ВЫСШЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

А. А. ДЕТЛАФ, Б. М. ЯВОРСКИЙ

КУРС ФИЗИКИ

Рекомендовано
Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
высших технических учебных заведений

8-е издание, стереотипное

ACADEMA

Москва
Издательский центр «Академия»
2009

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
Д38

Р е ц е н з е н т:
проф. кафедры физики Московского государственного института электроники и математики (Технического университета) *Т.И.Трофимова*

Детлаф А.А.

Д38 Курс физики : учеб. пособие для студ. втузов / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. — 8-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. — 720 с.
ISBN 978-5-7695-6478-9

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса физики для втузов. Содержит основы классической и современной физики. Значительное внимание в книге уделено специальной теории относительности, классической и квантовым статистикам, квантовой теории твердого тела и современным представлениям об элементарных частицах, а также вопросам выявления органической взаимосвязи и преемственности современной и классической физики.

Для студентов высших технических учебных заведений.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73

Учебное издание

Детлаф Андрей Антонович,
Яворский Борис Михайлович

Курс физики

Учебное пособие

Редактор *Л.В.Честная*
Технический редактор *О.С.Александрова*
Компьютерная верстка: *И.М.Чиркин*
Корректоры *Н.В.Савельева*, *Г.Н.Петрова*

Изд. № 108102257. Подписано в печать 05.05.2009. Формат 70×100/16.
Гарнитура «Петербург». Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Усл. печ. л. 58,5.
Тираж 2000 экз. Заказ №

Издательский центр «Академия». www.academia-moscow.ru
Санитарно-эпидемиологическое заключение № 77.99.02.953.Д.004796.07.04 от 20.07.2004.
117342, Москва, ул. Бутлерова, 17-Б, к. 360. Тел./факс: (495)330-1092, 334-8337.

Отпечатано в ОАО «Тверской полиграфический комбинат».
170024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5. Телефон: (4822) 44-42-15.
Интернет / Home page — www.twerpk.ru. Электронная почта (E-mail) — sales@tverpk.ru.

ISBN 978-5-7695-6478-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физика принадлежит к числу фундаментальных наук, составляющих основу теоретической подготовки инженеров и играющих роль той базы, без которой невозможна успешная деятельность инженера в любой области современной техники. На протяжении последних трех столетий развитие техники тесно переплеталось с развитием физики, которая предваряла и научно обосновывала принципиально новые направления в технике. В XX в. эта связь стала неразрывной.

Бурное развитие научно-технической революции потребовало коренного пересмотра содержания курса физики во втузах. Современному инженеру требуются достаточно глубокие знания не только классической, но и так называемой современной физики (теории относительности, квантовой механики, физики твердого тела и др.). Авторы книги постарались реализовать идею органического соединения во втузовском курсе физики фундаментальных основ классической и современной физики. Это потребовало пересмотра как содержания и объема отдельных разделов курса, так и последовательности их изложения. Например, специальная теория относительности изложена сразу же после классической механики и использована в последующих разделах курса (в частности, в электродинамике для релятивистского истолкования магнитного взаимодействия движущегося электрического заряда и проводника с током). Достаточно подробно рассмотрены основы квантовых статистик Ферми — Дирака и Бозе — Эйнштейна и их применения к вырожденному электронному газу в металлах, к полупроводникам, к равновесному тепловому излучению и фононному газу в кристаллах. Должное внимание уделено сверхпроводимости и связанным с ней эффектам, основам физики плазмы, современному состоянию физики элементарных частиц. Рассмотрена связь законов сохранения в механике со свойствами симметрии пространства и времени.

В пособии обсуждаются трудности и ошибки, возникавшие на историческом пути развития физики, а также границы применимости тех или иных физических теорий и законов.

В отборе материала и методике его изложения был использован многолетний преподавательский опыт авторов, которые стремились к возможной краткости и общности рассмотрения без ущерба для выяснения физического смысла изучаемых явлений, понятий и законов.

В книге приведены краткие описания основополагающих физических экспериментов, а также некоторых лекционных демонстраций. Сведения о размерностях физических величин и системах единиц вынесены в Приложения. Там же приведены значения фундаментальных физических постоянных и правила расчета погрешностей при прямых и косвенных измерениях физических величин.

Для обозначения векторных величин на всех рисунках и в тексте использован полужирный шрифт, за исключением величин, обозначенных греческими буквами, которые по техническим причинам набраны в тексте светлым шрифтом со стрелкой.

Главы 1—7, 13—34 и приложения написаны А. А. Детлафом, главы 8—12, 35—45 — Б. М. Яворским, глава 46 — А. И. Наумовым.

Авторы выражают глубокую благодарность за ряд полезных советов и замечаний профессорам И. Г. Берзиной, И. К. Верещагину, Ф. П. Денисову, А. И. Елькину и Н. Л. Пахомовой, доцентам Н. П. Наровской, В. А. Селезневу, Е. А. Серову и В. Г. Хавруняку.

При подготовке настоящего издания в книгу внесены некоторые изменения и дополнения.

А. А. Детлаф

ВВЕДЕНИЕ

1. Физика — наука о простейших формах движения материи и соответствующих им наиболее общих законах природы. Физика неразрывно связана с математикой. Она принадлежит к числу точных наук и выражает свои понятия и законы на математическом языке. С физикой тесно связаны другие естественные науки (химия, геология, биология и др.), так как в них широко используются физические понятия, законы и методы исследования природных явлений, а также различные физические приборы.

Физика — наука экспериментальная. Эксперимент, т. е. наблюдение исследуемого явления в точно контролируемых условиях, — один из основных методов исследования в физике. Для объяснения экспериментальных данных разрабатывается гипотеза о внутренних связях, управляющих этим явлением. Правильность гипотезы проверяется посредством постановки соответствующих экспериментов и выяснения согласия следствий, вытекающих из гипотезы, с результатами опытов и наблюдений. Гипотеза, успешно прошедшая экспериментальную проверку и вошедшая в систему знаний, превращается в закон или теорию. Физическая теория представляет собой совокупность основных идей, обобщающих опытные данные и отражающих объективные закономерности природы. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения. Правильность теории в конечном счете определяется согласованностью ее выводов с результатами опыта, практикой, которая, таким образом, является не только источником знаний, но и критерием их истинности. При изучении любого физического явления в равной мере необходимы и эксперимент, и теория.

