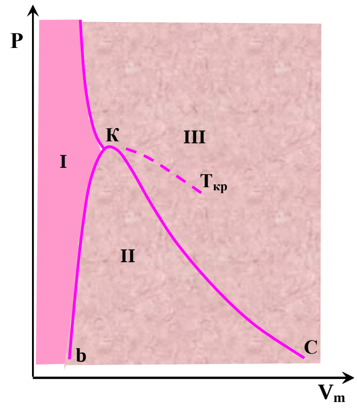
$BC$ sohada karbanat angidrid bir vaqtning o‘zida ikki agregat holatda bo‘ladi: suyuq va gaz holatda $C$ nuqta izotermik siqilishda $CO_2$ da kondensatsiyaning boshlanishiga, V nuqta esa kondensatsiyani tugallanishiga mos keladi. Aksincha, suyuq $CO_2$ ni izotermik kengayishdagi $B$ nuqta uning qaynashiga, $C$ nuqta esa qaynashning tugashiga mos keladi. Demak, $B$ nuqta **qaynayotgan suyuqlik** holatiga, $C$ nuqta esa **quruq to‘yingan bug‘** holatiga mos keladi. $BC$ sohadagi ixtiyoriy $M$ nuqtada $CO_2$ qaynayotgan suyuq va quruq to‘yingan bu arralashmasidan iborat bo‘ladi. Bunday arralashma **nam bug‘** deyiladi.

Bir jinsli bo‘lmagan, nam buga o‘xshagan sistemani tahlil qilish uchun termodinamikada faza tushinchasi kiritiladi.

*Sistemaning bir xil kimyoviy tarkibga ega bo‘lgan, bir xil holatda turgan va chegaraviy sirt bilan ajtatilgan zarralari to‘plamiga faza deyiladi.*

Shunday qilib, nam bug‘ ikki fazali sistemadan tashkil topgan-qaynayotgan suyuqlik bir faza bo‘lsa, to‘yingan quruq bug‘ esa boshqa fazadir.

**3.** Agar *p-$V_m$* diagrammadagi turli temperaturalardagi $b$ va $c$ nuqtalarni tutashtirsak, *K* kritik nuqtaga tutashgan ikkita *bK* va *cK* chegaraviy egri chiziqni olamiz (12.6-rasm). Chegaraviy *bK* qaynash chizig‘i, moddaning bir fazali ***I*** suyuq holat sohasini, uning ikki fazali nam bug‘ holatdagi ***II*** sohadan ajratib turadi. U boshlang‘ich **fazaviy o‘tishning** suyuq holatdan gaz holatga va teskari faza o‘tishning oxirida gaz holatdan suyuq holatga faza o‘tishni ko‘rsatadigan egri chiziqdir. Chegaraviy kondensatsiya sK egri chizig‘i, ikki fazali II sohani, gaz holatdagi bir fazali ***III*** sohadan ajratib turadi. Kritik bosimdan katta bosimlarda ikki fazali holat sohasi bo‘lmaydi. Modda yo suyuq holatda, yo gaz holatda bo‘ladi. Ular orasidagi chegara vazifasini kritik izoterma bajaradi. Demak, gazning temperaturasi kritik temperaturadan yuqori bo‘lsa, uni izotermik siqish bilan suyuq holatga o‘tkazib bo‘lmaydi. Kritik temperaturalari juda past bo‘lgan ayrim gazlarni (geliyniki $t_{kr} = -268\ ^0C$, vodorodniki $t_{kr} = -240\ ^0C$, neonniki $t_{kr} = -228\ ^0C$ va boshqalar) suyuqtirishga bo‘lgan birinchi urinishlar o‘z vaqtida muvoffaqiyatsizlikka uchradi. Bunga sabab bu gazlarning kritik temperaturalari noma’lum edi, ular $t > t_{kr}$ bo‘lgan katta temperaturada izotermik siqish bilan suyultirishga urinishdi.



