SH. A. ALIMOV, O. R. XOLMUHAMEDOV,
M. A. MIRZAAHMEDOV

ALGEBRA

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARINING
8- SINFI UCHUN DARSLIK

3- nashri

O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligi tasdiqlagan

„O'QITUVCHI" NASHRIYOT-MATBAA IJODIY UYI
TOSHKENT — 2014

UO‘K 512(075)
КБК 22.14 я 721
A50

Darslikdagi shartli belgilar

△ — masalani yechish boshlandi

▲ — masalani yechish tugadi

○ — matematik tasdiqni asoslash yoki formulani keltirib chiqarish boshlandi

● — asoslash yoki keltirib chiqarish tugadi

— qiziqarli masalalar

— bilish muhim va eslab qolish foydali matn

O‘zingizni tekshirib ko‘ring! — asosiy material bo‘yicha bilimlarni tekshirish uchun mustaqil ish

— sinov mashqlari (testlar)

— tarixiy masalalar

— tarixiy ma’lumotlar

Respublika maqsadli kitob jamg‘armasi mablag‘lari hisobidan ijara uchun chop etildi.

ISBN 978–9943–02–733–6

7- SINF „ALGEBRA“ KURSIDA O‘RGANILGAN MAVZULARNI TAKRORLASH

Aziz o‘quvchi! Siz 7- sinf „Algebra“ kursida algebraik ifodalar, bir noma’lumli birinchi darajali tenglamalar, birhadlar va ko‘phadlar, ko‘phadni ko‘paytuvchilarga ajratish usullari, algebraik kasrlar bilan tanishgansiz hamda bu mavzularga doir misol va masalalarni yechgansiz. 7- sinfda „Algebra“dan olgan bilimlaringizni yodga solish maqsadida Sizga bir necha mashqlar taklif etamiz.

1. Algebraik ifodaning son qiymatini toping:

1) $S = 2(ab + ac + bc)$, bunda $a = 5$, $b = 4$, $c = 10$;

2) $V = \frac{h}{3}(a^2 + b^2 + ab)$, bunda $h = 12$, $a = 10$, $b = 8$;

3) $S = \frac{(a+b)n}{2}$, bunda $a = 10$, $b = 40$, $n = 16$;

4) $V = \frac{1}{3}abh$, bunda $a = 30$, $b = 20$, $h = 25$.

2. Qavslarni oching va soddalashtiring:

1) $7a - (5a + 4b)$;
2) $9x - (7y - 4x)$;
3) $-(2a - 3b) - (-a + 3b)$;
4) $8x - (3y + 5x) - (-2y - x)$.

3. Agar:
1) $v = 60$;
2) $v = 75$;
3) $v = 90$;
4) $v = 100$;
5) $v = 20{,}4$;
6) $v = 28{,}5$

bo‘lsa, $S = \frac{1}{5}v + \frac{1}{200}v^2$ ifodaning son qiymatini toping.

4. Har bir to‘g‘ri javob uchun: ona tili va adabiyotdan n ball, matematikadan k ball, ingliz tilidan m ball qo‘yiladi. Nodira ona tili va adabiyotdan c ta, matematikadan a ta, ingliz tilidan b ta savolga to‘g‘ri javob berdi.
1) Nodira to‘plagan jami ballni hisoblash uchun ifoda tuzing;
2) agar $a = 35$, $b = 34$, $c = 36$; $k = 3{,}1$; $m = 2{,}1$ va $n = 1{,}1$ bo‘lsa, u jami qancha ball to‘plagan?

5. Tenglamani yeching **(5—6):**

1) $2x+15=3x-11;$ 2) $7-5x=x-2;$

3) $2(x-3)=3(2-x);$ 4) $-3(4-x)=2(x-5).$

6. 1) $3,2x+1,8x=6x-3,5;$ 2) $7,5x-2,5x=7x-10;$

3) $0,5\,(0,4x-8)=5\,(0,2x-1);$ 4) $2,4\,(5x-3)=-0,8(10-5x).$

7. Sayyoh 3 km va qolgan yo‘lning $\frac{1}{3}$ qismini o‘tgach, hisoblab ko‘rsa, jami yo‘lning yarmiga yetishi uchun yana 1 km masofa qolibdi. Jami yo‘l necha kilometr ekan?

8. Uzunligi 9,9 m bo‘lgan simni ikki qismga bo‘lishdi. Agar:
1) bo‘laklardan biri ikkinchisidan 20% qisqa bo‘lsa;
2) bo‘laklardan biri ikkinchisidan 20% uzun bo‘lsa, har bir bo‘lakning uzunligini toping.

9. 1) Bir son ikkinchi sonning 45% ini tashkil qiladi. Sonlardan biri ikkinchisidan 66 taga ko‘p bo‘lsa, shu sonlarni toping.
2) Bir son ikkinchi sonning 30% ini tashkil qiladi. Sonlardan biri ikkinchisidan 35 taga kam bo‘lsa, shu sonlarni toping.

10. Bir qishloqdan ikkinchi qishloqqa piyoda 4 km/soat tezlik bilan yo‘lga chiqdi. Oradan 2 soat o‘tgach, piyodaning ketidan 10 km/soat tezlik bilan velosipedchi yo‘lga chiqdi. U ikkinchi qishloqqa piyodadan 1 soat avval yetib keldi. Qishloqlar orasidagi masofani toping.

11. Hisoblang:

1) $\frac{3\cdot 4^{10}-5\cdot 2^{19}}{2^{15}};$ 2) $\frac{2^3\cdot(4\cdot 3^{15}-7\cdot 3^{14})}{3^{16}+5\cdot 3^{15}};$ 3) $\frac{2^{15}\cdot a^{16}}{4^7\cdot a^{15}}.$

12. Birhadni standart shaklda yozing va son qiymatini hisoblang:

1) $ba\cdot 8ac$, bunda $a=\frac{1}{2}$, $b=-3$, $c=2;$

2) $\frac{4}{5}x\cdot 8y^2\cdot\frac{5}{16}x^2y$, bunda $x=3$, $y=\frac{1}{9}.$

13. Ko‘phadni standart shaklga keltiring:

1) $1,2ab + 0,8b^2 - 0,2ab + 2,2b^2 + 2ab$;

2) $3a^2 2a^2 + 3b^2 4a^2 - 2a^2 5b^2 - 3a2ab^2 - a^3 2a$.

Amallarni bajaring **(14—15):**

14. 1) $(3a^2 - 2ab - b^2) - (2a^2 - 3ab - 2b^2)$;

2) $(7a^2 - 13ab + 10b^2) + (-3a^2 + 10ab - 7b^2)$;

3) $(a^2 + 3ab - b^2) \cdot ab$;   4) $abc \cdot (2a^2 b - 3abc)$.

15. 1) $(x + y)(a - b)$;   2) $(a - b + c)(a - c)$;

3) $(a^2 - b^2)(a + b)$;   4) $(a - 3)(a - 2) - (a - 1)(a - 4)$.

16. Ifodani soddalashtiring:

1) $4a^3 : a - (2a)^2 + a^4 : 3a^2$;

2) $(5a^4 + \frac{1}{3}a^3) : a^2 - (4a^3) : (2a) + (2a)^2$;

3) $(0,1b^4 - 2b^3 + 0,4b^2 + 0,02b) : (0,1b)$;

4) $\left(\frac{3}{8}a^3 b^2 + \frac{9}{10}a^2 b^3 - \frac{15}{16}ab^4\right) : \left(\frac{3}{4}ab^2\right)$.

Ko‘paytuvchilarga ajrating **(17—18):**

17. 1) $5a^2 - 15a^4 + 10a^6$;   2) $9a^3 + 12a^2 - 6a$;

3) $a(x + y) - b(x + y)$;   4) $(x - 1) - a(1 - x)$;

5) $4(a - 3) + a(3 - a)$;   6) $a^2(1 - a) + 4(a - 1)$.

18. 1) $ay + zy - 2ap - 2zp$;   2) $5ac - 6bd + 5ad - 6bc$;

3) $a(5a - 4b) - 10a + 8b$;   4) $4ab - 6cd - 12ad + 2bc$.

19. Hisoblang:

1) $49^2 + 51 \cdot 98 + 51^2$;   2) $58^2 - 116 \cdot 33 + 33^2$;

3) $\frac{19^2+38\cdot11+11^2}{19^2-11^2}$;

4) $\frac{53^2-53\cdot94+47^2}{53^2-47^2}$;

5) $\frac{183^3-93^3}{183^2+183\cdot93+93^2}$;

6) $\frac{43{,}73^2-43{,}73\cdot56{,}27+56{,}27^2}{43{,}73^3+56{,}27^3}$.

Amallarni bajaring **(20—21):**

20. 1) $\frac{2}{2a+3b}+\frac{5}{2a-3b}-\frac{15b}{4a^2-9b^2}$;

2) $\frac{a-2}{a^2-1}-\frac{a}{(a-1)^2}$;

3) $\frac{1}{(a-2)^2}+\frac{1}{(a+2)^2}$;

4) $\frac{4a+3}{4a-3}-\frac{4a-3}{4a+3}+\frac{1}{16a^2-9}$.

21. 1) $\frac{4a^3b^2}{18c^3}\cdot\frac{9c^2}{8a^2b^3}$;

2) $\frac{12a^2b^3}{5ab^2}\cdot\frac{15ab}{9a^3b^2}$;

3) $\frac{18a^2b^3}{7c^2d}:\frac{24ab}{14cd^2}$;

4) $\frac{45a^4b^2}{49c^3d^2}:\frac{9a^3b^2}{14cd}$.

22. Uch xonali sonning raqamlari bittadan kamayib boradi. Shu sondan raqamlari unga teskari tartibda yozilgan sonni ayirish natijasida hosil qilingan son 2 ga, 9 ga, 11 ga bo‘linadi. Shuni isbotlang.

23. Avtomobil 60 km/soat tezlik bilan 4 soat yurdi. Shu yo‘lga 1 soat kam vaqt sarflash uchun u tezligini necha protsentga oshirishi kerak?

24. Ikki qishloq orasidagi masofani bir sayyoh 2 soatda, ikkinchi sayyoh esa 3 soatda o‘tadi. Agar ular bu qishloqlardan bir-biriga qarab bir vaqtda yo‘lga chiqishsa, qancha vaqtdan so‘ng uchrashadilar?

I BOB CHIZIQLI FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

1- §. TEKISLIKDA TO'G'RI BURCHAKLI KOORDINATALAR SISTEMASI

Tekislikda ikkita o'zaro perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazamiz: biri — gorizontal, ikkinchisi — vertikal (1- rasm). Ularning kesishish nuqtasini *O* harfi bilan belgilaymiz. Shu to'g'ri chiziqlarda yo'nalishlar tanlaymiz: gorizontal to'g'ri chiziqda chapdan o'ngga, vertikal to'g'ri chiziqda pastdan yuqoriga. Har bir to'g'ri chiziqda bir xil uzunlik birligini ajratamiz.

Gorizontal to'g'ri chiziq *Ox* bilan belgilanadi va *abssissalar o'qi* deyiladi; vertikal to'g'ri chiziq *Oy* bilan belgilanadi va *ordinatalar o'qi* deyiladi. Abssissalar o'qini va ordinatalar o'qini *koordinata o'qlari,* ularning kesishish nuqtasini *koordinatalar boshi* deyiladi. Koordinatalar boshi har bir o'qdagi nol sonini tasvirlaydi.

Abssissalar o'qida musbat sonlar *O* nuqtadan o'ngda joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa *O* nuqtadan chapda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi. Ordinatalar o'qida musbat sonlar *O* nuqtadan yuqorida joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa *O* nuqtadan pastda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi.

Yo'nalishlar va uzunlik birligi tanlangan ikkita o'zaro perpendikular to'g'ri chiziq tekislikda *to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini* hosil qiladi. Koordinatalar sistemasi tanlangan tekislik *koordinata tekisligi* deyiladi. Koordinata o'qlari tashkil qilgan to'g'ri burchaklar *koordinata burchaklari* (kvadrantlar) deyiladi va 1- rasmda ko'rsatilgan tartibda raqamlanadi.

Aytaylik, *M* — koordinata tekisligining ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin (2- rasm). *M* nuqtadan abssissalar o'qiga perpendikular tushiramiz.

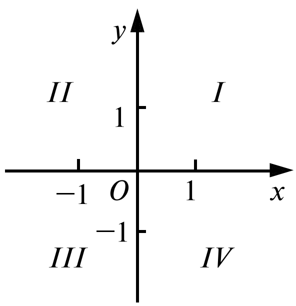
XVII asrning taniqli matematigi Rene Dekart (1596—1650). Tekislikda to‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasidan foydalanish uning nomi bilan bog‘liq.

Shu perpendikularning asosi *M nuqtaning abssissasi* deb ataladigan biror x sonni tasvirlaydi.

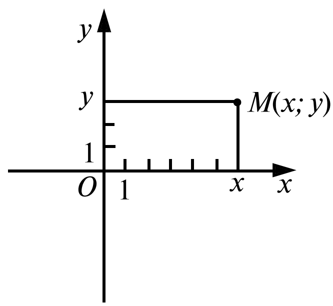
M nuqtadan ordinatalar o‘qiga perpendikular tushiramiz. Shu perpendikularning asosi *M nuqtaning ordinatasi* deb ataladigan biror y sonni tasvirlaydi.

M nuqtaning abssissasi va ordinatasi *M nuqtaning koordinatalari* deyiladi. *M(x; y)* yozuv *M* nuqta x abssissaga va y ordinataga ega ekanini bildiradi. Bu holda *M* nuqta *(x; y)* koordinatalarga ega deb ham aytiladi. Masalan, *M*(3; 5) yozuvda 3 soni — abssissa, 5 soni — ordinata.

Nuqtalarning koordinatalarini yozishda sonlarning tartibi muhim ahamiyatga ega. Masalan, M_1 (1; 2) va M_2 (2; 1) nuqtalar tekislikdagi har xil nuqtalardir (3- rasm).



1- rasm.



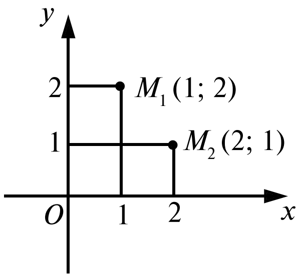
2- rasm.

Xususiy hollarni qaraymiz:

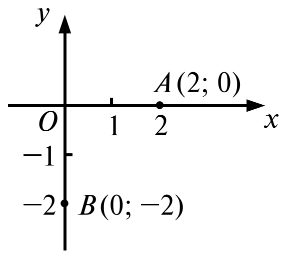
1. Agar nuqta abssissalar o‘qida yotsa, u holda uning ordinatasi nolga teng bo‘ladi. Masalan, A nuqta (4- rasm) (2; 0) koordinatalarga ega.

2. Agar nuqta ordinatalar o‘qida yotsa, u holda uning abssissasi nolga teng bo‘ladi. Masalan, B nuqta (4- rasm) (0; –2) koordinatalarga ega.

3. Koordinatalar boshining abssissasi va ordinatasi nolga teng: O (0; 0).



3- rasm.

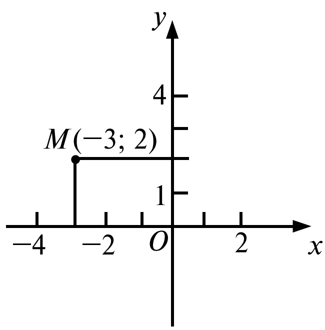


4- rasm.

Koordinata tekisligining har bir M nuqtasiga $(x; y)$ sonlar jufti — uning koordinatalari mos keladi va har bir $(x; y)$ sonlar juftiga koordinata tekisligining koordinatalari $(x; y)$ bo‘lgan birgina M nuqtasi mos keladi.

M a s a l a . M (–3; 2) nuqtani yasang.

△ Abssissalar o‘qida −3 koordinatali nuqtani belgilaymiz va bu nuqta orqali shu o‘qqa perpendikular o‘tkazamiz. Ordinatalar o‘qida koordinatasi 2 bo‘lgan nuqtani belgilaymiz va u orqali ordinatalar o‘qiga perpendikular o‘tkazamiz. Shu perpendikularning kesishish nuqtasi izlanayotgan M nuqta bo‘ladi (5- rasm). ▲

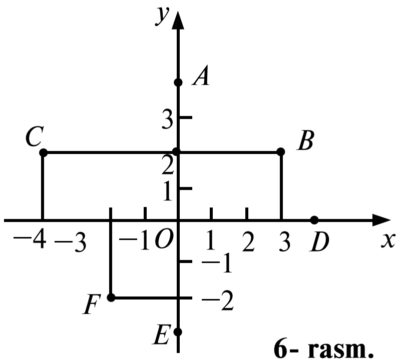


5- rasm.

Mashqlar

1. Nuqtaning abssissasi va ordinatasini ayting hamda shu nuqtani yasang: (1; 0), (4; 0), (0; –2), (–6; 0), (0; –7), (0; 0).

2. 6- rasm bo‘yicha *A, B, C, D, E, F* nuqtalarning koordinatalarini toping.



6- rasm.

3. Nuqtalarni yasang:

1) *A* (3; 4), *B* (2; –5), *C* (–2; 5), *E* (–6; –2), *F* (3; –0,5), *K* (3; 0), *M* (0; 1,5), *N* (–3,5; 3,5), $L(\frac{5}{2};\frac{3}{2})$;

2) *A* (–1,5; 2,5), *B* (–2,5; 1,5), $C\,(3\frac{1}{2};\ 1)$, *F* (2; –2), *M* (0; 2,5).

4. Quyidagi nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni yasang:
1) *A* (3; –2) va *B* (–2; 2); 2) *M* (2; 0) va *N* (0; –2).

5. Oxirlarining koordinatalari: 1) *A* (3; 4), *B* (–6; 5); 2) *M* (0; –5), *N* (4; 0) bo‘lgan kesmani yasang.

6. Oxirlarining koordinatalari: 1) *A* (3; 4), *B* (–6; 4); 2) *P* (–5; 2), *Q* (2; 7) bo‘lgan kesmani yasang.

7. Uchlarining koordinatalari: 1) *K* (–2; 2), *M* (3; 2), *N* (–1; 0); 2) *A* (0; –1), *B* (0; 5), *C* (4; 0) bo‘lgan uchburchakni yasang.

8. Uchlarining koordinatalari: *A* (–2; 0), *B* (–2; 3), *C* (0; 3), *O* (0; 0) bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakni yasang.

9. Kvadratning uchta uchi berilgan: *A* (1; 2), *B* (4; 2), *C* (4; 5). *ABCD* kvadratni yasang. *D* uchining koordinatalarini toping.

10. 1) *Ox* o‘qida; 2) *Oy* o‘qida yotuvchi 4 tadan nuqta yasang. Bu nuqtalarning koordinatalari qanday umumiylikka ega?

11. *A* (0; 5), *B* (–2; 5) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni yasang. *AB* to‘g‘ri chiziqda yotuvchi nuqtalarning abssissalari; ordinatalari nimaga teng?

12. A (–2; 3) va B (–2; –1) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni yasang. AB to‘g‘ri chiziqda yotuvchi nuqtalarning ordinatalari; abssisalari nimaga teng?

13. A (5; 4), B (2; –1), C (–3; 2), D (–4; –4) nuqtalarga: 1) Ox o‘qiga; 2) O (0; 0) nuqtaga nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini aniqlang.

14. A (2; –2), B (1; 1), C (–3; 2), D $\left(-4;\ -2\frac{1}{2}\right)$ nuqtalarga: 1) Oy o‘qiga; 2) O (0; 0) nuqtaga nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini aniqlang.

2- §. FUNKSIYA TUSHUNCHASI

Ushbu masalani qaraylik.

1- m a s a l a . Poyezd Toshkentdan Samarqandga tomon 60 km/soat tezlik bilan harakat qilmoqda. U jo‘nagandan t soat keyin Toshkentdan qancha masofada bo‘ladi?

△ Agar izlanayotgan masofa s (km hisobida) harfi bilan belgilansa, javobni bunday formula bilan yozish mumkin:

$$s = 60t. \ \blacktriangle \qquad (1)$$

Poyezdning harakati davomida s yo‘l va t vaqt o‘zgarib boradi. Shuning uchun ular *o‘zgaruvchi kattalik (miqdor)lar* yoki *o‘zgaruvchilar* deyiladi. Bunda s va t ixtiyoriy ravishda emas, balki (1) tekis harakat qonuniga bo‘ysungan holda o‘zgarishi muhim ahamiyatga ega. Bu qonunga muvofiq, t vaqtning har bir qiymatiga s yo‘lning aniq bir qiymati mos keladi (mos qo‘yiladi). Masalan, $t = 2$ bo‘lganda (1) formula bo‘yicha quyidagini hosil qilamiz:

$$s = 120.$$

Shunday qilib, (1) formula s yo‘lni t vaqtning berilgan qiymati bo‘yicha hisoblash qoidasini belgilaydi. Bu masalada t musbat va poyezdning Toshkentdan Samarqandgacha harakat vaqtidan katta bo‘lishi mumkin emas.

O‘zgaruvchi miqdor (kattalik)lar orasidagi bog‘lanishning yana bir misolini qaraymiz.

Aytaylik, x kvadrat tomonining uzunligi, y esa uning yuzi bo‘lsin. Bu holda

$$y = x^2. \tag{2}$$

(2) formula y yuzni tomonning oldindan berilgan qiymati bo‘yicha hisoblash qoidasini beradi. Masalan, agar $x = 2$ bo‘lsa, $y = 4$ bo‘ladi; agar $x = 3$ bo‘lsa, $y = 9$ bo‘ladi va hokazo. Bu masalada x musbat sonlar to‘plamidan istalgan qiymatni qabul qilishi mumkin.

Qaralgan misollarda bir o‘zgaruvchili miqdorning oldindan berilgan qiymati bo‘yicha ikkinchisining qiymatini topishga imkon beruvchi qoidalar ko‘rsatildi.

Agar biror sonlar to‘plamidan olingan x ning bir qiymatiga biror qoida bo‘yicha y son mos qo‘yilgan bo‘lsa, u holda shu to‘plamda *funksiya aniqlangan* deyiladi.

y miqdorning x miqdorga bog‘liqligini ta’kidlash uchun ko‘pincha $y(x)$ deb yoziladi (o‘qilishi: „igrek iksdan“). Bunda x *erkli o‘zgaruvchi,* $y(x)$ esa *erksiz o‘zgaruvchi* yoki *funksiya* deyiladi.

Masalan, kvadratning yuzi uning x tomoni uzunligining funksiyasi bo‘ladi, ya’ni

$$y(x) = x^2.$$

Bunday yozuvda $y(2)$ tomoni 2 ga teng bo‘lgan kvadratning yuzini bildiradi, ya’ni $y(2) = 2^2 = 4$. Xuddi shunday, $y(5) = 25$, $y(6) = 36$.

$y(2)$ soni $y = x^2$ funksiyaning $x = 2$ bo‘lgandagi *qiymati* deyiladi. Bu funksiyaning $x = 5$ bo‘lgandagi qiymati 25 ga, $x = 6$ bo‘lgandagi qiymati esa 36 ga teng.

Odatda erkli o‘zgaruvchi x harfi bilan, erksiz o‘zgaruvchi esa y harfi bilan belgilanadi. Lekin bunday belgilash majburiy emas. Masalan, shu paragrafning boshida qaralgan masalada s yo‘l t vaqtga bog‘liq, ya’ni s yo‘l t vaqtning funksiyasi. Bu holda

$$s(t) = 60t$$

kabi yoziladi. Bunday yozishda $s(2)$ ifoda 2 soat ichida o‘tilgan yo‘lni kilometr hisobida bildiradi, ya’ni

$$s(2) = 60 \cdot 2 = 120.$$

Xuddi shu kabi $s(1) = 60$ va $s(3) = 180$.

Funksiya berilishining ba'zi usullarini qaraymiz.

1. *Funksiya formula bilan berilishi mumkin.*

Masalan,

$$y = 2x$$

formula x ning berilgan qiymati bo'yicha y ning qiymatini qanday hisoblash kerakligini ko'rsatadi. Funksiyaning bunday usulda berilishi *analitik usul* deyiladi.

2- m a s a l a . Funksiya $y = x^2 + x + 1$ formula bilan berilgan. $y(-2)$, $y(0)$, $y(1)$ ni toping.

△ 1) Bu formulaga $x = -2$ ni qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$y(-2) = (-2)^2 + (-2) + 1 = 4 - 2 + 1 = 3;$$

2) $y(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$;

3) $y(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$.

J a v o b : $y(-2) = 3$, $y(0) = 1$, $y(1) = 3$. ▲

3- m a s a l a . Funksiya $y = -3x + 5$ formula bilan berilgan. x ning shunday qiymatini topingki, unda $y = -1$ bo'lsin.

△ Formuladagi y ning o'rniga -1 sonini qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$-1 = -3x + 5.$$

Bu tenglamani yechib, topamiz: $3x = 5 + 1$, $x = 2$. ▲

J a v o b : $x = 2$.

2. *Funksiya jadval bilan berilishi mumkin.*

Masalan,

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	9	16	25	36	49	64

Bu jadvalga muvofiq $x = 3$ qiymatga $y = 9$ qiymat mos keladi, $x = 5$ qiymatga $y = 25$ qiymat mos keladi. Funksiyaning bunday berilish usuli *jadval usuli* deyiladi.

Funksiyaning jadval usulida berilishiga doir misollar: natural sonlar kvadratlari jadvali, natural sonlar kublari jadvali, bankka qo'yilgan pul miqdoriga qarab, jamg'armaning ko'payib borish jadvali.

3. Amalda ko'pincha *funksiyani uning grafigi yordamida berilish usuli* qo'llaniladi.

Funksiyaning grafigi — bu koordinata tekisligining abssissalari erkli o'zgaruvchining qiymatlariga, ordinatalari esa funksiyaning unga mos qiymatlariga teng bo'lgan barcha nuqtalari to'plamidir.

4- m a s a l a . $y = x^2 + 2$ funksiya berilgan. Shu funksiyaning grafigiga koordinatalari: 1) (1; 3); 2) (2; 2) bo'lgan nuqta tegishli yoki tegishli emasligini aniqlang.

△ 1) y ning qiymatini $x = 1$ bo'lganda topamiz:

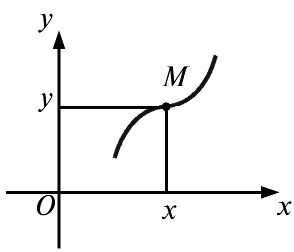
$$y(1) = 1^2 + 2 = 3.$$

$y(1) = 3$ bo'lgani uchun (1; 3) nuqta berilgan funksiya grafigiga tegishli bo'ladi.

2) $y(2) = 2^2 + 2 = 6.$

Grafikning abssissasi $x = 2$ bo'lgan nuqtasi $y = 6$ ordinataga ega, shuning uchun (2; 2) nuqta berilgan funksiya grafigiga tegishli emas. ▲

Faraz qilaylik, koordinata tekisligida biror *y(x)* funksiyaning grafigi tasvirlangan bo'lsin (7- rasm). Berilgan grafik bo'yicha x ning biror aniq qiymatiga *y(x)* funksiyaning mos qiymatini topish uchun bunday yo'l tutamiz. Abssissalar o'qining x koordinatali nuqtasidan shu o'qqa perpendikular o'tkazamiz va uning berilgan funksiya grafigi bilan kesishgan nuqtasi M ni topamiz. Kesishish nuqtasining ordinatasi funksiyaning mos qiymati bo'ladi (7- rasm).



7- rasm.

Funksiyaning grafik yordamida berilish usuli *grafik usul* deyiladi.

Funksiyaning grafik usulda berilishidan ilmiy tadqiqot ishlarida va hozirgi zamon ishlab chiqarishida keng foydalaniladi. Bunda qo'llaniladigan o‘ziyozar asboblar temperatura, tezlik, bosim kabi kattaliklarning o‘zgarish grafiklarini avtomatik tarzda chizadi.

Mashqlar

15. (Og‘zaki.) Quyidagi ifodalarni o‘qing, erkli va erksiz o‘zgaruvchilarni ayting:
$s(t) = 120t$, $p(x) = 17{,}8x$, $y(x) = 3x$, $s(r) = \pi r^2$, $C(R) = 2\pi \cdot R$, $y(t) = 4{,}5(t+2)$, $f(x) = \frac{1}{7}x + 3$, $f(x) = 3x^2$.

16. x ning qiymati -2; -1; 0; 2 ga teng bo‘lganda:
1) $y = 3x$; 2) $y = -2x$; 3) $y = -x - 3$; 4) $y = 20x + 4$
funksiyaning qiymatini hisoblang.

17. Funksiya $s = 60t$ formula bilan berilgan, bu yerda s — yo‘l (km hisobida), t — vaqt (soat hisobida).
1) $s\left(\frac{1}{2}\right)$, $s(1)$, $s(2)$, $s(3{,}5)$, $s(5)$ ni aniqlang;
2) agar $s = 40$, $s = 90$, $s = 150$, $s = 240$ bo‘lsa, t ni aniqlang.

18. Funksiya $y = 2x - 1$ formula bilan berilgan.
1) x ning qiymati 10; $-4{,}5$; 15; 251; 600 ga teng bo‘lganda y ning unga mos qiymatini hisoblang, mos jadval tuzing;
2) y ning qiymati 5; 11; 29; -19; -57; 205; $-3\frac{1}{2}$ ga teng bo‘lishi uchun x ning qiymati qanday bo‘lishi kerakligini toping.

19. Funksiya $P(x) = \frac{1}{3}(2x + 1)$ formula bilan berilgan.
1) $P(4)$, $P(0)$, $P(-1,\ 1)$, $P(1)$, $P(3)$, $P(-12)$, $P(2{,}5)$ ni toping;
2) agar $P(x) = 15$, $P(x) = 2{,}4$, $P(x) = -9$, $P(x) = 0$, $P(x) = -1$, $P(x) = -2{,}4$ bo‘lsa, x ning qiymatini toping.

20. Funksiya $f(x) = 2 - 5x$ formula bilan berilgan. Tengliklar to‘g‘rimi:
1) $f(-2) = 12$; 2) $f(-\frac{1}{5}) = 3$; 3) $f(4) = 20$; 4) $f(\frac{1}{2}) = 0{,}5$?

21. Funksiya $y(x) = 2x + 5$ formula bilan berilgan.

1) $y(0)$, $y(-1)$, $y(2)$, $y(\frac{1}{2})$, $y(-\frac{3}{4})$, $y(-2{,}5)$ ni toping;

2) x ning $y(x) = 10$, $y(x) = 8{,}6$, $y(x) = -14$, $y(x) = -7\frac{1}{2}$, $y(x) = 0$, $y(x) = 5$ bo‘ladigan qiymatini toping;

3) tengliklar to‘g‘rimi: $y(-3) = -1$, $y(-\frac{1}{2}) = 6$, $y(7) = 19$, $y(1) = 7$, $y(-2) = 1$, $y(3) = 10$, $y(-7) = -10$?

22. (Og‘zaki.) Quyidagi jadval atmosfera bosimi P ning dengiz sathidan h balandlikka bog‘liqligini ifodalaydi:

h, km hisobida	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20
p, mm.sim. ust.	760,0	716,0	674,0	596,1	525,7	462,2	404,2	198,1	40,9

1) 1 km; 3 km; 5 km; 10 km balandlikdagi bosimni ayting;
2) dengiz sathidan qanday balandlikda bosim 760,0 mm.sim.ust.ga; 462,2 mm.sim.ust.ga teng bo‘ladi?

23. (Og‘zaki.) Temperaturaning bir kecha-kunduz davomida o‘zgarish natijalari quyidagi jadvalda berilgan:

Vaqt, soat hisobida	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura, °C	–1	1	–3	–4	$2\frac{1}{2}$	5	8	$10\frac{1}{2}$	11	9	6	$3\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$

1) soat 6 dagi, soat 18 dagi, soat 24 dagi temperaturani ayting;
2) qanday vaqtda temperatura +1 °C ga, –4 °C ga, 11 °C ga teng bo‘lgan?
3) nima uchun bu bog‘lanishni funksiya deb atash mumkin?

24. $y = x^2 - 5x + 6$ funksiya berilgan. Shu funksiya grafigiga koordinatalari: 1) (1; 2); 2) (–2; 0); 3) (–2; 20); 4) (3; 0) bo‘lgan nuqta tegishli bo‘lishi yoki bo‘lmasligini aniqlang.

25. $y = 2x^2 - 5x + 3$ funksiya berilgan. Shu funksiya grafigiga koordinatalari: 1) $(-1; 1)$; 2) $(1; 0)$; 3) $(1{,}5; 0)$; 4) $(-2; 7)$ bo‘lgan nuqta tegishli bo‘lishi yoki bo‘lmasligini aniqlang.

3- §. $y = kx$ FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

Funksiyaga doir yana bitta misol keltiramiz.

Asosi 3 ga, balandligi esa x ga teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzini hisoblaymiz. Agar izlanayotgan yuzni y harfi bilan belgilansa, u holda javobni $y = 3x$ formula bilan yozish mumkin.

Agar to‘g‘ri to‘rtburchakning asosi k ga teng bo‘lsa, u holda x balandlik bilan y yuz orasidagi bog‘liqlik $y = kx$ formula bilan ifoda qilinadi. k sonning har bir qiymati biror

$$\boxed{y = kx} \qquad (1)$$

funksiyani aniqlaydi.

Endi $y = kx$ funksiyaning grafigini yasaymiz.

$k = 2$ bo‘lsin, deylik. U holda funksiya bunday ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$y = 2x. \qquad (2)$$

x ga turli qiymatlar berib, (2) formula bo‘yicha y ning mos qiymatlarini hisoblaymiz.

Masalan, $x = 2$ ni olib, $y = 4$ ni hosil qilamiz. Koordinatalari $(2; 4)$ bo‘lgan nuqtani yasaymiz. Agar $x = 0$ bo‘lsa, u holda $y = 2 \cdot 0 = 0$; agar $x = -3$ bo‘lsa, u holda $y = 2 \cdot (-3) = -6$; agar $x = 0{,}5$ bo‘lsa, u holda $y = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ bo‘ladi va hokazo.