2. Не следует думать, что рассмотренный выше индуктивный метод исследования (от эксперимента к теории) — единственный в физике метод познания явлений природы. Существует и другой метод познания — дедуктивный (от теории к эксперименту и практике). Как показывает история физики, дедуктивный метод сыграл и продолжает играть очень важную роль в развитии физики. Многие физические явления были сначала предсказаны физиками-теоретиками и только потом обнаружены с помощью специально поставленных экспериментов. В качестве убедительного примера укажем на открытие существования электромагнитных волн, их свойств и на этой основе электромагнитной природы света, сделанное Д. К. Максвеллом в разработанной им теории электромагнитного поля. Это открытие получило экспериментальное подтверждение лишь более чем через 20 лет спустя в опытах Г. Герца, П. Н. Лебедева и др.

Физика тесно связана с философией. Крупные открытия в области физики (например, закон сохранения и превращения энергии, второе начало термодинамики, корпускулярно-волновой дуализм и взаимопревращаемость двух форм материи — вещества и поля, статистический характер описания закономерностей в микромире и др.) всегда были связаны с борьбой материализма и идеализма. Вся история физики является блестящим подтверждением основных положений диалектического материализма. Поэтому изучение физики и философское осмысление ее открытий и законов играют важную роль в формировании подлинно научного мировоззрения.

3. Во второй половине XIX в. и особенно в XX в. физика развивалась такими темпами и достигла таких выдающихся результатов, каких не знала ни одна другая естественная наука. Укажем лишь некоторые из них. Во второй половине XIX в. была создана теория электромагнитного поля, открыты и изучены электромагнитные волны. На этой базе началось бурное развитие электро- и радиотехники. Начало XX столетия ознаменовалось рождением теории квантов и созданием теории относительности. В 20-е годы XX в. возникла и с поразительной быстротой развилась квантовая механика, ставшая вместе с теорией относительности теоретической базой атомной и ядерной физики, физики твердого тела и других разделов современной физики.

Исключительные по своей значимости новые методы экспериментальных физических исследований позволили изучить и поставить на службу человечеству различные ядерные превращения. Таким образом развилась ядерная энергетика, а искусственная радиоактивность стала основой метода меченых атомов, широко применяемого в различных областях производства, в геологии, биологии и медицине. Успехи физики полупроводников привели к подлинной революции в радиотехнике и электронике, а также в вычислительной технике. Даже простой перечень выдающихся достижений физики наших дней занял бы слишком много времени. Однако в этом нет необходимости, тем более что только систематическое изучение курса физики позволяет понять смысл и значение этих достижений.

4. Одна из важнейших задач курса физики состоит в формировании у студентов представлений о современной физической картине мира. Окружающие нас тела образуют макромир. В классической физике, описывающей макромир, считается, что материя существует в двух формах — в виде вещества и в виде поля. Вещество состоит из атомов и молекул. Атомы и молекулы столь малы, что принадлежат к числу наиболее крупных по размеру представителей микромира, объекты которого имеют характерные размеры $R \leq 10^{-9}$ м. Следующие, более мелкие по размерам объекты микромира — составные части атомов: электроны и атомные ядра. В свою очередь, атомные ядра состоят из протонов и нейтронов. Электроны и нуклоны (протоны и нейтроны) принадлежат к числу частиц, которые, по традиции, называют элементарными частицами. Электроны относятся к так называемым фундаментальным частицам, под которыми понимают несоставные, т. е. истинно «элементарные», частицы. Протоны и нейтроны — составные частицы. Они образованы из фундаментальных частиц, именуемых кварками.

В настоящее время известно несколько сотен в основном нестабильных элементарных частиц. Все процессы, в которых участвуют эти частицы, связаны с тремя типами взаимодействий, называемых фундаментальными взаимодействиями: сильным, электромагнитным и слабым. Сильное взаимодействие осуществляется между адронами — составными элементарными частицами, построенными из кварков (например, между нуклонами). Ядерные силы, обеспечивающие устойчивость атомных ядер, обусловлены сильным взаимодействием нуклонов в ядре. Электромагнитное взаимодействие характерно для всех электрически заряженных частиц (для электронов, протонов, ионов и др.). Оно наиболее известно из курса физики средней школы. Слабое взаимодействие присуще всем элементарным частицам и обусловливает, например, нестабильность многих из этих частиц. Четвертый тип фундаментальных взаимодействий — гравитационное взаимодействие, которое присуще всем частицам и телам. Для элементарных частиц силы гравитационного притяжения столь малы, что ими пренебрегают. В макромире гравитационное взаимодействие проявляется в силах всемирного тяготения и должно учитываться.

Установлено, что все фундаментальные взаимодействия имеют обменный характер: элементарные акты любого взаимодействия связаны с испусканием и поглощением взаимодействующими частицами некоторых частиц — переносчиков взаимодействия. Например, переносчиком электромагнитного взаимодействия является фотон. Переносчики взаимодействия рассматриваются как истинно элементарные, т. е. фундаментальные, частицы.

5. Известно, что развитие науки и техники определяется экономическими потребностями общества. Технический уровень производства в значительной степени зависит от состояния науки. История развития физики и техники показывает, какое большое значение имели открытия в физике для создания и развития новых отраслей техники. Физика явилась научным фундаментом, на котором были построены такие области техники, как электро- и радиотехника, электронная и вычислительная техника, космическая техника и приборостроение, ядерная энергетика и лазерная техника и т. д. На основе достижений физической науки разрабатываются принципиально новые и более совершенные методы производства, приборы и установки.

В свою очередь, техника оказывает большое влияние на прогресс физики. Именно технические потребности общества привели к развитию механики, знание основ которой необходимо при строительстве различных сооружений. Задача создания более экономичных тепловых двигателей вызвала быстрое развитие термодинамики. Эти примеры можно продолжить. Развитие техники оказывает огромное влияние на совершенствование экспериментальных методов физических исследований. Современная техника дает экспериментаторам такие приборы и установки, как ускорители заряженных частиц, искусственные спутники Земли и космические станции, радиотелескопы, масс-спектрометры, лазеры, электронные вычислительные машины и др.