12.6-rasm

**4.** Kritik nuqtaning ajoyibligi shundaki, unga yaqinlashganda moddaning suyuq va gaz holatlari orasidagi farq yo‘qoladi. Kritik holatda qaynayotgan suyuqlik va quruq to‘yingan bug ‘ molyar hajmlari orasidagi farq, bug‘lanish solishtirma issiqligi va suyuqlikning sirt tarangligi nolga aylanadi. Kritik holatda suyuq va gaz holatdagi moddalar orasidagi farqli yo‘qolishini quyidagi tajribada namoyish qilish mumkin. Kovsharlangan shisha ampulani ichiga suyuq efir $\left(t_{kr} = 194\ ^0C\right)$ joylanadi. Efirning suyuq va gaz holatdagi fazalari orasida aniq bo‘linish chegarasi bor (suyuqlik sirti botiq bo‘ladi). Ampulani qizdirish temperaturani va efir buining bosimini ortishiga, sirt taranglik kuchlarini kamayishiga va suyuqlik sirti botiqligini yo‘qolishiga olib keladi. Kritik holatga yetganda suyuqlik bilan bu orasidagi chegara yo‘qoldi. Agar ampuladagi efirni kritik temperaturadan yuqoriroq temperaturagacha qizdirilsa va keyin sovutilsa, kritik temperaturadan o‘tish vaqtida ampulada bor narsani birdaniga xiralashishi (zichlikning fluktuatsiyasi tufayli) sodir bo‘ladi. Bundan keyin yana suyuqlik bilan buning keskin chegarasi paydo bo‘ladi.

Birinchi marta muvozanatda turgan har qanday modda uchun suyuq va gaz holat fazalari orasidagi farq yo‘qoladigan temperatura bo‘lishi zarurligi haqidagi xulosani D.I.Mendeleev chiqargan. U suyuqlik sirt tarangligini temperaturaga bog‘liqligini o‘rganib, qandaydir temperaturada sirt taranglik koeffitsienti nolga teng bo‘lib qoladi, degan xulosaga keldi. Mendeleev bu temperaturani “absolyut qaynash temperaturasi” deb atadi. Keyinchalik turli moddalarning kritik temperaturalarini Kiev universitetining professori M.P. Avenarius va uning shogirdlari har tomonlama o‘rgandi.

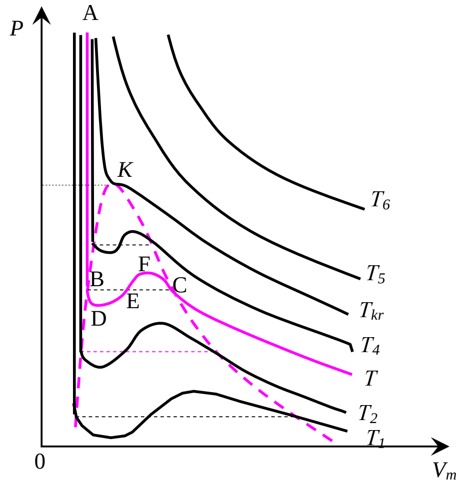
**5.** Van-der-Vaal’s tenglamasi gazlarning suyultirish jarayonning ba’zi xususiyatlarini sifat jihatdan to‘ri tasvirlaydi. Bu tenglamani quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$pV_m^3 - (pb+RT)\,V_m^2 + a\,V_m - ab = 0 \qquad (12.19)$$

Biz molyar hajmga nisbatan uchinchi darajali tenglama oldik. Tenglamadagi koeffitsientlar bosimga, temperaturaga va gazning kimyoviy tarkibiga bog‘liq. Muayan gaz uchun bu tenglama $p$ va $T$ ning qiymatlariga bog‘liq holda yo bitta, yo uchta haqiqiy ildizga ega bo‘lishi mumkin. Van-der-Vaal’s tenglamasiga *bo‘ysunuvchi* gaz izotermalari

12.7-rasmda ko‘rsatilgandek ko‘rinishda bo‘ladi, bunda $T_1<T_2<T<T_3< T_k< T_5< T_6$.

$T< T_{kr}$ temperaturalarda bosimning har bir qiymatiga izotermaning uchta nuqtasi mos keladigan sohasi, ya’ni uchta har xil izotermik holatlari bor. Temperatura ko‘tarilgan sari bu uchta nuqta bir-biriga yaqinlashib boradi va $T=T_{kr}$ bo‘lganda izotermaning egilish nuqtasi bo‘lgan *K* nuqtada ular tutashadilar. Izotermaning K nuqtasiga o‘tkazilgan urinma absissa o‘qiga parallel. $T>>T_{kr}$ temperaturada Van-der-Vaal’s izotermasi teng yonli giperbolaga ideal gaz izotermasiga yaqin.



12.7-rasm

**6.** Van-der-Vaal’s izotermalarini (12.7-rasm) real gazlar eksperimental izotermalari bilan solishtirish (masalan 12.5-rasm bilan) shuni ko‘rsatadiki, Van-der-Vaal’s izotermalari na faqat moddaning gaz ko‘rinishidagi holatini, balki ikki fazali sohalari va suyuq holatlarini ham o‘z ichiga oladi. Suyuq holatga izotermaning keskin yuqoriga ko‘tariluvchi chap sohasi mos keladi. Ammo bu sohada eksperiment natijalari bilan faqat sifat jihatdan moslik mavjud.