Jadval tuzamiz:

x	2	0	–3	0,5
y	4	0	–6	1

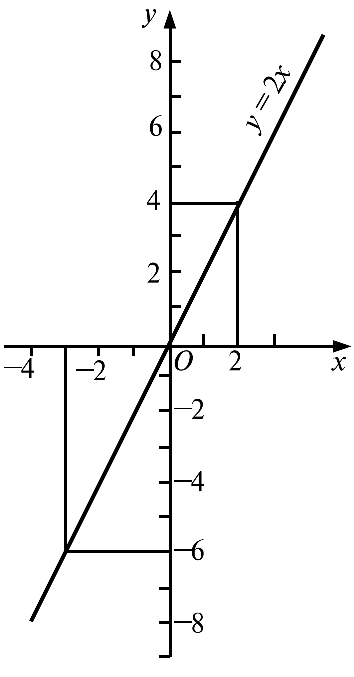
Topilgan koordinatalar bo‘yicha nuqtalarni yasaymiz.

Chizg‘ichni qo‘yib, barcha topilgan nuqtalar koordinatalar boshidan o‘tuvchi bir to‘g‘ri chiziqda yotishiga ishonch hosil qilish mumkin. Shu to‘g‘ri chiziq $y = 2x$ funksiyaning grafigi bo‘ladi (8- rasm).

Koordinatalari $(x; y)$ bo‘lgan nuqta faqat $y = 2x$ tenglik to‘g‘ri bo‘lgan holdagina shu to‘g‘ri chiziqda yotadi. Masalan, $(–1; –2)$ koordinatali nuqta bu to‘g‘ri chiziqda yotadi, chunki $(–2) = 2 \cdot (–1)$ to‘g‘ri tenglik.

$y = kx$ funksiyaning grafigi k ning istalgan qiymatida koordinatalar boshidan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi.

Geometriya kursidan ma’lumki, ikki nuqta orqali birgina to‘g‘ri chiziq o‘tadi, shu sababli *$y = kx$ funksiyaning grafigini yasash uchun grafikning ikkita nuqtasini yasash yetarli,* so‘ngra esa shu nuqtalar orqali chizg‘ich yordamida to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi.



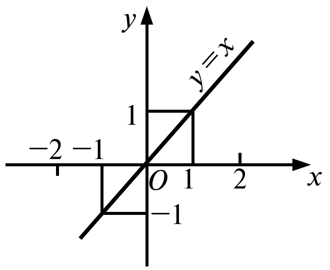
8- rasm.

Koordinatalar boshi $y = kx$ funksiyaning grafigiga tegishli bo‘lgani sababli bu grafikni yasash uchun uning yana bir nuqtasini topish yetarli.

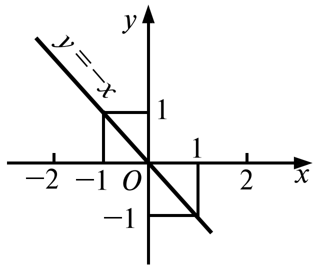
M a s a l a . $y = kx$ funksiyaning: 1) $k = 1$; 2) $k = –1$; 3) $k = 0$ bo‘lgandagi grafigini yasang.

Δ 1) $k = 1$ bo‘lganda funksiya $y = x$ ko‘rinishga ega bo‘ladi. Agar $x = 1$ bo‘lsa, u holda $y = 1$ bo‘ladi. Shuning uchun $(1; 1)$ nuqta grafikka tegishli bo‘ladi. $y = x$ funksiyaning grafigini yasash uchun $(0; 0)$ va $(1; 1)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq chizamiz. Bu to‘g‘ri chiziq birinchi va uchinchi koordinata burchaklarini teng ikkiga bo‘ladi (9- rasm);

2) $k = –1$ bo‘lganda funksiya $y = –x$ ko‘rinishga ega bo‘ladi. Agar $x = 1$ bo‘lsa, u holda $y = –1$ bo‘ladi, shuning uchun $(1; –1)$ nuqta grafikka tegishli bo‘ladi.



9- rasm.



10- rasm.

(0; 0) va (1; –1) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq $y = –x$ funksiyaning grafigi bo‘ladi (10- rasm).

Bu to‘g‘ri chiziq ikkinchi va to‘rtinchi koordinata burchaklarini teng ikkiga bo‘ladi (10- rasm);

3) $k = 0$ bo‘lganda funksiya $y = 0 \cdot x$, ya’ni $y = 0$ ko‘rinishga ega bo‘ladi. Bu esa grafik barcha nuqtalarining ordinatalari nolga tengligini bildiradi. Shuning uchun bu funksiyaning grafigi abssissalar o‘qi bilan ustma-ust tushuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. ▲

(!) x bilan y orasidagi $y = kx$ (bu yerda $k > 0$) formula bilan ifodalangan bog‘lanish odatda *to‘g‘ri proporsional bog‘lanish, k son esa proporsionallik koeffitsiyenti* deyiladi.

Masalan, jism o‘zgarmas tezlik bilan harakat qilganda uning bosib o‘tgan yo‘li harakat vaqtiga to‘g‘ri proporsional. Zichligi doimiy bo‘lgan gazning massasi uning hajmiga to‘g‘ri proporsional.

Mashqlar

26. Daftar 80 so‘m turadi. Shu daftarning sotib olingan miqdori (n) bilan unga so‘mlar hisobida to‘langan pul (y) orasidagi bog‘lanishni formula bilan ifoda qiling. y (6), y (11) nimaga teng?

27. „Neksiya“ avtomobili katta yo‘lda 80 km/soat tezlik bilan harakat qilmoqda. Bosib o‘tilgan masofa s (km hisobida)ning harakat vaqti t (soat hisobida)ga bog‘liqligini ifodalovchi formulani yozing. $s(3)$, $s(5,4)$ nimaga teng?

28. Funksiyaning grafigini yasang:

1) $y = 3x$; 2) $y = 5x$; 3) $y = -4x$; 4) $y = -0,8x$.

Funksiyaning grafigini yasang **(29—30):**

29. 1) $y = 1,5x$; | 2) $y = -2,5x$; | 3) $y = -0,2x$; | 4) $y = 0,4x$.

30. 1) $y = 2\frac{1}{2}x$; 2) $y = \frac{1}{4}x$; 3) $y = 0,6x$; 4) $y = -\frac{5}{3}x$.

31. $y = -1,5x$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha:

1) x ning 1 ga; 0 ga; 2 ga; 3 ga teng qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini;

2) x ning qanday qiymatida y -3 ga; 4,5 ga; 6 ga teng bo‘lishini;

3) x ning y musbat (manfiy) bo‘ladigan bir nechta qiymatini toping.

32. $y = 0,2x$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha:

1) x ning -5 ga; 0 ga; 5 ga teng qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini toping;

2) x ning qanday qiymatida funksiya -2; 0; 2 ga teng bo‘lishini toping;

3) x ning y musbat (manfiy) bo‘ladigan bir nechta qiymatini toping.

33. Funksiyaning grafigini yasang va shu grafik qaysi koordinata burchaklarida joylashganligini ko‘rsating:

1) $y = \frac{1}{3}x$; 2) $y = -\frac{1}{3}x$; 3) $y = 4,5x$; 4) $y = -4,5x$.

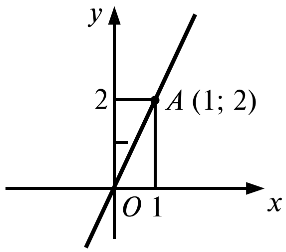
34. Funksiyaning grafigini yasang:

1) $y = 3,5x$; 2) $y = -\frac{2}{5}x$; 3) $y = -2x$; 4) $y = 1,5x$.

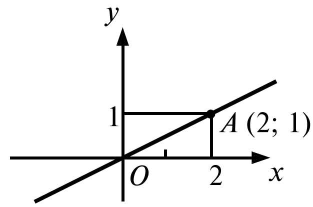
Har bir holda grafikning abssissalar o‘qidan yuqorida (abssissalar o‘qidan pastda) yotuvchi ikkita nuqtasi koordinatalarini ko‘rsating.

35. Grafigi rasmdagi to‘g‘ri chiziq bilan tasvirlangan funksiyani formula bilan yozing:

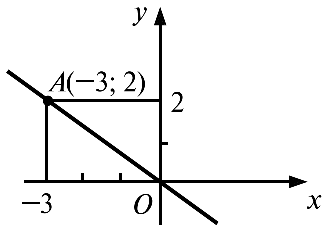
1) 11- rasm; 2) 12- rasm; 3) 13- rasm; 4) 14- rasm.



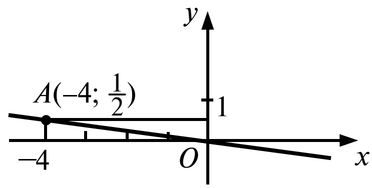
11- rasm.



12- rasm.



13- rasm.



14- rasm.

36. *OA* to‘g‘ri chiziq koordinatalar boshidan va $A\ (\frac{1}{2};\ 7)$ nuqtadan o‘tadi. Shu to‘g‘ri chiziq quyidagi funksiyalardan qaysi birining grafigi bo‘ladi: $y = 7x$, $y = -14x$, $y = 14x$?

37. Agar *B* nuqta $y = kx$ funksiyaning grafigiga tegishli ekanligi ma’lum bo‘lsa, shu funksiyaning grafigini yasang:

1) $B\ (2;\ -3)$; 2) $B\ (3\frac{1}{3};\ -2)$. Shu funksiyalardan qaysinisining grafigi $M\ (-10;\ 15)$ nuqtadan o‘tadi?

38. Sol daryoda 2 km/soat tezlik bilan suzib bormoqda. Solning *x* soatda bosib o‘tgan *s* yo‘lini ifodalang. Solning 1 soatda; 2,5 soatda; 4 soatda bosib o‘tgan yo‘lini hisoblang. Yo‘lning harakat vaqtiga bog‘liqligi grafigini yasab, grafik bo‘yicha solning 6 km yo‘lni bosib o‘tishi uchun ketgan vaqtni toping.

39. Piyoda kishi 3 km/soat tezlik bilan ketmoqda. Piyoda kishining *t* soatda bosib o‘tgan (*s*) yo‘li ifodasini topib, yo‘lning vaqtga bog‘liqligi grafigini yasang. Grafik bo‘yicha piyodaning 0,5 soatda; 1 soatda; 1 soat-u 30 minutda bosib o‘tgan yo‘lini toping.

4- §. CHIZIQLI FUNKSIYA VA UNING GRAFIGI

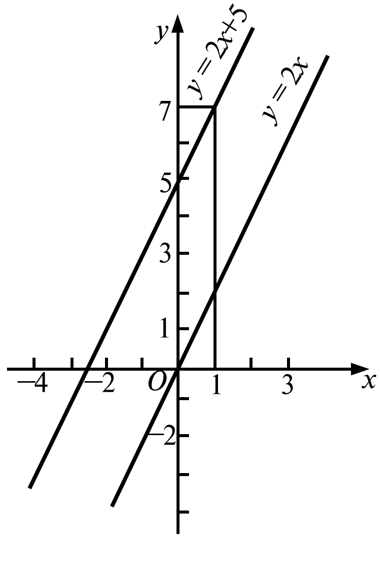
Endi chiziqli funksiyani o‘rganamiz.

Chiziqli funksiya deb, $y = kx + b$ ko‘rinishidagi funksiyaga aytiladi, bu yerda k va b — berilgan sonlar. $b = 0$ bo‘lganda chiziqli funksiya $y = kx$ ko‘rinishga ega bo‘ladi va uning grafigi koordinatalar boshidan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. Bu dalilga asoslanib, *$y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi to‘g‘ri chiziq* bo‘lishini ko‘rsatish mumkin. Ikki nuqta orqali birgina to‘g‘ri chiziq o‘tganligi sababli $y = kx+b$ funksiyaning grafigini yasash uchun shu grafikning ikki nuqtasini yasash yetarli bo‘ladi.

1- m a s a l a . $y = 2x + 5$ funksiya grafigini yasang.

△ $x = 0$ bo‘lganda $y = 2x + 5$ funksiyaning qiymati 5 ga teng, ya’ni (0; 5) nuqta grafikka tegishli.

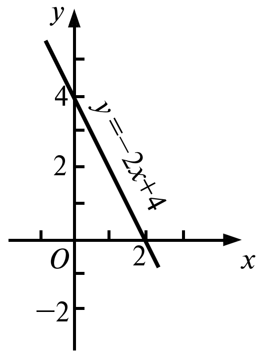
Agar $x = 1$ bo‘lsa, u holda $y = 2 \cdot 1+5 = 7$ bo‘ladi, ya’ni (1; 7) nuqta ham grafikka tegishli. (0; 5) va (1; 7) nuqtalarni yasaymiz va ular orqali to‘g‘ri chiziq o‘tkazamiz. Bu to‘g‘ri chiziq $y = 2x + 5$ funksiyaning grafigi bo‘ladi (15- rasm). ▲



15- rasm.

$y = 2x + 5$ funksiya grafigi har bir nuqtasining ordinatasi $y = 2x$ funksiya grafigi o‘sha abssissali nuqtasining ordinatasidan 5 birlik katta bo‘lishini ko‘rib turibmiz. Bu $y = 2x + 5$ funksiya grafigining har bir nuqtasi $y = 2x$ funksiya grafigining mos nuqtasini ordinatalar o‘qi bo‘ylab yuqoriga 5 birlik siljitish yo‘li bilan hosil qilinishini bildiradi.

Umuman, *$y = kx + b$ funksiyaning grafigi $y = kx$ funksiya grafigini ordinatalar o‘qi bo‘ylab b birlikka siljitish yo‘li bilan hosil* *qilinadi.* $y = kx$ *va* $y = kx + b$ funksiyalarning grafiklari parallel to‘g‘ri chiziqlar bo‘ladi.



16- rasm.

2- m a s a l a . $y = -2x + 4$ funksiya grafigining koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini toping.

Δ Grafikning abssissalar o‘qi bilan kesishish nuqtasini topamiz. Bu nuqtaning ordinatasi 0 ga teng. Shuning uchun $-2x + 4 = 0$, bundan $x = 2$.

Shunday qilib, grafikning abssissalar o‘qi bilan kesishish nuqtasi (2; 0) koordinataga ega bo‘ladi.

Grafikning ordinatalar o‘qi bilan kesishish nuqtasini topamiz. Bu nuqtaning abssissasi 0 ga teng bo‘lgani uchun $y = -2 \cdot 0 + 4 = 4$.

Shunday qilib, grafikning ordinatalar o‘qi bilan kesishish nuqtasi (0; 4) koordinataga ega bo‘ladi (16- rasm). ▲

Chiziqli funksiyaning grafigini yasash uchun ba’zan shu grafikning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini topish qulayligini ta’kidlab o‘tamiz.

3- m a s a l a . $k = 0$ va $b = 2$ bo‘lganda $y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigini yasang.

Δ $k = 0$ va $b = 2$ bo‘lganda funksiya $y = 2$ ko‘rinishga ega bo‘ladi. Grafikning barcha nuqtalarining ordinatalari 2 ga teng.

Bu funksiyaning grafigi Ox o‘qiga parallel va (0; 2) nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. ▲

Ko‘pgina fizik jarayonlar chiziqli funksiya yordamida tavsiflanadi. Masalan, tekis harakatda jismning bosib o‘tgan yo‘li vaqtning chiziqli funksiyasi bo‘ladi

Mashqlar

40. (Og‘zaki.) Quyidagi formula bilan berilgan funksiya chiziqli funksiya bo‘la oladimi:

1) $y = -x - 2$; 2) $y = 2x^2 + 3$; 3) $y = \frac{x}{3}$;

4) $y = 250$; 5) $y = \frac{3}{x} + 8$; 6) $y = -\frac{x}{5} + 1$?

Chiziqli funksiyalar uchun k va b ning qiymatlarini ayting.

41. $y(x) = 3x - 1$ chiziqli funksiya berilgan.
1) $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$, $y(-1)$, $y(-3)$ ni toping;
2) agar $y(x) = -4$, $y(x) = 8$, $y(x) = 0$, $y(x) = -7$, $y(x) = -1$ bo'lsa, x ning qiymatini toping.

42. Idishga qaynatgich solingan paytda suv 12 °C temperaturaga ega edi. Har minutda uning temperaturasi 8 °C dan ko'tarilib boradi. Suv temperaturasi T ning uning isish vaqti t ga bog'liq ravishda o'zgarishini ifodalovchi formulani toping. Shu funksiya chiziqli bo'ladimi? T (5), T (8) nimaga teng? Suv isiy boshlaganidan necha minut keyin qaynaydi?

43. Funksiyaning grafigini yasang:

1) $y = 2x + 1$; 2) $y = -2x + 1$; 3) $y = 3x - 4$;
4) $y = 0,5x - 1$; 5) $y = \frac{1}{4}x - 2$; 6) $y = \frac{1}{2}x + 2$.

44. Grafikning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping:
1) $y = -1,5x + 3$; 2) $y = -2x + 4$; 3) $y = -1,5x - 6$;
4) $y = 0,8x - 0,6$; 5) $y = -\frac{1}{4}x + 2$; 6) $y = \frac{2}{3}x - 5$.

45. Funksiyaning grafigini uning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarini topib, yasang:

1) $y = 2x + 2$; 2) $y = -\frac{1}{2}x - 1$; 3) $y = 4x + 8$;
4) $y = -3x + 6$; 5) $y = 2,5x + 5$; 6) $y = -6x - 2$.

46. Funksiyaning grafigini yasang:

1) $y = 7$; 2) $y = -3,5$; 3) $y = \frac{1}{4}$; 4) $y = 0$.

47. (Og'zaki.) $y = -2x$ funksiya grafigidan $y = -2x + 3$ va $y = -2x - 3$ funksiyalarning grafiklarini qanday qilib hosil qilish mumkin?

48. (Og'zaki.) $y = \frac{1}{3}x$ funksiya grafigidan $y = \frac{1}{3}x + 2$ va $y = \frac{1}{3}x - 2$ funksiyalarning grafiklarini qanday qilib hosil qilish mumkin?

49. 1) $y = -0{,}5x - 2$ funksiyaning grafigini yasang va grafik bo‘yicha x ning funksiya qiymati musbat (manfiy) bo‘ladigan bir nechta qiymatini ko‘rsating;
2) $y = -4x + 3$ funksiyaning grafigini yasang va grafik bo‘yicha x ning funksiya qiymati musbat (manfiy) bo‘ladigan bir nechta qiymatini ko‘rsating.

50. $y = 2x + 3$ formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha:
1) x ning -1 ga; 2 ga; 3 ga; 5 ga teng qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini toping;
2) x ning qanday qiymatida y ning qiymati 1 ga; 4 ga; 0 ga; -1 ga teng bo‘lishini ko‘rsating.

51. Chiziqli funksiya $y = x + 2$ formula bilan berilgan. Shu funksiyaning grafigiga $M(0;\ 2)$, $N(1;\ 3)$, $A(-1;\ 1)$, $B(-4{,}7;\ -2{,}7)$, $C\left(-2\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ nuqtalar tegishlimi?

52. $y = kx + 2$ funksiyaning grafigi: 1) $P(-7;\ -12)$; 2) $C(3;\ -7)$ nuqtadan o‘tishi ma’lum bo‘lsa, k ning qiymatini toping.

53. $y = -3x + b$ funksiyaning grafigi: 1) $M(-2;\ 4)$; 2) $N(5;\ 2)$ nuqtadan o‘tishi ma’lum bo‘lsa, b ning qiymatini toping.

54. Agar $y = kx + 1$ funksiya grafigiga: 1) $M(1;\ 3)$; 2) $M(2;\ -7)$ nuqta tegishli ekanligi ma’lum bo‘lsa, shu funksiyaning grafigini yasang.

55. 1) Sabzavot omborida 400 t kartoshka bor edi. Har kuni omborga yana 50 tonnadan kartoshka tashib keltirildi. Kartoshka miqdori (p) ning vaqt (t) ga bog‘liqligini formula bilan ifodalang.
2) Sabzavot omborida 400 t kartoshka bor edi. Undan har kuni 50 t dan kartoshka tashib ketildi. Kartoshka miqdori (p) ning vaqt (t) ga bog‘liqligini formula bilan ifodalang.

56. Sayyoh shahardan chiqib avtobusda 10 km yo‘l bosdi, so‘ngra esa shu yo‘nalishda 5 km/soat tezlik bilan piyoda yura boshladi. Sayyoh x soat piyoda yurganidan keyin shahardan qancha (y) masofada bo‘lgan?

57. $y = 13 - x$ funksiya grafigining koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini aniqlang va shu to‘g‘ri chiziq hamda koordinata o‘qlari bilan chegaralangan to‘g‘ri burchakli uchburchakning yuzini hisoblang.

I bobga doir mashqlar

58. A (5; 0), B (5; –3), C (0; 3), D (–3; 1), E (4; 2) nuqtalarga koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqtalarni yasang va ularning koordinatalarini aniqlang.

59. A (5; 3) nuqta berilgan. Shu nuqtaga: 1) Ox o‘qiga; 2) Oy o‘qiga; 3) koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqtani yasang. Hosil bo‘lgan nuqtalarning koordinatalarini aniqlang.

60. Tekislikda A (2; 7), B (3; 4), C (2; –7), D (–3; –4), E (–2; 7) nuqtalar joylashgan. Shu nuqtalarning qanday juftlari:
1) abssissalar o‘qiga; 2) ordinatalar o‘qiga; 3) koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik bo‘lishini aniqlang.

61. Tomoni 4 ga teng bo‘lgan kvadratning markazi koordinatalar boshida yotadi, tomonlari esa koordinata o‘qlariga parallel. Kvadrat uchlarining koordinatalarini aniqlang.

62. Tekis harakat formulasi $s = vt$ dan harakat vaqtini yo‘l bilan tezlikning funksiyasi sifatida ifoda qiling.

63. Modda zichligining formulasi $p = \frac{m}{V}$ dan:
1) jism massasi m ni zichlik bilan hajmning funksiyasi sifatida ifoda qiling; 2) jism hajmi V ni massa bilan zichlikning funksiyasi sifatida ifoda qiling.

64. x va y o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘lanish $y = kx$ formula bilan ifoda qilingan. Agar $x = 2{,}5$ bo‘lganda $y = -5$ bo‘lsa, k ni aniqlang.

65. 1) $y = kx$ funksiyaning grafigi B (−30; 3) nuqtadan o‘tadi. k ni toping.
2) $y = kx$ funksiyaning grafigi B (4; –80) nuqtadan o‘tadi. k ni toping.

O‘ZINGIZNI TEKSHIRIB KO‘RING!

1. To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini yozing:

1) $y = x + 1$; 2) $y = 2x - 1$;

3) $2y - 3x + 4 = 0$; 4) $3y - 4x - 3 = 0$.

2. 1) $y = kx + 2$; 2) $y = kx - 2$; 3) $y = -kx + 4$ funksiya grafigi (1; 1) nuqtadan o‘tadi. k ni toping.

3. 1) $y = -2x + b$; 2) $y = -5x + b$; 3) $y = 3x - b$ funksiya grafigi (−2; 3) nuqtadan o‘tadi. b ni toping.

4. To‘g‘ri chiziq A (0; −1) va B (2; 5) nuqtalardan o‘tadi. Uning tenglamasi (formulasi)ni yozing.

5. $y = kx + b$ funksiya grafigi A (0; 3) va B (1; 2) nuqtalardan o‘tadi. k va b ni toping.

I bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. *MNPQ* to‘g‘ri to‘rtburchak uchta uchining koordinatalari berilgan: M (0; 0), N (0; 2), P (3; 2). Q uchining koordinatalarini toping.

A) (3; 0); B) (0; 3); C) (2; 3); D) (2; 0).

2. *MNPQ* kvadrat uchlarining koordinatalari berilgan: M(0; 0), N(0; 1), P(1; 1), Q(1; 0). Uning diagonallari kesishish nuqtasining koordinatalarini toping.

A) $(1; \frac{1}{2})$; B) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$; C) $(\frac{1}{2}; 2)$; D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.

3. Quyidagi nuqtalarning qaysilari $y = 3x + 7$ funksiya grafigiga tegishli: 1) (0; 7); 2) (1; 11); 3) (−1; 4); 4) (−2; 1); 5) (−3; 2); 6) (2; 10)?

A) 1, 2, 5; B) 2, 4, 6; C) 1, 3, 4; D) 3, 4, 6.

4. Quyidagi nuqtalarning qaysilari $y = -2x + 5$ funksiya grafigiga tegishli emas:

1) (1; −3); 2) (0; 5); 3) (2; 3); 4) (3; −1); 5) (−1; 6); 6) (−2; 9)?

A) 2, 3, 4; C) 1, 2, 4;

B) 4, 5, 6; D) 1, 3, 5.

5. $y = -2x - 1$ funksiya grafigi qaysi choraklarda yotadi?

A) II, III, IV; C) I, II, IV;

B) I, III, IV; D) II, III.

6. $y = kx + 4$ funksiya grafigi $M(1; 1)$ nuqtadan o‘tadi. k ni toping.

A) −3; B) 3; C) −2; D) −4.

7. $y = -2x + b$ funksiya grafigi $M(-1; 7)$ nuqtadan o‘tadi. b ni toping.

A) 9; B) 5; C) −5; D) 3.

8. $y = kx + b$ funksiya grafigi $M(0; -1)$, $N(1; -5)$ nuqtalardan o‘tadi. k va b ni toping.

A) $k = 2$, $b = 3$; C) $k = -4$, $b = -1$;

B) $k = 3$, $b = 2$; D) $k = 2$, $b = -3$.

9. To‘g‘ri chiziq $M(0; -5)$ va $N(1; -2)$ nuqtalardan o‘tadi. Shu to‘g‘ri chiziq tenglamasi (formulasi)ni yozing.

A) $y = 2x - 3$; C) $y = 5x - 3$;

B) $y = -3x + 5$; D) $y = 3x - 5$.

10. To‘g‘ri chiziq koordinatalar boshidan va $M(-2; 5)$ nuqtadan o‘tadi. Shu to‘g‘ri chiziq quyidagi funksiyalardan qaysi birining grafigi bo‘ladi:

1) $y = -\frac{5}{2}x$; 2) $y = \frac{5}{2}x$; 3) $y = \frac{2}{5}x$;

4) $y = -2x + 5$; 5) $y = -2x$?

A) 1; B) 3, 4; C) 4, 5; D) 2.

11. $y = -9x + 5$ funksiya grafigida koordinatalari o‘zaro teng bo‘lgan nuqtani toping.

A) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$; C) $(\frac{-3}{4}; \frac{-3}{4})$;

B) $(\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$; D) $(\frac{-1}{5}; \frac{-1}{5})$.

12. $y = -5x + 3$ funksiya grafigida koordinatalari yig‘indisi 15 ga teng bo‘lgan nuqtani toping.

A) (3; 15); C) (−4; 19);
B) (−3; 18); D) (−2; 17).

13. x ning qanday qiymatida $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}$ funksiyaning qiymati 1 ga teng bo‘ladi?

A) $-\frac{8}{15}$; B) $\frac{8}{15}$; C) $\frac{15}{8}$; D) $-\frac{15}{8}$.

14. k va b ning qanday qiymatlarida $y = kx + b$ to‘g‘ri chiziq grafigi $M(0; 1\frac{1}{4})$ va $N(\frac{5}{2}; \frac{1}{4})$ nuqtalardan o‘tadi?

A) $k = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{4}$; C) $k = \frac{2}{5}, b = \frac{4}{3}$;

B) $k = -\frac{2}{5}, b = \frac{4}{3}$; D) $k = \frac{-2}{5}, b = 1\frac{1}{4}$.

15. Funksiyalardan qaysinisining grafigi M (1; 1), $N(\frac{1}{3}; 3)$ nuqtalardan o‘tadi:

1) $y = 2x - 1$; 2) $y = -6x + 5$;
3) $y = -3x+4$; 4) $y = 3x - 2$?

A) 3; B) 2; C) 2 va 3; D) 1 va 4.

16. $y = -3x - 5$ funksiya grafigining koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalari koordinatalarini toping:

A) (0; – 5) va $(-\frac{5}{3}; 0)$; C) (0; 5) va $(\frac{3}{5}; 0)$;

B) (0; – 5) va $(-\frac{3}{5}; 0)$; D) (0; 5) va $(\frac{5}{3}; 0)$.

17. M(0; 7) va $N(\frac{7}{4}; 0)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini (formulasini) yozing.

A) $y = 4x + 7$; C) $y = \frac{4}{7}x - 1$;
B) $y = -4x + 7$; D) $y = 4x - 7$.

Tarixiy masalalar

1. Temir sterjen (tayoqcha)ning 0 °C temperaturadagi uzunligi 1 m ga teng. Qizdirishning har bir gradusida tayoqchaning uzunligi 0 °C dagi uzunlikning 0,000012 qismiga uzayadi. Agar temir tayoqcha *t* °C gacha qizdirilgan bo‘lsa, uning uzunligini toping.

2. Tayin bir joyda Selsiy termometri *x* gradusni, ayni shu joyda Farengeyt termometri *y* gradusni ko‘rsatayotgan bo‘lsin. *x* va *y* orasidagi bog‘lanish $y = \frac{9}{5}x + 32$ formula yordamida berilishi mumkin. *Ox* va *Oy* o‘qlarida qulay masshtab tanlab olib, shu funksiya grafigini chizing.

Tarixiy ma’lumotlar

„Funksiya“ so‘zi lotincha „functio“ so‘zidan olingan bo‘lib, u „amalga oshirish“, „bajarish“ degan ma’noni bildiradi. Funksiyaning dastlabki ta’riflari G.Leybnis (1646—1716), I. Bernulli (1667—1748), N.I. Lobachevskiy (1792—1856) asarlarida berilgan. P.L. Dirixle (1805—1859) kiritgan ta’rif maktab darsliklarida berilgan ta’rifga yaqin.

Qadimgi olimlar miqdorlar orasida funksional bog‘lanish bo‘lishi lozimligini tushunishgan. To‘rt ming yildan avvalroq Bobil olimlari radiusi *r* bo‘lgan doira yuzi uchun taqriban bo‘lsa-da $S = 3r^2$ formulani chiqarishgan.

Natural sonlarning kvadratlari, kublari jadvallari, kvadrat ildizlar jadvallari miqdorlar orasidagi bog‘lanishning — funksiyaning jadval usulida berilishi, xolos.

Buyuk olim Abu Rayhon Beruniy (973—1048) ham o‘z asarlarida funksiya tushunchasidan, uning xossalaridan foydalangan. Abu Rayhon Beruniy mashhur „Qonuni Mas’udiy“ asarining 6- maqolasida argument (erkli o‘zgaruvchi) va funksiyaning (erksiz o‘zgaruvchining) o‘zgarish oraliqlari, funksiyaning ishoralari, eng katta va eng kichik qiymatlarini ta’riflaydi.

II BOB IKKI NOMA’LUMLI IKKITA CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI

5- §. CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI

Ushbu masalani qaraylik.

M a s a l a . O‘quvchi yig‘indisi 10 ga, ayirmasi esa 4 ga teng bo‘lgan ikkita son o‘yladi. O‘quvchi qanday sonlarni o‘ylagan?

Izlanayotgan sonlardan birini x bilan, ikkinchisini esa y bilan belgilaymiz. U holda, masala shartiga ko‘ra $x + y = 10$ va $x - y = 4$ bo‘ladi.

Bu tenglamalarda noma’lum sonlar bir xil bo‘lgani uchun bu tenglamalar birgalikda qaraladi va *ular ikkita tenglama sistemasini* tashkil qiladi deyiladi:

$$\begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4. \end{cases} \qquad (1)$$

Chap tomonda turgan katta qavs har bir tenglamani to‘g‘ri tenglikka aylantiruvchi ($x; y$) sonlar juftligini topish kerakligini bildiradi.

(1) tenglamalar sistemasi — *bu birinchi darajali ikki noma’lumli ikkita tenglama sistemasiga* misoldir.

Ikkita son: $x = 7$ va $y = 3$ (1) sistemadagi har bir tenglamani to‘g‘ri tenglikka aylantirishini tekshirib ko‘rish oson:

$$\begin{cases} 7 + 3 = 10, \\ 7 - 3 = 4. \end{cases}$$

Bunday sonlar juftligi (1) *sistemaning yechimi* deyiladi.

(!) Birinchi darajali ikki noma’lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi umumiy ko‘rinishda bunday yoziladi:

$$\boxed{\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}} \qquad (2)$$

bu yerda a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 — berilgan sonlar, x va y — noma'lum sonlar. Masalan, (1) sistemada: $a_1=1$, $b_1=1$, $c_1=10$, $a_2=1$, $b_2=-1$, $c_2=4$.

(2) tenglamalar sistemasining yechimi deb, shunday x va y sonlar juftligiga aytiladiki, ularni shu sistemaga qo'yganda uning har bir tenglamasi to'g'ri tenglikka aylanadi.

Tenglamalar sistemasini yechish — bu uning hamma yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash, demakdir.

Mashqlar

66. (Og'zaki.) $x=40$, $y=20$ sonlari

$$\begin{cases} x+y=60, \\ x-y=20 \end{cases}$$

sistemaning yechimi ekanligini tekshiring.

67. (Og'zaki.) $x=4$, $y=3$ sonlari

$$\begin{cases} 2,5x-3y=1, \\ 5x-6y=2 \end{cases}$$

sistemaning yechimi ekanligini tekshiring.

68. Tenglamalar sistemasi berilgan:

$$\begin{cases} 4x+3y=6, \\ 2x+y=4. \end{cases}$$

Quyidagi sonlar juftliklaridan berilgan sistemani qanoatlantiradiganini toping:

1) $x=0$, $y=2$; 2) $x=3$, $y=-2$;
3) $x=6$, $y=-6$; 4) $x=5$, $y=0$.

69. Tenglamalar sistemasi berilgan:

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=-1, \\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=5. \end{cases}$$

Quyidagi sonlar juftliklaridan berilgan sistemani qanoatlantiradiganini toping:

1) $x = 6,\ y = 3$; 2) $x = 10,\ y = 0$;
3) $x = 0,\ y = -2$; 4) $x = 6,\ y = -6$.