Если в прошлом между открытием нового физического явления и его практическим использованием проходили многие десятилетия, то современное развитие физики и техники характеризуется резким сокращением этого промежутка времени. Так, например, в 1939 г. была открыта цепная реакция деления ядер урана под действием нейтронов, а уже в 1954 г. в Советском Союзе пущена в эксплуатацию первая в мире промышленная атомная электростанция (АЭС). Величайшим совместным достижением различных областей науки и техники явились полеты человека в космос, осуществленные впервые в нашей стране в 1961 г.

6. В последние десятилетия мир переживает невиданную по своим масштабам и скорости осуществления научно-техническую революцию. Современная наука и техника развиваются необыкновенно быстрыми темпами. Регулярно совершенствуются и обновляются методы и технология производства, используемое оборудование и, что особенно важно, качественно изменяются требования к инженерно-техническим и другим специалистам. Совершенно очевидно, что быстро ориентироваться и успешно работать в современном мире могут только те выпускники вузов, которые в процессе обучения получили достаточно широкую и глубокую фундаментальную подготовку, а также навыки самостоятельной исследовательской работы. Исходя из этого, можно следующим образом сформулировать роль и задачи курса физики для втуза:

а) изучение физики играет важную роль в формировании фундаментальной подготовки студентов и выработке у них научного мировоззрения;

б) физика является базовой дисциплиной для большого числа общеинженерных и специализированных дисциплин;

в) пути развития любой отрасли современного производства весьма тесно переплетаются с физикой, поэтому инженер любого профиля должен владеть этой наукой в такой степени, чтобы быть в состоянии активно и со знанием дела применять достижения научно-технической революции в своей производственной деятельности.

Часть 1
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Глава 1
КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

1.1. Механическое движение

1. Простейшей и в то же время наиболее часто встречающейся, привычной нам формой движения в природе является **механическое движение**, состоящее в изменении взаимного расположения тел или их частей.

Раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения и взаимодействия тел, называется **механикой**. При этом под **механическим действием** на тело понимают такое воздействие со стороны других тел, которое приводит к изменению состояния механического движения рассматриваемого тела или к его **деформации**, т. е. к изменению взаимного расположения его частей. В общем случае оба эти проявления механического действия на тело сопутствуют друг другу.

Механику тел, движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с), называют **классической механикой** в отличие от **релятивистской механики** быстро движущихся тел. Основы классической механики были разработаны И. Ньютоном. Поэтому ее обычно называют **ньютоновской механикой**. Релятивистская механика основывается на специальной теории относительности и рассмотрена ниже (см. 7.6).

Решая ту или иную конкретную задачу механики, всегда приходится мысленно выделять из множества тел только те, которые играют в данной задаче существенную роль. Такая мысленно выделенная совокупность рассматриваемых тел называется **механической системой**.

Мы ограничимся изучением двух основных разделов ньютоновской механики: кинематики и динамики. В **кинематике** дается математическое описание механического движения тел безотносительно к причинам, обеспечивающим осуществление каждого конкретного вида движения. Основным разделом механики является **динамика**, занимающаяся исследованием влияния взаимодействия тел на их механическое движение.

2. Все окружающие нас тела состоят из огромного числа атомов или молекул, т. е. представляют собой **макроскопические системы**. Механические свойства тел определяются их химическим составом, внутренним строением и состоянием, изучение которых выходит за рамки механики, так как эти вопросы рассматриваются в других разделах физики. В механике для описания реальных тел пользуются в зависимости от условий конкретной задачи различными упрощенными моделями: материальная точка, абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело и т. п. Выбор той или иной модели нужно производить так, чтобы учесть все существенные особенности поведения реального тела в данной задаче и отбросить все второстепенные, неоправданно усложняющие решение этой задачи.

Материальной точкой называется тело, форма и размеры которого несущественны в данной задаче.

Одно и то же тело в одних задачах можно считать материальной точкой, а в других — нельзя. Например, рассматривая движение Земли и других планет по орбитам вокруг

Солнца, их можно принять за материальные точки, так как размеры планет малы по сравнению с размерами их орбит. В то же время Землю нельзя считать материальной точкой во всех «земных» задачах механики. Любое протяженное тело или систему тел, образующих исследуемую механическую систему, можно рассматривать как **систему материальных точек**. Для этого нужно мысленно разбить все тела системы на столь большое число частей, чтобы размеры каждой части были пренебрежимо малы по сравнению с размерами самих тел.

Абсолютно твердым называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается неизменным.

Эта модель пригодна в тех случаях, когда в рассматриваемой задаче деформации тела при его взаимодействии с другими телами пренебрежимо малы. Абсолютно твердое тело можно представить в виде системы материальных точек, жестко связанных между собой. В дальнейшем там, где это не может вызвать недоразумений, будем для краткости говорить не «абсолютно твердое тело», а просто «твердое тело». Соответственно вместо слов «материальная точка, входящая в состав тела» будем говорить «точка тела».

Абсолютно упругое тело и абсолютно неупругое тело — два предельных случая реальных тел, деформациями которых нельзя пренебрегать в изучаемых процессах (например, при соударении тел). Тело называется **абсолютно упругим**, если его деформации подчиняются закону Гука, т. е. пропорциональны вызывающим их силам. После прекращения внешнего механического действия на такое тело оно полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму. **Абсолютно неупругим** называется тело, которое после прекращения внешнего механического действия полностью сохраняет деформированное состояние, вызванное этим действием.

3. Все тела существуют и движутся в пространстве и во времени. Понятия пространства и времени — основополагающие для всех естественных наук. Любое тело имеет объем, т. е. пространственную протяженность. Время выражает порядок смены состояний, составляющих любой процесс, любое движение. Оно служит мерой длительности процесса. Таким образом, пространство и время — наиболее общие формы существования материи.