Van-der-Vaal’s izotermasining to‘lqin shaklidagi *BDEFC* sohasi (12.7-rasm) moddaning ikki fazali sohasiga taaluqli bo‘lib, u eksperimental izotermaga mos keluvchi gorizontal sohadan (*BC* shtrixlangan to‘ri chiziq) tubdan farq qiladi. Termodinamikaning ikkinchi qonuniga asosan ko‘rsatish mumkinki, to‘ri chiziq *BDEFC* izoterma sohasini bir-biriga teng bo‘lgan *BDEB* va *EFCE* yuzalarga bo‘ladi (Maksvell qoidasi).

**7.** Tajribalar ko‘rsatadiki, Van-der-Vaal’s izotermasini *BDEFC* sohasiga mos keluvchi ba’zi holatlarni haqiqatdan ham amalga oshirish mumkin. Masalan, suyuqlikni qaynash jarayonnini undagi mexanik aralashmalarni yo‘qotish va isitishni silliq devorli idishda amalga oshirish bilan ushlab turish mumkin. Bunda turli holatlari *CD* chiziq nuqtalariga mos keluvchi **o‘taqizigan suyuqlik** olinadi. Shunga o‘xshash, chang zarralari, ionlar va kondensatsiyaning boshqa markazlari bo‘lmagan gazni oxista izotermik siqish bilan izotermaning S sohasiga mos keluvchi o‘tato‘yingan bu hosil qilish mumkin. O‘tato‘yingan buga chang zarrasi yoki ion kiritilsa, uni juda tez kondensatsiyalanishi sodir bo‘ladi. Bu hodisadan Vilpson kamerasida zaryadli zarralarning traektoriyasini kuzatishda foydaniladi. Izotermaning DEF sohasini amalga oshirib bo‘lmaydi.

$T=T_{kr}$ temperaturada izoterma kritik, bu izotermaning *K* egilish nuqtasi esa kritik nuqtasi bo‘ladi. Van-der-Vaal’s tenglamasiga bo‘yi so‘nuvchi gazlar uchun kritik holat parametrlari $p_{kr}$, $T_{kr}$ va $V_m$ molyar hajmlarni universal gaz doimiysi *R* hamda *a* va *b* koeffitsientlar orqali ifodalash mumkin:

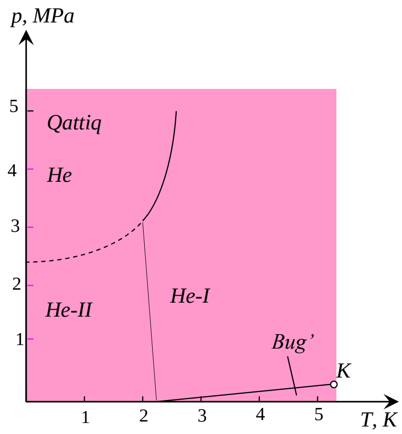
$$R_{kr}=\frac{1}{27}\frac{a}{b^2}, \qquad V_{kr}=3b, \quad T_{kr}=\frac{8}{27}\frac{a}{b^R} \quad . \tag{12.20}$$

**8.** Tashqi sharoitning o‘zgarishi tufayli moddani bir fazadan boshqasiga o‘tishning ikki turi farqlanadi: **birinchi (I) va ikkinchi (II) jins fazaviy o‘tishlar**. Birinchi jins faza o‘tishda moddaning zichlik, solishtirma va molyar hajmlari, tarkibi konsentratsiyalari kabi xarakteristikalari sakrab o‘zgaradi va bunda eng muhimi shundan ibratki, faza o‘tishda issiqlik ajraladi yoki yutiladi. Uni **fazaviy o‘tish issiqligi** deyiladi. Birinchi jins faza o‘tishlarga misol qilib, moddaning bir agregat holatdan boshqasiga o‘tishini (bulanish va kondensatsiya, erish va kristallashish, sublimasiya va unga teskari bo‘lgan gazsimon fazadan kondensatsiyalanish jarayonida qattiq fazaga o‘tish), qattiq jismlarning bir kristall modifikatsiyadan boshqasiga fazaviy aylanishini, kuchli magnit maydoni ta’sirida moddaning o‘tao‘tkazuvchanlik holatdan normal holatga o‘tishini olish mumkin.