70. Tenglamalar sistemasi berilgan:

$$\begin{cases} x - 3y = a, \\ 2x + 4y = b. \end{cases}$$

$x = 5$ va $y = 2$ sonlari juftligi uning yechimi ekanligi ma'lum, a va b ni toping.

71. Tenglamalar sistemasi berilgan:

$$\begin{cases} kx - 3y = 11, \\ 11x + my = 29. \end{cases}$$

$x = 1$ va $y = -2$ sonlari juftligi uning yechimi ekanligi ma'lum. k va m ning qiymatlarini toping.

72. Tenglamalar sistemasi yechimlarga egami:

1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ x + y = -1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 2y = 4, \\ x - y = 3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 0,75x - y = 2\,? \end{cases}$

73. Tanlash yo'li bilan tenglamalar sistemasining ikkitadan yechimini toping:

1) $\begin{cases} u + v = 7, \\ uv = 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} u + v = 10, \\ uv = 21; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} u - v = -11, \\ uv = 24. \end{cases}$

6- §. O'RNIGA QO'YISH USULI

1- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x + y = 4. \end{cases} \tag{1}$$

Δ x va y shunday sonlarki, (1) sistemaning ikkala tengligi ham to'g'ri bo'ladi, ya'ni x va y (1) sistemaning yechimi, deb faraz qilamiz.

$2x + y = 4$ tenglamaning chap qismidan $2x$ ni uning o‘ng qismiga olib o‘tamiz; yana to‘g‘ri tenglik hosil qilamiz:

$$y = 4 - 2x. \tag{2}$$

Endi (1) sistemaning birinchi tenglamasini qaraymiz:

$$x + 2y = 5. \tag{3}$$

x va y shunday sonlarki, (3) tenglik to‘g‘ri bo‘ladi degan farazimizni eslaylik. Bu tenglikdagi y sonni unga teng bo‘lgan $4 - 2x$ son bilan almashtiramiz, ya’ni (3) dagi y ning o‘rniga uning (2) dagi $4 - 2x$ qiymatini qo‘yamiz. U holda $x + 2(4 - 2x) = 5$ tenglikni hosil qilamiz. Bu tenglikdan topamiz: $x + 8 - 4x = 5$, $-3x = -3$, $x = 1$.

$x = 1$ ni (2) tenglikka qo‘yib, $y = 4 - 2 \cdot 1 = 2$ ekanini hosil qilamiz.

Olib borilgan mulohazalarga yakun yasaylik. (1) sistema yechimga ega deb faraz qilib, biz $x = 1$ va $y = 2$ ni hosil qildik va sistemaning boshqa yechimlari yo‘qligini aniqladik. Bu sonlar juftligi (1) sistemaning yechimi ekanligiga ishonch hosil qilish qoldi, ya’ni $x = 1$, $y = 2$ bo‘lganda sistemaning ikkala tenglamasi ham to‘g‘ri tenglikka aylanishini ko‘rsatish qoldi.

x va y ning topilgan qiymatlarini (1) sistemaning ikkala tenglamasiga qo‘yamiz va hisoblashlarni bajaramiz:

$$\begin{cases} 1 + 2 \cdot 2 = 5, \\ 2 \cdot 1 + 2 = 4. \end{cases}$$

Ikkala tenglik ham to‘g‘ri tenglik.

Shunday qilib, (1) sistema birgina yechimga ega: $x = 1$, $y = 2$. ▲

(!) (1) sistemani yechishning ko‘rib chiqilgan bu usuli *o‘rniga qo‘yish usuli* deyiladi. U quyidagilardan iborat:

1) sistemaning bir tenglamasidan (qaysinisidan bo‘lsa ham farqi yo‘q) bir noma’lumni ikkinchisi orqali, masalan, y ni x orqali ifodalash kerak;

2) hosil qilingan ifodani sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo‘yish kerak — bir noma’lumli tenglama hosil bo‘ladi;

3) bu tenglamani yechib, x ning qiymatini topish kerak;

4) x ning topilgan qiymatini y uchun ifodaga qo‘yib, y ning qiymatini topish kerak.

2- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases}3x-2y=16,\\5x+3y=-5.\end{cases}$

△ 1) Birinchi tenglamadan $-2y=16-3x$, $y=\frac{16-3x}{-2}$, ya'ni $y=-8+\frac{3}{2}x$ ekanini topamiz.

2) $y=-8+\frac{3}{2}x$ ni sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$5x+3(-8+\frac{3}{2}x)=-5.$$

3) Bu tenglamani yechamiz: $5x-24+\frac{9}{2}x=-5$, $\frac{19}{2}x=19$, $x=2$.

4) $x=2$ ni $y=-8+\frac{3}{2}x$ tenglikka qo'yib, quyidagini topamiz:

$$y=-8+\frac{3}{2}\cdot 2=-5.$$

J a v o b : $x=2$, $y=-5$. ▲

3- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases}\frac{3x}{2}+\frac{y}{3}=2,\\\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-3.\end{cases}$

△ Tenglamalar sistemasida shakl almashtiramiz (umumiy maxrajga keltiramiz):

$$\begin{cases}9x+2y=12,\\2x-3y=-18.\end{cases}$$

1) $9x+2y=12$, $2y=12-9x$, $y=6-\frac{9}{2}x$;

2) $2x-3(6-\frac{9}{2}x)=-18$, $2x-18+\frac{27}{2}x=-18$; $\frac{31}{2}x=0$, $x=0$;

3) $y=6-\frac{9}{2}\cdot 0=6$.

J a v o b : $x=0$, $y=6$. ▲

Mashqlar

74. Tenglamalarning har birida bir noma'lumni ikkinchisi orqali ifodalang:

1) $x + y = 7$; 2) $x - y = 10$; 3) $2x - y = 5$;
4) $x + 3y = 11$; 5) $2x + 3y = 7$; 6) $5y - 3x = 3$.

Tenglamalar sistemasini yeching **(75—78):**

75. 1) $\begin{cases} x = 2 + y, \\ 3x - 2y = 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + y = 4, \\ x = 3 + 2y; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 5x - 4y = 8; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x - 2y = 11, \\ y = 2x - 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y = 2 - 4x, \\ 8x = 5 - 3y; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x - 5y = 8, \\ x = -y. \end{cases}$

76. 1) $\begin{cases} x + 5y = 7, \\ 3x - 2y = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 3y = 17, \\ x - 2y = -13; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 12y = 11, \\ 5x - 3y = 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} y - 3x = 5, \\ 2x + 2y = 23; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ 3x - 2y = 5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x = 5y, \\ -3x + 8y = -13. \end{cases}$

77. 1) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 5, \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 0,5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{8}{3}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} = -4, \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = \frac{1}{6}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{5y}{4} = -3, \\ \frac{5x}{6} + \frac{7y}{8} = 6. \end{cases}$

78. 1) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 8, \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 11; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x+y}{9} - \frac{x-y}{9} = 2, \\ \frac{2x-y}{9} - \frac{3x+2y}{3} = -20; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{7x-2y}{2} + 2x = 6, \\ \frac{5y-8x}{3} - y = -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{1}{2}(2x - y) - 1 = y - 2, \\ \frac{1}{4}(3x - 7) = \frac{1}{5}(2y - 3) + 1. \end{cases}$

7- §. QO'SHISH USULI

1- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases} \qquad (1)$$

Δ x va y shunday sonlarki, (1) ning ikkala tengligi ham to'g'ri, ya'ni x, y (1) sistemaning yechimi bo'ladi, deb faraz qilamiz.

Bu tengliklarni hadlab qo'shamiz. Bu holda yana to'g'ri tenglik hosil bo'ladi, chunki teng sonlarga teng sonlar qo'shilyapti:

$$+\begin{array}{r} 7x - 2y = 27 \\ \underline{5x + 2y = 33} \end{array}$$

$$12x = 60, \text{ bundan } x = 5.$$

Endi $x = 5$ ni (1) sistema tenglamalarining biriga, masalan, birinchi tenglamasiga qo'yamiz: $7 \cdot 5 - 2y = 27$. Bu tenglikdan topamiz:

$$35 - 2y = 27, \quad -2y = -8, \quad y = 4.$$

Shunday qilib, agar (1) sistema yechimga ega bo'lsa, u holda bu yechim faqat ushbu sonlar juftligi bo'lishi mumkin: $x = 5$, $y = 4$.

Endi $x = 5$, $y = 4$, haqiqatan ham, (1) sistemaning yechimi ekanligiga ishonch hosil qilish kerak. Buni oddiygina tekshirish bilan bajarish mumkin:

$$7 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 27,$$
$$5 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 33.$$

Ikkala tenglik ham to'g'ri tenglik. Shunday qilib, (1) sistema birgina yechimga ega: $x = 5$, $y = 4$. ▲

Tenglamalar sistemasini yechishning ko'rib chiqilgan bu usuli *algebraik qo'shish usuli* deyiladi. Noma'lumlardan birini yo'qotish uchun sistema tenglamalarining chap va o'ng qismlarini qo'shish yoki ayirish kerak.

2- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} 5x + 3y = 29, \\ 5x - 4y = 8. \end{cases}$

Δ Birinchi tenglamadan ikkinchisini hadlab ayiramiz:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 5x + 3y = 29 \\ 5x - 4y = 8 \end{array} \\ \hline 7y = 21, \end{array} \text{ bundan } y = 3.$$

$y = 3$ ni sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yamiz: $5x + 3 \cdot 3 = 29$. Bu tenglamani yechib, topamiz: $5x + 9 = 29$, $5x = 20$, $x = 4$.

J a v o b : $x = 4$, $y = 3$. ▲

Ko‘rib chiqilgan masalalardan ravshanki, sistemani yechishda algebraik qo‘shish usuli ikkala tenglamaning ham biror noma’lum oldidagi koeffitsiyentlari bir xil yoki faqat ishoralari bilan farq qilgan holda qulay bo‘ladi. Agar bunday bo‘lmasa, u holda sistema har bir tenglamasining chap va o‘ng qismlarini mos keladigan sonlarga ko‘paytirish yo‘li bilan biror noma’lum oldidagi koeffitsiyentlarning modullarini tenglashtirishga urinib ko‘rish kerak.

3- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 10, \\ 5x + 3y = 12. \end{cases}$$

△ Agar sistema birinchi tenglamasining ikkala qismini 3 ga, ikkinchisini esa 2 ga ko‘paytirib, ikkinchi tenglamadan birinchisini hadlab ayirilsa, u holda birdaniga x ning qiymati topiladi:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 10, & |3 \\ 5x + 3y = 12. & |2 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} -\begin{array}{r} 10x + 6y = 24 \\ 9x + 6y = 30 \end{array} \\ \hline x = -6 \end{array}$$

$x = -6$ qiymatni sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yib, $-18 + 2y = 10$, $2y = 28$, $y = 14$ ekanini topamiz.

J a v o b : $x = -6$, $y = 14$. ▲

(!) Shunday qilib, tenglamalar sistemasini algebraik qo‘shish usuli bilan yechish uchun:

1) noma’lumlardan birining oldida turgan koeffitsiyentlar modullarini tenglashtirish;

2) hosil qilingan tenglamalarni hadlab qo‘shib yoki ayirib, bitta noma’lumni topish;

3) topilgan qiymatni berilgan sistemaning tenglamalaridan biriga qo‘yib, ikkinchi noma’lumni topish kerak.

4- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14, \\ x + 2y = -2. \end{cases} \qquad (2)$$

Δ 1) Birinchi tenglamani o‘zgarishsiz qoldirib, ikkinchi tenglamani 4 ga ko‘paytiramiz:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14, \\ 4x + 8y = -8. \end{cases} \qquad (3)$$

2) (3) sistemaning ikkinchi tenglamasidan birinchi tenglamani hadlab ayirib, topamiz: $11y = -22$, bundan $y = -2$.

3) $y = -2$ ni (2) sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo‘yib, topamiz: $x + 2 \cdot (-2) = -2$, bundan $x = 2$.

J a v o b : $x = 2$, $y = -2$. ▲

Mashqlar

Tenglamalar sistemasini algebraik qo‘shish usuli bilan yeching **(79 —82):**

79. 1) $\begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x + 7y = 40, \\ -4x + 9y = 24; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + 3y = 17, \\ 2y - x = 13; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x - 7y = 12, \\ 8x + 7y = 1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 6x + 5y = 1, \\ 6x - y = 7. \end{cases}$

80. 1) $\begin{cases} 4x + 3y = -15, \\ 5x + 3y = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 4x - 5y = 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 5y = 3, \\ x + 4y = 2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2y - 3x = 6, \\ y - 3x = 9; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ x + 7y = 9; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 9x - 7y = 16, \\ 9x + 5y = 4. \end{cases}$

81. 1) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 2, \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x + \frac{x-y}{4} = 11, \\ 3y - \frac{x-y}{3} = 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x - \frac{x-y}{5} = 11, \\ 2y - \frac{x+y}{3} = 11. \end{cases}$

82. 1) $\begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 6, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2}, \\ \frac{3x}{2} + 2y = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2,5x-2y}{2} - 2x = 3, \\ \frac{3x-2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases}$

83. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 16x - 27y = 20, \\ 5x + 18y = 41,5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 18x - 21y = 2, \\ 24x - 15y = 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{2}(x - 4y) = x - y, \\ \frac{x}{2} + y = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3(x - y) = 6(y + 1), \\ \frac{x}{3} - 1\frac{1}{3} = y; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{x-y}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x-y}{4}, \\ \frac{x-y}{2} = 4,5 + \frac{y-1}{3}; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{x+y}{5} - \frac{y-x}{2} = x + \frac{3}{20}, \\ \frac{y-x}{5} + \frac{x+y}{2} = y - 2\frac{17}{20}. \end{cases}$

8- §. TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHNING GRAFIK USULI

Ushbu sistema berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4. \end{cases} \tag{1}$$

Avval birinchi tenglamani qaraymiz:

$$x - y = -1. \tag{2}$$

Bu tenglamaning koordinata tekisligidagi geometrik tasviri bo‘lib uning grafigi xizmat qiladi.

Ikki noma’lumli birinchi darajali

$$\boxed{ax + by = c}$$

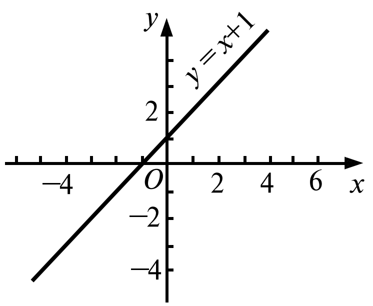
tenglamaning grafigi deb, bu tenglamaga x va y koordinatalarini qo‘yganda uni to‘g‘ri tenglikka aylantiruvchi $M\ (x;\ y)$ nuqtalar to‘plamiga aytiladi.

(2) tenglamaning grafigini yasash uchun bu tenglamada y ni x orqali ifoda qilamiz:

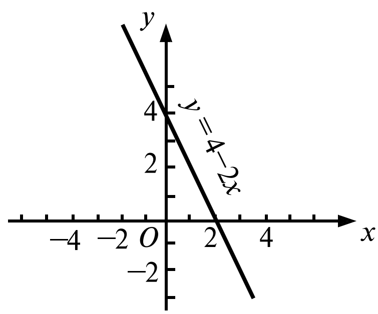
$$y = x + 1. \tag{3}$$

(2) va (3) tenglamalar x va y sonlar orasidagi bir xil bog‘lanishni ifoda qiladi: x va y sonlarning istalgan juftligi uchun yoki (2) va (3) tengliklar to‘g‘ri, yoki ikkala tenglik ham noto‘g‘ri bo‘ladi. Shuning uchun bu tenglamalarning grafigi bir xil. (3) funksiyaning grafigi to‘g‘ri chiziq bo‘lgani uchun shu to‘g‘ri chiziqning o‘zi (2) tenglamaning ham grafigi bo‘ladi.

To‘g‘ri chiziqni yasash uchun uning ikkita nuqtasini topish yetarli. Masalan, (2) tenglamadan topamiz: agar $x = 0$ bo‘lsa, u holda $y = 1$ bo‘ladi; agar $x = -1$ bo‘lsa, u holda $y = 0$ bo‘ladi. Shunday qilib, (2) tenglamaning grafigi (0; 1) va (−1; 0) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi (17- rasm).



17- rasm.



18- rasm.

Xuddi shuningdek, birinchi darajali ikki noma'lumli $ax + by = c$ ko'rinishdagi istalgan tenglamaning grafigi, agar a yoki b sonlardan aqalli bittasi nolga teng bo'lmasa, *to'g'ri chiziq* bo'lishini ko'rsatish mumkin.

(1) sistemaning ikkinchi tenglamasi

$$2x + y = 4, \text{ ya'ni } y = 4 - 2x \tag{4}$$

grafigini yasaymiz (18- rasm). Agar bu tenglamada $x = 0$ bo'lsa, u holda $y = 4$ bo'ladi; agar $y = 0$ bo'lsa, u holda $x = 2$ bo'ladi.

Demak, (4) tenglamaning grafigi (0; 4) va (2; 0) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ladi (18- rasm).

Yasalgan ikkala to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini qaraymiz. 19- rasmdan ko'rinib turibdiki, uning koordinatalari (1; 2) bo'ladi. Bu nuqta ikkala to'g'ri chiziqqa ham tegishli bo'lgani uchun $x = 1$ va $y = 2$ bo'lganda (2) va (4) tenglamalarning ikkalasi ham to'g'ri tenglikka aylanadi, ya'ni $x = 1$ va $y = 2$ (1) sistemaning yechimi bo'ladi.

Tenglamalar sistemasini yechishning grafik usuli quyidagilardan iborat:

1) sistema har bir tenglamasining grafigi yasaladi;

2) yasalgan to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining (agar ular kesishsa) koordinatalari topiladi.

Tenglamalar grafiklari kesishish nuqtasining koordinatalari shu tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi.

Grafik usul ko'pgina amaliy masalalarning taqribiy yechimlarini topishda qo'llaniladi.

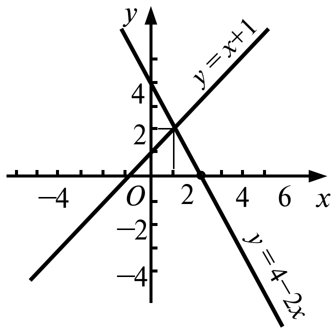
Tenglamalar sistemasi nechta yechimga ega bo'lishi mumkinligini grafiklar yordamida osongina aniqlash mumkin.

Tekislikda ikki to'g'ri chiziq — tenglamalar sistemasi grafiklarining o'zaro joylashuvida uch hol bo'lishi mumkin:

1) *to'g'ri chiziqlar kesishadi*, ya'ni bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladi. Bu holda tenglamalar sistemasi bitta (yagona) yechimga ega bo'ladi ((1) sistema uchun 19- rasmga qarang);

2) *to'g'ri chiziqlar parallel*, ya'ni ular umumiy nuqtalarga ega emas. Bu holda tenglamalar sistemasi yechimlarga ega bo'lmaydi;

3) *to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi*. Bu holda sistema cheksiz ko'p yechimlar to'plamiga ega bo'ladi.



19- rasm.

Oxirgi ikki hol uchun misollar keltiramiz.

1- m a s a l a . Quyidagi tenglamalar sistemasi yechimlarga ega emasligini ko'rsating:

$$\begin{cases} x + 2y = 6, \\ 2x + 4y = 8. \end{cases} \tag{5}$$

Δ (5) sistemaning birinchi tenglamasini 2 ga ko'paytiramiz va hosil bo'lgan tenglamadan berilgan sistemaning ikkinchi tenglamasini hadlab ayiramiz:

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 2x + 4y = 12 \\ 2x + 4y = 8 \end{array} \\ \hline 0 = 4 \end{array}$$

Noto'g'ri tenglik hosil bo'ldi. Demak, x va y ning (5) sistemaning ikkala tengligi ham to'g'ri bo'la oladigan qiymatlari yo'q, ya'ni (5) sistema yechimlarga ega emas. ▲

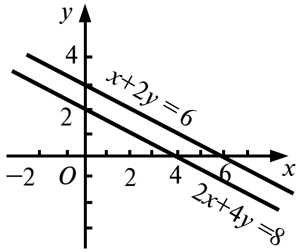
Bu, geometrik nuqtayi nazardan, (5) sistema tenglamalarining grafiklari parallel to'g'ri chiziqlar bo'lishini anglatadi (20- rasm).

2- m a s a l a . Quyidagi tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega ekanligini ko'rsating:

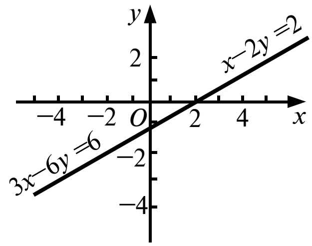
$$\begin{cases} x - 2y = 2, \\ 3x - 6y = 6. \end{cases} \tag{6}$$

Δ (6) sistemaning birinchi tenglamasidan x ni y orqali ifoda qilamiz:

$$x = 2 + 2y.$$



20- rasm.



21- rasm.

x ning bu qiymatini sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo‘yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$3(2 + 2y) - 6y = 6,$$
$$6 + 6y - 6y = 6,$$
$$6 = 6.$$

To‘g‘ri tenglik hosil bo‘ldi. Shunday qilib, y ning istalgan qiymatida $x = 2 + 2y$ va y sonlar (6) sistemaning ikkala tenglamasini ham to‘g‘ri tenglikka aylantiradi, ya’ni (6) sistema cheksiz ko‘p yechimlar to‘plamiga ega bo‘ladi. ▲

Bu, geometrik nuqtayi nazardan, (6) sistema ikkala tenglamasining grafiklari ustma-ust tushishini bildiradi (21- rasm).

Mashqlar

84. To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping:

1) $x - y + 5 = 0$; 2) $3x - 2y + 3 = 0$;
3) $2x + y = 1$; 4) $5x + 2y = 12$.

85. Tenglamaning grafigini yasang:

1) $y = 3x + 5$; 2) $3x + y = 1$;
3) $2y + 7x = -4$; 4) $4y - 7x - 12 = 0$.

86. $y = 2x + 1$ va $x + y = 1$ tenglamalarning grafiklarini yasang. Ularning kesishish nuqtasining koordinatalarini toping. Grafiklar kesishish nuqtasining koordinatalari tenglamalarning har birini to‘g‘ri tenglikka aylantirish-aylantirmasligini tekshirib ko‘ring.

Quyidagi mashqlarda sistemani grafik usul bilan yeching **(87—88):**

87. 1) $\begin{cases} y = 4x, \\ y - 3 = x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = -3x, \\ y - x = -4; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = 2x, \\ x - y = -3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} y = 3x, \\ 4x - y = 3; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y = -x, \\ x = x + 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y = x - 1, \\ y + x = 1. \end{cases}$

88. 1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x - y = 3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x - y = 5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + 3y = 6, \\ 2x + y = 7; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - y = 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$

89. Tenglamalar sistemasi yechimga ega emasligini ko‘rsating:

1) $\begin{cases} y = 3x, \\ 6x - 2y = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 6, \\ 2x = 1 - 2y; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x + 4{,}5y = 6. \end{cases}$

90. Tenglamalar sistemasi cheksiz ko‘p yechimga ega ekanligini ko‘rsating:

1) $\begin{cases} x + y = 0, \\ 2y + 2x = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x - 2y = 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 4x - 6y = 2. \end{cases}$

91. Tenglamalar sistemasi birgina yechimga ega ekanligini grafik usul bilan ko‘rsating:

1) $\begin{cases} 2x + 3y = 13, \\ 3x - 2y = 13; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x - 2y = 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - y = 5, \\ 3x + 2y = 1. \end{cases}$

92. Shunday tenglama tuzingki, u $x - y = 4$ tenglama bilan birgalikda: 1) birgina yechimga ega bo‘lgan; 2) cheksiz ko‘p yechimga ega bo‘lgan; 3) yechimga ega bo‘lmagan sistemani tashkil qilsin.

9- §. MASALALARNI TENGLAMALAR SISTEMASI YORDAMIDA YECHISH

1- m a s a l a . Daryo bo‘yidagi ikki qishloq orasidagi masofa 60 km ga teng. Bu masofani kater daryo oqimi bo‘yicha 2 soatda, oqimga qarshi esa 3 soatda o‘tadi. Katerning va daryo oqimining tezliklari o‘zgarmas deb faraz qilib, katerning turg‘un suvdagi tezligini va daryo oqimining tezligini toping.

△ Masalani yechishda ikki bosqichni qaraymiz: 1) tenglamalar sistemasini tuzish va 2) sistemani yechish.

1) Belgilashlar kiritamiz:

x km/soat — katerning turg‘un suvdagi tezligi;

y km/soat — daryo oqimining tezligi.

U holda:

$(x + y)$ km/soat — katerning daryo oqimi bo‘yicha harakat tezligi;

$2(x + y)$ km — katerning daryo oqimi bo‘yicha 2 soatda bosib o‘tgan yo‘li.

Masalaning shartiga ko‘ra bu masofa 60 km ga teng:

$$2(x + y) = 60.$$

So‘ngra: $(x - y)$ km/soat — katerning daryo oqimiga qarshi harakat tezligi;

$3(x - y)$ km — katerning oqimga qarshi 3 soatda bosib o‘tgan yo‘li. Shartga ko‘ra bu masofa ham 60 km ga teng:

$$3(x - y) = 60.$$

Hosil qilingan tenglamalarda x va y bir xil sonlarni bildirgani uchun bu tenglamalar sistema tashkil qiladi:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 60, \\ 3(x - y) = 60. \end{cases} \qquad (1)$$

2) (1) sistemani yechamiz.

Avval (1) sistemaning har bir tenglamasini, ulardan birinchisini 2 ga, ikkinchisini esa 3 ga bo‘lib, soddalashtiramiz:

$$\begin{cases} x + y = 30, \\ x - y = 20. \end{cases} \qquad (2)$$

Bu tenglamalarni hadlab qo‘shib, quyidagini topamiz: $2x = 50$, $x = 25$.

(2) sistemaning birinchi tenglamasidan ikkinchi tenglamasini ayirib, hosil qilamiz: $2y = 10$, $y = 5$.

J a v o b : Katerning turg‘un suvdagi tezligi 25 km/soat, daryo oqimining tezligi 5 km/soat. ▲

2- m a s a l a . Agar ikki son yig‘indisining ikkilangani ularning ayirmasidan 5 ta ortiq, shu sonlar yig‘indisining uchlangani esa ular ayirmasidan 8 ta ortiq bo‘lsa, bu sonlarni toping.

△ 1) Tenglamalar sistemasini tuzish.

Aytaylik, x, y — izlanayotgan sonlar bo‘lsin. Bu holda masalaning shartiga ko‘ra, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} 2(x+y) = (x-y)+5, \\ 3(x+y) = (x-y)+8. \end{cases} \tag{3}$$

2) Sistemani yechish.

Avval (3) sistemaning tenglamalarini soddalashtiramiz:

$$\begin{cases} 2x+2y = x-y+5, \\ 3x+3y = x-y+8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y = 5, \\ 2x+4y = 8. \end{cases} \tag{4}$$

(4) dagi ikkinchi tenglamani hadlab 2 ga bo‘lamiz va uni birinchi tenglamadan ayiramiz:

$$\begin{array}{r} _{-}\, x+3y=5 \\ x+2y=4 \\ \hline y=1 \end{array}$$

$y = 1$ ni (4) sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yib, $x + 3 \cdot 1 = 5$, $x = 2$ ekanini topamiz.

J a v o b : Izlanayotgan sonlar 2 va 1. ▲

(!) Shunday qilib, masalalarni tenglamalar sistemasi yordamida yechish ko‘pincha quyidagi sxema bo‘yicha olib boriladi, ya’ni:

1) noma’lumlar uchun belgilashlar kiritiladi va masala mazmuniga mos tenglamalar sistemasi tuziladi;

2) tenglamalar sistemasi yechiladi;
3) masala shartiga qaytib, javob yoziladi.

Ba'zan, sistema yechib bo'lingandan keyin yana ayrim mulohaza va hisoblashlar olib borishga to'g'ri keladi. Shunday masala keltiramiz.

3- masala. Ikkita qalam va uchta daftar 260 so'm turadi, uchta qalam va ikkita daftar esa 240 so'm turadi. Beshta qalam va oltita daftar qancha turadi?

△ 1) Tenglamalar sistemasini tuzish.

Aytaylik, x so'm qalamning bahosi, y so'm daftarning bahosi bo'lsin. Masala sharti bo'yicha:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 260, \\ 3x + 2y = 240. \end{cases}$$

2) Sistemani yechish.

Birinchi tenglamani 3 ga, ikkinchisini 2 ga ko'paytirib, birinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani hadlab ayiramiz:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 6x + 9y = 780 \\ 6x + 4y = 480 \end{array} \\ \hline 5y = 300, \end{array} \quad \text{bundan } y = 60.$$

$y = 60$ ni (tuzilgan) sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yib, $2x + 3 \cdot 60 = 260$, $2x = 80$, $x = 40$ ekanini topamiz:

Shunday qilib, $x = 40$, $y = 60$ — sistemaning yechimi, ya'ni qalam 40 so'm, daftar 60 so'm turadi.

3) Beshta qalam va oltita daftar

$$5 \cdot 40 + 6 \cdot 60 = 560 \text{ so'm}$$

turadi.

Javob: 560 so'm. ▲

Mashqlar

93. Ikki sonning yig'indisi 51 ga teng, ularning ayirmasi esa 21 ga teng. Shu sonlarni toping.

94. O'quvchi 3 ta umumiy daftar va 2 ta qalam uchun a so'm to'ladi. Ikkinchi o'quvchi xuddi shunday 2 ta umumiy daftar va 2 ta qalamga *b* so‘m to‘ladi. Umumiy daftar necha so‘m va qalam necha so‘m turadi? (*a* va *b* ni o‘zingiz tanlang).

95. 14 m matodan 4 ta erkaklar va 2 ta bolalar kastumi tikish mumkin. Agar 15 m shu matodan 2 ta erkaklar va 6 ta bolalar kastumi tikish mumkin bo‘lsa, bitta erkaklar va bitta bolalar kastumi tikish uchun necha metr mato kerak bo‘ladi?

96. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri 32 sm ga teng. Qo‘shni tomonlarining ayirmasi 2 sm ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini toping.

97. Agar ikki sondan birinchisining ikkilanganidan ikkinchi sonning ayirmasi 7 ga teng, birinchi sondan ikkinchi son ikkilanganining ayirmasi 8 ga teng bo‘lsa, shu sonlarni toping.

98. Ikki fermer birgalikda 1456 sr bug‘doy yig‘di. Birinchi fermer 46 ga, ikkinchi fermer esa 35 ga maydondan bug‘doy yig‘ib oldi. Agar birinchi fermer 1 ga maydondan ikkinchiga qaraganda 7 sr ko‘p bug‘doy olgan bo‘lsa, har bir fermer bir gektar yerdan necha sentnerdan hosil olgan?

99. Ikkita firma jami 102 000 dona esdalik sovg‘alari tayyorladi. Bu sovg‘alarni tayyorlash uchun I firma 30 kun, II firma 28 kun ishladi. Agar I firma 6 kunda II firma 4 kunda tayyorlaganidan 6000 dona ko‘p sovg‘a tayyorlagan bo‘lsa, har bir firma bir kunda nechta esdalik sovg‘alari tayyorlagan?

100. Fermer xo‘jaligidagi ikki guruh dehqonlar 678 ga yerni chigit ekishga tayyorladi. Birinchi guruh 8 kun, ikkinchisi esa 11 kun ishladi. Agar birinchi guruh 3 kunda ikkinchi guruh 4 kunda bajarganidan 22 ga kam yerni ekishga tayyorlagan bo‘lsa, har bir guruh bir kunda necha gektar yerni ekishga tayyorlagan?

101. 8 ta ot va 15 ta sigir uchun kuniga 162 kg oziqa ajratishdi. Agar 5 ta otga 7 ta sigirga qaraganda 3 kg ortiq oziqa berishganligi ma’lum bo‘lsa, har bir otga va har bir sigirga kuniga qanchadan oziqa berishgan?

102. Ikki guruh ayollar birgalikda 1170 ta Andijon do‘ppisi tikishdi. Birinchi guruh 15 kun, ikkinchi guruh esa 14 kun ishladi. Agar birinchi guruh 4 kunda ikkinchi guruh 3 kunda tikkanidan 110 ta ortiq do‘ppi tikkanligi ma’lum bo‘lsa, guruhlardan har biri bir kunda qancha do‘ppi tikkan?

103. *a* so‘mga 8 kg anjir va 20 kg husayni uzum sotib olishdi. Agar 5 kg anjir 7 kg uzumdan *b* so‘m qimmat tursa, har bir mevaning 1 kilogrami qancha turadi?

104. 34 m Marg‘ilon adrasidan 5 ta ayollar va 3 ta qiz bolalar ko‘ylagini tiksa bo‘ladi. Agar 2 ta ayollar ko‘ylagi uchun 3 ta qizlar ko‘ylagiga qaraganda 1 m ortiq adras ketsa, bitta ayol va bitta qiz bola ko‘ylagini tikish uchun necha metrdan adras zarur bo‘ladi?

105. Otasi qizidan 26 yosh katta. 4 yildan keyin uning yoshi qizining yoshidan 3 marta katta bo‘ladi. Otasi va qizi hozir necha yoshda?

II bobga doir mashqlar

Tenglamalar sistemasini o‘rniga qo‘yish usuli bilan yeching **(106—108):**

106. 1) $\begin{cases} 2x + y = 8, \\ 3x + 4y = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - 4y = 2, \\ 5x - 2y = 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6x - 5y = 11, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{7x-y}{2} = -3, \\ \frac{-8x+5y}{2} = 3,5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{7y-x}{3} = -2, \\ \frac{x+14y}{2} = 4,5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x+y}{2} = 3, \\ \frac{5x-2y}{3} = 2. \end{cases}$

107. 1) $\begin{cases} x = 3 + y, \\ x - 3y = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5y + x = 6, \\ y = 8 + 2x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y - 2x = 13, \\ x = 2y - 5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = 3 - 4y, \\ 8y = 5 - 3x; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y = 3x + 2, \\ 2x + y = 7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x = 4 - y, \\ 3x + y = 10. \end{cases}$

108. 1) $\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{1}{6}, \\ \frac{x}{2}+\frac{2y}{3}=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{4}-\frac{y}{3}=\frac{1}{5}, \\ \frac{3x}{2}+\frac{y}{3}=1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{5}-\frac{y}{2}=-1, \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7. \end{cases}$

O'ZINGIZNI TEKSHIRIB KO'RING!