Не имеет также никакого смысла рассматривать положение и механическое движение какого-либо тела в пространстве «вообще», т. е. безотносительно к другим телам. Всегда говорят о положении и движении этого тела по отношению к какому-то другому конкретно выбранному телу (например, планеты относительно Солнца, самолета относительно поверхности Земли и т. д.).

Для однозначного определения положения исследуемого тела в произвольный момент времени необходимо выбрать систему отсчета.

Системой отсчета называется система координат, снабженная часами и жестко связанная с абсолютно твердым телом, по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.

При этом под часами подразумевается любое устройство, используемое для измерения времени или точнее промежутков времени между событиями, так как в силу однородности времени начало его отсчета можно выбирать произвольно. В ньютоновской механике предполагается, что свойства пространства описываются геометрией Евклида, а ход времени одинаков во всех системах отсчета. В дальнейшем будем называть **земной**, или **лабораторной**, систему отсчета, жестко связанную с Землей.

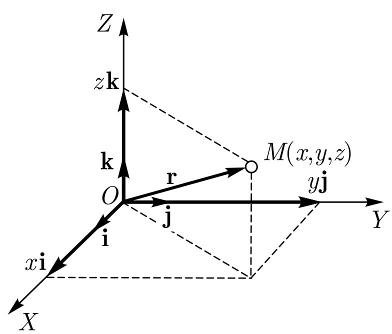

Рис. 1.1

4. Наиболее часто пользуются правой прямоугольной декартовой системой координат, изображенной на рис. 1.1. Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ — единичные по модулю и взаимно перпендикулярные векторы — орты системы координат, образующие ее **ортонормированный базис**. Система координат называется **правой**, так как из конца третьего орта ($\mathbf{k}$) вращение от первого орта ($\mathbf{i}$) ко второму ($\mathbf{j}$) по кратчайшему расстоянию видно происходящим против часовой стрелки, т. е. взаимная ориентация векторов $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ совпадает с взаимной ориентацией трех пальцев *правой* руки — большого, указательного и среднего, когда они расположены взаимно перпендикулярно.

Положение точки M относительно этой системы координат можно задать двумя эквивалентными способами: либо указав значения всех координат x, y, z точки M, либо указав значение ее радиуса-вектора $\mathbf{r}$, т. е. вектора, проведенного в точку M из начала координат O. Из правила сложения векторов следует, что радиус-вектор точки M можно разложить по базису $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ следующим образом:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}. \tag{1.1}$$

Координаты x, y, z точки M называются также **координатами (компонентами) радиуса-вектора r** относительно базиса, а векторы $x\mathbf{i}$, $y\mathbf{j}$ и $z\mathbf{k}$ — **составляющими вектора r** по осям координат. В силу ортогональности этой системы координат величины x, y и z равны проекциям вектора $\mathbf{r}$ на оси декартовых координат:

$$\left.\begin{aligned} r_x &= \text{пр}_x\mathbf{r} = r\cos\alpha = x;\\ r_y &= \text{пр}_y\mathbf{r} = r\cos\beta = y;\\ r_z &= \text{пр}_z\mathbf{r} = r\cos\gamma = z, \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

где α, β и γ — углы, составляемые радиусом-вектором $\mathbf{r}$ с ортами осей координат.

5. При движении точки M ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени. Поэтому для задания закона движения точки M нужно указать вид функциональных зависимостей от времени t либо всех трех координат точки M

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t), \tag{1.3}$$

либо ее радиуса-вектора

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t). \tag{1.3$'$}$$

Три уравнения (1.3) или эквивалентное им одно векторное уравнение (1.3′) называются **кинематическими уравнениями движения точки**.

Траекторией точки называется линия, описываемая этой точкой при ее движении относительно выбранной системы отсчета.

Кинематические уравнения движения точки (1.3) задают ее траекторию в параметрической форме. Параметром служит время t. Уравнение траектории точки в обычной форме, т. е. в виде двух уравнений, связывающих между собой декартовы координаты точек траектории, можно получить, решая уравнения (1.3) совместно и исключая из них параметр t. Например, пусть кинематические уравнения движения точки заданы в форме

$$x = a\cos wt,\quad y = b\sin wt,\quad z = 0,$$

где $w = \text{const}$.

Уравнение траектории этой точки

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,\ z = 0,$$

т. е. точка движется в плоскости $z = 0$ по эллиптической траектории с полуосями, равными a и b.

В зависимости от формы траектории различают **прямолинейное** и **криволинейное движения точки**. Если траектория точки — плоская кривая, т.е. целиком лежит в одной плоскости, то движение точки называют **плоским**.

Механическое движение тела *относительно*: его характер и, в частности, траектории точек этого тела зависят от выбора системы отсчета. Так, например, известно, что по отношению к системе отсчета, связанной с Солнцем, планеты Солнечной системы движутся по эллиптическим орбитам. В то же время по отношению к земной системе отсчета они движутся по достаточно замысловатым траекториям.

6. В общем случае траектория точки представляет собой пространственную кривую. Для описания произвольной траектории точки в кинематике пользуются такими понятиями, как соприкасающиеся плоскость и окружность, центр и радиус кривизны, главная нормаль и др. **Соприкасающейся плоскостью** в какой-либо точке M кривой называется предельное положение плоскости, проходящей через три точки N, M и P этой кривой, когда точки N и P неограниченно приближаются к точке M. **Соприкасающейся окружностью** в точке M кривой называется предельное положение окружности, проведенной через три точки N, M и P этой кривой, когда точки N и P неограниченно приближаются к точке M. Соприкасающаяся окружность лежит в соприкасающейся плоскости, а ее центр и радиус называются **центром кривизны** и **радиусом кривизны** кривой в точке M. **Единичный вектор главной нормали n** в точке M траектории направляют из точки M к центру кривизны, а **единичный вектор касательной** $\vec{\tau}$ — по касательной к траектории в точке M в направлении движения. Векторы $\mathbf{n}$ и $\vec{\tau}$ лежат в соприкасающейся плоскости и взаимно ортогональны.

Если траектория точки — плоская кривая, то во всех точках соприкасающаяся плоскость совпадает с плоскостью, в которой лежит эта траектория.