II jins faza o‘tishda issiqlik yutilmaydi va ajralmaydi (II jins faza o‘tish issiqligi nolga teng), zichlik uzluksiz o‘zgaradi, lekin molyar issiqlik siimi va boshqalar sakrab o‘zgaradi. II jins faza o‘tishlarga misol qilib ayrim metall va qotishmalarning past temperaturalarda normal holatdan o‘tao‘tkazuvchan holatga o‘tishni, suyuq geliyning *He-I* modifikatsiyadan boshqa o‘taoquvchan (12.4-§ ga qarang) xossasiga ega bo‘lgan *He-II* modifikatsiyaga o‘tishini, magnit moddalarni Kyuri nuqtasi deb ataluvchi aniq temperaturagacha qizdirganda ferromagnit holatdan paramagnit holatga o‘tishini olishimiz mumkin.

## 12.4-§. Geliyning o‘ta oquvchanligi

**1.** P.L. Kapisa (1938) geliyning o‘ta oquvchanlik hodisasini ochdi, u suyuq *He-II* ni tor tirqishdan va kapilyardan ishqalishsiz oqib o‘tish qobilyatidan iborat. Geliy eng past kritik temperaturali ($T_{kr}=5,2K$, $R_{kr}=0,23\ MPa$) moddadir. Uni qattiq holatga faqat 2,5 *MPa* bosimdan katta bosimlarda o‘tkazish mumkin. *T–p* holat diagrammasi 12.8-rasmda keltirilgan. *He-I* ni *He -II* o‘tishi $\lambda$ nuqta deb ataluvchi o‘tish temperaturasi $T_\lambda$ bosimga bog‘liq bo‘lib, to‘yingan bu bosimi *5,1 kPa* dan *3,04 mPa* gacha ortganda $T_\lambda$ mos holda 2,17 *K* dan 1,78 *K* gacha o‘zgaradi.



12.8-rasm

Gelii-I ham o‘zini taxminan past temperaturalarda suyultirilgan boshqa gazlardek (masalan, vodorod, neon va boshqalar) tutadi. Uning issiqlik o‘tkazuvchanligi katta emas [~4mJ/(K·m·s)] yopishqoqligi esa kichik, lekin noldan farqli. *He-II* issiqlik o‘tkazuvchanligi nihoyat darajada ulkan. U *He-I* ning issiqlik o‘tkazuvchanligidan bir necha million marta ortiq. *He-II* ning yopishqoqlik xossalari judayam g‘alatidir. Bir tomondan u o‘taoquvchan xossasiga ega, ya’ni u ingichka tirqish va kapilyarlarda xuddi yopishqoqli nolp bo‘lgan suyuqlikdek o‘tadi. Boshqa tomondan tajribalar ko‘rsatadiki, u noldan farqli yopishqoqlikka ega; $T_\lambda$ temperaturaga yaqin temperaturada diskning erkin aylanma tebranishi, u *He-I* da yoki *He-II* da joylashganidan qat’iy nazar bir xilda so‘nadi.

**2.** L.D.Landau (1941) o‘taoquvchanlik nazariyasini ishlab chiqdi, bu nazariyaga ko‘ra *He-II* bir-birini ichiga kiruvchi ikki suyuqlik yiindisidan iborat: normalp va o‘taoquvchan. O‘taoquvchan tashkil etuvchi energiya ko‘chirishda qatnashmaydi, tor tirqish va kapilyarlarga erkin kirib, ishqalanishsiz harakatlanadi. *He-II* ning normal tashkil etuvchisi yopishqoqlikka ega va energiya olib o‘tishda ishtiroq etadi. Normal va o‘taoquvchan tashkil etuvcxilar orasidagi munosabat temperaturaga bog‘liq: $T=0\ K$ temperaturada hamma *He-II* faqat o‘taoquvchan tashkil etuvchidan, temperatura $T=T_\lambda$ bo‘lganda esa faqat normal tashkil etuvchidan tarkib topgan bo‘ladi. Temperatura $T<T_\lambda$ bo‘lganda *He-II* ning har ikki tashkil etuvchisi ham mavjud bo‘ladi va ular bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan holda harakatlanadilar.

Landau nazariyasi *He-II* ning ko‘pgina o‘ziga xos xossalarini tushuntirishga imkon berdi. *He-II* ning o‘taoquvchanligi tor tirqish va kapilyar orqali faqat uning ishqalanishsiz harakatlanuvchi o‘taoquvchan tashkil etuvchisini o‘tadi va normal tashkil etuvchisini esa yopishqoqlik kuchlari tufayli ulardan deyarli o‘tmaydi. Bunday vaqtda diskning suyuq *He-II* dagi erkin aylanma tebranishlari *He-II* ning normal tashkil etuvchisidagi ichki ishqalanish kuchlari hisobiga so‘nib qoladi.