1. Tenglamalar sistemasini o'rniga qo'yish usuli bilan yeching:

1) $\begin{cases} x=3y-4, \\ 4x+5y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+4y=1, \\ y=2x+3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+3y=1, \\ 3x-2y=-1. \end{cases}$

2. Tenglamalar sistemasini algebraik qo'shish usuli bilan yeching:

1) $\begin{cases} 3x-4y=11, \\ 7x+4y=-1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=-4, \\ 2x-5y=12; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x-3y=10, \\ 3x-2y=7. \end{cases}$

3. Tenglamalar sistemasini grafik usulda yeching:

1) $\begin{cases} y=-x+1, \\ 2x-y=-2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=1, \\ 3x-y=-1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=x, \\ 2x+y=3. \end{cases}$

4. a va b ning qanday qiymatlarida $3ax+2by=12$ va $4ax-3by=-1$ to'g'ri chiziqlar (1; 1) nuqtada kesishadi?

5. 3 kg olma va 2 kg anor birgalikda 950 so'm turadi. 5 kg olmaning puliga 3 kg anor olish mumkin. 1 kg olma va 1 kg anor necha puldan sotilyapti?

Tenglamalar sistemasini algebraik qo'shish usuli bilan yeching **(109—111):**

109. 1) $\begin{cases} 4x+3y=6, \\ 2x+y=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+5y=25, \\ 4x+3y=15; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x+3y=-4, \\ 6x+5y=-7; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 4x-5y=-22, \\ 3x+2y=18; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x+7y=11, \\ 2x+3y=5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 5x-2y=7, \\ 2x+5y=-3. \end{cases}$

110. 1) $\begin{cases} x + 5y - 7 = 0, \\ x - 3y = -1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 3y - 4 = 0, \\ 5x + 3y + 1 = 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 36x + 33y + 3 = 0, \\ 12x - 13y + 25 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 7x - 3y + 1 = 0, \\ 4x - 5y + 17 = 0. \end{cases}$

111. 1) $\begin{cases} 3x + 5y - 4 = 0, \\ 5x - 3y = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 3y - 2 = 0, \\ 5x + 3y + 9 = 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 7x = 9y, \\ 5x + 3y = 66; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x + 6y = 9, \\ 3x + 4y = 7. \end{cases}$

112. Sistemani grafik usul bilan yeching:

1) $\begin{cases} 2x + y = 8, \\ 2x - y = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x + 2y = -6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ y - x = 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 4x - y + 7 = 0, \\ x + 3y + 5 = 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x - y = 5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x + 3y - 6 = 0, \\ 2x + y - 7 = 0. \end{cases}$

II bobga doir sinov mashqlari (testlar)

Tenglamalar sistemasini yeching **(1—4):**

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x - 4y = 2. \end{cases}$

A) $x = 2,\ y = 1;$ C) $x = 1,\ y = \frac{1}{4};$

B) $x = 1,\ y = \frac{5}{3};$ D) $x = 3,\ y = \frac{1}{3}.$

2. $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1, \\ x + 3y = 0. \end{cases}$

A) $x = 3,\ y = 2;$ C) $x = 1{,}5,\ y = 1;$

B) $x = 6,\ y = -2;$ D) $x = 2,\ y = \frac{4}{3}.$

3. $\begin{cases} \dfrac{8x-3y}{5}+3x=4, \\ \dfrac{7y-2x}{5}-2y=-1. \end{cases}$

A) $x=1,\ y=\frac{1}{3}$; C) $x=1,\ y=1$;

B) $x=\frac{1}{2},\ y=-\frac{1}{3}$; D) $x=-\frac{1}{8},\ y=-1$.

4. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-y}{3}=2\dfrac{5}{6}, \\ \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{y-x}{4}=1\dfrac{11}{12}. \end{cases}$

A) $x=3,\ y=2$; C) $x=1,\ y=2$;
B) $x=-2,\ y=4$; D) $x=2,\ y=3$.

5. $(x;\ y)$ sonlar juftligi $\begin{cases} 4x+3y=17, \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$ sistemaning yechimi bo'lsa, $x+y$ ni toping.
A) 5; B) -4; C) 4; D) -5.

6. $(x;\ y)$ sonlar juftligi $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{2y}{5}=3, \\ \dfrac{4x}{3}-\dfrac{3y}{5}=1 \end{cases}$ sistemaning yechimi bo'lsa, $y-x$ ni aniqlang.
A) 2; B) 3; C) -3; D) -2.

7. $(x;\ y)$ sonlar juftligi $\begin{cases} \dfrac{6x+7y}{2}-\dfrac{4x-3y}{4}=2, \\ \dfrac{5y-2x}{3}+\dfrac{4x-3y}{6}=0 \end{cases}$ sistemaning yechimi bo'lsa, x^2-y^2 ni toping.
A) 0; B) 1; C) 2; D) -1.

8. $(x;\ y)$ sonlar juftligi $\begin{cases} 3x+7y=23, \\ 5x-2y=11 \end{cases}$ sistemaning yechimi bo'lsa, x^2+y^2 ni toping.

A) 12; B) 9; C) 13; D) 16.

9. $(x;\ y)$ sonlar juftligi $\begin{cases} 7x - 8y = 10, \\ 2x + y = -7 \end{cases}$ sistemaning yechimi bo‘lsa, $x \cdot y$ ni aniqlang.

A) 10; B) −8; C) 8; D) 6.

10. a ning qanday qiymatlarida $\begin{cases} ax - 2y = 0, \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ tenglamalar sistemasi yechimga ega bo‘lmaydi?

A) −3; B) 4; C) 2; D) 3.

11. Bog‘ to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida. Agar bog‘ning bo‘yi 5 m ga, eni 10 m ga orttirilsa, u holda bog‘ning yuzi 325 m^2 ga ortadi. Agar bog‘ning bo‘yi 10 m ga, eni esa 5 m ga kamaytirilsa, u holda bog‘ning yuzi 200 m^2 ga kamayadi. Bog‘ning bo‘yi va enini aniqlang.

A) 20 m, 15 m; C) 23 m, 17 m;
B) 25 m, 20 m; D) 30 m, 20 m.

12. Ikki xonali sonning raqamlari yig‘indisi 9 ga teng. Shu raqamlar bilan teskari tartibda yozilgan son berilgan sondan 27 ta ortiq. Berilgan sonni toping.

A) 72; B) 36; C) 45; D) 81.

13. Kitob va daftar birgalikda 1100 so‘m turadi. Kitob narxining 5% i daftar narxining 10% idan 25 so‘m qimmat. Kitob va daftar alohida-alohida necha so‘m turadi?

A) 750 so‘m, 350 so‘m; C) 900 so‘m, 200 so‘m;
B) 800 so‘m, 300 so‘m; D) 950 so‘m, 150 so‘m.

14. 4 ga bo‘lganda 3 qoldiq, 10 ga bo‘lganda 1 qoldiq chiqadigan va ikkinchi bo‘linma birinchi bo‘linmadan 13 ta kam bo‘ladigan natural sonni toping.

A) 87; B) 95; C) 83; D) 91.

15. Daryo bo‘yidagi ikki qishloq orasidagi masofa 90 km ga teng. Kater bu masofani daryo oqimi bo‘yicha 3 soat-u 45 minutda, oqimga qarshi esa 5 soatda o‘tadi. Katerning va daryo oqimining tezligini toping.

A) 21 km/soat, 3 km/soat; C) 22 km/soat, $2\frac{1}{2}$ km/soat;
B) 18 km/soat, 4 km/soat; D) 20 km/soat, 2 km/soat.

Tarixiy masalalar

1. *Al-Xorazmiy masalasi.* Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 13x - 6y = 1200, \\ 5x - 10y = 300. \end{cases}$$

Masalani tenglamalar sistemasi tuzib yeching.

2. Bir gala kaptarlar daraxt yoniga uchib kelishdi. Ularning bir qismi daraxt shoxiga, bir qismi daraxt tagiga qo‘ndi. Daraxt shoxidagi kaptarlar pastdagi kaptarlarga shunday deyishdi: „Agar sizlardan biringiz bizning yonimizga qo‘nsa edi, biz sizlardan 3 marta ko‘p bo‘lardik; agar bizdan bir kaptar sizlarga qo‘shilsa edi, bizning to‘da sizning to‘dangizga tenglashar edi“. Daraxt shoxida va tagida nechtadan kaptar qo‘nib turgan edi?

3. Bir kishi ikkinchisiga dedi: „Agar sen menga 3 dinor (pul) bersang, mendagi pul sendagiga qaraganda 2 marta ko‘p bo‘lar edi“. Ikkinchi kishi unga javoban: „Agar sen menga 2 dinor bersang, mendagi pul senikidan 3 marta ko‘p bo‘lar edi“. Har birida qanchadan dinor bor?

Tarixiy ma’lumotlar

„Al-jabr val-muqobala“ asarining „Har xil masalalar haqida bob“ i-dagi masalalarni tenglamalar sistemasi yordamida yechish ham mumkin. Bu sistemaning birinchi tenglamasi ko‘p hollarda $x + y = 10$ bo‘lib, ikkinchi tenglamasi esa ikkinchi darajali tenglamadir. („Kvadrat tenglamalar“ bobidagi „Tarixiy masalalar“ga qarang). Al-Xorazmiy risolasidagi meros taqsimlashga doir masalalarning ba’zilari $x = ky$ ko‘rinishidagi tenglamaga keladi. Olim bu kabi tenglamalarning natural yechimlarini topadi.

III BOB TENGSIZLIKLAR

10- §. MUSBAT VA MANFIY SONLAR

Siz VI—VII sinf matematika kursida ratsional sonlar va ular ustida amallar bilan tanishgansiz. Ratsional son musbat son, manfiy son yoki nol soni bo‘lishi mumkin.

Musbat ratsional son — bu $\frac{k}{n}$ ko‘rinishdagi sondir, bunda k va n — natural sonlar. Masalan, $\frac{2}{3}, \frac{8}{5}, \frac{4}{8}$ — musbat ratsional sonlar.

Manfiy ratsional son — bu $-\frac{k}{n}$ ko‘rinishdagi sondir, bunda k va n — natural sonlar. Masalan, $-\frac{2}{3}, -\frac{8}{5}, -\frac{4}{8}$ — manfiy ratsional sonlar. Manfiy ratsional sonni $\frac{-k}{n}$ ko‘rinishda yozish mumkin. Masalan, $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3}$.

(!) *Ratsional sonlar deb* $\frac{m}{n}$ ko‘rinishdagi sonlarga aytiladi, bunda m — butun son, n — natural son.

Agar ratsional sonni maxraji 10 sonining natural darajasidan iborat kasr shaklida yozish mumkin bo‘lsa, u holda bunday ratsional sonni o‘nli kasr ko‘rinishida tasvirlash qulay. Masalan,

$$\frac{25}{100} = 0,25; \quad \frac{257}{1000} = 0,257; \quad \frac{-324}{10} = -32,4.$$

Musbat sonlar *noldan katta*, manfiy sonlar esa *noldan kichik* deyiladi. Sonning noldan katta yoki kichikligini qisqacha yozish uchun > (katta) va < (kichik) tengsizlik ishoralaridan foydalaniladi. Jumladan, $a > 0$ yozuv a sonning noldan kattaligini, ya’ni a musbat son ekanini anglatadi; $b < 0$ yozuv b sonning noldan kichikligini, ya’ni b manfiy son ekanini anglatadi. Masalan:

$$25 > 0,\ \frac{5}{7} > 0,\ -21 < 0,\ -\frac{2}{3} < 0.$$

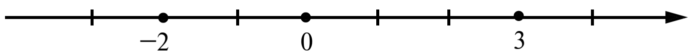
$>$ va $<$ tengsizlik ishoralari *qarama-qarshi ishoralar* deyiladi. Masalan, $5 > 0$ va $7 > 0$ — bir xil ishorali tengsizliklar, $3 > 0$ va $-2 < 0$ — qarama-qarshi ishorali tengsizliklar.

Sonlarning quyidagi *xossalaridan* mashqlar bajarishda ko‘p foydalaniladi.

Harflar yordamida ifodalanishi	So‘zlar yordamida ifodalanishi
1	2
1. Agar $a > 0$ va $b > 0$ bo‘lsa, u holda $a + b > 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$ bo‘ladi.	Ikkita musbat sonning yig‘indisi, ko‘paytmasi va bo‘linmasi musbat sonlar bo‘ladi.
2. Agar $a < 0$ va $b < 0$ bo‘lsa, u holda $a + b < 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$ bo‘ladi.	Manfiy sonlarning yig‘indisi manfiy son, ikkita manfiy sonning ko‘paytmasi va bo‘linmasi esa musbat sonlar bo‘ladi.
3. Agar $a > 0$ va $b < 0$ bo‘lsa, u holda $ab < 0$, $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{b}{a} < 0$ bo‘ladi.	Musbat son bilan manfiy sonning ko‘paytmasi va bo‘linmasi manfiy sonlar bo‘ladi.
4. Agar $ab > 0$ bo‘lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b > 0$, yoki $a < 0$ va $b < 0$ bo‘ladi. Agar $\frac{a}{b} > 0$ bo‘lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b > 0$, yoki $a < 0$ va $b < 0$ bo‘ladi.	Agar ikkita sonning ko‘paytmasi yoki bo‘linmasi musbat bo‘lsa, u holda bu sonlar bir xil ishoraga ega bo‘ladi (ya’ni ikkala son musbat yoki ikkalasi manfiy bo‘ladi).
5. Agar $ab < 0$ bo‘lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b < 0$, yoki $a < 0$ va $b > 0$ bo‘ladi. Agar $\frac{a}{b} < 0$ bo‘lsa, u holda yoki $a > 0$ va $b < 0$, yoki $a < 0$ va $b > 0$ bo‘ladi.	Agar ikkita sonning ko‘paytmasi yoki bo‘linmasi manfiy bo‘lsa, u holda bu sonlar har xil ishoraga ega bo‘ladi (ya’ni ulardan biri musbat, ikkinchisi esa manfiy bo‘ladi).

1	2
6. Agar $ab = 0$ bo‘lsa, u holda yoki $a = 0$ va $b \neq 0$, yoki $a \neq 0$ va $b = 0$, yoki $a = 0$ va $b = 0$ bo‘ladi.	Agar ikkita sonning ko‘paytmasi nolga teng bo‘lsa, u holda shu sonlardan aqalli bittasi nolga teng bo‘ladi.
7. Agar $\frac{a}{b} = 0$ bo‘lsa, u holda $a = 0$ va $b \neq 0$ bo‘ladi.	Agar kasr nolga teng bo‘lsa, u holda uning surati nolga teng bo‘ladi, maxraji esa nolga teng bo‘lmaydi.

Son o‘qida musbat sonlar 0 nuqtadan o‘ngda yotuvchi nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa 0 nuqtadan chapda yotuvchi nuqtalar bilan tasvirlanishini bilasiz (22- rasm).



22- rasm.

„*a* sonni tasvirlovchi nuqta“ deyish o‘rniga qisqalik uchun „*a* nuqta“ deb aytiladi. Masalan, 3 nuqta 0 nuqtadan o‘ngda yotadi; —2 nuqta 0 nuqtadan chapda yotadi (22- rasm).

1- m a s a l a . $a < 0$ bo‘lsa, $a^2 > 0$ va $a^3 < 0$ bo‘lishini isbotlang.

△ Masalaning shartiga ko‘ra $a < 0$. Sonning kvadrati $a^2 = a \cdot a$ va ikkita manfiy sonning ko‘paytmasi esa musbat son bo‘lgani uchun $a^2 > 0$.

Darajaning xossasiga ko‘ra $a^3 = a^2 \cdot a$, ya’ni a^3 son a^2 musbat son bilan a manfiy sonning ko‘paytmasi bo‘lgani uchun $a^3 < 0$. ▲

(!) Manfiy sonni juft darajaga ko‘targanda musbat son hosil bo‘ladi. Manfiy sonni toq darajaga ko‘targanda manfiy son hosil bo‘ladi.

Masalan, $(-2{,}8)^6 > 0$, $(-1{,}2)^5 < 0$.

Tenglamaning ildizlari, agar ular mavjud bo‘lsa, musbat, manfiy sonlar yoki nol bo‘lishi mumkin.

2- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$(2x + 1)(3x - 9) = 0.$$

△ Agar ko‘paytuvchilardan aqalli bittasi nolga teng, ya’ni $2x + 1 = 0$ yoki $3x - 9 = 0$ bo‘lsa, u holda ko‘paytma nolga teng bo‘ladi. $2x + 1 = 0$ tenglamani yechib, $x = -\frac{1}{2}$ ekanini topamiz; $3x - 9 = 0$ tenglamani yechib, $x = 3$ ekanini topamiz. Ildizlardan biri manfiy, ikkinchisi musbat son bo‘ladi.

J a v o b : $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 3$. ▲

3- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$\frac{x^2+5x}{x^2+25} = 0.$$

△ Berilgan kasr surati $x^2 + 5x = 0$ va maxraji $x^2 + 25 \neq 0$ bo‘lganda nolga teng bo‘ladi.

$x^2 + 5x = 0$ tenglamani bunday yozish mumkin:

$$x(x + 5) = 0.$$

Bu tenglama $x_1 = 0$, $x_2 = -5$ ildizlarga ega. $x = 0$ va $x = -5$ bo‘lganda maxraj nolga teng emas: $x^2 + 25 \neq 0$. Ildizlardan biri nol, ikkinchisi manfiy son ekan.

J a v o b : $x_1 = 0$, $x_2 = -5$. ▲

4- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$\frac{x^2-25}{x+5} = 0.$$

△ Agar $x^2 - 25 = 0$, lekin $x + 5 \neq 0$ bo‘lsa, u holda berilgan kasr nolga teng bo‘ladi.

$x^2 - 25 = 0$ tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$(x - 5)(x + 5) = 0,$$

bundan: $x_1 = 5$, $x_2 = -5$; $x = 5$ bo‘lganda maxraj nolga teng emas: $x + 5 \neq 0$; $x = -5$ bo‘lganda esa maxraj nolga teng: $x + 5 = 0$. Demak, $x = -5$ berilgan tenglamaning ildizi bo‘la olmaydi. Tenglamaning ildizi musbat son bo‘ladi.

J a v o b : $x = 5$. ▲

Mashqlar

113. Hisoblang:

1) $2 \cdot (-15) : 3$;
2) $(-0{,}4) \cdot (-5) : 2$;
3) $6 \cdot (-8) : (-12)$;
4) $(-6) \cdot (-12) : (-8)$;
5) $(-45) : 3 \cdot (-2)$;
6) $(-55) : (-11) \cdot (-3)$.

114. Ifodaning son qiymatini toping:

1) $a^3b^2c^2$, bunda $a=-1$, $b=-3$, $c=2$;
2) ab^3c^2, bunda $a=-2$, $b=-1$, $c=-3$;
3) $\frac{a^3b^2}{c^3}$, bunda $a=-2$, $b=-3$, $c=-1$;
4) $\frac{ab^3}{c^2}$, bunda $a=8$, $b=-1$, $c=-2$.

115. $>$ yoki $<$ ishoralaridan foydalanib, tasdiqni yozing:

1) $-11{,}7$ — manfiy son;
2) $98{,}3$ — musbat son;
3) x — manfiy son;
4) y — musbat son.

116. $a>0$, $b>0$ bo‘lsin. Isbotlang: 1) $2a(a+3b)>0$;
2) $(a+b)(2a+b)>0$;
3) $(a^2+b)(a+3b)>0$.

117. $a<0$, $b<0$ bo‘lsin. Isbotlang:

1) $3a+4b<0$;
2) $2a(a+b)>0$;
3) $-3a \cdot (a^2+ab)>0$.

118. $a>0$, $b<0$ bo‘lsin. Isbotlang:

1) $a-b>0$;
2) $b-a<0$;
3) $a^2b+b^3<0$;
4) $ab^3+a^3b<0$;
5) $2a-3b>0$;
6) $4b-a^2<0$.

119. Hisoblashlarni bajarmasdan, ifodaning qiymati musbatmi yoki manfiymi ekanini aniqlang:

1) $(-17) \cdot (-1{,}281)^2$;
2) $(-2{,}23)^3 \cdot (-0{,}54)^5$;
3) $(-0{,}37)^3 + (-2{,}7)^5$;
4) $(-3{,}21)^2 \cdot (-45{,}4)^3$.

120. a ning istalgan qiymatida ifodaning qiymati musbat bo‘lishini ko‘rsating:

1) $2-\frac{1}{a^2+1}$;
2) $a^2+\frac{1-a^2}{1+a^2}$;
3) $(3a+2)^2-6a(a+2)$;
4) $(2a-3)^2-3a(a-4)$.

121. *a* ning istalgan qiymatida ifodaning qiymati manfiy bo‘lishini isbotlang.

1) $(-1{,}5)^3 - a^2$; 2) $(-7)^5 - (1 - a)^4$;

3) $2a(4a - 3) - (3a - 1)^2$; 4) $3a(a + 4) - (2a + 3)^2$.

122. $a < 0$, $b > 0$ bo‘lsin. Ifodaning qiymati musbatmi yoki manfiymi:

1) a^3b^4; 2) $\frac{a^2}{b^3}$; 3) $(2a - b)(2b - a)$; 4) $\frac{3b-2a}{3a-2b}$?

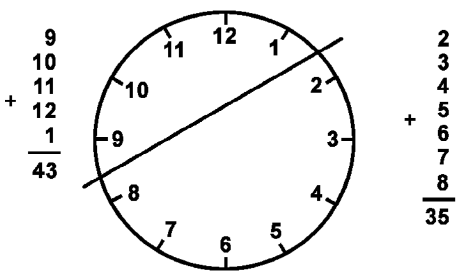
Tenglamani yeching. Qaysi tenglamaning ikkala ildizi ham manfiy son **(123—124):**

123. 1) $x(x + 1) = 0$; 2) $x(x - 2) = 0$;
3) $(x - 2)(x + 3) = 0$; 4) $(x + 4)(x + 5) = 0$?

124. 1) $(3x - 1)(x + 5) = 0$; 2) $(2x + 3)(x + 1) = 0$;
3) $(1 + 2x)(3x - 2) = 0$; 4) $(5x - 3)(2 + 3x) = 0$?

№ 1

TO‘G‘RI CHIZIQ SOAT SIFERBLATIDAGI SONLARNI IKKI GURUHGA BO‘LADI. IKKALA GURUHDAGI SONLARNING YIG‘INDISI BIR XIL BO‘LISHI UCHUN TO‘G‘RI CHIZIQNI QANDAY O‘TKAZISH KERAK?



11- §. SONLI TENGSIZLIKLAR

Sonlarni taqqoslash amaliyotda keng qo‘llaniladi. Masalan, iqtisodchi rejada ko‘zda tutilgan ko‘rsatkichlarni amaldagi ko‘rsatkichlar bilan taqqoslaydi, shifokor bemorning haroratini sog‘lom kishining harorati bilan taqqoslaydi, chilangar yo‘nayotgan buyumining o‘lchamlarini andaza bilan taqqoslaydi.

Bu uchala holda qandaydir sonlar o'zaro taqqoslanadi. Sonlarni taqqoslash natijasida sonli tengsizliklar hosil bo'ladi.

Masalan, $\frac{4}{5}$ va $\frac{3}{4}$ sonlarini taqqoslaylik. Buning uchun ularning ayirmasini topamiz:

$$\frac{4}{5}-\frac{3}{4}=\frac{16-15}{20}=\frac{1}{20}.$$

Demak, $\frac{4}{5}=\frac{3}{4}+\frac{1}{20}$, ya'ni $\frac{4}{5}$ soni $\frac{3}{4}$ soniga $\frac{1}{20}$ musbat sonni qo'shish natijasida hosil qilinadi. Bu esa $\frac{4}{5}$ soni $\frac{3}{4}$ sonidan $\frac{1}{20}$ ga ortiq ekanini bildiradi. Shunday qilib, $\frac{4}{5}$ soni $\frac{3}{4}$ dan katta, chunki ularning ayirmasi musbat.

(!) T a ' r i f. ***Agar a − b ayirma musbat bo'lsa, u holda a son b sondan katta bo'ladi. Agar a − b ayirma manfiy bo'lsa, u holda a son b sondan kichik bo'ladi.***

Agar a son b sondan katta bo'lsa, bu $a > b$ kabi; agar a son b sondan kichik bo'lsa, bu $a < b$ kabi yoziladi.

(!) Shunday qilib, $a > b$ tengsizlik $a - b$ ayirma musbat, ya'ni $a - b > 0$ ekanini bildiradi, $a < b$ tengsizlik esa $a - b < 0$ ekanini bildiradi.

1- m a s a l a. Agar $a > b$ bo'lsa, u holda $b < a$ bo'lishini isbotlang.

△ $a > b$ tengsizlik $a - b$ musbat son ekanini bildiradi. U holda $b - a = -(a - b)$ — manfiy son, ya'ni $b < a$. ▲

Ixtiyoriy ikkita a va b son uchun quyidagi uchta munosabatdan faqat bittasi to'g'ri bo'ladi:

$$a > b, \; a = b, \; a < b.$$

Masalan, -5 va -3 sonlari uchun $-5 < -3$ tengsizlik to'g'ri bo'ladi, $-5 = -3$ va $-5 > -3$ munosabatlar esa to'g'ri bo'lmaydi.

a va *b sonlarni taqqoslash*, ular orasiga >, = yoki < ishoralaridan qaysinisi qo‘yilsa to‘g‘ri munosabat hosil bo‘lishini topish demakdir. Buni $a - b$ ayirmaning ishorasini aniqlash bilan bajarish mumkin.

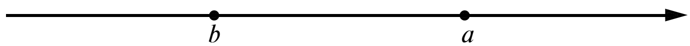
2- m a s a l a . 0,79 va $\frac{4}{5}$ sonlarini taqqoslang.

Δ Ularning ayirmasini topamiz:

$$0,79 - \frac{4}{5} = 0,79 - 0,8 = -0,01.$$

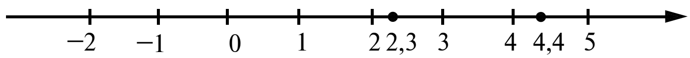
$0,79 - \frac{4}{5} < 0$ bo‘lgani uchun $0,79 < \frac{4}{5}$. ▲

$a > b$ tengsizlik geometrik nuqtayi nazardan a nuqta son o‘qida b nuqtadan o‘ngda yotishini bildiradi (23- rasm).



23- rasm.

Masalan, $\frac{4}{5}$ nuqta 0,79 nuqtadan o‘ngda yotadi, chunki $\frac{4}{5} > 0,79$; 2,3 nuqta 4,4 nuqtadan chapda yotadi, chunki $2,3 < 4,4$ (24- rasm).



24- rasm.

3- m a s a l a . Agar $a \neq b$ bo‘lsa, u holda $a^2 + b^2 > 2ab$ bo‘lishini isbotlang.

Δ $a^2 + b^2 - 2ab$ ayirma musbat ekanini isbotlaymiz. Chindan ham, $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 > 0$, chunki $a \neq b$. ▲

4- m a s a l a . Agar $a > 0$ va $a \neq 1$ bo‘lsa, u holda $a + \frac{1}{a} > 2$ bo‘lishini isbotlang.

Δ $a + \frac{1}{a} - 2$ ayirma musbat ekanini isbotlaymiz. Chindan ham,

$$a + \frac{1}{2} - 2 = \frac{a^2+1-2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a} > 0,$$

chunki, $a > 0$ va $a \neq 1$. ▲

5- m a s a l a . Agar $\frac{n}{m}$ to‘g‘ri kasr bo‘lsa, u holda $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$ bo‘lishini isbotlang.

Δ $\frac{n}{m}$ kasr $n < m$ bo‘lganda (n va m — natural sonlar) to‘g‘ri kasr deb atalishini eslatib o‘tamiz.

Ushbu $\frac{n}{m} - \frac{n+1}{m+1} = \frac{n(m+1)-m(n+1)}{m(m+1)} = \frac{n-m}{m(m+1)}$ ayirma noldan kichik, chunki $n - m < 0$, $m > 0$, $m + 1 > 0$. Binobarin, $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$. ▲

Mashqlar

125. Sonli tengsizlik ta’rifidan foydalanib, quyidagi sonlarni taqqoslang:

1) $0,3$ va $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{3}$ va $0,3$; 3) $\frac{13}{40}$ va $0,35$;

4) $-\frac{5}{8}$ va $-0,7$; 5) $\frac{22}{7}$ va $3,14$; 6) $\frac{4}{9}$ va $0,44$.

126. Agar:

1) $b - a = -1,3$; 2) $b - a = 0,01$; 3) $a - b = (-5)^4$;
4) $a - b = -5^4$; 5) $a - b = 0,8$; 6) $b - a = (-2)^3$

bo‘lsa, a va b sonlarni taqqoslang.

127. a ning istalgan qiymatida:

1) $a^2 > (a+1)(a-1)$; 2) $(a+2)(a+4) > (a+1)(a+5)$

tengsizlikning to‘g‘riligini isbotlang.

128. a ning istalgan qiymatida quyidagi tengsizlik to‘gri bo‘lishini isbotlang:

1) $a^3 < (a+1)(a^2 - a + 1)$;

2) $(a+7)(a+1) < (a+2)(a+6)$;

3) $1 + (3a+1)^2 > (1+2a)(1+4a)$;

4) $(3a-2)(a+2) < (1+2a)^2$.

129. a va b ning istalgan qiymatida quyidagi tengsizlik to‘g‘ri bo‘lishini isbotlang:

1) $a(a+b) > ab-2$; 2) $2ab-1 < b(2a+b)$;

3) $3ab-2 < a(3b+a)$; 4) $b(a+2b) > ab-3$.

130. Ikki bola bir xil miqdorda daftar sotib oldi. Birinchisi olgan daftarlarning hammasi 150 so‘mdan, ikkinchisi olgan daftarlarning yarmi 130 so‘mdan, qolganlari esa 160 so‘mdan xarid qilindi. Qaysi bola ko‘proq pul sarflagan?

12- §. SONLI TENGSIZLIKLARNING ASOSIY XOSSALARI

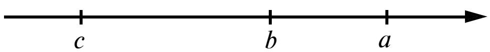
Bu paragrafda sonli tengsizliklarning odatda asosiy deb ataladigan xossalari qaraladi, chunki ulardan tengsizliklarning boshqa xossalarini isbotlashda va ko‘pgina masalalarni yechishda foydalaniladi.

1- teorema. ***Agar $a > b$ va $b > c$ bo‘lsa, u holda $a > c$ bo‘ladi.***

○ Shartga ko‘ra $a > b$ va $b > c$. Bu $a - b > 0$ va $b - c > 0$ ekanini bildiradi. $a - b$ va $b - c$ musbat sonlarni qo‘shib, $(a - b) + (b - c) > 0$ ni hosil qilamiz, ya’ni $a - c > 0$.

Demak, $a > c$. ●

Geometrik nuqtayi nazardan 1- teorema agar son o‘qida a nuqta b nuqtadan o‘ngda yotsa va b nuqta c nuqtadan o‘ngda yotsa, u holda a nuqta c nuqtadan o‘ngda yotishini bildiradi (25- rasm).



25- rasm.

2- teorema. ***Agar tengsizlikning ikkala qismiga ayni bir son qo‘shilsa, u holda tengsizlik ishorasi o‘zgarmaydi.***

○ $a > b$ bo‘lsin. Bu holda ixtiyoriy c son uchun

$$a + c > b + c$$

tengsizlikning bajarilishini isbotlash talab qilinadi.

Ushbu

$$(a+c)-(b+c)=a+c-b-c=a-b$$

ayirmani qaraymiz. Bu ayirma musbat, chunki masalaning shartiga ko‘ra $a > b$. Demak, $a + c > b + c$. ●

N a t i j a . ***Istalgan qo‘shiluvchini tengsizlikning bir qismidan ikkinchi qismiga shu qo‘shiluvchining ishorasini qarama-qarshisiga almashtirgan holda ko‘chirish mumkin.***

○ $a > b + c$ bo‘lsin. Bu tengsizlikning ikkala qismiga — c sonni qo‘shib, $a - c > b + c - c$ ni hosil qilamiz, ya’ni $a - c > b$. ●

3- t e o r e m a . ***Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir musbat songa ko‘paytirilsa, u holda tengsizlik ishorasi o‘zgarmaydi. Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir manfiy songa ko‘paytirilsa, u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o‘zgaradi.***

○ 1) $a > b$ va $c > 0$ bo‘lsin. $ac > bc$ ekanini isbotlaymiz.

Shartga ko‘ra $a - b > 0$ va $c > 0$. Shuning uchun $(a - b)c > 0$, ya’ni $ac - bc > 0$. Demak, $ac > bc$.

2) $a > b$ va $c < 0$ bo‘lsin. $ac < bc$ ekanini isbotlaymiz.

Shartga ko‘ra $a - b > 0$ va $c < 0$. Shuning uchun $(a - b)c < 0$, ya’ni $ac - bc < 0$. Demak, $ac < bc$. ●

Masalan, $\frac{1}{5} < 0{,}21$ tengsizlikning ikkala qismini 3 ga ko‘paytirib, $\frac{3}{5} < 0{,}63$ ni hosil qilamiz, $\frac{1}{5} < 0{,}21$ tengsizlikning ikkala qismini -4 ga ko‘paytirib esa $-\frac{4}{5} > -0{,}84$ ni hosil qilamiz.

Agar $c \neq 0$ bo‘lsa, u holda c va $\frac{1}{c}$ sonlar bir xil ishoraga ega bo‘lishini ta’kidlab o‘tamiz. c ga bo‘lishni $\frac{1}{c}$ ga ko‘paytirish bilan almashtirish mumkin bo‘lgani uchun 3- teoremadan quyidagi tasdiq kelib chiqadi.