Если же траектория — прямая линия, то для нее понятия соприкасающейся плоскости, соприкасающейся окружности, главной нормали, центра кривизны лишены смысла. Рассматривая такую траекторию как предел все более спрямляющейся криволинейной траектории, можно считать, что радиус кривизны прямолинейной траектории бесконечно велик.

7. Длиной пути называется расстояние s, пройденное точкой за рассматриваемый промежуток времени и измеряемое вдоль траектории в направлении движения точки.

Иначе говоря, длина пути точки равна сумме длин всех участков траектории, пройденных точкой за рассматриваемый промежуток времени. Из этого определения следует, что длина пути s не может быть отрицательной. Пусть точка движется по участку криволинейной траектории AB (рис. 1.2) так, что в начальный момент времени ($t = 0$) находится в точке A, радиус-вектор которой $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(0)$, а в момент времени $t > 0$ находится в точке M, радиус-вектор которой $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t)$. Если в течение всего рассматриваемого промежутка времени от 0 до t точка движется в одном и том же направлении, то, как показано на рис. 1.2, путь точки за это время $s(t) = \cup AM$. Однако точка может двигаться и более сложным образом. Например, в течение времени от 0 до $t_1 < t$ она может переместиться по траектории из точки A в точку B, а затем, возвращаясь по той же траектории назад, оказаться в момент времени t в точке M. В этом случае путь точки за промежуток времени от 0 до t — $s(t) = \cup AB + \cup BM$, т.е. $s(t) > \cup AB$.

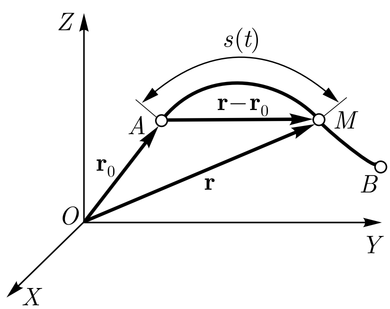

Рис. 1.2

8. Вектором перемещения точки за промежуток времени от $t = t_1$ до $t = t_2$ называется приращение радиуса-вектора $\mathbf{r}$ этой точки за рассматриваемый промежуток времени:

$$\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1).$$

Вектор перемещения направлен вдоль хорды, стягивающей соответствующий участок траектории точки, из положения движущейся точки в момент времени t_1 в ее положение в момент времени t_2. Поэтому во всех случаях, кроме прямолинейного движения точки, модуль вектора перемещения меньше длины пути точки за тот же промежуток времени. На рис. 1.2 показан вектор перемещения точки $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ за промежуток времени от 0 до t.

Из геометрии известно, что разность длин участка какой-либо кривой и стягивающей его хорды уменьшается по мере уменьшения длины этого участка. Следовательно, рассматривая **элементарное перемещение точки** по траектории за достаточно малый промежуток времени $\mathrm{d}t$ (от t до $t + \mathrm{d}t$), можно пренебречь отличием между модулем вектора соответствующего перемещения точки $\mathrm{d}\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \mathrm{d}t) - \mathbf{r}(t)$ и длиной ее пути за то же время $\mathrm{d}s = s(t + \mathrm{d}t) - s(t)$: $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$. Из сказанного ясно, что вектор $\mathrm{d}\mathbf{r}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения точки, т. е. так же, как и единичный вектор касательной $\vec{\tau}$. Таким образом,

$$\mathrm{d}\mathbf{r} = |\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s \cdot \vec{\tau} \tag{1.4}$$

Вектор перемещения материальной точки за любой конечный промежуток времени от t до $t + \Delta t$ можно представить, основываясь на (1.1), в виде геометрической суммы перемещений точки вдоль трех осей координат:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}, \tag{1.5}$$

где $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$, $\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t)$, $\Delta z = z(t + \Delta t) - z(t)$ — приращения координат материальной точки за рассматриваемый промежуток времени.

9. В заключение остановимся на вопросе о некотором различии в толковании в математике и физике смысла обозначений $\mathrm{d}\mathbf{r}$, $\mathrm{d}s$ и других, широко используемых в физике. Согласно принятым в математике обозначениям для функций одного переменного (в нашем случае — времени t), $\mathrm{d}\mathbf{r}$ и $\mathrm{d}s$ представляют собой дифференциалы соответствующих функций, т.е. *линейные части* приращений этих функций при *произвольном* изменении аргумента от t до $t + \Delta t$. По определению понятия дифференциала в математике, $\mathrm{d}t = \Delta t$, $\mathrm{d}\mathbf{r} = \mathbf{r}'\mathrm{d}t = \mathbf{r}'\Delta t$, а $\mathrm{d}s = s'\mathrm{d}t = s'\Delta t$, где $\mathbf{r}'$ и s' — производные по t от функций $\mathbf{r}(t)$ и $s(t)$.

Очевидно, что при произвольных значениях Δt приращения функций $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$ и $\Delta s = s(t + \Delta t) - s(t)$ могут существенно отличаться от дифференциалов. Иллюстрирует сказанное рис. 1.3, на котором изображена функция $s(t)$. Так как $s' = \mathrm{tg}\,\alpha$, где α — угол наклона касательной к кривой зависимости $s(t)$ в точке M, то $\mathrm{d}s = \Delta t \cdot \mathrm{tg}\,\alpha$ и заметно меньше приращения Δs функции $s(t)$.

В физике различают дифференциал аргумента $\mathrm{d}t$ и произвольное (конечное) приращение аргумента Δt. Под дифференциалом аргумента понимают столь малое его приращение («элементарное приращение»), чтобы можно было пренебречь разностью между соответствующими значениями приращения функции и линейной части ее приращения, т. е. чтобы эта разность была малой высшего порядка малости по сравнению с приращением функции. Поэтому в физике, используя предложенное Г. Лейбницем обозначение производной

$$\mathbf{r}' = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t},\ s' = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t},$$

трактуют эти выражения как отношения не математических дифференциалов функции и аргумента, а малых («элементарных») приращений функции и аргумента.