*He-II* ning ulkan issiqlik o‘tkazuvchanligi, unda bir vaqtning o‘zida bir-birini kompenasiyalovchi normal va o‘taoquvchan oqimlarning borligi bilan izohlanadi. Normal tashkil etuvchisi temperaturaning kamayish yo‘nalishda, o‘taoquvchani esa teskari yo‘nalishda harakatlanadi. *He-II* A idishdan *B* idishga kapilyar trubka orqali oqib o‘tishda mexanmonokalorik effekt kuzatiladi, ya’ni *A* idishning temperatura ortadi, *B* idishniki esa pasayadi. Bu hodisaning sababi shundaki, *A* idishdan *B* idishga kapilyar orqali *He-II* ning energiya olib o‘tmaydigan o‘taoquvchan tashkil etuvchisi oqib o‘tadi. Shuning uchun A idishda qolgan geliyning hamma ichki energiyasi kichik massada taqsimlangani uchun bu idishdagi temperaturaning oshishiga olib keladi. Aksincha, *B* idishdagi geliyni massasi ortadi, temperaturasi esa mos holda pasayadi.

Lendau nazariyasi *He-II* da V.P. Peshkov tomonidan (1944) eksperimental topilgan **ikkinchi tovushning** bo‘lishini oldinda bashorat qilishga imkon berdi. Muhitda zichlik va bosimning tebranishi bilan tarqaluvchi odatdagi tovushdan farqli ravishda, ikkinchi tovush, *He-II* da uning normalp tashkil etuvchisi zichligini va mos holda uning temperaturasini tebranishidan iborat.

**3.** *He-II* ning o‘taoquvchanligi haqidagi hozirgi zamonning ba’zi asosiy tushunchalarini ko‘ramiz. Dastavval shuni aytish kerakki, faqat kvant nazariyasi nima sababdan juda past temperaturada va normalp bosimda aynan geliy yagona muzlamaydigan suyuqlik ekanini tushuntirib berdi. Kvant nazariyasi klassik tasavvurlardan farqli o‘laroq mumkin bo‘lgan har qanday past temperaturada ham moddada (*T=0 K* temperaturada ham) atom va molekulalarning “nolp” tebranishi mavjud bo‘ladi. Unga moddadan olib bo‘lmaydigan “nolp energiya” mos keladi. Modda 0K yaqinida suyuq yoki qattiq holatda bo‘ladimi, degan savolga beriladigan javob, kristall panjara hosil qilishga olib keluvchi molekulalararo tortishish kuchi bilan uni hosil bo‘lishga monelik qiluvchi nolp tebranishni qaysi birlari asosiy rolp o‘ynashiga bog‘liq.

Geliyda atomlar orasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari juda kuchsiz, “nolp tebranish” esa geliy atomlarining yengilligi tufayli juda jadal. Shuning uchun odatdagi bosimda geliyda kristall panjara hosil bo‘lmaydi va u muzlamaydi. Juda past temperaturalarda geliydagi issiqlik harakat, qandaydir elementar “issiqlik qo‘zalishlarning” to‘plamidan iborat, deb qaraladi. Kvant nazariyada issiqlik qo‘zalishlar energiyasi faqat porsiyalar-kvantlar bilan o‘zgarishi isbotlangan.

*He-II 0 K* dan qandaydir kichik temperaturagacha isitish, unda “elementar qo‘zalishni” paydo bo‘lishiga olib kelishi kerak. Bu qo‘zalishni paydo bo‘lishi, suyuqlikdagi ichki energiya zaxirasi va unda ishqalanishning borligi bilan bog‘liq.

Suyuq *He-II* ning normal qismi, elementar issiqlik qo‘zalishi hosil bo‘ladigan suyuqlikning qismini ifodalaydi. Ammo geliydagi elementar qo‘zalishni energiya va impulsning saqlanish qonuniga asosan mufassal ko‘rib o‘tishdan, elementar qo‘zarish paydo bo‘lmaydigan *He-II* ning holati bo‘lishi mumkinligi kelib chiqadi. Bu holatga geliyning o‘taoquvchan qismi mos keladi. ***He-II* ning o‘taoquvchan qismi zarralari bir-biri bilan juda kuchli ta’sirlashadi va baozan kondensat deb ataluvchi bolangan kollektiv hosil qilishi ma’lum bo‘ldi.** *He-II* ning o‘taoquvchan qismida zarralarni o‘zaro kuchli ta’sirlashi tufayli issiqlik “qo‘zalishi” paydo bo‘lmaydi va geliyning bu qismi ichki energiya zaxirasiga ega emas. 0K da, “elementar qo‘zalish” bo‘lmaganda hamma *He-II* o‘taoquvchan bo‘ladi va uning normalp tashkil etuvchisi qatnashmaydi. Temperatura ortishi bilan “qo‘zallishlar” soni o‘sadi va *He-II* da uning normalp qismining ulushi ortadi. Ammo $T_\lambda$ temperaturagacha *He-II* o‘taoquvchan qismi barcha o‘ziga xos xossalari bilan saqlanadi.