N a t i j a . ***Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir musbat songa bo'linsa, u holda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi. Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir manfiy songa bo'linsa, u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.***

Masalan, $0,99 < 1$ tengsizlikning ikkala qismini 3 ga bo'lib, $0,33 < \frac{1}{3}$ ni hosil qilamiz, $0,99 < 1$ tengsizlikning ikkala qismini -9 ga bo'lib esa $-0,11 > -\frac{1}{9}$ ni hosil qilamiz.

1- m a s a l a . Agar $a > b$ bo'lsa, u holda $-a < -b$ bo'lishini isbotlang.

△ $a > b$ tengsizlikning ikkala qismini -1 manfiy songa ko'paytirib, $-a < -b$ ni hosil qilamiz. ▲

Masalan, $1,9 < 2,01$ tengsizlikdan $-1,9 > -2,01$ tengsizlik kelib chiqadi, $0,63 > \frac{3}{5}$ tengsizlikdan $-0,63 < -\frac{3}{5}$ tengsizlik kelib chiqadi.

2- m a s a l a . Agar a va b — musbat sonlar va $a > b$ bo'lsa, u holda $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ bo'lishini isbotlang.

△ $b < a$ tengsizlikning ikkala qismini ab musbat songa bo'lib, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ni hosil qilamiz. ▲

Tengsizliklarning mazkur paragrafda qaralgan barcha xossalari $>$ (katta) ishorali tengsizlik uchun isbotlanganini ta'kidlab o'tamiz.

Ular $<$ (kichik) ishorali tengsizliklar uchun ham aynan shunday isbotlanadi.

Mashqlar

131. Quyidagi tasdiqlarni isbotlang:

1) agar $a - 2 < b$ va $b < 0$ bo'lsa, u holda $a - 2$ — manfiy son;
2) agar $a^2 - 5 > a$ va $a > 1$ bo'lsa, u holda $a^2 - 5 > 1$.

132. Agar:

1) $a > b$ va $b > 1$;
2) $a < b$ va $b < -2$;
3) $a - 1 < b$ va $b < -1$;
4) $a + 1 > b$ va $b > 1$

bo'lsa, u holda a musbat son bo'ladimi yoki manfiy son bo'ladimi?

133. $-2 < 4$ tengsizlikning ikkala qismiga: 1) 5; 2) -7 sonini qo‘shish natijasida hosil bo‘ladigan tengsizlikni yozing.

134. $2a + 3b > a - 2b$ tengsizlikning ikkala qismiga: 1) $2b$; 2) $-a$ sonni qo‘shish natijasida hosil bo‘ladigan tengsizlikni yozing.

135. $3 > 1$ tengsizlikning ikkala qismidan: 1) 1; 2) -5 sonini ayirish natijasida hosil bo‘ladigan tengsizlikni yozing.

136. $a - 2b < 3a + b$ tengsizlikning ikkala qismidan: 1) a; 2) b sonni ayirish natijasida hosil bo‘ladigan tengsizlikni yozing.

137. $a < b$ bo‘lsin. Quyidagi sonlarni taqqoslang:

1) $a + x$ va $b + x$; 2) $a - 5$ va $b - 5$.

Berilgan tengsizlikning ikkala qismini ko‘rsatilgan songa ko‘paytiring **(138—139):**

138. 1) $3{,}35 < 4{,}5$ ni 4 ga; 2) $3{,}8 > 2{,}4$ ni 5 ga;

3) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ ni -12 ga; 4) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ ni -16 ga.

139. 1) $2a > 1$ ni $0{,}5$ ga; 2) $4a < -1$ ni $0{,}25$ ga;

3) $-4a < -3$ ni $0{,}25$ ga; 4) $-2a > -4$ ni $-0{,}5$ ga.

Berilgan tengsizlikning ikkala qismini ko‘rsatilgan songa bo‘ling **(140—141):**

140. 1) $-2 < 5$ ni 2 ga; 2) $4{,}5 > -10$ ni 5 ga;

3) $-25 > -30$ ni -5 ga; 4) $-20 < -12$ ni -4 ga.

141. 1) $1{,}2a < 4{,}8$ ni $1{,}2$ ga; 2) $2{,}3a < -4{,}6$ ni $2{,}3$ ga;

3) $-\frac{2}{3}x < -\frac{1}{4}$ ni $-\frac{2}{3}$ ga; 4) $-\frac{3}{4}x > \frac{1}{3}$ ni $-\frac{3}{4}$ ga.

13- §. TENGSIZLIKLARNI QO‘SHISH VA KO‘PAYTIRISH

Turli masalalarni yechish davomida ko‘pincha tengsizliklarni qo‘shish yoki ko‘paytirishga, ya’ni tengsizliklarning chap qismlarini alohida va o‘ng qismlarini alohida qo‘shish yoki ko‘paytirishga to‘g‘ri keladi. Bunday hollarda ba’zan tengsizliklar hadlab qo‘shilyapti yoki hadlab ko‘paytirilyapti, deyiladi.

Masalan, agar sayyoh birinchi kuni 20 km dan ko‘proq, ikkinchi kuni esa 25 km dan ko‘proq yo‘lni bosib o‘tgan bo‘lsa, u holda u ikki kun ichida 45 km dan ko‘proq yo‘l bosib o‘tdi, deb aytish mumkin.

Xuddi shunday, agar to‘g‘ri to‘rtburchakning bo‘yi 13 sm dan kam, eni 5 sm dan kam bo‘lsa, u holda shu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi 65 sm^2 dan kam, deb aytish mumkin.

Bu misollarni qarashda *tengsizliklarni qo‘shish va ko‘paytirish haqidagi quyidagi teoremalar* qo‘llanildi.

1- teorema. ***Bir xil ishorali tengsizliklarni qo‘shishda xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo‘ladi: agar a>b va c>d bo‘lsa, u holda a + c > b + d bo‘ladi.***

○ Shartga ko‘ra $a-b>0$ va $c-d>0$. Ushbu ayirmani qaraymiz:

$$(a+c)-(b+d)=a+c-b-d=(a-b)+(c-d).$$

Musbat sonlarning yig‘indisi musbat bo‘lgani uchun $(a+c)-(b+d)>0$, ya’ni $a+c>b+d$. ●

Misollar:

1) $$\begin{array}{r} 3>2{,}5 \\ +\ 5>4 \\ \hline 8>6{,}5 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} 1{,}2<\ \ 1{,}3 \\ +\ -3<-2 \\ \hline -1{,}8<-0{,}7 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 4{,}8>\ \ 2{,}3 \\ +\ -1{,}2>-1{,}3 \\ \hline 3{,}6>\ \ 1 \end{array}$$

2- teorema. ***Chap va o‘ng qismlari musbat bo‘lgan bir xil ishorali tengsizliklarni ko‘paytirish natijasida xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo‘ladi: agar a > b, c > d va a, b, c, d — musbat sonlar bo‘lsa, u holda ac > bd bo‘ladi.***

○ Ushbu ayirmani qaraymiz:

$$ac-bd=ac-bc+bc-bd=c(a-b)+b(c-d).$$

Shartga ko‘ra $a-b>0, c-d>0, b>0, c>0$. Shuning uchun $c(a-b)+b(c-d)>0$, ya’ni $ac-bd>0$, bundan $ac>bd$. ●

M i s o l l a r:

1) $\times\begin{array}{r} 3{,}2 > 3{,}1 \\ 3 > 2 \\ \hline 9{,}6 > 6{,}2 \end{array}$ 2) $\times\begin{array}{r} 1{,}8 < 2{,}1 \\ 4 < 5 \\ \hline 7{,}2 < 10{,}5 \end{array}$ 3) $\times\begin{array}{r} 2{,}4 < 3{,}5 \\ 3 < 4 \\ \hline 7{,}2 < 14 \end{array}$

1- m a s a l a. Agar a, b — musbat sonlar va $a > b$ bo‘lsa, u holda $a^2 > b^2$ bo‘ladi.

△ $a > b$ tengsizlikni o‘z-o‘ziga ko‘paytirib, quyidagini hosil qilamiz: $a^2 > b^2$. ▲

Shunga o‘xshash, a, b — musbat sonlar va $a > b$ bo‘lsa, u holda istalgan natural n uchun $a^n > b^n$ ekanligini isbotlash mumkin.

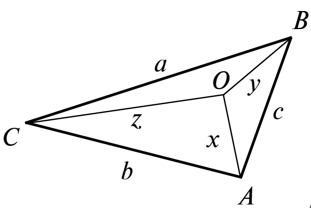
Masalan, $5 > 3$ tengsizlikdan $5^5 > 3^5$, $5^7 > 3^7$ kabi tengsizliklar kelib chiqadi.

2- m a s a l a. Uchburchak ichida yotuvchi istalgan nuqtadan uning uchlarigacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi shu uchburchak yarim-perimetridan katta ekanini isbotlang.

△ 26- rasmni qaraymiz. x, y, z — ABC uchburchakning ichki O nuqtasidan uning uchlarigacha bo‘lgan masofalar bo‘lsin.

AOB, AOC, BOC uchburchaklardan uchburchak ikki tomonining yig‘indisi haqidagi teoremaga ko‘ra:

$$x + y > c,$$
$$x + z > b,$$
$$y + z > a.$$



26- rasm.

Bu tengsizliklarni hadlab qo‘shib, $2x + 2y + 2z > a + b + c$ ni hosil qilamiz, bundan

$$x + y + z > \frac{a+b+c}{2}. ▲$$

Mashqlar

142. (Og‘zaki.) To‘g‘rimi:

1) agar $x > 7$ va $y > 4$ bo‘lsa, u holda $x + y > 11$;
2) agar $x > 5$ va $y > 8$ bo‘lsa, u holda $xy < 40$;

3) agar $x < -7$ va $y < 7$ bo‘lsa, u holda $x + y < 0$;
4) agar $x < 2$ va $y < 5$ bo‘lsa, u holda $xy < 10$?

143. Tengsizliklarni qo‘shing:
1) $5 > -8$ va $8 > 5$; 2) $-8 < 2$ va $3 < 5$;
3) $3x + y < 2x + 1$ va $3y - 2x < 14 - 2a$;
4) $3x^2 + 2y > 4a - 2$ va $5y - 3x^2 > 3 - 4a$.

144. Tengsizliklarni ko‘paytiring:
1) $2\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3}$ va $12 > 6$; 2) $6\frac{1}{4} < 9\frac{2}{3}$ va $4 < 6$;
3) $x - 2 > 1$ va $x + 2 > 4$; 4) $4 < 2x + 1$ va $3 < 2x - 1$.

145. Agar $a > 2$ va $b > 5$ bo‘lsa, u holda
1) $3a + 2b > 16$; 2) $ab - 1 > 9$; 3) $a^2 + b^2 > 29$;
4) $a^3 + b^3 > 133$; 5) $(a + b)^2 > 35$; 6) $(a + b)^3 > 340$;
7) $2a + 3b > 19$; 8) $6ab - 5 > 55$; 9) $ab(a + b) > 70$
bo‘lishini isbotlang.

146. Uchburchakning tomonlari mos ravishda 73 sm, 1 m 15 sm va 1 m 11 sm dan kam. Uning perimetri 3 m dan kam ekanini isbotlang.

147. 4 ta umumiy daftar va 8 ta yon daftar sotib olindi. Umumiy daftarning narxi 200 so‘mdan kam, yon daftarniki esa 150 so‘mdan kam. Barcha xarid 2000 so‘mdan kamligini ko‘rsating.

148. To‘g‘ri to‘rtburchakning bir tomoni 7 sm dan uzun, ikkinchi tomoni birinchisidan 3 marta uzun. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri 56 sm dan uzun ekanini isbotlang.

149. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi polizning bo‘yi enidan 5 marta uzun, eni esa 4 m dan uzun. Polizning yuzi 80 m^2 dan katta ekanini isbotlang.

150. To‘g‘ri to‘rtburchak ichida yotgan ixtiyoriy nuqtadan uning uchlarigacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi shu to‘g‘ri to‘rtburchakning yarim perimetridan katta ekanini isbotlang.

14- §. QAT'IY VA NOQAT'IY TENGSIZLIKLAR

> (katta) va < (kichik) ishorali tengsizliklar *qat'iy tengsizliklar* deyiladi. Masalan, $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}, \frac{3}{4} < 1, a > b, c < d$ — *qat'iy tengsizliklar.*

Qat'iy tengsizliklarning > va < ishoralari bilan bir qatorda ≥ (katta yoki teng) va ≤ (kichik yoki teng) ishorali tengsizliklardan ham foydalaniladi. Ular *noqat'iy tengsizliklar* deyiladi.

$a \leq b$ tengsizlik $a < b$ yoki $a = b$ ekanini, ya'ni a son b dan katta emasligini bildiradi.

Masalan, agar samolyotdagi joylar soni 134 ta bo'lsa, u holda a yo'lovchilar soni 134 tadan kam yoki unga teng bo'lishi mumkin. Bu holda $a \leq 134$ kabi yoziladi.

Shunga o'xshash, $a \geq b$ tengsizlik a son b dan katta yoki unga teng ekanini, ya'ni a son b dan kichik emasligini bildiradi.

≥ ishorasi yoki ≤ ishorasi qatnashgan tengsizliklar *noqat'iy tengsizliklar* deyiladi. Masalan, $18 \geq 12$, $11 \leq 12$, $7 \geq 7$, $4 \leq 4$, $a \geq b$, $c \leq d$ — noqat'iy tengsizliklar.

Qat'iy tengsizliklarning 12—13- § larda ifodalangan barcha xossalari noqat'iy tengsizliklar uchun ham o'rinli. Bunda, agar qat'iy tengsizliklar uchun > va < ishoralar qarama-qarshi ishoralar deb hisoblangan bo'lsa, noqat'iy tengsizliklar uchun ≥ va ≤ ishoralari qarama-qarshi ishoralar deb hisoblanadi.

Masalan, 12- § dagi 2- teoremani noqat'iy tengsizliklar uchun bunday ifodalash mumkin: agar $a \geq b$ bo'lsa, u holda istalgan c son uchun $a + c \geq b + c$ bo'ladi. Haqiqatan ham, $a > b$ bo'lgan hol uchun bu teorema 12- § da isbotlangan, $a = b$ uchun esa bu tasdiq tenglikning bizga ma'lum bo'lgan xossasini ifodalaydi.

M a s a l a . Ixtiyoriy a va b lar uchun

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

tengsizlikning to'g'ri ekanini isbotlang.

△ $a^2 + b^2 - 2ab$ ayirma ixtiyoriy a va b lar uchun noldan kichik emasligini isbotlaymiz. Haqiqatan ham, $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$. Binobarin, (1) tengsizlik a va b larning ixtiyoriy qiymatlarida to'g'ri bo'ladi, shu bilan birga tenglik belgisi faqat $a = b$ bo'lgandagina o'rinlidir. ▲

Mashqlar

151. n sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun qiymatini toping:

1) $n \le -2$; 2) $n \le 3$; 3) $n < 4$; 4) $n < -5$;

5) $n \le 0,2$; 6) $n \le -0,3$; 7) $n < -\pi$; 8) $n < \pi$.

152. n sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng kichik butun qiymatini toping:

1) $n \ge -3$; 2) $n \ge 6$; 3) $n \ge -6$; 4) $n > -4$;

5) $n > -4,21$; 6) $n \ge 3,24$; 7) $n \ge \pi - 1$; 8) $n \ge -\pi + 1$.

153. x sonning tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun qiymatini toping:

1) $\frac{x}{6} \le 1$; 2) $\frac{x}{4} < -2$; 3) $\frac{x}{10} \le -3,14$; 3) $\frac{x}{7} \le 0,15$.

154. Tengsizlik belgilaridan foydalanib, yozing:
1) Bugun Farg'ona vodiysida (t °C) temperatura 20°C dan yuqori emas.
2) Suv 5 m dan kam bo'lmagan (h m) balandlikka ko'tarildi.
3) Normal bosimdagi suvning suyuq holatdagi (t °C) temperaturasi 0 °C dan kam emas; 100 °C dan ortiq emas.
4) Shaharda avtomobil transportining (v km/soat) harakat tezligi 70 km/soat dan katta emas.

155. $a \le b$ bo'lsin. Tengsizlik to'g'rimi:

1) $a - 3 \le b - 3$; 2) $5a \le 5b$; 3) $a + 2,5 < b + 2,5$;

4) $a - 4 > b - 4$; 5) $a - 4 \le b + 1$; 6) $a - 3,1 \le b + 0,1$.

156. $a \ge b$ bo'lsin. Tengsizlik to'g'rimi:

1) $-2a > -2b$; 2) $-3a \le -3b$; 3) $\frac{a}{12} \ge \frac{b}{12}$;

4) $\frac{a}{15} < \frac{b}{15}$; 5) $0,5a \ge 0,4b$; 6) $-2a \le -b$.

15- §. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLAR

M a s a l a . Ikki shahardan bir vaqtda bir-birlariga qarab ikki poyezd bir xil o'zgarmas tezlik bilan jo'nadi. Harakat boshlanganidan 2 soat keyin ular bosib o'tgan masofalar yig'indisi 200 km dan kam bo'lmasligi uchun poyezdlar qanday tezlik bilan harakat qilishlari kerak?

Δ Soatiga x km — poyezdlar harakatining izlanayotgan tezligi bo'lsin. Ikki soatda poyezdlardan har biri $2x$ kilometr yo'l o'tadi. Masalaning shartiga ko'ra poyezdlarning 2 soatda bosib o'tgan masofalari yig'indisi 200 km dan kam bo'lmasligi kerak:

$$2x + 2x \geq 200.$$

Bundan $4x \geq 200$, $x \geq 50$.

J a v o b : Har bir poyezdning harakatlanish tezligi 50 km/soatdan kam bo'lmasligi kerak. ▲

$4x \geq 200$ tengsizlikda x harfi bilan noma'lum son belgilangan. Bu *bir noma'lumli chiziqli tengsizlikka misoldir.*

Ushbu

$$ax > b, ax < b, ax \geq b, ax \leq b$$

tengsizliklar bir noma'lumli chiziqli tengsizliklar deyiladi, bunda a va b — berilgan sonlar, x esa noma'lum.

Ko'pgina, masalan,

$$4(3 - x) > 5 + 2x, \quad \frac{x-3}{2} \leq \frac{x-2}{3}, \quad 1 - \frac{x}{2} < 3(x + 4)$$

kabi tengsizliklar bir noma'lumli chiziqli tengsizliklarga keltiriladi.

Tengsizlik ishorasining chap va o'ng tomonlarida turgan ifodalar *tengsizlikning chap va o'ng qismlari* deyiladi. Tengsizlikning chap va o'ng qismlaridagi har bir qo'shiluvchi *tengsizlikning hadi* deyiladi.

Masalan, $2x - 5 \geq 4 + 3x$ tengsizlikda $2x - 5$ — chap qism, $4 + 3x$ — o'ng qism, $2x$, -5, 4 va $3x$ — tengsizlikning hadlari.

Agar masalada hosil qilingan $2x + 2x \geq 200$ tengsizlikka $x = 50$, $x = 51$, $x = 60$ ni qo'ysak, u holda to'g'ri sonli tengsizliklar hosil bo'ladi:

$$2 \cdot 50 + 2 \cdot 50 \geq 200; \; 2 \cdot 51 + 2 \cdot 51 \geq 200;$$

$$2 \cdot 60 + 2 \cdot 60 \geq 200.$$

50, 51, 60 sonlarining har biri $2x + 2x \geq 200$ tengsizlikning yechimi deyiladi.

*Bir noma'lumli **tengsizlikning yechimi** deb, noma'lumning shu tengsizlikni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiradigan qiymatiga aytiladi.*

***Tengsizlikni yechish** uning hamma yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.*

Tengsizlikdagi noma'lum son istalgan harf bilan belgilanishi mumkin. Masalan, ushbu

$$3(y-5) < 2(4-y), \qquad 2t-1 \geq 4(t+3), \qquad 5-\frac{z}{2} > \frac{z}{3}-4$$

tengsizliklarda noma'lumlar mos ravishda *y, t, z* harflari bilan belgilangan.

Mashqlar

157. Tasdiqni tengsizlik ko'rinishida yozing:

1) x va 17 sonlarining yig'indisi 18 dan katta;
2) 13 va x sonlarining ayirmasi 2 dan kichik;
3) 17 va x sonlarining ko'paytmasi 3 dan kichik emas;
4) x va -3 sonlari yig'indisining ikkilangani 2 dan katta emas;
5) x va 3 sonlari yig'indisining yarmi ularning ko'paytmasidan katta emas;
6) x va -4 sonlari ko'paytmasining ikkilangani ular ayirmasidan kichik emas.

158. 10, $\frac{1}{2}$, 0, -1 sonlaridan qaysilari tengsizlikning yechimi bo'ladi:

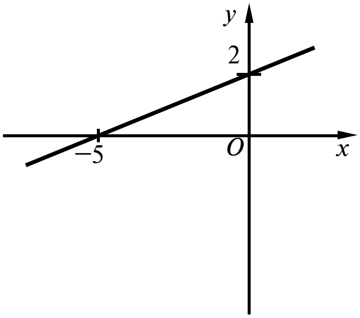
1) $3x+4>2$; 2) $3x+4 \leq x$; 3) $\frac{1}{2}x-3 \geq 1-x$;

4) $3-x \geq \frac{1}{2}x$; 5) $0,8x+5>7$; 6) $0,2x-4 \leq -2$.

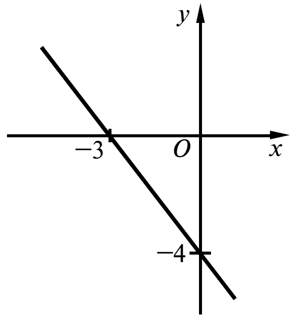
159. y ning qanday qiymatlarida tengsizlik to'g'ri bo'ladi:

1) $-2y>0$; 2) $-3y<0$; 3) $y^2+1 \geq 0$;

4) $2y^2+3 \leq 0$; 5) $(y-1)^2 \leq 0$; 6) $(y+2)^2 \geq 0$?



27- rasm.



28- rasm.

160. 27- rasmda $y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi tasvirlangan.

1) $x \geq 0$; 2) $x < 0$; 3) $x > -5$; 4) $x \leq -5$

bo'lganda y qanday qiymatlar qabul qilishini tengsizlik yordamida yozing.

161. 28- rasmda $y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi tasvirlangan. x ning qanday qiymatlarida y funksiyaning qiymatlari: 1) musbat; 2) nomanfiy; 3) manfiy; 4) -4 dan kichik; 5) -4 dan kichikmas; 6) -4 dan katta bo'lishini tengsizlik yordamida yozing.

162. Funksiyaning grafigini yasang va grafik bo'yicha x ning qanday qiymatlarida funksiya musbat, manfiy, nolga teng, 1 dan katta, 1 dan kichik qiymatlar qabul qilishini toping:

1) $y = 2x + 4$; | 2) $y = 3x - 9$; | 3) $y = -2x - 8$; | 4) $y = -3x + 6$.

16- §. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLARNI YECHISH

Chiziqli tengsizlikka keltiriladigan bir noma'lumli tengsizliklarni yechish sonli tengsizliklarning 12- § da qaralgan xossalariga asoslangan.

Tengsizliklarni yechishga misollar keltiramiz.

1- m a s a l a . Tengsizlikni yeching:

$$x + 1 > 7 - 2x.$$

Δ x son berilgan tengsizlikning yechimi, ya'ni x son $x + 1 > 7 - 2x$ tengsizlikni to'g'ri tengsizlikka aylantiradi, deb faraz qilamiz.

$-2x$ hadni tengsizlikning o‘ng qismidan chap qismiga uning ishorasini qarama-qarshisiga o‘zgartirgan holda o‘tkazamiz, 1 sonini esa tengsizlikning o‘ng qismiga „—“ ishorasi bilan o‘tkazamiz.

Natijada ushbu

$$x + 2x > 7 - 1$$

to‘g‘ri tengsizlikni hosil qilamiz.

Bu tengsizlikning ikkala qismida o‘xshash hadlarini ixchamlaymiz:

$$3x > 6.$$

Endi tengsizlikning ikkala qismini 3 ga bo‘lib,

$$x > 2$$

ekanini topamiz.

Shunday qilib, x ni berilgan tengsizlikning yechimi, deb faraz qilib, biz $x > 2$ ni hosil qildik. x ning 2 dan katta istalgan qiymati tengsizlikning yechimi bo‘lishiga ishonch hosil qilish uchun barcha mulohazalarni teskari tartibda olib borish yetarli.

Aytaylik, $x > 2$ bo‘lsin. To‘g‘ri sonli tengsizliklarning xossalarini qo‘llab, ketma-ket quyidagilarni hosil qilamiz:

$$3x > 6,$$
$$x + 2x > 7 - 1,$$
$$x + 1 > 7 - 2x.$$

Binobarin, 2 dan katta istalgan x son berilgan tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

J a v o b : $x > 2$. ▲

Tengsizlikning yechilishini yozishda batafsil izohlarni keltirish shart emas. Masalan, 1- masalaning yechilishini bunday yozish mumkin:

$$x + 1 > 7 - 2x,$$
$$3x > 6,$$
$$x > 2.$$

Shunday qilib, tengsizlikni yechishda uning quyidagi *asosiy xossalaridan* foydalaniladi:

1- x o s s a . ***Tengsizlikning istalgan hadini uning bir qismidan ikkinchi qismiga, shu hadning ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirgan holda o'tkazish mumkin, bunda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi.***

2- x o s s a . ***Tengsizlikning ikkala qismini nolga teng bo'lmagan ayni bir songa ko'paytirish yoki bo'lish mumkin; agar bu son musbat bo'lsa, u holda tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi, agar bu son manfiy bo'lsa, u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o'zgaradi.***

Bu xossalar berilgan tengsizlikni boshqa, xuddi shunday yechimlarga ega bo'lgan tengsizlik bilan almashtirishga imkon beradi.

Chiziqli tengsizlikka keltiriladigan bir noma'lumli tengsizliklarni yechish uchun:

1) noma'lum qatnashgan hadlarni chap tomonga, noma'lum qatnashmagan (ozod) hadlarni esa o'ng tomonga o'tkazish (1- xossa);

2) o'xshash hadlarni ixchamlab, tengsizlikning ikkala qismini noma'lum oldidagi koeffitsiyentga (agar u nolga teng bo'lmasa) bo'lish (2- xossa) kerak.

2- m a s a l a . Tengsizlikni yeching:

$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2.$$

△ Tengsizlikning chap va o'ng qismlarini soddalashtiramiz. Qavslarni ochamiz:

$$3x-6-4x-4<2x-6-2.$$

Noma'lum qatnashgan hadlarni tengsizlikning chap qismiga, noma'lum qatnashmagan (ozod) hadlarni esa o'ng qismiga olib o'tamiz (1- xossa):

$$3x-4x-2x<6+4-6-2.$$

O'xshash hadlarni ixchamlaymiz:

$$-3x<2$$

va tengsizlikning ikkala qismini − 3 ga bo'lamiz (2- xossa):

$$x>-\frac{2}{3}.$$

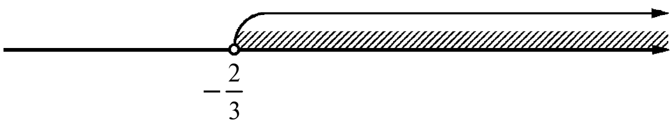
J a v o b : $x>-\frac{2}{3}$. ▲

Bu yechilishni qisqacha bunday yozish mumkin:

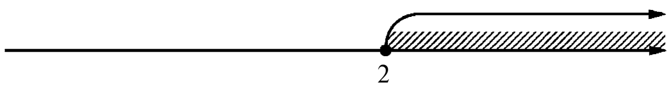
$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2,$$
$$3x-6-4x-4<2x-6-2,$$
$$-x-10<2x-8,$$
$$-3x<2,$$
$$x>-\frac{2}{3}.$$

$x>-\frac{2}{3}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to‘plami son o‘qida *nur* bilan tasvirlanadi (29- rasm). $x=-\frac{2}{3}$ nuqta bu nurga tegishli emas, 29- rasmda u *oq doiracha* bilan, nur esa qiya chiziqchalar bilan hoshiyalangan.

x sonlarning, masalan, $x \geq 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi to‘plami ham *nur* deyiladi. $x=2$ nuqta shu nurga tegishli. 30- rasmda bu nuqta *qora doiracha* bilan tasvirlangan.



29- rasm.



30- rasm.

3- m a s a l a . Tengsizlikni yeching:

$$\frac{x-5}{6}+1 \geq \frac{5x}{2}-\frac{x-3}{3}.$$

△ Tengsizlikning ikkala qismini 6 ga ko‘paytiramiz:

$$6 \cdot \frac{x-5}{6}+6 \cdot 1 \geq 6 \cdot \frac{5x}{2}-6 \cdot \frac{x-3}{3},$$
$$(x-5)+6 \geq 15x-2(x-3).$$

Qavslarni ochamiz va o‘xshash hadlarni ixchamlaymiz:

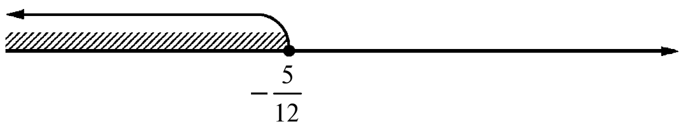
$$x-5+6 \geq 15x-2x+6,$$
$$x+1 \geq 13x+6,$$

bundan

$$-12x \geq 5, \quad x \leq -\frac{5}{12}. \ \blacktriangle$$

Bu tengsizlikning yechimlari to‘plami, ya’ni $x \leq -\frac{5}{12}$ sonlar to‘plami 31- rasmda tasvirlangan.

Qaralgan misollarda tengsizliklar soddalashtirilgandan keyin noma’lum oldida turgan koeffitsiyent nolga teng bo‘lmagan chiziqli tengsizlikka keltirildi. Ayrim hollarda bu koeffitsiyent nolga teng bo‘lishi mumkin.



31- rasm.

Shunday tengsizliklarga misollar keltiramiz.

4- m a s a l a . Tengsizlikni yeching:

$$2(x+1)+5 > 3-(1-2x).$$

$\triangle$ Tengsizlikning ikkala qismini soddalashtiramiz:

$$2x+2+5 > 3-1+2x,$$
$$2x+7 > 2+2x,$$

bundan

$$2x-2x > 2-7,$$
$$0 \cdot x > -5.$$

Oxirgi tengsizlik x ning istalgan qiymatida to‘g‘ri bo‘ladi, chunki uning chap qismi istalgan x da nolga teng hamda $0 > -5$. Demak, x ning istalgan qiymati berilgan tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

J a v o b : x — istalgan son. $\blacktriangle$

5- m a s a l a . Tengsizlikni yeching:

$$3(2 - x) - 2 > 5 - 3x.$$

△ Tengsizlikning chap qismini soddalashtiramiz:

$$6 - 3x - 2 > 5 - 3x,$$

$$4 - 3x > 5 - 3x,$$

bundan

$$-3x + 3x > 5 - 4,$$

$$0 \cdot x > 1.$$

Oxirgi tengsizlik yechimga ega emas, chunki tengsizlikning chap qismi x ning istalgan qiymatida nolga teng hamda $0 > 1$ tengsizlik noto‘g‘ri. Demak, berilgan tengsizlik yechimga ega emas.

J a v o b : yechimlari yo‘q. ▲

Mashqlar

Tengsizlikni yeching **(163—164):**

163. 1) $x + 2 \geq 15$; 2) $x - 6 < 8$; 3) $3 \leq y + 6$;
4) $-4 > 5 - y$; 5) $2z \geq z - 7$; 6) $3z \leq 2z + 4$.

164. 1) $12x > -36$; 2) $-7x \leq 56$; 3) $\frac{y}{4} \leq 7$;
4) $-5 < \frac{z}{3}$; 5) $7{,}2z > -27$; 6) $-4{,}5x \geq 9$.

Tengsizlikni yeching va uning yechimlari to‘plamini son o‘qida tasvirlang **(165—166):**

165. 1) $2x - 16 > 0$; 2) $18 - 3x > 0$; 3) $3x - 15 < 0$;
4) $25 - 5x < 0$; 5) $9 - 3x \geq 0$; 6) $2x + 4 \leq 0$;
7) $6 - 2x \leq 0$; 8) $1{,}8 + 3x \geq 0$; 9) $-4x + 2 \leq 0$.

166. 1) $3(x + 1) \leq x + 5$; 2) $4(x - 1) \geq 5 + x$;
3) $2(x - 3) + 4 < x - 2$; 4) $x + 2 < 3(x + 2) - 4$;

5) $\frac{x-1}{3} \geq \frac{3x-3}{5}$; 6) $\frac{3x-2}{4} \geq \frac{2x-1}{3}$.

167. x ning qanday qiymatlarida ifoda musbat bo‘lishini aniqlang:

1) $\frac{3}{8}x + 4$; 2) $\frac{5}{2} - 4x$; 3) $2(x + 3) + 3x$;

4) $3(x - 5) - 8x$; 5) $\frac{1}{3} - 2(x + 4)$; 6) $\frac{1}{2} - 3(x - 5)$.

168. y ning qanday qiymatlarida ifoda manfiy bo‘lishini aniqlang:

1) $5 - \frac{2}{3}y$; 2) $\frac{3}{4} - 2y$; 3) $\frac{y-2}{3} + \frac{1}{3}$;

4) $\frac{8y-3}{5} - \frac{2}{5}$; 5) $\frac{3y-5}{2} - \frac{y}{2}$; 6) $\frac{4-5y}{6} - \frac{y}{6}$.

169. Tengsizlikning yechimi bo‘ladigan eng kichik butun sonni toping:

1) $4(y-1) < 2 + 7y$; 2) $4y - 9 \geq 3(y-2)$;

3) $3(x-2) - 2x < 4x + 1$; 4) $6x + 1 \geq 2(x-1) - 3x$.

170. Tengsizlikning yechimi bo‘ladigan eng katta butun sonni toping:

1) $5 - 2x > 0$; 2) $6x + 5 \leq 0$;

3) $3(1-x) > 2(2-x)$; 4) $4(2-x) < 5(1-x)$.

171. 1) a ning qanday qiymatlarida $\frac{a}{3}$ kasr $\frac{a+1}{4}$ kasrdan katta bo‘ladi?

2) b ning qanday qiymatlarida $\frac{b+3}{2}$ kasr $\frac{b-1}{5}$ kasrdan kichik bo‘ladi?