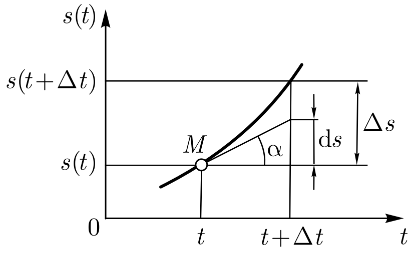

Рис. 1.3

1.2. Скорость

1. Для характеристики направления и быстроты движения точки в механике вводится векторная физическая величина, называемая скоростью. **Средней скоростью точки** в промежутке времени от t до $t+\Delta t$ называется вектор $\langle\mathbf{v}\rangle$, равный отношению приращения $\Delta\mathbf{r}$ радиуса-вектора точки за этот промежуток времени к его продолжительности Δt:

$$\langle\mathbf{v}\rangle = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}. \tag{1.6}$$

Средняя скорость направлена так же, как вектор перемещения $\Delta\mathbf{r}$, т. е. вдоль хорды, стягивающей соответствующий участок траектории точки*. Так как $|\Delta\mathbf{r}| \le \Delta s$, где Δs — длина пути точки за рассматриваемый промежуток времени,

$$|\langle\mathbf{v}\rangle| \le \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1.7}$$

Знак равенства в соотношении (1.7) соответствует движению точки в течение времени от t до $t+\Delta t$ вдоль прямолинейной траектории в одном и том же направлении.

2. Скоростью точки в момент времени t называется вектор $\mathbf{v}$, равный первой производной по времени от радиуса-вектора этой точки:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\,\mathbf{r}}{\mathrm{d}\,t} \tag{1.8}$$

или

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\langle\mathbf{v}\rangle. \tag{1.8$'$}$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону ее движения. Из (1.4) следует, что

$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{\tau},\ v = |\mathbf{v}| = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, \tag{1.9}$$

т. е. модуль скорости точки равен первой производной по времени от пути этой точки. Вектор $\mathbf{v}$ можно разложить по базису $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, т. е. на три составляющие по осям прямоугольной декартовой системы координат:

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}, \tag{1.10}$$

причем, согласно (1.1) и (1.8),

$$v_x = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}\,z}{\mathrm{d}\,t}, \tag{1.11}$$

$$v = \sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}\,z}{\mathrm{d}\,t}\right)^2}. \tag{1.11$'$}$$

3. Если направление вектора $\mathbf{v}$ скорости точки не изменяется, то траектория точки — прямая линия. В случае криволинейного движения точки направление ее скорости не-

* Время в отличие от координат движущейся точки не может убывать. Поэтому длительность любого перемещения точки $\Delta t > 0$.

прерывно изменяется. При **равномерном движении** точки остается постоянным модуль ее скорости v, а путь, пройденный точкой за промежуток времени от t до $t+\Delta t$, $\Delta s = v\,\Delta t$. В этом случае точка проходит за равные промежутки времени пути равной длины. Если точка движется равномерно и прямолинейно со скоростью v вдоль оси OX, то зависимость ее координаты x от времени имеет вид: $x = x_0 + v_x t$, где x_0 — значение x в начальный момент времени $(t = 0)$, а v_x — проекция скорости точки на ось OX. Если модуль вектора скорости точки изменяется с течением времени, то такое движение точки называется **неравномерным**. Путь Δs, пройденный точкой в неравномерном движении за промежуток времени от t до $t+\Delta t$, равен

$$\Delta s = \int\limits_{t}^{t+\Delta t} v\,\mathrm{d}t. \tag{1.12}$$

Неравномерное движение точки называется **ускоренным**, если в процессе движения модуль скорости точки увеличивается, т.е. $(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) > 0$. Если же $(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) < 0$, то движение точки называется **замедленным**.

4. В механике часто приходится иметь дело с задачами, в которых осуществляется сложение двух и более одновременно совершающихся движений, скорости которых заданы относительно *разных* систем отсчета, *движущихся* относительно друг друга. В качестве простейшего примера рассмотрим следующую задачу: теплоход идет вниз по течению реки со скоростью $\mathbf{v}_1$ относительно воды; найти скорость теплохода относительно берега, если скорость течения реки равна $\mathbf{v}_2$. Ответ известен каждому школьнику — скорость теплохода относительно берега равна геометрической сумме скоростей $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$. Однако, пользуясь этим привычным соотношением, многие не задумываются над тем, что оно является следствием не только векторного характера скорости, но и тех представлений о свойствах пространства и времени, которые лежат в основе ньютоновской механики*. Из векторного характера скорости следует лишь, что для нахождения результирующей скорости $\mathbf{v}$ теплохода относительно берега нужно к вектору скорости $\mathbf{v}_2$ течения реки прибавить вектор скорости $\mathbf{v}_1^*$ движения теплохода относительно воды реки, измеренной в системе отсчета, связанной с берегом: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1^* + \mathbf{v}_2$. Таким образом, для обоснования вышеприведенного выражения для $\mathbf{v}$ нужно доказать, что $\mathbf{v}_1^* = \mathbf{v}_1$.

В ньютоновской механике предполагается справедливость двух аксиом: об инвариантности промежутков времени между двумя событиями и расстояний между двумя точками по отношению к выбору системы отсчета. Следовательно, за один и тот же промежуток времени $\mathrm{d}t$ теплоход проходит по воде одно и то же расстояние $\mathrm{d}\mathbf{r}$ как в системе отсчета, связанной с берегом, так и в системе отсчета, движущейся вместе с водой реки. Поэтому $\mathbf{v}_1 = (\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t) = \mathbf{v}_1^*$.