## 12.5-§. Real gazning ichki energiyasi. Joul-Tomson effekti

**1.** Real gazning ichki energiyasi molekulalarning betartib harakat kinetik energiyasi $W_k$ bilan ularning o‘zaro ta’sir potensial energiyalarining yiindisiga teng:

$$U=W_k+W_n \qquad (12.21)$$

Biz molekulalarning o‘zaro tortishishi, idish devori chegarasidagi gaz qatlamida joylashgan, uncha ko‘p bo‘lmagan sondagi molekulalarning harakatiga ta’sir qilishni qayd qilgan edik. Shuningg uchun yetarlicha aniqlikda bir mol real gaz uchun $W_k$ shu temperaturadagi bir mol ideal gazning $W_k$ bilan mos tushadi deb hisoblash mumkin. Ideal gazning ichki energiyasi $U_{id}$ faqat molekulalarning tartibsiz harakat kinetik energiyalaridan iborat, shuning uchun

$$W_k=U_{id}=\int_0^1 S_V dT, \qquad (12.22`)$$

bu yerda $C_v$-gazning izoxorik jarayondagi molyar issiqlik siimi.

$C_v$ ni temperaturaga bog‘liqligini eotiborga olmasak*,

$$W_k=C_vT \qquad (12.22`)$$

hosil bo‘ladi. Shunday qilib bir mol real gazning ichki energiyasi

$$U_m=C_vT+W_n \qquad (12.23)$$

bo‘ladi. O‘zaro potensial energiya $W_n$ molekulalar orasidagi masofaga bog‘liq bo‘lgan molekulalararo o‘zaro ta’sir kuchlari bilan aniqlanadi. Har bir molekula ko‘p sondagi boshqa molekulalar bilan ta’sirlashadi. Shuning uchun muayan gaz uchun $W_n$ molekulalar orasidagi o‘rtacha masofaga bog‘liq bo‘lishi kerak, masofa esa o‘z navbatida gazning molyar hajmi $V_m$ bilan bir qiymatli aniqlanadi. Demak, izoxorik jarayonda $W_n=const$ bo‘ladi va (12-23) dan ko‘rinadiki, real gaz uchun ichki energiyaning o‘zgarishi $dU_m$ xuddi ideal gaznikidek bo‘ladi:

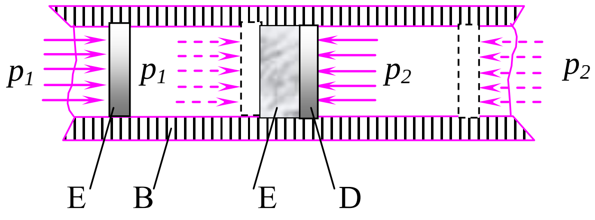
$$dU_m=C_vdT\ (V_m=const).$$

**2.** Ingliz fiziklari J.*Joul* va U.Tomson (1853-1854) gaz ish bajarmasdan adiabatik kengayganda uning temperaturasining o‘zgarishini tajribada aniqladilar. Gazning bunday qaytmas kengayish jarayoni **adiabtik drossellash** deyiladi, jarayonda temperaturaning o‘zgarishini ***Joul–Tomson* effekti** deyiladi.

---

* Umumiy holda (12.22) ni o’rniga $W_к=\langle C_v\rangle T$ yozish kerak, bu erda $\langle C_v\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T C_v dT$ – gazning *0 K* dan T gacha bo’lgan oraliqdagi o’rtacha molyar issiqlik sig’imi.

Jaulp va Tomsonlar tajribasining sxemasi 12.9-rasmda keltirilgan. Issiqlikdan himoyalangan *B* truba o‘rtasiga ovak *C* to‘siq (drosselp) qo‘yilgan. Harakatlanuvchi ye va *D* porshenlar yordamida tekshiriluvchi gazning to‘siqning o‘ng va chap tomonlaridagi bosimlari $p_1$ va $p_2$ lar doimiy ushlab turiladi ($p_1 > p_2$). Hosil bo‘lgan bosimlar farqi $\Delta p = p_1 - p_2$ ta’sirida gaz to‘siqdan sizib o‘tadi, natijada gaz r$_1$ bosimdan r$_2$ bosimgacha kengayadi. Bunda gaz tomonidan bajarilgan kengayish to‘liicha droselda o‘tishdagi ishqalanishni yengishga sarflanadi, ishqalanish vaqtida ajralgan issiqlik $Q_{ishq}=A_{ishq}$ esa gazning isishiga ketadi.