3) x ning qanday qiymatlarida $\frac{3x-5}{6}$ kasr $\frac{6x-7}{15}$ va $\frac{3-x}{9}$ kasrlar ayirmasidan katta bo‘ladi?

4) x ning qanday qiymatlarida $\frac{2-5x}{4}$ va $\frac{7x-3}{6}$ kasrlar yig‘indisi $\frac{2x+5}{18}$ kasrdan kichik bo‘ladi?

Tengsizlikni yeching **(172—174):**

172. 1) $3(x-2)+x<4x+1$; 2) $5(x+2)-x>3(x-1)+x$;

3) $\frac{3x+6}{4}-\frac{x}{4}>\frac{x+2}{2}$; 4) $\frac{2x-1}{5}-4<x-\frac{3x+1}{5}$.

173. 1) $5(x+2)+2(x-3)<3(x-1)+4x$;

2) $3(2x-1)+3(x-1)>5(x+2)+2(2x-3)$;

3) $\frac{5x+3}{2}-1\geq 3x-\frac{x-7}{2}$; 5) $\frac{3x+2}{4}-1\leq 2x+\frac{x-5}{2}$;

4) $2-\frac{x-4}{3}\leq 2x-\frac{7x-4}{3}$; 6) $3-\frac{x-1}{2}\geq 3x-\frac{5x-3}{3}$.

174. 1) $\frac{2}{3x+6}<0$; 2) $\frac{3}{2x-4}>0$; 3) $\frac{-1,7}{0,5x-2}>0$;

4) $\frac{-2,3}{0,4x+8}<0$; 5) $\frac{-1,7}{2,1+6,3x}<0$; 6) $\frac{-3,8}{3,2-6,4x}>0$.

175. x ning qanday qiymatlarida $y=2,5x-4$ funksiyaning qiymati: 1) musbat; 2) manfiy; 3) 1 dan katta; 4) -4 dan kichik?

176. x ning qanday qiymatlarida $y=3,5-0,5x$ funksiyaning qiymati: 1) musbat; 2) nomanfiy; 3) 3,5 dan katta emas; 4) 1 dan kichik emas?

177. $y=3-2x$ funksiyaning grafigini yasang. Grafik yordamida x ning grafikning nuqtalari: 1) abssissalar o‘qidan yuqorida; 2) $y=2$ to‘g‘ri chiziqdan yuqorida; 3) abssissalar o‘qidan pastda; 4) $y=4$ to‘g‘ri chiziqdan pastda joylashgan qiymatlarini toping. Natijalarni tegishli tengsizliklarni yechish bilan tekshiring.

178. Ustalar reja bo‘yicha 40 ta beshik tayyorlashlari kerak. Ular rejani 10 % dan ko‘proq oshirib bajarishlari uchun nechta beshik tayyorlashlari kerak?

17- §. BIR NOMA'LUMLI TENGSIZLIKLAR SISTEMALARI. SONLI ORALIQLAR

1. Tengsizliklar sistemalari.

Masala. Sig'imi 4000 *l* bo'lgan bo'sh hovuz suv bilan to'ldirila boshlandi. Hovuzning 4 soatdan keyin yarmidan ko'prog'i to'lishi va 5 soatdan keyin u batamom to'lib-toshib ketmasligi uchun hovuzga soatiga necha litrdan suv quyish kerak?

△ x litr — hovuzga 1 soat ichida quyiladigan suv miqdori bo'lsin. Masala shartiga ko'ra $4x > 2000$, $5x \leq 4000$.

Birinchi tengsizlikdan $x > 500$, ikkinchi tengsizlikdan esa $x \leq 800$ kelib chiqadi.

Javob: hovuzga soatiga 500 *l* dan ko'p, lekin 800 *l* dan ko'p bo'lmagan hajmda suv quyish kerak. ▲

$4x > 2000$ va $5x \leq 4000$ tengsizliklardagi noma'lum son ayni bir xil x sonidir. Shuning uchun bu tengsizliklar birgalikda qaraladi va ular *tengsizliklar sistemasini* tashkil qiladi, deyiladi:

$$\begin{cases} 4x > 2000, \\ 5x \leq 4000. \end{cases} \quad (1)$$

Katta qavs x ning (1) sistemaning ikkala tengsizligini ham to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiruvchi qiymatlarini topish kerakligini bildiradi.

(1) sistema *bir noma'lumli chiziqli tengsizliklar sistemasiga* misoldir.

Yana chiziqli tengsizliklar sistemasiga keltiriladigan bir noma'lumli tengsizliklar sistemalariga misollar keltiramiz:

$$\begin{cases} 3(x+1) > 5, \\ 4(x-1) > x-2; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-1 \geq 3x, \\ 5(x-1) \leq 8, \\ x-1 > 5. \end{cases}$$

(!) ***Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasining yechimi*** *deb, noma'lumning sistema tengsizliklarining barchasini to'g'ri sonli tengsizliklarga aylantiruvchi qiymatiga aytiladi.*

Tengsizliklar sistemasini yechish *— uning barcha yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.*

Masalan, $x = 1$ ushbu

$$\begin{cases} 2x \geq -4, \\ 3x \leq 9 \end{cases} \tag{2}$$

sistemaning yechimi bo‘ladi, chunki $x = 1$ bo‘lganda (2) sistemaning ikkala tengsizligi ham to‘g‘ri bo‘ladi:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 \geq -4, \\ 3 \cdot 1 \leq 9. \end{cases}$$

(2) sistema birinchi tengsizligining ikkala qismini 2 ga, ikkinchi tengsizligining ikkala qismini esa 3 ga bo‘lib,

$$\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3 \end{cases}$$

ni hosil qilamiz. Demak, (2) sistemaning yechimlari x ning -2 dan kichik bo‘lmagan va 3 dan katta bo‘lmagan barcha qiymatlaridan iborat bo‘ladi.

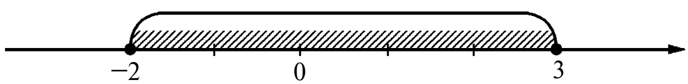
$x \geq -2$ va $x \leq 3$ tengsizliklarni *qo‘sh tengsizlik* ko‘rinishida yozish mumkin:

$$-2 \leq x \leq 3.$$

2. Sonli oraliqlar.

Bir noma’lumli tengsizliklar sistemalarining yechimlari har xil sonli to‘plamlar bo‘ladi. Bu to‘plamlar o‘zlarining nomlariga ega.

Masalan, son o‘qida x ning $-2 \leq x \leq 3$ bo‘ladigan son qiymatlari to‘plami oxirlari -2 va 3 nuqtalarda bo‘lgan kesma bilan tasvirlanadi (32- rasm).



32- rasm.

Shuning uchun $-2 \leq x \leq 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to‘plami kesma deb ataladi va [-2; 3] kabi belgilanadi.

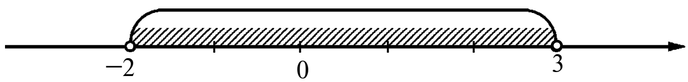
Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $a \le x \le b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami kesma deyiladi va $[a; b]$ kabi belgilanadi.

Masalan, $[4; 7]$ kesma — ushbu $4 \le x \le 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami.

$2 < x < 7$, $-1 \le x < 2$, $4 < x \le 7$ ko'rinishdagi tengsizliklarni qanoatlantiruvchi sonlar to'plami uchun ham alohida atamalar kiritiladi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $a < x < b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami interval deyiladi va $(a; b)$ kabi belgilanadi.

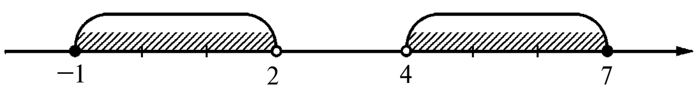
Masalan, $(-2; 3)$ interval — ushbu $-2 < x < 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami (33- rasm).



33- rasm.

$a \le x < b$ yoki $a < x \le b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami yarimintervallar deyiladi va mos ravishda $[a; b)$ va $(a; b]$ kabi belgilanadi.

Masalan, $[-1; 2)$ yariminterval — ushbu $-1 \le x < 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami; $(4; 7]$ yariminterval — ushbu $4 < x \le 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami (34- rasm).



34- rasm.

Kesmalar, intervallar, yarimintervallar va nurlar *sonli oraliqlar* deyiladi.

Shunday qilib, sonli oraliqlarni tengsizliklar ko'rinishida berish mumkin.

Mashqlar

179. –3; 0; 5 sonlaridan qaysilari tengsizliklar sistemasining yechimlari bo‘ladi:

1) $\begin{cases} 5 - x \le 9, \\ 2 - 3x > -4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 2 > 1, \\ 5 - 2x > -25; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 0{,}5x + 3 > 4, \\ 7 - x > 1? \end{cases}$

180. –2; 0; 1 sonlaridan qaysilari tengsizliklar sistemasining yechimlari bo‘ladi:

1) $\begin{cases} 12x - 1 < 11, \\ -3 - x \le 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - 1 \ge 4 - x, \\ x + 6 > 2? \end{cases}$

181. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo‘la oladigan barcha butun sonlarni toping:

1) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \le 3, \\ x > -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \le 2{,}7, \\ x \ge 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \ge -5{,}1, \\ x < 5{,}1. \end{cases}$

182. Berilgan qo‘sh tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to‘plamini sonli oraliqning belgilanishlari yordamida yozing va uni son o‘qida tasvirlang:

1) $1 \le x \le 5$; 2) $-1 \le x \le 3$; 3) $-1 < x < 4$;

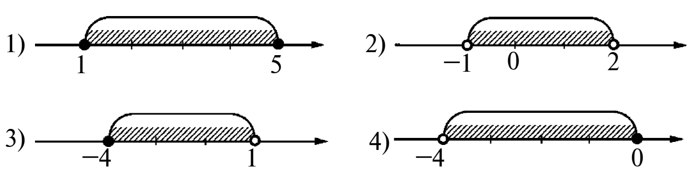
4) $1 < x < 2$; 5) $-3 \le x < 1$; 6) $-4 < x \le -2$.

183. Berilgan sonli oraliqqa tegishli x sonlar to‘plamini qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing va uni son o‘qida tasvirlang:

1) $[-4; 0]$; 2) $[-3; -1]$; 3) $(-4; -2)$;

4) $(0; 3)$; 5) $(-1; 4]$; 6) $[-2; 2)$.

184. 35- rasmda tasvirlangan x sonlar to‘plamini qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida, shuningdek, sonli oraliqning belgilanishlari yordamida yozing:



35- rasm.

185. [2; 3] kesma (1; 4) oraliqqa tegishlimi?

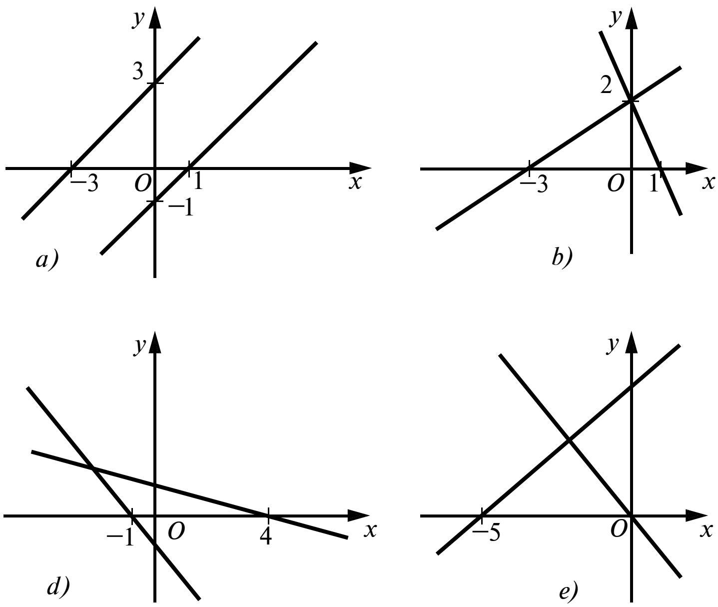
186. [2; 4] va [3; 5] kesmalar umumiy nuqtalarga egami?

187. Bir koordinata tekisligida ikkita chiziqli funksiyaning grafiklari tasvirlangan (36- rasm). x ning qanday qiymatlarida ikki funksiyaning qiymati bir vaqtda musbat bo‘ladi? Qanday qiymatlarida esa bir vaqtda manfiy bo‘ladi?

188. Bir koordinata tekisligida $y = -2x - 2$ va $y = 2 - \frac{x}{2}$ funksiyalarning grafiklarini yasang. Abssissalar o‘qida x ning ikkala funksiyaning qiymatlari: 1) musbat; 2) manfiy bo‘ladigan qiymatlari to‘plamini belgilang.

№ 2

TO‘G‘RI TO‘RTBURCHAKNING TOMONLARI NATURAL SONLAR BILAN IFODA QILINADI. TO‘G‘RI TO‘RTBURCHAK PERIMETRINING QIYMATI UNING YUZINING QIYMATIGA TENG BO‘LISHI UCHUN ULAR QANDAY UZUNLIKLARGA EGA BO‘LISHI KERAK?



36- rasm.

189. Tengsizlikni yeching:

1) $(x-3)(2x-3)+6x^2 \geq 2(2x-3)^2$;

2) $(5-6x)(1+3x)+(1+3x)^2 \leq (1+3x)(1-3x)$;

3) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-8x^3 \geq -2(x+3)$;

4) $(x-2)(x^2+2x+4) \leq x(x^2+2)+1$.

18- §. TENGSIZLIKLAR SISTEMALARINI YECHISH

Tengsizliklar sistemalarini yechishga doir misollar qaraymiz.

1- masala. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 5x-1>3(x+1), \\ 2(x+4)>x+5. \end{cases} \qquad (1)$$

△ Birinchi tengsizlikni yechamiz:

$$5x-1>3x+3,$$
$$2x>4, \quad x>2.$$

Shunday qilib, birinchi tengsizlik $x>2$ bo'lganda bajariladi.

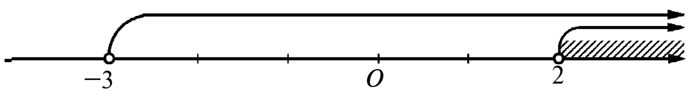
Ikkinchi tengsizlikni yechamiz:

$$2x+8>x+5, \quad x>-3.$$

Shunday qilib, (1) sistemaning ikkinchi tengsizligi $x>-3$ bo'lganda bajariladi.

Son o'qida (1) sistemaning birinchi va ikkinchi tengsizliklarining yechimlari to'plamlarini tasvirlaymiz.

Birinchi tengsizlikning yechimlari $x>2$ nurning barcha nuqtalari, ikkinchi tengsizlikning yechimlari $x>-3$ nurning barcha nuqtalari bo'ladi (37- rasm).



37- rasm.

(1) sistemaning yechimlari x ning ikkala nurga bir vaqtda tegishli bo‘lgan qiymatlari bo‘ladi. Rasmdan ko‘rinib turibdiki, bu nurlarning barcha umumiy nuqtalari to‘plami $x > 2$ nur bo‘ladi.

J a v o b : $x > 2$. ▲

2- m a s a l a . Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 3(x-1) \le 2x+4, \\ 4x-3 \ge 13. \end{cases} \tag{2}$$

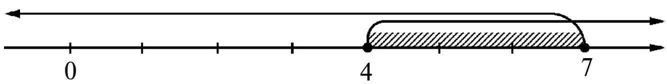
△ Birinchi tengsizlikni yechamiz:

$$3x-3 \le 2x+4,$$
$$x \le 7.$$

(2) sistemaning ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$4x \ge 16,$$
$$x \ge 4.$$

Son o‘qida (2) sistemaning birinchi va ikkinchi tengsizliklarining yechimlari to‘plamlarini tasvirlaymiz. Birinchi tengsizlikning yechimlari $x \le 7$ nur, ikkinchi tengsizlikning yechimlari $x \ge 4$ nur bo‘ladi (38- rasm).



38- rasm.

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, bu nurlarning umumiy nuqtalari to‘plami [4; 7] kesma bo‘ladi.

J a v o b : $4 \le x \le 7$. ▲

3- m a s a l a . Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} \frac{5x}{12} + \frac{4}{3} \ge \frac{x+1}{3}, \\ 2 - \frac{5x}{14} < \frac{2-x}{2}. \end{cases} \tag{3}$$

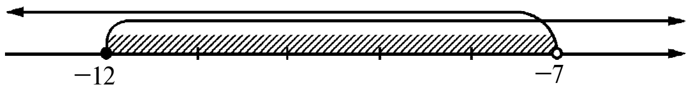
△ (3) sistemaning birinchi tengsizligini yechamiz:

$$5x + 16 \geq 4x + 4,$$
$$x \geq -12.$$

Ikkinchi tengsizlikni yechamiz:

$$28 - 5x < 14 - 7x$$
$$2x < -14,$$
$$x < -7.$$

Son o'qida $x \geq -12$ va $x < -7$ nurlarni tasvirlaymiz (39- rasm). Rasmdan ko'rinib turibdiki, bu nurlarning umumiy nuqtalari to'plami [12; −7) yariminterval bo'ladi.



39- rasm.

J a v o b: $-12 \leq x < -7$. ▲

4- m a s a l a. Ushbu

$$\begin{cases} 2(1 - x) < 4 - 3x, \\ 10 - 3x < 1 \end{cases} \tag{4}$$

tengsizliklar sistemasi yechimga ega emasligini ko'rsating.

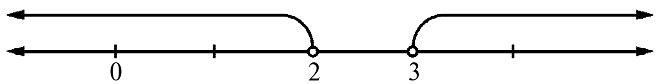
△ Birinchi tengsizlikni yechamiz:

$$2 - 2x < 4 - 3x, \quad x < 2.$$

(4) sistemaning ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$-3x < -9,$$
$$x > 3.$$

Son o'qida $x < 2$ va $x > 3$ nurlarni tasvirlaymiz (40- rasm).



40- rasm.

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, bu nurlar umumiy nuqtalarga ega emas. Demak, (4) sistema yechimga ega emas. ▲

Mashqlar

Tengsizliklar sistemasining barcha yechimlarini bitta tengsizlik bilan yozing va yechimlar to‘plamini son o‘qida tasvirlang **(190−191):**

190. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 0, \\ x > -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > 2, \\ x \geq -3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \geq -4. \end{cases}$

191. 1) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 0, \\ x < -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < -2, \\ x < -5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq 0. \end{cases}$

Tengsizliklar sistemasining barcha yechimlarini qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing va bu to‘plamni son o‘qida tasvirlang **(192—193):**

192. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 3, \\ x < 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq 0, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$

193. 1) $\begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq -7,5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 1,5, \\ x \geq -1,5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \geq 0,8, \\ x < 2,2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x \leq 7,5, \\ x \geq -0,5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x < 3,5, \\ x > 0. \end{cases}$

Tengsizliklar sistemasini yeching **(194—197):**

194. 1) $\begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 5 > 0, \\ 3x + 6 \geq 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x + 7 \geq 0, \\ 5x + 15 > 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 3x \leq 9; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x - 7 < 0, \\ 2x + 1 \geq 0. \end{cases}$

195. 1) $\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 4x + 8 < 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 4 \leq 0, \\ 4 - 3x > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 9 \leq 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-9<0, \\ 12>3x; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 24<6x, \\ 3x\geq 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 7x+14>0, \\ 3x-6\leq 0. \end{cases}$

196. 1) $\begin{cases} 7-2x\geq 0, \\ 5x-20<0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+5\leq 0, \\ 9x+18\leq 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6-2x>0, \\ 3x+6>0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 10-2x\geq 0, \\ 4x-8\geq 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x-12\geq 0, \\ 15-3x\leq 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 6-4x\leq 0, \\ 3x+9>0. \end{cases}$

197. 1) $\begin{cases} 3x+3\leq 2x+1, \\ 3x-2\leq 4x+2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x+2\geq 5x+3, \\ 2-3x<7-2x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5(x+1)-x>2x+2, \\ 4(x+1)-2<2(2x+1)-x; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2(x-1)-3<5(2x-1)-7x, \\ 3(x+1)-2\leq 6(1-x)+7. \end{cases}$

198. Tengsizliklar sistemasining yechimlari bo‘lgan barcha butun sonlarni toping:

1) $\begin{cases} 0,2x>-1, \\ -\frac{x}{3}\geq 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 1-0,5x\geq 0, \\ -\frac{x+5}{5}<-1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x-1}{2}<\frac{x}{3}, \\ \frac{x+1}{2}\geq\frac{x}{5}; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{x-1}{4}\leq\frac{x}{5}, \\ \frac{x}{3}>\frac{x+4}{7}. \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 0,4x>-2, \\ 0,3x<1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 1+0,2x\geq 0, \\ 0,5x-1<0. \end{cases}$

199. x ning qanday qiymatlarida $y=0,5x+2$ va $y=3-3x$ funksiyalarning qiymatlari bir vaqtda: 1) musbat; 2) manfiy; 3) 3 dan katta; 4) 3 dan kichik bo‘ladi?

200. x ning qanday qiymatlarida $y=x-2$ va $y=0,5\,x+1$ funksiyalarning qiymatlari bir vaqtda: 1) nomanfiy; 2) nomusbat; 3) 4 dan kichik emas; 4) 4 dan katta emas bo‘ladi?

201. Uchburchakning bir tomoni 5 m, ikkinchi tomoni esa 8 m. Agar uchburchakning perimetri: 1) 22 m dan kam; 2) 17 m dan ortiq bo‘lsa, uning uchinchi tomoni qanday bo‘lishi mumkin?

202. Agar butun sonning $\frac{3}{2}$ qismidan uning $\frac{1}{4}$ qismi ayrilsa, u holda 29 dan katta son hosil bo‘ladi, agar xuddi shu sonning $\frac{3}{2}$ qismidan uning $\frac{1}{3}$ qismi ayirilsa, u holda 29 dan kichik son hosil bo‘ladi. Shu butun sonni toping.

203. Agar butun sonning ikkilanganiga uning yarmi qo‘shilsa, u holda 92 dan kichik son hosil bo‘ladi, agar xuddi shu butun sonning ikkilanganidan uning yarmi ayrilsa, u holda 53 dan katta son hosil bo‘ladi. Shu butun sonni toping.

19- §. SONNING MODULI. MODUL QATNASHGAN TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

1. Sonning moduli.

Sonning moduli tushunchasini eslatib o‘tamiz:

1) *Musbat sonning moduli shu sonning o‘ziga teng.*

Masalan, $|3| = 3$, $\left|\frac{2}{7}\right| = \frac{2}{7}$, $|2,4| = 2,4$.

2) *Manfiy sonning moduli unga qarama-qarshi songa teng.*

Masalan, $|-2| = -(-2) = 2$, $\left|-\frac{5}{6}\right| = -\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{6}$, $|-1,5| = -(-1,5) = 1,5$.

3) *Nolning moduli nolga teng:* $|0| = 0$.

Shunday qilib, son modulining ta’rifi quyidagicha bo‘ladi:

$$|a| = a, \text{ agar } a \geq 0 \text{ bo‘lsa};$$

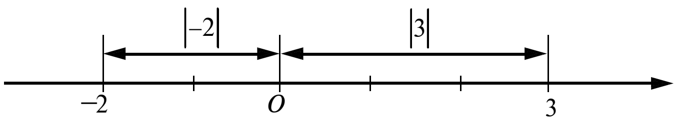
$$|a| = -a, \text{ agar } a < 0 \text{ bo‘lsa}.$$

Bu ta’rif formula yordamida qisqacha bunday yoziladi:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ agar } a \geq 0 \text{ bo‘lsa;} \\ -a, \text{ agar } a < 0 \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

Son modulining geometrik ma’nosini qaraymiz.

Son o‘qida, masalan, 3 va −2 nuqtalarni tasvirlaymiz (41- rasm). Rasmdan ko‘rinib turibdiki, $|3| = 3$ — bu 0 nuqtadan 3 nuqtagacha bo‘lgan masofa, $|-2| = 2$ — bu 0 nuqtadan −2 nuqtagacha bo‘lgan masofa.



41- rasm.

Shunday qilib, $|a|$ *geometrik nuqtayi nazardan* 0 *nuqtadan a sonni tasvirlovchi nuqtagacha bo‘lgan masofadir.*

2. Noma’lum modul belgisi ostida qatnashgan tenglamalar.

1- masala. Tenglamani yeching:

$$|x| = 7.$$

△ 1) $x \geq 0$ bo‘lsin. U holda modulning ta’rifiga ko‘ra $|x| = x$ va tenglama bunday ko‘rinishni oladi:

$$x = 7,$$

ya’ni $x = 7$ — berilgan tenglamaning ildizi;

2) $x < 0$ bo‘lsin. U holda modulning ta’rifiga ko‘ra $|x| = -x$ va tenglama bunday ko‘rinishni oladi:

$$-x = 7,$$

bundan $x = -7$ — berilgan tenglamaning ildizi.

Javob: $x_1 = 7$, $x_2 = -7$. ▲

2- m a s a l a . $|3x+2|=1$ tenglamani yeching.

△ 1) $3x+2\ge 0$ bo‘lsin. Bu holda $3x+2=1$, $3x=-1$, $x=-\frac{1}{3}$;

2) $3x+2<0$ bo‘lsin. Bu holda $3x+2=-1$, $3x=-3$, $x=-1$.

J a v o b : $x_1=-\frac{1}{3}$, $x_2=-1$. ▲

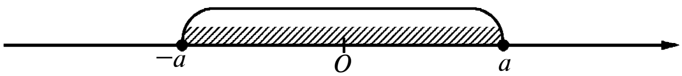
3. N o m a ’ l u m m o d u l b e l g i s i o s t i d a q a t n a s h g a n t e n g s i z l i k l a r .

Ushbu

$$|x|\le a, \text{ bunda } a>0,$$

tengsizlikni qaraymiz.

Bu tengsizlikni 0 nuqtadan a dan katta bo‘lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar, ya’ni $[-a; a]$ kesmaning nuqtalari qanoatlantiradi (42- rasm).



$|x|\le a$

42- rasm.

$[-a; a]$ kesma — ushbu $-a\le x\le a$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to‘plami.

(!) Demak, $|x|\le a$ *tengsizlik* $-a\le x\le a$ *qo‘sh tengsizlikning ayni o‘zini bildiradi, bunda* $a>0$.

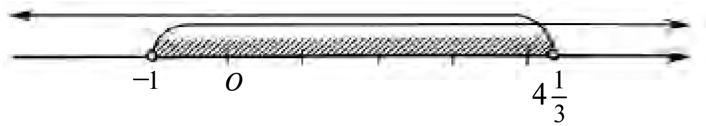
Masalan, $|x|\le 2{,}5$ tengsizlik $-2{,}5\le x\le 2{,}5$ ni bildiradi; $|x|<3$ tengsizlik $-3<x<3$ ni bildiradi.

3- m a s a l a . $|5-3x|<8$ tengsizlikni yeching.

△ Berilgan tengsizlikni bunday ko‘rinishda yozamiz:

$$-8<5-3x<8.$$

Bu qo‘sh tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasining xuddi o‘zini bildiradi:



43- rasm.

$$\begin{cases} 5-3x<8, \\ 5-3x>-8. \end{cases}$$

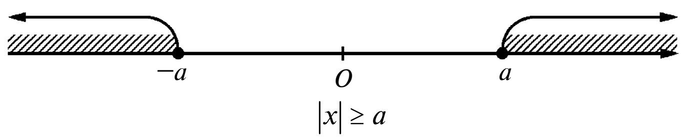
Bu sistemani yechib, $-1 < x < 4\frac{1}{3}$ ekanini topamiz (43- rasm). ▲

Ushbu

$$|x| \geq a, \text{ bunda } a > 0,$$

tengsizlikni qaraymiz.

Bu tengsizlikni 0 nuqtadan a dan kichik bo‘lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar to‘plami, ya’ni $x \geq a$ va $x \leq -a$ nurlarning nuqtalari qanoatlantiradi (44- rasm).



44- rasm.

4- m a s a l a . Tengsizlikni yeching: $|x-1| \geq 2$.

△ 1) $x-1 \geq 0$ bo‘lsin. Bu holda $x-1 \geq 2$. Quyidagi tengsizliklar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0, \\ x-1 \geq 2. \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $x \geq 3$ ni topamiz.

2) $x-1<0$ bo‘lsin. Bu holda $-(x-1) \geq 2$ yoki $x-1 \leq -2$.

Quyidagi tengsizliklar sistemasini hosil qilamiz:

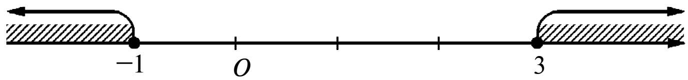
$$\begin{cases} x-1<0, \\ x-1 \leq -2. \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $x \le -1$ ni topamiz.

Shunday qilib, $|x-1| \ge 2$ tengsizlikning yechimlari birinchidan, $x \ge 3$ sonlar, ikkinchidan esa $x \le -1$ sonlar bo‘ladi.

J a v o b: $x \le -1,\ x \ge 3$. ▲

$|x-1| \ge 2$ tengsizlikning yechimlari 45- rasmda tasvirlangan.



45- rasm.

Agar

$$|x| \le a$$

tengsizlikda a son nolga teng bo‘lsa, u holda tengsizlik $x = 0$ dan iborat birgina (yagona) yechimga ega bo‘ladi, bordi-yu, agar $a < 0$ bo‘lsa, u holda tengsizlik yechimlarga ega bo‘lmaydi.

Agar

$$|x| \ge a$$

tengsizlikda a son noldan kichik yoki unga teng bo‘lsa, u holda istalgan son uning yechimi bo‘ladi.

Mashqlar

204. (Og‘zaki.) Sonning moduli nimaga teng:

1) 23; | 2) 4,7; | 3) $\frac{2}{7}$; | 4) −47; | 5) −2,1; | 6) $-\frac{3}{8}$?

Tenglamani yeching **(205—208):**

205. 1) $|x| = 2,5$; 2) $|x| = 1,5$; 3) $|x-1| = 2$;

4) $|x+3| = 3$; 5) $|x+4| = 4$; 6) $|x-4| = 4$.

206. 1) $|x+4| = 0$; 2) $|x-2| = 0$; 3) $|2x-3| = 0$;

4) $|3-4x| = 0$; 5) $|7+3x| = 0$; 6) $|2x+5| = 0$.

207. 1) $|3x-5|=5$; 2) $|4x+3|=2$; 3) $\left|\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{3}$;

4) $\left|\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{4}$; 5) $|7x-10|=4$; 6) $|0,5-2x|=2,5$.

208. 1) $|-x|=3,4$; 2) $|-x|=2,1$; 3) $|5-x|=5$;

4) $|3-x|=8$; 5) $|x-7|=1$; 6) $|5-x|=2$.

209. Tengsizlikning yechimlari to‘plamini son o‘qida tasvirlang:

1) $|x|<5$; 2) $|x|\le 4$; 3) $|x|\ge 3$; 4) $|x|>2$.

210. Modulli tengsizlikni qo‘sh tengsizlik shaklida yozing:

1) $|x|\le 3$; 2) $|x|<2$; 3) $|x|<3,5$; 4) $|x|\le 2,4$.

211. Qo‘sh tengsizlikni bitta modulli tengsizlik shaklida yozing:

1) $-3,1<x<3,1$; 2) $-0,3\le x\le 0,3$; 3) $-4,8<x<4,8$.

Tengsizlikni yeching **(212—215):**

212. 1) $|1+x|\le 0,3$; 2) $|2+x|<0,2$; 3) $|3-x|\le\frac{2}{3}$;

4) $|1-x|<\frac{3}{4}$; 5) $|x-1|\le 1$; 6) $|x-4|\le 2$.

213. 1) $|3x-4|<5$; 2) $|2x+3|<3$; 3) $|2-3x|\le 2$;

4) $|5-4x|\le 1$; 5) $|4x-1|<7$; 6) $|3-2x|\le 3$.

214. 1) $|x+1|>1,3$; 2) $|x-2|\ge 1,1$; 3) $|1-x|\ge\frac{1}{2}$;

4) $|3-x|>\frac{2}{3}$; 5) $|x-1|>3,8$; 6) $|5-4x|\le 1$.

215. 1) $|4x-3|\ge 3$; 2) $|3x+2|>1$; 3) $|3x-2|>4$;

4) $|4-5x|\ge 4$; 5) $|6x-1|\le 2$; 6) $|3-5x|\ge 2$.

216. x ning quyidagi tengsizlik bajariladigan barcha butun qiymatlarini toping:

1) $|5x-2|<8$; 2) $|5x+3|<7$; 3) $|5-3x|\le 1$;

4) $|3-4x|\le 3$; 5) $|2x-5|\le 1$; 6) $|3-4x|\le 6$.

217. Tengsizlikni yeching:

1) $|2x-3|>5$; 2) $|3x-1|\le 4$; 3) $|1-3x|\le 1$;

4) $|3-2x|\ge 3$; 5) $|1,5x-2|\le 1$; 6) $|4-3x|>2$.

III bobga doir mashqlar

Tenglamani yeching **(218—219):**

218. 1) $x(2x+5)=0$; 2) $x(3x-4)=0$;

3) $(x-5)(3x+1)=0$; 4) $(x+4)(2x-1)=0$.

219. 1) $\frac{2x+3}{3x-1}=0$; 2) $\frac{1-2x}{2x+5}=0$;

3) $\frac{(2x+1)(x+2)}{x-3}=0$; 4) $\frac{(x-3)(2x+4)}{x+1}=0$.

220. Son o'qida a nuqta b nuqtadan chapda yotadi. Quyidagi son musbatmi yoki manfiymi:

1) $b-a$; 2) $2+b-a$; 3) $a-b$; 4) $a-3-b$?

221. Tengsizlikni yeching:

1) $x+9>8-4x$; 2) $3(y+4)\ge 4-(1-3y)$;

3) $5(0,2+y)-1,8\ge 4,3+5y$; 4) $3(x-5)+9>15$.