5. Для описания плоского движения точки часто оказывается удобным пользоваться полярными координатами r и φ, где r — расстояние от полюса O до рассматриваемой точки M, а φ — полярный угол, отсчитываемый от полярной оси OA в направлении против часовой стрелки (рис. 1.4). Скорость $\mathbf{v}$ точки M можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие — **радиальную скорость** $\mathbf{v}_r$ и **трансверсальную скорость** $\mathbf{v}_\varphi$:

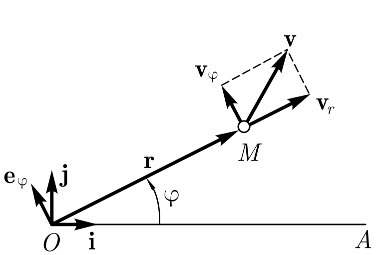

Рис. 1.4

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_\varphi \quad \text{и} \quad v = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}. \tag{1.13}$$

* Например, в релятивистской механике, как будет показано в гл. 7, скорость точки тоже величина векторная, но в задаче, аналогичной вышеприведенной, $\mathbf{v} \neq \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ (разумеется, при значениях v_1 и v_2, близких к значениям c).

Для отыскания значений $\mathbf{v}_r$ и $\mathbf{v}_\varphi$ запишем выражение полярного радиуса-вектора $\mathbf{r}$ точки M в форме

$$\mathbf{r} = r\,(\mathbf{i}\cos\varphi + \mathbf{j}\sin\varphi),$$

где $\mathbf{i}$ — орт полярной оси OA; $\mathbf{j}$ — орт оси, составляющей с OA угол $\varphi = \pi/2$ (см. рис. 1.4). Тогда скорость точки M

$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}(\mathbf{i}\cos\varphi + \mathbf{j}\sin\varphi) + \mathbf{r}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}(-\mathbf{i}\sin\varphi + \mathbf{j}\cos\varphi).$$

Здесь $\mathbf{i}\cos\varphi + \mathbf{j}\sin\varphi = \mathbf{r}/r$ — единичный вектор, совпадающий по направлению с радиусом-вектором $\mathbf{r}$ точки M, а $-\mathbf{i}\sin\varphi + \mathbf{j}\cos\varphi = \mathbf{e}_\varphi$ — единичный вектор, ортогональный вектору $\mathbf{r}$. Таким образом,

$$\mathbf{v}_r = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathbf{r}}{r},\ \ \mathbf{v}_\varphi = r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_\varphi. \qquad (1.14)$$

Из этих формул видно, что радиальная скорость точки характеризует быстроту изменения расстояния от точки до полюса, а трансверсальная — быстроту изменения полярного угла φ, т. е. быстроту вращения полярного радиуса-вектора $\mathbf{r}$ точки.

За время $\mathrm{d}t$ полярный радиус-вектор $\mathbf{r}$ точки M поворачивается вокруг полюса O на малый угол $\mathrm{d}\varphi$ и прочерчивает круговой сектор площадью $\mathrm{d}S = {}^1/_2\, r^2\mathrm{d}\varphi$.

Величина

$$\sigma = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}r^2\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \qquad (1.15)$$

называется **секторной скоростью точки** M.

1.3. Ускорение

1. При любом движении точки, кроме равномерного прямолинейного движения, скорость точки изменяется. Для характеристики быстроты изменения скорости $\mathbf{v}$ точки в механике вводится векторная физическая величина — ускорение.

Ускорением называется вектор $\mathbf{a}$, равный первой производной по времени t от скорости $\mathbf{v}$ этой точки:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}. \qquad (1.16)$$

На основании (1.8) ускорение точки равно также второй производной по времени от радиуса-вектора $\mathbf{r}$ этой точки:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}^2\,\mathbf{v}}{\mathrm{d}t^2}. \qquad (1.16')$$

Разложение ускорения точки по базису $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, т. е. на составляющие по осям прямоугольной декартовой системы координат, имеет вид

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}, \qquad (1.17)$$

где

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2},\ a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2},\ a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}. \qquad (1.17')$$

Здесь v_x, v_y и v_z — компоненты скорости точки; x, y и z — координаты этой точки в рассматриваемый момент времени.

2. Если траектория точки — плоская кривая, то ускорение **a** точки лежит в этой плоскости. В общем случае траектория точки — пространственная кривая, а ускорение **a** лежит в соприкасающейся плоскости. В соприкасающейся плоскости есть два избранных направления — касательной к траектории (орт $\vec{\tau}$) и главной нормали (орт **n**). Поэтому вектор **a** удобно разложить на две составляющие вдоль этих направлений, т. е. по базису $\vec{\tau}$, **n**:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n. \tag{1.18}$$

Составляющая $\mathbf{a}_\tau = a_\tau\vec{\tau}$ называется **касательным**, или **тангенциальным, ускорением точки**, а составляющая $\mathbf{a}_n = a_n\mathbf{n}$ — **нормальным ускорением точки**.

Для нахождения значений a_τ и a_n компонент вектора **a** воспользуемся выражением (1.9) для скорости точки: $\mathbf{v} = v\vec{\tau}$. Следовательно,

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\vec{\tau}) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t}, \tag{1.19}$$

где $\mathrm{d}\vec{\tau}$ — приращение орта касательной к траектории, соответствующее элементарному пути $\mathrm{d}s = v\mathrm{d}t$, проходимому точкой по траектории за малое время $\mathrm{d}t$ (рис. 1.5, *а*). Ввиду малости этого участка траектории его можно считать совпадающим с соответствующим участком соприкасающейся окружности радиуса R с центром в точке O, которому соответствует центральный угол $\mathrm{d}\alpha = \dfrac{\mathrm{d}s}{R} = \dfrac{v}{R}\mathrm{d}t$.

Соответственно можно считать, что при перемещении по траектории на малое расстояние $\mathrm{d}s$ единичный вектор касательной поворачивается на угол $\mathrm{d}\alpha$ (рис. 1.5, *б*). Из равнобедренного треугольника векторов $\vec{\tau}$, $\vec{\tau} + \mathrm{d}\vec{\tau}$ и $\mathrm{d}\vec{\tau}$ видно, что ввиду малости $\mathrm{d}\alpha$ $|\mathrm{d}\vec{\tau}| = 2|\vec{\tau}|\sin(\mathrm{d}\alpha/2) = \mathrm{d}\alpha$, а по направлению вектор $\mathrm{d}\vec{\tau}$ совпадает с ортом главной нормали **n**. Таким образом,

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\mathbf{n} = \frac{v}{R}\mathbf{n} \tag{1.20}$$

и выражение (1.19) для ускорения точки можно переписать в более удобной форме:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\mathbf{n}. \tag{1.21}$$

3. Из (1.21) видно, что касательное ускорение точки

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\tau}. \tag{1.22}$$

Касательное ускорение точки характеризует быстроту изменения модуля ее скорости. При ускоренном движении $(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) > 0$ и вектор $\mathbf{a}_\tau$ совпадает по направлению со скоростью точки **v**, а проекция ускорения **a** на направление **v**: $a_\tau = (\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) > 0$. При замедленном движении $a_\tau = (\mathrm{d}v/\mathrm{d}t) < 0$ и вектор $\mathbf{a}_\tau$ противоположен по направлению скорости **v**.