12.9-rasm

Termodinamikaning birinchi qonuniga ko‘ra gazni drosselp orqali o‘tishda ichki energiyaning o‘zgarishi

$$\Delta U = Q + A'$$

ga teng.

Gazga berilgan issiqlik miqdori Q, gaz bilan tashqi muhit orasida issiqlik almashishi yo‘qligi uchun $Q_{ishq}$ ga teng. Gaz ustida tashqi kuchlarning bajargan ishlari harakatlanuvchan ye ($A_1'$ ish) va $D_A$ ($A_2'$ ish) porshenlarning va ishqalanish kuchlari ishi $A_{ishq}$ ning algebraik yiindisiga teng:

$$A' = A_1' + A_2' + A'_{ishq}.$$

Gazni ishqalanish kuchlariga qarshi bajargan ish

$$A_{ishq} = -A'_{ishq} + Q_{ishq}$$

ekanini hisobga olib,

$$\Delta U = A_1' + A_2' \qquad (12.24)$$

tenglikni hosil qilamiz.

Hajm $V_1$ bo‘lgan hamma gaz massasi m ni ye porshenp bilan izobarik siqib chiqarishda bajarilgan ish

$$A_1' = \int_0^{V_1} p_1\, dV = p_1 V_1 \qquad (12.25)$$

ifodaga teng. Shunga o‘xshash

$$A_2' = -\, p_2 V_2 \qquad (12.26)$$

bo‘ladi. Bu formulalarda $V_1$ va $V_2$ mazkur gaz massasining drosselp oldidagi $p_1$ bosimga va drosseldan keyin $p_2$ bosimga mos kelgan hajmlari. (12.26) formuladagi minus ishora D porshenp gazni drossel orqali oqib o‘tishiga qarshi ta’sir ko‘rsatishini bildiradi. Oldingi formulalardan

$$\frac{m}{M} C_v \Delta T + \Delta W_n = -\,\Delta (pV)$$

bu yerda

$$\Delta (pV) = p_2 V_2 - p_1 V,$$

Shunday qilib, real gazni adiabatik drosselashda temperaturani o‘zgarishi

$$\Delta T = -\frac{m}{M}\frac{\Delta W_n + \Delta(pV)}{C_v} \qquad (12.27)$$

bo‘ladi.

(12.27) formula drosselda bosimning oxirgi tushishida kuzatiladigan **Joul-Tomsonning integral effektini** ifodalaydi.

**4.** Tajribalar ko‘rsatadiki, har bir gaz uchun uning drosselashda oldingi holatiga ($R_1V_1$) va bosimning $p_1 - p_2$ tushishiga bog‘liq holda temperaturaning o‘zgarishi $\Delta T=T_2-T_1$ noldan katta bo‘lsa, **Joul–Tomson effekti manfiy**, noldan kichik bo‘lsa ***Joul–Tomson* effekti musbat** va nolga teng bo‘lsa, ***Joul–Tomson* effekti nolp** bo‘ladi. Ko‘ramizki, ideal gaz uchun $W_n=0$ bo‘lgani uchun (12.28) dan quyidagicha ega bo‘lamiz:

$$\Delta T = -\frac{m}{M}\frac{\Delta(pV)}{C_v} = -\frac{\Delta(RT)}{C_v} = -\frac{R}{C_v}\Delta T,$$

bundan

$$\left(1+\frac{R}{C_v}\right)\Delta T = 0$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Qavsni ichi noldan farqli, shuning uchun $\Delta T=0$. Demak, ideal gazlarda Joul-Tomson effekti kuzatilmaydi.

**5.** Cheksiz kichik adiabatik drossellashda temperaturaning o‘zgarishi, ya’ni drosselda bosimni kichik $dp<0$ miqdorga o‘zgarishi, **differensial *Joul–Tomson* effekti** deyiladi. Ko‘rsatish mumkinki, Van–der–Vaalsp tenglamasiga bo‘ysunuvchi gazlarda temperaturaning o‘zgarishi

$$dT = \frac{1}{C_p}\frac{2a(V_m-b)^2/(RTV_m^2)-b}{1-2a(V_m-b)^2/(RTV_m^3)}dp \qquad (12.28)$$

bo‘ladi. Bu yerda $C_p$ -gazning izobarik jarayondagi molyar issiqlik siimi. Xususan, ideal gazlar uchun $a=b=0$ va $dT/dp=0$, ya’ni Joul-Tomson effekti bo‘lmaydi.