222. Tengsizliklar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 0,5\,(x+3)-0,8<0,4\,(x+2)-0,3, \\ 0,7\,(2-x)+1,3<0,6\,(1-x)+2,2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 1,5\,(x-2)-2,1<1,3\,(x-1)+2,5, \\ 1,3\,(x+3)+1,7>1,6\,(x+2)+1,8. \end{cases}$

223. Tenglamani yeching:

1) $|x-1| = 3,4;$ 2) $|1-x| = 2,4;$ 3) $|1-2x| = 5;$

4) $|3x-2| = 1;$ 5) $|4x-1| = 3;$ 6) $|2x+7| = 9.$

224. Tengsizlikni yeching:

1) $|x-1| \le 3,4;$ 2) $|x-1| \ge 3,4;$ 3) $|x-1| < 3,4;$

4) $|2x+1| \ge 3;$ 5) $|3+2x| = 1;$ 6) $|1-3x| = 4.$

O'ZINGIZNI TEKSHIRIB KO'RING!

1. x ning istalgan qiymatida

$$\frac{1}{2}x(2x-4) \ge (x-2)x$$

tengsizlikning to'g'riligini isbotlang.

2. Tengsizlikni yeching:

1) $12 - 5x > 0;$ 2) $3x - 7 \le 4(x+2);$ 3) $\frac{x}{2} + \frac{3-x}{4} < 2.$

3. Tengsizliklar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 3x - 13 > 0, \\ 25 - 4x > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - 13 \ge 3x - 10, \\ 11 - 4x \le 12 - 3x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x + 3 < 3x - 7, \\ 1 - 2x > x + 4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x - 7 \le 2 - 4x, \\ 7 - 3x \ge 1 - 5x. \end{cases}$

225. $a < 2b$ bo'lsin. Isbotlang:

1) $4a - 2b < a + 4b;$ 2) $3a - 2b < a + 2b;$

3) $a + 2b > 3a - 2b;$ 4) $a + b > 4a - 5b.$

226. Uchburchakning bir tomoni 4 sm dan uzun, ikkinchi tomoni birinchisidan 1,5 marta uzun, uchinchi tomoni ikkinchisidan 1,5 marta uzun. Uchburchakning perimetri 19 sm dan uzun ekanini isbotlang.

227. x ning qanday qiymatlarida $y = -x + 1$ va $y = x + 2$ funksiyalarning qiymatlari bir vaqtda: 1) musbat; 2) manfiy; 3) 1 dan katta; 4) 2 dan katta bo‘ladi?

228. Juft sonning undan keyin keluvchi juft sonning uchlangani bilan yig‘indisi 134 dan katta, ayni shu juft sonning undan oldin keluvchi juft sonning ikkilangani bilan yig‘indisi 104 dan kichik. Shu sonni toping.

229. Toq sonning undan keyin keluvchi toq sonning ikkilangani bilan yig‘indisi 151 dan kichik, ayni shu toq sonning undan oldin keluvchi toq sonning uchlangani bilan yig‘indisi 174 dan katta. Shu sonni toping.

III bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Tengsizlikni yeching: $5(x - 3) + 2x < 4x + 3$.

A) $x < 6$; C) $x > 6$;
B) $x < -6$; D) $x > -6$.

2. Tengsizlikni yeching: $4(x - 1) + 5(x + 1) < 6(x + 2) + 7(x - 1)$.

A) $x < -1$; C) $x < 1$;
B) $x > -1$; D) $x > 1$.

3. Tengsizlikni yeching: $\frac{2x-3}{4} > \frac{x+1}{6} - \frac{4x+3}{3}$.

A) $x > 1$; C) $x > -0{,}05$;
B) $x \le 1$; D) $x < 2$.

4. $7x + 5 \ge 3(x - 1) - 4x$ tengsizlikning yechimi bo‘ladigan eng kichik butun sonni toping:

A) $x = 2$; C) $x = 3$;
B) $x = -2$; D) $x = -1$.

5. $7(1 - x) > 5(3 - x)$ tengsizlikning yechimi bo‘ladigan eng katta butun sonni toping:

A) $x = -5$; C) $x = 2$;
B) $x = -3$; D) $x = -2$.

6. x ning qanday qiymatlarida $\frac{3x-6}{5}$ kasr $\frac{4x-5}{15}$ va $\frac{4-x}{3}$ kasrlar yig‘indisidan kichik bo‘ladi?

A) $x < 3{,}3$; C) $x \le -2{,}3$;

B) $x > 2{,}3$; D) $x > 4{,}5$.

7. x ning qanday qiymatlarida $\frac{3-5x}{4}$ va $\frac{7x+3}{6}$ kasrlar ayirmasi $\frac{3x+5}{12}$ kasrdan katta bo‘ladi?

A) $x < \frac{1}{16}$; C) $x > \frac{1}{16}$;

B) $x < -\frac{1}{16}$; D) $x > -\frac{1}{16}$.

8. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 3(1-x) > 5-4x, \\ 13-4x < 1. \end{cases}$$

A) $x > \frac{1}{2}$; C) $x > 3$;

B) $\frac{1}{2} < x < 3$; D) $x > -3$.

9. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{3} \le \frac{x+2}{2}, \\ \frac{x-4}{5} \ge \frac{x-5}{4}. \end{cases}$$

A) $1 \le x \le 9$; C) $x \ge 9$;

B) $-12 \le x$; D) $-12 \le x \le 9$.

10. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} (x+3)(x+2) \le (x+4)(x-1)+5, \\ 2(5x-1) \ge 3(3x-2). \end{cases}$$

A) $-4 \le x \le -2,5;$ C) $4 \le x \le 2,5;$
B) $-4 \le x \le 2,5;$ D) $0 \le x \le 2,5.$

11. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo‘ladigan eng kichik butun sonni toping:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 1, \\ 3x - 2 > x + 2. \end{cases}$$

A) $x = 7;$ C) $x = 6;$
B) $x = -7;$ D) $x = 3.$

12. Tengsizliklar sistemasining yechimi bo‘ladigan eng katta butun sonni toping:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < \frac{1}{6}. \end{cases}$$

A) $x = -2;$ C) $x = 2;$
B) $x = 1;$ D) $x = 0.$

13. Tengsizlikni yeching: $|4x - 5| \le 3.$

A) $x \ge -2;$ C) $\frac{1}{2} \le x \le 2;$
B) $\frac{1}{2} \le x \le 1;$ D) $-2 \le x \le -\frac{1}{2}.$

14. Tengsizlikni yeching: $|1 - 3x| \le 2.$

A) $0 \le x \le \frac{1}{3};$ C) $\frac{1}{3} \le x \le 1;$
B) $-1 \le x \le -\frac{1}{3};$ D) $-\frac{1}{3} \le x \le 1.$

15. Tengsizlikni yeching: $|3 - 2x| \ge 1.$

A) $x \le 1,\ x \ge 2;$ C) $x \le 2,\ x \ge 3;$
B) $x \le -1,\ x \ge -2;$ D) $1 \le x \le 2.$

Tarixiy masalalar

1. *Evklid masalasi.* Agar *a, b, c, d* — musbat sonlar, *a* — ularning eng kattasi va $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bo‘lsa, u holda $a + d > b + c$ bo‘lishini isbotlang.

2. *Aleksandriyalik Papp masalasi.* Agar *a, b, c, d* musbat sonlar va $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ bo‘lsa, u holda $ad > bc$ bo‘lishini isbotlang.

3. *Bernulli tengsizligi.* Agar $x_1, x_2, ..., x_n > -1$ va $x_1, x_2, ..., x_n$ sonlarning hammasi bir xil ishorali bo‘lsa, $(1 + x_1)(1 + x_2) \ldots (1+x_n) \geq$ $\geq 1 + x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ bo‘ladi.

Bernulli tengsizligini $n = 2, 3$ bo‘lgan hol uchun isbotlang.

Tarixiy ma’lumotlar

> (katta) va < (kichik) belgilar — qat’iy tengsizlik belgilari birinchi bor ingliz olimi T. Garriotning 1631- yilda chop etilgan risolasida keltirilgan. ≥ (katta yoki teng) va ≤ (kichik yoki teng) belgilar — noqat’iy tengsizlik belgilarini esa 1734- yilda fransuz matematigi P. Buge kiritgan.

x sonning modulini $|x|$ kabi belgilashni mashhur nemis matematigi K.Veyershtras 1841- yilda taklif etgan.

IV BOB KVADRAT ILDIZLAR

20- §. ARIFMETIK KVADRAT ILDIZ

1- m a s a l a . Kvadrat shaklidagi yer maydonining tomoni 12 m ga teng. Uning S yuzini toping.

△ Maydonning yuzi uning tomonining kvadratiga teng. Demak,

$$S = 12^2 = 144(\text{m}^2). \ ▲$$

2- m a s a l a . Kvadrat shaklidagi yer maydonining yuzi 81 dm^2 ga teng. Uning tomonini toping.

△ Kvadrat tomonining uzunligi x detsimetrga teng, deb faraz qilaylik. U holda maydonning yuzi x^2 kvadrat detsimetrga teng. Shartga ko‘ra bu maydon 81 dm^2 ga teng, ya’ni $x^2 = 81$ bo‘ladi. Kvadrat tomonining uzunligi — musbat son. Kvadrati 81 ga teng bo‘lgan musbat son 9 sonidir.

J a v o b : 9 dm. ▲

2- masalani yechishda kvadrati 81 ga teng bo‘lgan x sonni topish, ya’ni

$$x^2 = 81$$

tenglamani yechish talab qilinadi.

Bu tenglamani $x^2 - 81 = 0$ yoki $(x - 9)(x + 9) = 0$ ko‘rinishda yozish mumkin, bundan $x_1 = 9$, $x_2 = -9$.

9 va -9 sonlari $x^2 = 81$ tenglamani to‘g‘ri tenglikka aylantiradi, ya’ni $9^2 = 81$ va $(-9)^2 = 81$. Bu sonlar 81 sonining *kvadrat ildizlari* deyiladi.

Kvadrat ildizlardan biri 9 soni musbat son, u 81 sondan olingan *arifmetik kvadrat ildiz* deyiladi va $\sqrt{81}$ kabi belgilanadi. Shunday qilib, $\sqrt{81} = 9$.

(!) T a ’ r i f . ***a sonining arifmetik kvadrat ildizi deb, kvadrati a ga teng bo‘lgan nomanfiy songa aytiladi.***

a sonning arifmetik kvadrat ildizi bunday belgilanadi: $\sqrt{a}$.

$\sqrt{}$ *belgi arifmetik kvadrat ildiz belgisi* deyiladi: *a ildiz ostidagi ifoda* deyiladi, $\sqrt{a}$ ifoda bunday o‘qiladi: „*a* sonning arifmetik kvadrat ildizi“.

Demak, $\sqrt{a}$ bu „Qanday sonning kvadrati *a* ga teng?“ degan savolga javob beruvchi nomanfiy sondir.

Masalan, $\sqrt{36} = 6$, chunki $6 > 0$ va $6^2 = 36$.

Boshqa misollar ham keltiramiz:

$$\sqrt{0} = 0, \qquad \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}, \qquad \sqrt{0,49} = 0,7.$$

So‘z arifmetik ildiz haqida borayotgani aniq bo‘lgan hollarda qisqacha bunday deyiladi: „*a* ning kvadrat ildizi“. *Sonning kvadrat ildizini topish amali kvadrat ildiz chiqarish* deyiladi. Bu amal kvadratga ko‘tarish amaliga teskari amaldir.

Istalgan sonni kvadratga ko‘tarish mumkin, lekin istalgan sondan kvadrat ildiz chiqarish mumkin bo‘lavermaydi. Masalan, −4 sonidan kvadrat ildiz chiqarish mumkin emas, chunki kvadrati −4 ga teng bo‘lgan son yo‘q.

Shunday qilib, $\sqrt{a}$ ifoda faqat $a \geq 0$ bo‘lgandagina ma’noga ega. Kvadrat ildizning ta’rifini qisqacha

$$\boldsymbol{\sqrt{a} \geq 0, \quad (\sqrt{a})^2 = a}$$

kabi yozish mumkin. $(\sqrt{a})^2 = a$ tenglik $a \geq 0$ bo‘lganda to‘g‘ri.

3- m a s a l a . $5\sqrt{32 \cdot 2} - 3\sqrt{2 \cdot 8}$ ni hisoblang.

△ $5\sqrt{32 \cdot 2} - 3\sqrt{2 \cdot 8} = 5\sqrt{64} - 3\sqrt{16} = 5 \cdot 8 - 3 \cdot 4 = 28.$ ▲

Mashqlar

230. Agar kvadratning yuzi quyidagiga teng bo‘lsa, uning tomonini toping:

1) 16 m^2; 2) 100 dm^2; 3) 0,64 km^2; 4) $\frac{36}{49}$ mm^2.

231. Sonning arifmetik kvadrat ildizini hisoblang:
81; 64; 100; 0,16; 0,09; 0,25; 1,44; 4900; 6400.

232. Tenglik to‘g‘rimi:
1) $\sqrt{16}=4$; 2) $\sqrt{100}=10$; 3) $\sqrt{25}=-5$; 4) $\sqrt{0}=0$?

Hisoblang **(233–235):**

233. 1) $(\sqrt{4})^2$; 2) $(\sqrt{9})^2$; 3) $\left(\frac{\sqrt{3}}{12}\right)^2$; 4) $(\sqrt{0,25})^2$.

234. 1) $3+\sqrt{4}$; 2) $7-\sqrt{25}$; 3) $\sqrt{16}-9$;
4) $4\cdot\sqrt{0,01}$; 5) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{0,81}$; 6) $0,25\cdot\sqrt{0,25}$.

235. 1) $2^3+5\sqrt{16}$; 2) $3\sqrt{121}-2\sqrt{144}$; 3) $2\sqrt{3\cdot 27}-6\sqrt{2\cdot 18}$;
4) $\sqrt{2^2+3\cdot 7}$; 5) $\sqrt{3^2+4^2}$; 6) $\sqrt{17^2-15^2}$.

236. Ifodaning qiymatini toping:
1) $3\sqrt{10-2a}$, bunda $a=-3$, $a=3$, $a=5$, $a=0,5$;
2) $5\sqrt{6x-2}$, bunda $x=1$, $x=\frac{1}{3}$, $x=3$, $x=\frac{1}{2}$.

237. *a* ning qanday qiymatlarida quyidagi ifoda ma’noga ega:
1) $\sqrt{2a}$; 2) $\sqrt{-a}$; 3) $\sqrt{2-a}$; 4) $\sqrt{3+a}$?

238. Tenglamani yeching: 1) $\sqrt{x}=2$; 2) $\sqrt{x}=10$; 3) $\sqrt{x-1}=1$.

239. Sonlarni taqqoslang: 1) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ va $\sqrt{\frac{9}{16}}$; 2) $\sqrt{0,04}$ va $\sqrt{0,09}$.

21- §. HAQIQIY SONLAR

1. Ratsional sonlar.

Matematikada yangi sonlarning paydo bo‘lishi u yoki bu amallarning bajarilishi zarurati tufayli sodir bo‘ladi.

Natural sonlarni qo‘shish va ko‘paytirishda har doim natural son hosil bo‘ladi. Ammo natural sondan natural sonni ayirishda hamma vaqt ham natural son hosil bo‘lavermaydi. Masalan, 2—5 ayirma natural son emas. Ayirish amalini hamma vaqt ham bajarish mumkin bo‘lishi uchun *manfiy butun sonlar* va *nol* kiritilgan.

Natural sonlar to‘plami butun sonlar to‘plamigacha kengaytiriladi:

$$\dots,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \dots\ .$$

Butun sonlarni qo‘shish, ayirish va ko‘paytirishda har doim butun son hosil bo‘ladi. Ammo butun sonni butun songa bo‘lishda hamma vaqt ham butun son hosil bo‘lavermaydi. Masalan, 2 : 5 bo‘linma — butun son emas. Bo‘lish amali hamma vaqt ham bajarilishi mumkin bo‘lishi uchun *ratsional sonlar*, ya’ni $\frac{m}{n}$ ko‘rinishdagi sonlar kiritildi, bu yerda m— butun son, n— natural son. Butun sonlar to‘plami ratsional sonlar to‘plamigacha kengaytirildi.

Ratsional sonlar ustida to‘rt arifmetik amalni (nolga bo‘lishdan tashqari) bajarishda hamma vaqt ratsional son hosil bo‘ladi.

Ratsional sonni chekli yoki cheksiz o‘nli kasr shaklida yozish mumkin. Masalan, $\frac{2}{5}$ va $\frac{3}{4}$ sonlarini chekli o‘nli kasr shaklida yozish mumkin: $\frac{2}{5}=0,4$; $\frac{3}{4}=0,75$. $\frac{1}{3}$ va $\frac{5}{11}$ sonlarini burchak usulida bo‘lishdan foydalanib, cheksiz o‘nli kasr shaklida bunday yozish mumkin:

$$\frac{1}{3}=0,333...; \qquad \frac{5}{11}=0,454545...\ .$$

0,333... cheksiz o‘nli kasr yozuvida 3 raqami takrorlanadi.

3 soni *shu kasrning davri* deyiladi; kasrning o‘zi esa *davrida 3 bo‘lgan davriy kasr* deyiladi, u 0,(3) ko‘rinishda yoziladi va bunday o‘qiladi: „Nol butun davrda uch“.

0,454545... kasrning yozuvida 45 dan iborat ikkita raqam guruhi takrorlanadi; bu kasr davrida 45 bo‘lgan davriy kasr deyiladi va u 0,(45) ko‘rinishda yoziladi.

Yana cheksiz davriy kasrlarga misollar keltiramiz:

$$-\frac{7}{30}=-0,2333...=-0,2(3);$$

$$27\frac{13}{330}=27,0393939...=27,0(39).$$

Istalgan ratsional sonni yoki chekli o‘nli kasr, yoki cheksiz o‘nli davriy kasr shaklida tasvirlash mumkin. Va aksincha, istalgan cheksiz davriy yoki chekli kasrni oddiy kasr shaklida, ya’ni $\frac{m}{n}$ shaklida tasvirlash mumkin, bunda m— butun son, n— natural son.

1- m a s a l a . $\frac{27}{11}$ sonini cheksiz o‘nli kasr shaklida tasvirlang.

△ „Burchak usuli“da bo‘lish algoritmidan foydalanamiz:

$$\begin{array}{r|l} -\,27 & 11 \\ \underline{22} & \overline{2,4545\ldots} \\ -\,50 & \\ \underline{44} & \\ -\,60 & \\ \underline{55} & \\ -\,50 & \\ \underline{44} & \\ -\,60 & \\ \underline{55} & \\ 5 & \end{array}$$

Qoldiqlar takrorlanyapti, shuning uchun bo‘linmada aynan bir xil raqamlar guruhi, ya’ni 45 takrorlanyapti.

Demak, $\frac{27}{11} = 2,4545... = 2,(45)$. ▲

2- m a s a l a . Ushbu cheksiz o‘nli davriy kasrni oddiy kasr shaklida tasvirlang: 1) 1,(7); 2) 0,2(18).

△ 1) $x = 1,(7) = 1,777...$ bo‘lsin, u holda $10x = 17,(7)=17,777...$ Ikkinchi tenglikdan birinchisini hadlab ayirib, $9x = 16$ ni hosil qilamiz, bundan $x = \frac{16}{9}$.

2) $x = 0,2(18) = 0,2181818...$ bo‘lsin, u holda

$$10x = 2,(18) = 2,181818...,$$
$$1000x = 218,(18) = 218,181818... .$$

Uchinchi tenglikdan ikkinchisini hadlab ayirib, $990x = 216$ ni hosil qilamiz, bundan $x = \frac{216}{990} = \frac{12}{55}$.

J a v o b: 1) $1,(7)=1\frac{7}{9}$; 2) $0,2(18)=\frac{12}{55}$. ▲

2. I r r a t s i o n a l s o n l a r. H a q i q i y s o n l a r.

Matematikada cheksiz o‘nli davriy kasrlar bilan bir qatorda *cheksiz o‘nli nodavriy kasrlar* ham qaraladi. Masalan,

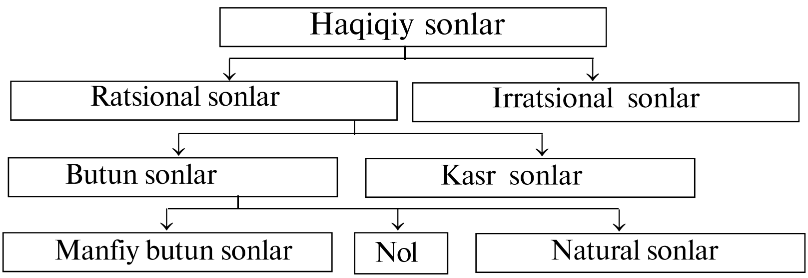
$$0,1010010001...$$

kasrda birinchi 1 raqamidan keyin bitta nol, ikkinchi 1 raqamidan keyin ikkita nol, uchinchi 1 raqamidan keyin uchta nol turibdi va hokazo, bu kasr nodavriy kasrdir. Shuningdek, verguldan keyin ketma-ket barcha natural sonlar yozilgan

$$0,123456...$$

kasr ham nodavriy kasrdir.

Cheksiz o‘nli nodavriy kasrlar *irratsional sonlar* deyiladi. Ratsional va irratsional sonlar *haqiqiy sonlar to‘plamini* tashkil qiladi.



Haqiqiy sonlar ustida *arifmetik amallar va taqqoslash qoidalari* shunday kiritiladiki, natijada bu amallarning, tenglik va tengsizliklarning ratsional sonlar uchun xossalari butunlay saqlanadi.

Kvadrat ildiz chiqarish amaliga murojaat qilamiz.

Oliy matematika kursida istalgan haqiqiy nomanfiy sondan kvadrat ildiz chiqarish mumkinligi isbot qilinadi.

Ildiz chiqarish natijasida ratsional son ham, irratsional son ham hosil bo‘lishi mumkin.

Masalan, $\sqrt{1,21}=1,1$ — ratsional son, $\sqrt{3}=1,71320508...$ — irratsional son.

$\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}$ va hokazo sonlar, ya’ni natural sonlarning kvadratlari bo‘lmagan natural sonlardan olingan kvadrat ildizlar ham irratsional sonlardir.

Irratsional sonlar faqat kvadrat ildiz chiqarish natijasidagina hosil bo'lmasligini ta'kidlaymiz. Masalan, aylana uzunligining uning diametriga nisbatiga teng bo'lgan π soni irratsional sondir. π sonini ratsional sondan kvadrat ildiz chiqarish yo'li bilan hosil qilib bo'lmaydi.

Amalda kvadrat ildizlarning talab qilingan aniqlikdagi taqribiy qiymatlarini topish uchun jadvallar, mikrokalkulatorlar va boshqa hisoblash vositalaridan foydalaniladi.

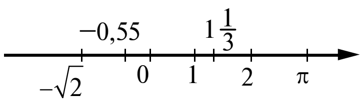
3- masala. $\sqrt{17}$ ni $\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + \frac{b}{2\sqrt{a}}$ taqribiy hisoblash formulasi yordamida hisoblang, bunda $b < a$ va yaqinlashish xatoligi, ya'ni aniq qiymat bilan taqribiy qiymat orasidagi farqning moduli $\frac{b^2}{8(\sqrt{a})^3}$ dan oshmaydi.

$\triangle$ $\sqrt{17} = \sqrt{16+1} \approx \sqrt{16} + \frac{1}{2\sqrt{16}} = 4 + \frac{1}{8} = 4\frac{1}{8} = 4,125.$

Yaqinlashish xatoligi esa $\frac{1^2}{8 \cdot 4^3} = \frac{1}{8 \cdot 64} = \frac{1}{512} = \frac{2}{1024} < 0,002.$

Demak, $\sqrt{17}$ haqiqiy son 0,002 gacha aniqlikda 4,125 ratsional son bilan almashtirilishi mumkin. ▲

Shunday qilib, irratsional sonlar ustida amallar amaliy jihatdan ularning o'nli yaqinlashishlari ustida amallar bilan almashtirilad.



46- rasm.

Geometrik nuqtayi nazardan haqiqiy sonlar son o'qining nuqtalari bilan tasvirlanadi (46- rasm). Har bir haqiqiy songa son o'qining yagona nuqtasi mos keladi va son o'qining har bir nuqtasiga yagona haqiqiy son mos keladi.

Mashqlar

240. Kasrlarni o'qing:
1) 0,(2); 2) 3,(21); 3) 15,3(53); 4) −2,77(3).

241. Kasrni chekli yoki cheksiz o'nli davriy kasr shaklida yozing:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{125}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{11}$; 5) $-\frac{3}{5}$; 6) $-3\frac{1}{7}$.

242. Cheksiz o‘nli davriy kasrni oddiy kasr shaklida yozing:

1) 0,(6); 2) 0,(7); 3) 4,1(25); 4) 2,3(81); 5) 1,23(41).

243. Sonlarni taqqoslang:

1) 0,35 va 0,(35); 2) 1,03 va 1,0(3); 3) 2,41 va 2,4(1);
4) 3,7(2) va 3,72; 5) 1,68 va 1,6(8); 6) 0,34 va 0,33(7).

244. Quyidagi sonlar berilgan:

$-8;\quad -\sqrt{16};\quad -0,3;\quad -\frac{5}{2};\quad 12;\quad \sqrt{7};\quad 0;\quad \sqrt{\frac{1}{9}};\quad 1;\quad \sqrt{5}.$

Ulardan: natural; butun; ratsional sonlarni alohida yozing.

245. (Og‘zaki.) Bu sonlardan qaysilari irratsional son bo‘ladi:

$-2;\quad 1;\quad 0;\quad \sqrt{11};\quad \sqrt{16};\quad -1,7;\quad \sqrt{17};\quad \frac{4}{5}\sqrt{225}$?

246. $\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + \frac{b}{2\sqrt{a}}$, bunda $b < a$ formula bo‘yicha sonlarning taqribiy qiymatini 0,1 gacha aniqlik bilan hisoblang:

1) $\sqrt{26}$; 2) $\sqrt{37}$; 3) $\sqrt{120}$; 4) $\sqrt{624}$; 5) $\sqrt{101}$.

№ 3

SONLARNI QO‘SHISHGA DOIR YOZUVDA HARFLAR BILAN QANDAY RAQAMLAR BELGILANGAN:

$$\begin{array}{r} \text{A B D E} \\ +\ \text{F G H B} \\ \hline \text{F G D B O} \end{array}$$

22- §. DARAJANING KVADRAT ILDIZI

$a = 3$ va $a = -3$ bo‘lganda $\sqrt{a^2}$ ifodaning qiymatini hisoblaymiz. Kvadrat ildizning ta’rifiga ko‘ra $\sqrt{3^2} = 3$. $a = -3$ bo‘lganda $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$ ekanini topamiz. 3 soni -3 soniga qarama-qarshi son bo‘lgani uchun bunday yozish mumkin:

$$\sqrt{(-3)^2} = -(-3) \text{ yoki } \sqrt{(-3)^2} = |-3|.$$

1- t e o r e m a . ***Istalgan a son uchun***

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

tenglik o'rinli.

○ Ikki holni qaraymiz: $a \geq 0$ va $a < 0$.

1) Agar $a \geq 0$ bo'lsa, u holda arifmetik ildiz ta'rifiga ko'ra

$$\sqrt{a^2} = a.$$

2) Agar $a < 0$ bo'lsa, u holda $(-a) > 0$ va shuning uchun

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{(-a)^2} = -a.$$

Shunday qilib,

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{agar } a \geq 0 \text{ bo'lsa;} \\ -a, & \text{agar } a < 0 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

ya'ni $\sqrt{a^2} = |a|$. ●

Masalan, $\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$.

$\sqrt{a^2} = |a|$ tenglik unga kiruvchi harflarning istalgan qiymatlarida bajariladi deyish o'rniga bu tenglik *aynan* bajariladi, deyiladi.

O'zidagi harflarning istalgan qiymatlarida to'g'ri bo'ladigan tenglik ***ayniyat*** *deyiladi.*

Ayniyatlarga misollar keltiramiz:

$$\sqrt{a^2} = |a|,$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

1- m a s a l a . Ifodani soddalashtiring: 1) $\sqrt{a^8}$; 2) $\sqrt{a^6}$.

△ 1) $\sqrt{a^8} = \sqrt{(a^4)^2} = |a^4|$. a ning istalgan qiymatida $a^4 \geq 0$ bo'lgani uchun $|a^4| = a^4$ bo'ladi va shuning uchun $\sqrt{a^8} = a^4$.

2) $\sqrt{a^6} = \sqrt{(a^3)^2} = |a^3|$.

Agar $a \geq 0$ bo‘lsa, u holda $a^3 \geq 0$ va shuning uchun $|a^3| = a^3$.

Agar $a < 0$ bo‘lsa, u holda $a^3 < 0$ va shuning uchun $|a^3| = -a^3$.

Shunday qilib, bu holda modul belgisini qoldirish lozim:

$$\sqrt{a^6} = |a^3|. \ \blacktriangle$$

2- teorema. ***Agar $a > b > 0$ bo‘lsa, u holda $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ bo‘ladi.***

○ Haqiqatan ham, agar $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ deb faraz qilinsa, u holda tengsizlikning ikkala qismini kvadratga ko‘tarib, $a \leq b$ ni hosil qilamiz, bu $a > b$ shartga zid. ●

Masalan, $\sqrt{256} > \sqrt{225}$, chunki 256>225; $3 < \sqrt{10} < 4$, chunki $9 < 10 < 16$.

2- masala. Ifodani soddalashtiring:

$$\sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2}.$$

△ $\sqrt{a^2} = |a|$ ayniyatdan foydalanib,

$$\sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} = |\sqrt{8} - 3|$$

ni olamiz.

$8 < 9$ bo‘lgani uchun 2- teoremaga ko‘ra $\sqrt{8} < 3$ ni hosil qilamiz. Shuning uchun

$$\sqrt{8} - 3 < 0 \ \text{ va } \ |\sqrt{8} - 3| = -(\sqrt{8} - 3) = 3 - \sqrt{8}.$$

Javob: $3 - \sqrt{8}$. ▲

3- masala. Tenglamani yeching: $\sqrt{(x-7)^2} = x - 7$.

△ $\sqrt{(x-7)^2} = |x - 7|$ bo‘lgani uchun berilgan tenglik bunday ko‘rinishni oladi:

$$|x - 7| = x - 7.$$

Bu tenglik faqat $x-7\geq 0$, ya'ni $x\geq 7$ bo'lgandagina to'g'ri bo'ladi.

J a v o b: $x\geq 7$.▲

4- m a s a l a. Ifodani soddalashtiring: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

△ $7-4\sqrt{3}=4-4\sqrt{3}+3=(2-\sqrt{3})^2$ ekanini ta'kidlaymiz. Shuning uchun

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=\left|2-\sqrt{3}\right|=2-\sqrt{3},$$

chunki $2=\sqrt{4}$, $\sqrt{4}>\sqrt{3}$. ▲

Mashqlar

247. Tenglik to'g'rimi:

1) $\sqrt{5^2}=5$; 2) $\sqrt{(-5)^2}=5$; 3) $\sqrt{(-5)^2}=-5$;
4) $\sqrt{(-5)^2}=|-5|$; 5) $\sqrt{7^2}=-7$; 6) $\sqrt{(-3)^2}=|-3|$.

248. $\sqrt{x^2}$ ifodaning qiymatini:

1) $x=1$; 2) $x=2$; 3) $x=0$; 4) $x=-2$; 5) $x=-0{,}1$ bo'lganda toping.

249. Hisoblang:

1) $\sqrt{3^6}$; 2) $\sqrt{2^8}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 4) $\sqrt{11^4}$;
5) $\sqrt{(-3)^4}$; 6) $\sqrt{(-5)^6}$; 7) $\sqrt{(-1{,}8)^2}$; 8) $\sqrt{(2{,}73)^2}$.

250. Ifodani soddalashtiring:

1) $\sqrt{n^8}$; 2) $\sqrt{x^{12}}$; 3) $\sqrt{a^{14}}$, $a>0$; 4) $\sqrt{b^6}$; 5) $\sqrt{b^{10}}$.

251. $\sqrt{x^2-2x+1}$ ifodaning qiymatini:

1) $x=5$; 2) $x=1$; 3) $x=0$; 4) $x=-5$; 5) $x=10$ bo'lganda toping.

252. Sonlarni taqqoslang:

1) 4 va $\sqrt{15}$; 2) $2,7$ va $\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{3,26}$ va $1,8$;

4) $\sqrt{18,49}$ va $4,3$; 5) $3,14$ va $\sqrt{10}$; 6) $1,9$ va $\sqrt{3,6}$.

253. Ko‘rsating:

1) $4 < \sqrt{17} < 5$; 2) $3 < \sqrt{10} < 4$; 3) $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$;

4) $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$; 5) $7 < \sqrt{59} < 8$; 6) $1,1 < \sqrt{1,3} < 1,2$.

254. Orasida

1) $\sqrt{39}$; 2) $\sqrt{160}$; 3) $\sqrt{0,9}$; 4) $\sqrt{8,7}$; 5) $\sqrt{101}$

soni yotgan ikkita ketma-ket butun sonni toping.

255. Ifodani soddalashtiring:

1) $\sqrt{(4-\sqrt{5})^2}$; 2) $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$; 3) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$;

4) $\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$; 5) $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}$; 6) $\sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$.

23- §. KO‘PAYTMANING KVADRAT ILDIZI

1- m a s a l a . $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25}$ ekanini ko‘rsating.

$\triangle$ $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400} = 20$; $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$. $\blacktriangle$

T e o r e m a . ***Agar*** $a \geq 0$, $b \geq 0$ ***bo‘lsa, u holda***

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} ,$$

ya’ni nomanfiy ko‘paytuvchilar ko‘paytmasining ildizi shu ko‘paytuvchilar ildizlarining ko‘paytmasiga teng.

○ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ifoda ab ning arifmetik kvadrat ildizi ekanini isbotlash uchun:

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$; 2) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$

ekanini isbotlash kerak.

Kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra $\sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} \geq 0$, shuning uchun $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$. Ko'paytma darajasining xossasi va kvadrat ildizning ta'rifiga ko'ra

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 (\sqrt{b})^2 = ab. \ \bullet$$

Masalan, $\sqrt{2304} = \sqrt{36 \cdot 64} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} = 6 \cdot 8 = 48.$

(!) Isbotlangan teoremaga ko'ra, *ildizlarni ko'paytirishda* ildiz ostidagi ifodalarni ko'paytirish va natijadan ildiz chiqarish mumkin: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Masalan, $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6.$

Teorema istalgan sondagi nomanfiy ko'paytuvchilar uchun to'g'ri bo'lishini ta'kidlaymiz. Masalan, agar $a \geq 0,\ b \geq 0, c \geq 0$ bo'lsa, u holda $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$ bo'ladi.