Движение точки называется **равнопеременным**, если в этом движении $a_\tau = \mathrm{const}$, т. е. за равные промежутки времени модуль скорости точки изменяется на одинаковые величины. В случае **равноускоренного движения** $a_\tau = \mathrm{const} > 0$, а в случае **равнозамедленного движения** $a_\tau = \mathrm{const} < 0$. При равномерном движении $a_\tau = 0$.

4. Нормальное ускорение точки, как видно из (1.19) и (1.20), равно

$$\mathbf{a}_n = v\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\mathbf{n} = \frac{v^2}{R}\mathbf{n}. \tag{1.23}$$

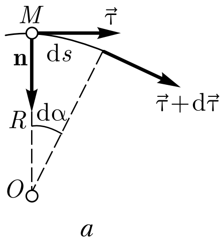

Рис. 1.5

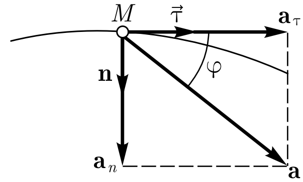

Рис. 1.6

Оно характеризует быстроту изменения направления вектора скорости точки. Нормальное ускорение направлено всегда к центру кривизны траектории, так что его проекция на главную нормаль $\mathbf{n}$ не может быть отрицательной:

$$a_n = v^2/R. \qquad (1.23')$$

По этой причине нормальное ускорение точки часто называют также **центростремительным ускорением**. Нормальное ускорение точки равно нулю только в том случае, если точка движется прямолинейно. При равномерном движении точки по окружности $a_n = \mathrm{const}$, но вектор $\mathbf{a}_n = a_n\mathbf{n}$ изменяется, так как направления векторов $\mathbf{n}$ в разных точках окружности разные.

Модуль ускорения точки

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}. \qquad (1.24)$$

При криволинейном движении точки вектор ее ускорения всегда отклонен от касательной к траектории в сторону ее вогнутости. В показанном на рис. 1.6 случае ускоренного движения точки по криволинейной траектории угол φ между векторами $\mathbf{a}$ и $\vec{\tau}$ острый. При замедленном движении точки угол φ тупой.

1.4. Поступательное движение твердого тела

1. Простейшим видом механического движения протяженного твердого тела является **поступательное движение**, при котором прямая, соединяющая любые две точки этого тела, перемещаясь вместе с телом, остается параллельной своему первоначальному направлению.

Поступательно движутся относительно земной (лабораторной) системы отсчета, например, шарик, подвешенный на пружине и совершающий колебания вдоль вертикальной прямой, поршень в цилиндре стационарного двигателя, кабина шахтного подъемника, резец токарного станка и т.д. На рис. 1.7 показаны траектории двух вершин A и B поступательно движущегося куба, а также точки C на диагонали AB. Положению куба в начальный момент времени соответствуют точки A_0, B_0 и C_0. Траектории B_0B и C_0C идентичны траектории A_0A и могут быть полностью совмещены с ней путем параллельного переноса вдоль прямой A_0B_0 на расстояния A_0B_0 и A_0C_0. Таким образом, за время $\mathrm{d}t$ радиусы-векторы всех точек поступательно движущегося тела изменяются на одну и ту же величину $\mathrm{d}\mathbf{r}$: $\mathrm{d}\mathbf{r}_A = \mathrm{d}\mathbf{r}_B = \mathrm{d}\mathbf{r}_C = \mathrm{d}\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}_A$, $\mathbf{r}_B$, $\mathbf{r}_C$, $\mathbf{r}$ — радиусы-векторы точек A, B, C и произвольной точки M тела. Соответственно в каждый момент времени скорости всех точек тела, а также их ускорения должны быть одинаковы:

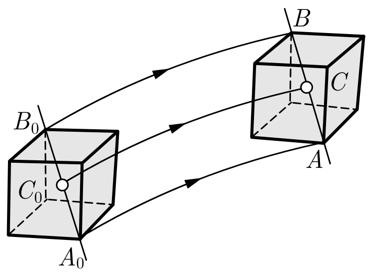

Рис. 1.7

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C = \mathbf{v} \text{ и } \mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_C = \mathbf{a}.$$

Из этих соотношений видно, что для кинематического описания поступательного движения твердого тела достаточно рассмотреть движение какой-либо одной его точки.

2. В заключение напомним известные из средней школы соотношения для равнопеременного прямолинейного поступательного движения тела по оси OX:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\tau} = \mathbf{a}_{x}. \tag{1.25}$$

Так как $a_x = (\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t) = \mathrm{const}$,

$$v_x(t) = v_x(0) + a_x t. \tag{1.26}$$

Поскольку $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, зависимость от времени координаты x какой-либо точки M тела имеет вид

$$x(t) = x(0) + \int\limits_0^t v_x(t)\,\mathrm{d}\,t = x(0) + v_x(0)t + \frac{a_x t^2}{2}. \tag{1.27}$$

Здесь $x(0)$ и $v_x(0)$ — значения x и v_x в момент начала отсчета времени ($t = 0$).

Вопросы

1. На каких аксиомах о свойствах пространства и времени основывается ньютоновская механика?

2. В каких случаях модуль перемещения точки равен длине пути, пройденного точкой за тот же промежуток времени?

3. Как движется точка, если скорость этой точки все время ортогональна ее ускорению?

4. Какова траектория плоского движения точки, если ее радиальная скорость равна нулю?

5. Что можно сказать о скорости и ускорении точки, если ее траектория — винтовая линия?