Differensial *Joul*-Tomson effektini ishorasi, ya’ni $dT/dp$ hosilani ishorasi mazkur gazning drosselp oldidagi bosim R va temperatura $T$ qiymatlariga bog‘liq. Differensial Joul-Tomson effekti nolp bo‘ladigan ($dT/dp=0$) temperatura, **inversiya temperaturasi** deyiladi. (12.28) formuladan Van-der-Vaal’s tenglamasiga *bo‘ysunuvchi* gazlar uchun temperatura inversiyasini

$$\sqrt{\frac{bRT_{in}}{2a}} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9}-\frac{b^2}{3a}p} \qquad (12.29)$$

formuladan aniqlash mumkinligi kelib chiqadi. (12.29) dan ko‘rinadiki, inversiya faqat bosim noldan $p_{max} = \frac{1}{3}\frac{a}{b^2} = 9\, p_{kr}$ ($p_{kr}$- kritik bosim) gacha bo‘lgan chegarada o‘zgarganda bo‘lishi mumkin. $p=p_{max}$ bo‘lganda $T_{in}=\frac{8}{9}\frac{a}{bR}=3\,T_{kr}$ bo‘ladi. Temperatura inversiyasining maksimal va minimal qiymatlariga R=0 bo‘lganda erishiladi.

$$(T_{in})_{max} = \frac{2a}{bR} = \frac{27}{4}T_{kr},$$

$$(T_{in})_{min} = \frac{2a}{9bR} = \frac{3}{4}T_{kr}.$$

## SAVOLLAR:

1. Van-der-Vaal’s tenglamasida hajm uchun tuzatma 1 mol gazning hamma molekulalari hajmidan to‘rt marta katta bo‘lishini isbotlang.
2. 12.7–rasmda BDEB va EFCE egri chiziqlar bilan chegaralangan soha yuzalarini bir–biriga teng bo‘lishini isbotlang.
3. Geliyning o‘taoquvchan va normal fazalari bir-biridan nimalari bilan farqlanadi?
4. I va II jins faza o‘tishlar bir-biridan nimalari bilan farqlanadi?
5. Van-der-Vaal’s real gazining entropiyasining o‘zgarishini hisoblang.

## MUNDARIJA

*O'quv-uslubiy nashr*

A.A. DETLAF, B.M. YAVORSKIY

# FIZIKA KURSI

1-qism

*Oliy o'quv yurtlarining*
*talabalri uchun darslik*

Tarjimonlar: f.-m.f.d., prof. Yuldashev N.X. (So'z boshi, Kirish)
f.-m.f.n., dosent Xatamov S.O. (I-III boblar)
f.-m.f.n., dosent Tadjibaev M. (IV-XII- boblar)

Muharrir: AMANOV K.

Texnik muharrir: ELMURODOVA O.

Terishga berildi 00.09.2003 y.
Bosishga ruxsat etildi 00.00.2003 y.
O'lchovi 60x84 $^{1}/_{16}$. Hajmi 15.75 b.t. Nusxasi 300 Buyurtma № 2409.

FarPI "Texnika" noshirlik bo'limi, 712028.
Farg'ona sh. Farg'ona ko'chasi 86 uy mahmuriy bino.

Farg'ona politexnika instituti bosmaxonasi
712000 Qirguli shaharchasi, Farg'ona ko'chasi, 6 uy

196, 1, 194, 3, 192, 5, 190, 7, 188, 9, 186, 11, 184, 13, 182, 15, 180, 17, 178, 19, 176, 21, 174, 23, 172, 25, 170, 27, 168, 29, 166, 31, 164, 33, 162, 35, 160, 37, 158, 39, 156, 41, 154, 43, 152, 45, 150, 47, 148, 49, 146, 51, 144, 53, 142, 55, 140, 57, 138, 59, 136, 61, 134, 63, 132, 65, 130, 67, 128, 69, 126, 71, 124, 73, 122, 75, 120, 77, 118, 79, 116, 81, 114, 83, 112, 85, 110, 87, 108, 89, 106, 91, 104, 93, 102, 95, 100, 97

98, 99, 96, 101, 94, 103, 92, 105, 90, 107, 88, 109, 86, 111, 84, 113, 82, 115, 80, 117, 78, 119, 76, 121, 74, 123, 72, 125, 70, 127, 68, 129, 66, 131, 64, 133, 62, 135, 60, 137, 58, 139, 56, 141, 54, 143, 52, 145, 50, 147, 48, 149, 46, 151, 44, 153, 42, 155, 40, 157, 38, 159, 36, 161, 34, 163, 32, 165, 30, 167, 28, 169, 26, 171, 24, 173, 22, 175, 20, 177, 18, 179, 16, 181, 14, 183, 12, 185, 10, 187, 8, 189, 6, 191, 4, 193, 2, 195