2- m a s a l a . $\sqrt{54 \cdot 24}$ ni hisoblang.

$$\triangle \sqrt{54 \cdot 24} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4} = \sqrt{9 \cdot 36 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36. \blacktriangle$$

$\sqrt{a^2 b}$ ifoda berilgan bo'lsin. Agar $a \geq 0$ va $b \geq 0$ bo'lsa, u holda ko'paytmadan ildiz chiqarish haqidagi teoremaga ko'ra, bunday yozish mumkin:

$$\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b}.$$

Bu kabi shakl almashtirish *ko'paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqarish* deyiladi.

3- m a s a l a . $2\sqrt{27} + \sqrt{12}$ ifodani soddalashtiring:

$$\triangle\ 2\sqrt{27} + \sqrt{12} = 2\sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}. \blacktriangle$$

Ba'zi hollarda *ko'paytuvchilarni ildiz ostiga kiritish*, ya'ni

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$$

ko'rinishdagi shakl almashtirishlarni bajarish foydali bo'ladi, bunda $a \geq 0,\ b \geq 0.$

4- m a s a l a . Ifodani soddalashtiring:

$$3a\sqrt{\frac{b}{a}} - 2b\sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ bunda } a > 0,\ b > 0.$$

△ Musbat a va b ko‘paytuvchilarni ildiz belgisi ostiga kiritib, quyidagini hosil qilamiz:

$$3a\sqrt{\frac{b}{a}} - 2b\sqrt{\frac{a}{b}} = 3\sqrt{a^2 \cdot \frac{b}{a}} - 2\sqrt{b^2 \cdot \frac{a}{b}} = 3\sqrt{ab} - 2\sqrt{ab} = \sqrt{ab}. ▲$$

Mashqlar

Hisoblang **(256—257):**

256. 1) $\sqrt{49 \cdot 25}$; 2) $\sqrt{0,01 \cdot 169}$; 3) $\sqrt{625 \cdot 9 \cdot 36}$;
4) $\sqrt{256 \cdot 0,25 \cdot 81}$; 5) $\sqrt{1,21 \cdot 2,25}$; 6) $\sqrt{49 \cdot 0,64}$.

257. 1) $\sqrt{8 \cdot 50}$; 2) $\sqrt{32 \cdot 50}$; 3) $\sqrt{108 \cdot 27}$;
4) $\sqrt{27 \cdot 12}$; 5) $\sqrt{48 \cdot 3}$; 6) $\sqrt{52 \cdot 13}$.

258. Ildiz ostidagi ifodani ko‘paytuvchilarga ajratish yo‘li bilan hisoblang:

1) $\sqrt{3136}$; 2) $\sqrt{6084}$; 3) $\sqrt{4356}$; 4) $\sqrt{1764}$.

Hisoblang **(259—261):**

259. 1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; 2) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90}$; 3) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{21}$;
4) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{22} \cdot \sqrt{11}$; 5) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{3}$; 6) $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}}$.

260. 1) $\sqrt{113^2 - 112^2}$; 2) $\sqrt{82^2 - 18^2}$; 3) $\sqrt{65^2 - 63^2}$;
4) $\sqrt{313^2 - 312^2}$; 5) $\sqrt{145^2 - 144^2}$; 6) $\sqrt{37^2 - 35^2}$.

261. 1) $\sqrt{5^4 \cdot 3^2}$; 2) $\sqrt{7^4 \cdot 2^6}$; 3) $\sqrt{(-5)^6 \cdot (0,1)^2}$;
4) $\sqrt{12^2 \cdot 3^4}$; 5) $\sqrt{8^2 \cdot 5^4}$; 6) $\sqrt{(0,2)^2 \cdot 4^2}$.

262. 1) $(\sqrt{8}+\sqrt{2})^2$; 2) $(\sqrt{7}-\sqrt{28})^2$;

3) $(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})$; 4) $(5\sqrt{2}+2\sqrt{5})(5\sqrt{2}-2\sqrt{5})$.

Ko‘paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqaring (harflar bilan musbat sonlar belgilangan) (**263—264**):

263. 1) $\sqrt{16x^2}$; 2) $\sqrt{2x^2}$; 3) $\sqrt{5a^4}$; 4) $\sqrt{3a^6}$.

264. 1) $\sqrt{8y}$; 2) $\sqrt{75a^2}$; 3) $\sqrt{7m^8}$; 4) $\sqrt{50a^3}$.

265. Ifodani soddalashtiring:

1) $3\sqrt{20}-\sqrt{5}$; 2) $\frac{1}{3}\sqrt{18}+2\sqrt{2}$;

3) $2\sqrt{27}-\sqrt{12}$; 4) $2\sqrt{20}-2\sqrt{45}+\frac{1}{4}\sqrt{16}$;

5) $5\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-2\sqrt{18}$; 6) $3\sqrt{48}-\sqrt{75}+\frac{1}{7}\sqrt{147}$.

266. Ko‘paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiriting:

1) $2\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{3}$; 3) $2\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{28}$; 4) $10\sqrt{0,03}$.

267. Ko‘paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiriting (harflar bilan musbat sonlar belgilangan):

1) $a\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt{2}$; 3) $a\sqrt{\frac{1}{a}}$; 4) $\frac{1}{x^2}\sqrt{3x^5}$; 5) $\frac{1}{x}\sqrt{5x^3}$.

268. Taqqoslang:

1) $2\sqrt{3}$ va $3\sqrt{2}$; 2) $2\sqrt{40}$ va $4\sqrt{10}$;

3) $4\sqrt{8}$ va $2\sqrt{18}$; 4) $2\sqrt{45}$ va $4\sqrt{20}$.

269. Ifodani soddalashtiring:

1) $b\sqrt{\frac{a}{b}}+a\sqrt{\frac{b}{a}},\ a>0,\ b>0$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x^3}+6x\sqrt{\frac{x}{4}}-x^2\sqrt{\frac{1}{x}},\ x>0$.

270. Hisoblang:

1) $(\sqrt{5}-\sqrt{45})^2-(\sqrt{13}+\sqrt{11})(\sqrt{11}-\sqrt{13})$;

1) $(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{7}+\sqrt{11})-(\sqrt{12}-\sqrt{3})^2$.

271. Ifodani soddalashtiring:

1) $\frac{1}{2}\sqrt{128}+3\sqrt{2}+2\sqrt{72}$; 3) $-\frac{2}{3}\sqrt{27}+\frac{1}{5}\sqrt{300}+5\sqrt{3}$;

2) $3\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{80}$; 4) $2\sqrt{8}+0,5\sqrt{32}-\frac{1}{3}\sqrt{18}$.

272. Namuna bo‘yicha ko‘paytuvchilarga ajrating $(a \geq 0,\ b \geq 0)$:

N a m u n a. $9-a=(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})$.

1) $25-a$; 2) $b-16$; 3) $0,01-a$; 4) $b-\frac{9}{49}$.

273. Kasrni qisqartiring $(a \geq 0,\ b \geq 0)$:

1) $\frac{25-a}{5+\sqrt{a}}$; 2) $\frac{b-16}{4+\sqrt{b}}$; 3) $\frac{0,49-a}{\sqrt{a}+0,7}$; 4) $\frac{0,81-b}{0,9+\sqrt{b}}$.

24- §. KASRNING KVADRAT ILDIZI

1- m a s a l a. $\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$ ekanini ko‘rsating.

$$\triangle\ \sqrt{\frac{25}{36}}=\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2}=\frac{5}{6},\quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}=\frac{5}{6}.\ \blacktriangle$$

T e o r e m a. ***Agar $a \geq 0$, $b > 0$ bo‘lsa, u holda***

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$$

ya’ni kasrning ildizi uning surati ildizini maxraji ildiziga bo‘linganiga teng.

○ Bunda 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$; 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{a}{b}$ ekanini isbotlash talab qilinadi.

$\sqrt{a} \geq 0$ va $\sqrt{b} > 0$ bo‘lgani uchun $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ bo‘ladi.

Kasrni darajaga ko‘tarish xossasi va kvadrat ildiz ta’rifiga ko‘ra

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2}=\frac{a}{b}.\ \bullet$$

Masalan, $\sqrt{\frac{121}{225}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{225}} = \frac{11}{15}$.

Isbotlangan teoremaga ko‘ra, *ildizlarni bo‘lishda* ildiz ostidagi ifodalarni bo‘lish va natijadan ildiz chiqarish mumkin:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Masalan, $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{72}{2}} = \sqrt{36} = 6.$

Ba’zi masalalarda *kasr maxrajidagi irratsional ifodalardan qutulish* foydali.

$\frac{a}{\sqrt{b}}$ ifoda berilgan bo‘lsin, bunda $b > 0$. Kasrning surat va maxrajini $\sqrt{b}$ ga ko‘paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}.$$

Masalan,

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2- m a s a l a . Maxrajdagi irratsionallikni yo’qoting:

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

$\triangle$ Agar $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ ayirma $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ yig‘indiga ko‘paytirilsa, hosil bo‘lgan ifodada ildizlar qatnashmaydi. Shuning uchun

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} = \frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{5-3} = \frac{5+2\sqrt{15}+3}{2} = 4 + \sqrt{15}. \blacktriangle$$

T e o r e m a . ***Ikkita musbat a va b sonning o‘rta arifmetigi shu sonlarning o‘rta geometrigidan kichik emas:***

$$\boxed{\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.} \qquad (1)$$

○ $\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}\ge 0$ ekanini isbotlash talab qilinadi.

Bu tengsizlik chap qismining shaklini almashtirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}\ge 0. \ ●$$

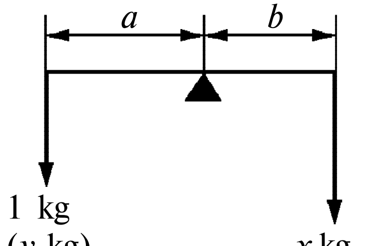
(1) munosabatda tenglik belgisi faqat $a=b$ bo‘lganda to‘g‘ri bo‘lishini ta’kidlaymiz.

3- m a s a l a . Sotuvchi olmalarni shayinli tarozida tortmoqda. Xaridor 1 kg olma oldi, so‘ngra esa sotuvchidan tortishda olmalar bilan toshlarning o‘rinlarini almashtirib tortishni iltimos qilib, yana 1 kg olma oldi. Agar tarozi rostlanmagan bo‘lsa, kim zarar ko‘radi?

△ Aytaylik, tarozining yelkalari a va b bo‘lsin (47- rasm). Rasmdan ko‘rinib turibdiki, $a \ne b$. Birinchi marta tortishda xaridor x kilogramm olma oldi. Fizika kursidan ma’lumki, $x\cdot b=1\cdot a$, bundan $x=\frac{a}{b}$. Ikkinchi marta tortishda xaridor y kilogramm olma oldi. Muvozanatlik shartidan $y\cdot a=1\cdot b$, bundan $y=\frac{b}{a}$.

Shunday qilib, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ kilogramm olma sotib olingan. $\frac{a}{b}$ va $\frac{b}{a}$ sonlarning o‘rta arifmetigi va o‘rta geometrigi uchun tengsizlikdan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz: $\frac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{2}>\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}}$, bundan $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}>2$.

J a v o b : Sotuvchi zarar ko‘radi. ▲



47- rasm.

Mashqlar

Hisoblang (**274–277**):

274. 1) $\sqrt{\frac{9}{100}}$; 2) $\sqrt{\frac{100}{49}}$; 3) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 4) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; 5) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$.

275. 1) $\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{\frac{1}{9}}$; 2) $5\sqrt{\frac{1}{25}}-3\sqrt{\frac{1}{9}}$; 3) $\sqrt{\frac{25}{64}}+\sqrt{\frac{49}{144}}$;

4) $\sqrt{\frac{16}{81}}-\sqrt{\frac{169}{225}}$; 5) $\sqrt{\frac{16}{25}}-\sqrt{\frac{9}{16}}$; 6) $7\sqrt{\frac{4}{25}}+3\sqrt{\frac{49}{81}}$.

276. 1) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{8}}$; 3) $\frac{4\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$; 4) $\frac{20\sqrt{18}}{5\sqrt{2}}$.

277. 1) $\sqrt{\frac{64\cdot 49}{196\cdot 324}}$; 2) $\sqrt{5\frac{4}{9}\cdot 11\frac{14}{25}}$; 3) $\sqrt{\frac{9}{16}\cdot\frac{4}{81}\cdot\frac{36}{169}}$;

4) $\sqrt{\frac{9}{16}\cdot 5^2}$; 5) $\sqrt{\frac{64}{81}\cdot 7^2}$; 6) $\sqrt{\frac{121}{225}\cdot 8^2}$.

278. Maxrajdagi irratsionallikni yo‘qoting:

1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$; 2) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; 3) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$;

5) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$; 7) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$; 8) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{8}}{\sqrt{10}-\sqrt{8}}$.

279. Bir kvadratning yuzi 72 sm^2, ikkinchisiniki esa 2 sm^2. Birinchi kvadratning tomoni ikkinchi kvadrat tomonidan necha marta katta?

280. Ildizdan chiqaring:

1) $\sqrt{\frac{25a^6}{49}}$; 2) $\sqrt{\frac{121x^4}{64}}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{4a^2}}$, bunda $a > 0$; 4) $\sqrt{\frac{400}{a^2}}$, bunda $a < 0$.

281. Hisoblang:

1) $\frac{2}{\sqrt{11}-3}-\frac{7}{\sqrt{11}-2}$; 2) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}+\frac{2}{2+\sqrt{6}}$;

3) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}-\frac{2}{\sqrt{7}+3}-2\sqrt{7}$; 4) $\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{2-\sqrt{5}}+\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

282. Sonlarning o‘rta arifmetigi bilan o‘rta geometrigi orasidagi tengsizlik yordamida istalgan musbat a va b sonlar uchun quyidagi tengsizlikning bajarilishini isbotlang:

$$\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\geq 2.$$

283. Ifodalarni soddalashtiring:

1) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{b}$; 2) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})-\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 3) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\sqrt{b}$.

IV bobga doir mashqlar

284. Hisoblang:

1) $(\sqrt{3})^2$; 2) $(\sqrt{0,1})^2$; 3) $\left(\sqrt{\frac{5}{12}}\right)^2$; 4) $\left(\sqrt{3\frac{1}{3}}\right)^2$.

285. Qaysinisi katta:

1) $\sqrt{17}$ mi yoki $\sqrt{82}$ mi; 2) $\sqrt{0,2}$ mi yoki $\sqrt{0,3}$ mi;

3) 3 mi yoki $\sqrt{10}$ mi; 4) 5 mi yoki $\sqrt{24}$ mi?

Hisoblang **(286—289):**

286. 1) $\sqrt{21\cdot 6\cdot 7\cdot 8}$; 2) $\sqrt{72\cdot 6\cdot 45\cdot 15}$;

3) $\sqrt{225\cdot 0,16\cdot 400}$; 4) $\sqrt{900\cdot 25\cdot 1,69}$.

287. 1) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{63}$; 2) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{98}$; 3) $\sqrt{75}\cdot\sqrt{3}$;

4) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{40}$; 5) $\sqrt{30\cdot 270}$; 6) $\sqrt{11\cdot 44}$.

288. 1) $\frac{4\sqrt{72}}{3\sqrt{8}}$; 2) $\frac{2\sqrt{63}}{\sqrt{28}}$; 3) $\frac{2\sqrt{45}}{\sqrt{80}}$; 4) $\frac{4\sqrt{99}}{9\sqrt{44}}$.

289. 1) $\sqrt{2^8}$; 2) $\sqrt{3^6}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 4) $\sqrt{6^6}$;

5) $\sqrt{(-3)^6}$; 6) $\sqrt{(-7)^4}$; 7) $\sqrt{(-2)^6}$; 8) $\sqrt{(-5)^2}$.

290. Ifodani soddalashtiring:

1) $3\sqrt{20}+\sqrt{28}+\sqrt{45}-\sqrt{63}$;

2) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}-8\sqrt{\frac{3}{8}}+3\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\cdot 3\sqrt{\frac{3}{2}}$;

3) $\left(6\sqrt{45}-3\sqrt{20}+9\sqrt{80}\right):(3\sqrt{5})$;

4) $\left(7\sqrt{8}-14\sqrt{18}+0,7\sqrt{12}\right):(7\sqrt{2})$.

291. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{5a^2-35}{a-\sqrt{7}}$; 2) $\frac{x^2-3x}{x+\sqrt{3}}$; 3) $\frac{5x-5\sqrt{3}}{3-x^2}$;

4) $\frac{4\sqrt{a}+\sqrt{b}}{b-16a}$; 5) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$; 6) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$.

O'ZINGIZNI TEKSHIRIB KO'RING!

1. Taqqoslang: 7 va $\sqrt{48}$; $2\sqrt{3}$ va $3\sqrt{2}$.

2. Hisoblang:

$\sqrt{81\cdot 49}$; $\sqrt{0,3\cdot 120}$; $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$; $\sqrt{2\frac{1}{4}}$; $\sqrt{(-17)^2}$; $\sqrt{3^6}$.

3. Ifodani soddalashtiring:

$3\sqrt{8}+\sqrt{2}-3\sqrt{18}$; $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$; $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$.

4. Ko'paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqaring: $\sqrt{8a^3}, a\geq 0$.

5. Kasrni qisqartiring: $\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$; $\frac{x^2-5}{x-\sqrt{5}}$.

6. Maxrajdagi irratsionallikni yo'qoting: $\frac{5}{\sqrt{7}}$; $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$; $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$.

292. Tenglamani yeching:

1) $\sqrt{x-1}=4$; 2) $\sqrt{x+9}=5$; 3) $\sqrt{2(x-1)}=2$;

4) $\sqrt{2x-7}=1$; 5) $\sqrt{3(x-1)}=3$; 6) $\sqrt{4x-5}=2$.

293. Tenglik x ning qanday qiymatlarida to'g'ri bo'ladi:

1) $|x-2|=x-2$; 2) $|3-x|=x-3$;

3) $\sqrt{(x+3)^2}=x+3$; 4) $\sqrt{(5-2x)^2}=2x-5$?

IV bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Hisoblang: $(\sqrt{27}+\sqrt{3})^2$.

A) 48; B) 30; C) 18; D) 9.

2. Hisoblang: $(\sqrt{10}-\sqrt{7})(\sqrt{10}+\sqrt{7})$.

A) 10; B) 3; C) 7; D) -7.

3. Ifodani soddalashtiring: $12\sqrt{\frac{5}{6}}+\frac{1}{2}\sqrt{120}-2\cdot\sqrt{7\frac{1}{2}}$.

A) $\sqrt{30}$; B) $3\sqrt{30}$; C) $2\sqrt{30}$; D) 10,5.

4. Ifodani soddalashtiring: $3\sqrt{20}-2\sqrt{45}+3\sqrt{80}$.

A) $\sqrt{35}$; B) 5; C) $6\sqrt{55}$; D) $12\sqrt{5}$.

5. Hisoblang: $\sqrt{8\frac{1}{6}\cdot 4\frac{1}{6}}$.

A) $5\frac{5}{6}$; B) $\frac{1}{6}\sqrt{32}$; C) $2\frac{1}{6}$; D) $4\frac{1}{6}$.

6. Hisoblang: $\sqrt{196\cdot 0,01\cdot 225}$.

A) 21; B) 1,4; C) 1,5; D) 210.

7. Ifodani soddalashtiring: $(3\sqrt{8}-9\sqrt{18}+0,2\sqrt{50}):(-2\sqrt{2})$.

A) -10; B) 10; C) $10\sqrt{2}$; D) $-10\sqrt{2}$.

8. Ifodani soddalashtiring: $\frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; B) $12(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; C) $12\sqrt{3}$; D) $12\sqrt{2}$.

9. Tenglamani yeching: $\sqrt{(x-5)^2}=x-5$.

A) $x\le -5$; B) $x\ge -5$; C) $x<5$; D) $x\ge 5$.

10. Tenglamani yeching: $\sqrt{(x-7)^2} = 7 - x$.

A) $x \leq 7$; B) $x \leq -7$; C) $x \geq -7$; D) $x \geq 7$.

11. Hisoblang: $\frac{4}{4+\sqrt{20}} + \frac{5}{5+\sqrt{20}}$.

A) 1; B) $\frac{9}{9+2\sqrt{20}}$; C) $\frac{9}{29}$; D) 2.

12. Ikki sonning yig'indisi $\sqrt{35}$ ga, ularning ayirmasi esa $\sqrt{31}$ ga teng. Shu sonlarning ko'paytmasi nechaga teng?

A) $31\sqrt{5}$; B) 1; C) $\sqrt{35 \cdot 31}$; D) 6.

13. Hisoblang: $\sqrt{49 + 8\sqrt{3}}$.

A) $7 + 2\sqrt{6}$; C) $4\sqrt{3} + 1$;

B) $3\sqrt{6} + 1$; D) $3\sqrt{3} - 1$.

14. Hisoblang: $\sqrt{28 - 6\sqrt{3}}$.

A) $\sqrt{22\sqrt{3}}$; C) $2\sqrt{3} + 1$;

B) $4\sqrt{7} - \sqrt{108}$; D) $3\sqrt{3} - 1$.

15. Soddalashtiring: $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$.

A) 10; B) $\sqrt{56}$; C) $20\sqrt{3}$; D) $2\sqrt{3}$.

16. Kasrni qisqartiring: $\frac{a-6\sqrt{a}+9}{\sqrt{a}-3}$.

A) $\sqrt{a} - 3$; C) $a + 11$;

B) $\sqrt{a} + 3$; D) $a-3$.

17. Soddalashtiring: $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}$, $1 \leq a \leq 2$.

A) $2\sqrt{a}$; B) 2; C) 4; D) $-2\sqrt{a-1}$.

Tarixiy masalalar

1. *Evklid masalasi.* Isbotlang:

1) $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$; 2) $\dfrac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b}$;

3) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$.

2. *Bhaskara masalasi* (XII asr). Ushbu tenglik to'g'riligini ko'rsating:

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}.$$

3. Klassik tengsizliklar deb ataladigan ushbu tengsizliklarni isbotlang:

$$\frac{2ab}{a+b} \le \sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \le \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}},$$

bunda $a > 0$, $b > 0$ hamda „=" belgisi $a = b$ bo'lganda va faqat shu holda bo'ladi.

4. *Al-Koshiy masalasi:* $\sqrt{7\frac{1}{6}}$ ni taqriban hisoblang.

5. *Mixxat yozuvli taxtachadagi masala:* $\sqrt{1700}$ ni taqriban hisoblang.

Tarixiy ma'lumotlar

4000 yillar avval Bobil olimlari sonlardan kvadrat ildiz chiqarishni bilishgan. Ular qo'llagan usulni

$$\sqrt{c} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$$

kabi yozish mumkin.

Abu Rayhon Beruniy o'zining mashhur „Qonuni Ma'sudiy" asarida „aylana uzunligining uning diametriga nisbati irratsional son" ekanligini aytadi. Mirzo Ulug'bek ilmiy maktabining yirik olimlaridan biri G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ sonlarni 10^{-9} gacha aniqlikda hisoblay olgan.

Kvadrat ildizni $\sqrt{}$ kabi belgilashni K.Rudolf kiritgan.

Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783–850) — buyuk o'zbek matematigi va astronomi.

„Al-jabr val-muqobala“ asarida al-Xorazmiy kvadrat ildizlar ustida amallar (ko'paytuvchini kvadrat ildiz ostiga kiritish; kvadrat ildiz ostidan chiqrish; ildizlarni o'zaro ko'paytirish)ga doir misollarni hal etish usullarini ko'rsatadi.

Quyidagilar al-Xorazmiy misollaridir:

1) $2\sqrt{x} = \sqrt{2 \cdot 2x} = \sqrt{4x}$;

2) $3\sqrt{x} = \sqrt{3 \cdot 3x} = \sqrt{9x}$;

3) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{50}$;

4) $2\sqrt{9} \cdot 3\sqrt{4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{36} = 36$;

5) $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{9}{4}} = 1\dfrac{1}{2}$;

6) $\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3}$;

7) $2\sqrt{9} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$;

8) $3\sqrt{9} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt{81} = 9$;

9) $\dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 9} = \sqrt{2\dfrac{1}{4}} = 1\dfrac{1}{2}$;

10) $\dfrac{1}{2}\sqrt{x} = \sqrt{\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} x} = \sqrt{\dfrac{1}{4} x}$;

11) $\sqrt{\dfrac{1}{3}} \cdot \sqrt{\dfrac{1}{2}} = \sqrt{\dfrac{1}{6}}$;

12) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$;

13) $\sqrt{1875} = \sqrt{25 \cdot 75} = 5\sqrt{75} = 25\sqrt{3}$;

14) $\left(20 - \sqrt{200}\right) - \left(\sqrt{200} - 10\right) = 30 - 2\sqrt{200} = 30 - \sqrt{800}$;

15) $\left(20 - \sqrt{200}\right) + \left(\sqrt{200} - 10\right) = 20 - 10 = 10.$

V BOB KVADRAT TENGLAMALAR

25- §. KVADRAT TENGLAMA VA UNING ILDIZLARI

1- masala. To‘g‘ri to‘rtburchakning asosi balandligidan 10 sm ortiq, uning yuzi esa 24 sm^2 ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning balandligini toping.

△ To‘g‘ri to‘rtburchakning balandligi x santimetr bo‘lsin, u holda uning asosi $(x + 10)$ santimetrga teng. Shu to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi $x(x + 10)$ sm^2 ga teng. Masalaning shartiga ko‘ra, $x(x + 10) = 24$.

Qavslarni ochib va 24 sonini qarama-qarshi ishora bilan tenglamaning chap qismiga o‘tkazib, quyidagini hosil qilamiz:

$$x^2 + 10x - 24 = 0.$$

Tenglamaning chap qismini guruhlash usuli bilan ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24=$$
$$=x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2).$$

Demak, tenglamani bunday yozish mumkin:

$$(x + 12)(x - 2) = 0.$$

Bu tenglama $x_1 = -12$ va $x_2 = 2$ ildizlarga ega.

Kesma uzunligi manfiy son bo‘la olmasligi sababli izlanayotgan balandlik 2 sm ga teng bo‘ladi. ▲

Bu masalani yechishda kvadrat tenglama deb ataluvchi $x^2 + 10x - 24 = 0$ tenglama hosil qilindi.

(!) ***Kvadrat tenglama** deb*

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad (1)$$

ko‘rinishdagi tenglamaga aytiladi, bunda a, b, c — berilgan sonlar, $a \neq 0$, x esa noma’lum.

Kvadrat tenglamaning *a, b, c* koeffitsiyentlari odatda bunday ataladi: *a* – *birinchi yoki bosh koeffitsiyent*, *b* – *ikkinchi koeffitsiyent*, *c* — *ozod had*.

Masalan, $3x^2 - x + 2 = 0$ tenglamada bosh koeffitsiyent 3, ikkinchi koeffitsiyent -1, ozod had 2.

Matematika, fizika va texnikaning ko‘pgina masalalarini yechish kvadrat tenglamani yechishga keltiriladi.

Kvadrat tenglamaga yana misollar keltiramiz:

$$2x^2 + x - 1 = 0, \quad 5t^2 - 10t + 3 = 0,$$
$$x^2 - 25 = 0, \quad 2x^2 = 0.$$

Ko‘pgina masalalarni yechishda algebraik shakl almashtirishlar yordamida kvadrat tenglamaga keltiriladigan tenglamalar hosil bo‘ladi.

Masalan,

$$2x^2 + 3x = x^2 + 2x + 2$$

tenglama uning barcha hadlarini chap qismiga olib o‘tgandan va o‘xshash hadlarini ixchamlagandan keyin ushbu

$$x^2 + x - 2 = 0$$

kvadrat tenglamaga keladi.

2- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$x^2 = 64.$$

△ 64 ni chap qismga olib o‘tamiz va kvadrat tenglamani hosil qilamiz:

$$x^2 - 64 = 0.$$

Chap qismni ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$(x - 8)(x + 8) = 0.$$

Demak, tenglama ikkita ildizga ega: $x_1 = 8$, $x_2 = -8$. ▲

$x^2 = 64$ tenglamaning birinchi ildizi 64 sonining arifmetik ildizi, ikkinchisi esa unga qarama-qarshi son ekanini ta’kidlaymiz:

$$x_1 = \sqrt{64}, \; x_2 = -\sqrt{64}.$$

Odatda, bu ikki formula birlashtirib yoziladi:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{64}.$$

2- masalaga javobni $x_{1,2} = \pm 8$ kabi yozish mumkin.

$x^2 = 64$ tenglama har qanday kvadrat tenglama keltirilishi mumkin bo‘lgan $x^2 = d$ tenglamaning xususiy holidir.

T e o r e m a. ***$x^2 = d$ tenglama, bunda $d > 0$, ikkita ildizga ega:***

$$\boldsymbol{x_1 = \sqrt{d}, \quad x_2 = -\sqrt{d}}.$$

○ d ni tenglamaning chap qismiga olib o‘tamiz:

$$x^2 - d = 0.$$

$d > 0$ bo‘lgani uchun arifmetik kvadrat ildizning ta’rifiga ko‘ra $d = \left(\sqrt{d}\right)^2$. Shuning uchun tenglamani bunday yozish mumkin:

$$x^2 - (\sqrt{d})^2 = 0.$$

Bu tenglamaning chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\left(x - \sqrt{d}\right)\left(x + \sqrt{d}\right) = 0,$$

bundan, $x_1 = \sqrt{d}$, $x_2 = -\sqrt{d}$. ●

Masalan, $x^2 = \frac{4}{9}$ tenglama $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$ ildizlarga ega; $x^2 = 3$ tenglama $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$ ildizlarga ega; $x^2 = 8$ tenglama $x_{1,2} = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$ ildizlarga ega.

Agar $x^2 = d$ tenglamaning o‘ng qismi nolga teng bo‘lsa, u holda $x^2 = 0$ *tenglama bitta ildizga ega:* $x = 0$. $x^2 = 0$ tenglamani $x \cdot x = 0$ ko‘rinishda yozish mumkin bo‘lgani uchun ba’zan $x^2 = 0$ *tenglama ikkita o‘zaro teng ildizga ega* deyiladi: $x_{1,2} = 0$.

Agar $d < 0$ bo‘lsa, u holda $x^2 = d$ tenglama haqiqiy ildizlarga ega *bo'lmaydi,* chunki haqiqiy sonning kvadrati manfiy son bo'lishi mumkin emas. Masalan, $x^2 = -25$ tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas.

Mashqlar

294. (O'g'zaki.) Quyida ko'rsatilgan tenglamalardan qaysilari kvadrat tenglama bo'ladi:

1) $5x^2 - 14x + 17 = 0$; 2) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0$;

3) $-7x^2 - 13x + 8 = 0$; 4) $17x + 24 = 0$;

5) $-13x^4 + 26 = 0$; 6) $x^2 - x = 0$?

295. (Og'zaki.) Kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlarini va ozod hadini ayting:

1) $5x^2 - 14x + 17 = 0$; 2) $-7x^2 - 13x + 8 = 0$;

3) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0$; 4) $x^2 + 25x = 0$;

5) $-x^2 + x + \frac{1}{3} = 0$; 6) $-x^2 - x = 0$.

296. Agar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlari ma'lum bo'lsa, shu kvadrat tenglamani yozing:

1) $a = 2, b = 3, c = 4$; 2) $a = -1, b = 0, c = 9$;

3) $a = 1, b = -5, c = 0$; 4) $a = 1, b = 0, c = 0$.

297. Berilgan tenglamani kvadrat tenglamaga keltiring:

1) $x(x-3) = 4$; 2) $(x-3)(x-1) = 12$;

3) $3x(x-5) = x(x+1) - x^2$; 4) $7(x^2 - 1) = 2(x+2)(x-2)$.

298. $-3, -2, 0, 1$ sonlaridan qaysilari tenglamaning ildizlari bo'ladi:

1) $x^2 - 9 = 0$; 2) $x^2 - x = 0$;

3) $x^2 + x - 6 = 0$; 4) $x^2 - 5x + 4 = 0$;

5) $(x-1)(x+2) = 0$; 6) $(x+1)(x-3) = x$?

299. (Og'zaki.) $x^2 = 36$ tenglama nechta ildizga ega? Ularni toping. Ulardan qaysinisi 36 ning arifmetik ildizi bo'ladi?

300. (Og‘zaki.) Tenglamani yeching:

1) $x^2 = 1$; 2) $x^2 = 9$; 3) $x^2 = 16$; 4) $x^2 = 25$;

5) $x^2 = 100$; 6) $x^2 = 0$; 7) $x^2 = 49$; 8) $x^2 = 64$.

301. Tenglamaning ildizlarini toping:

1) $x^2 = \frac{9}{16}$; 2) $x^2 = \frac{16}{49}$; 3) $x^2 = 1\frac{7}{9}$; 4) $x^2 = 2\frac{1}{4}$;

5) $x^2 = 5$; 6) $x^2 = 13$; 7) $x^2 = \frac{25}{49}$; 8) $x^2 = 10$.

302. Tenglamani yeching:

1) $x^2 - 49 = 0$; 2) $x^2 - 121 = 0$; 3) $\frac{1}{3}x^2 = 0$;

4) $\frac{x^2}{5} = 0$; 5) $x^2 + 9 = 0$; 6) $x^2 + 12 = 0$.

303. Kvadrat tenglamani, uning chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratib, yeching:

1) $x^2 - x = 0$; 2) $x^2 + 2x = 0$; 3) $3x^2 + 5x = 0$;

4) $5x^2 - 3x = 0$; 5) $x^2 - 4x + 4 = 0$; 6) $x^2 + 6x + 9 = 0$.

26- §. CHALA KVADRAT TENGLAMALAR

Agar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamada b yoki c koeffitsiyentlardan aqalli bittasi nolga teng bo‘lsa, u holda bu tenglama *chala kvadrat tenglama* deyiladi.

Demak, chala kvadrat tenglama quyidagi tenglamalardan biri ko‘rinishida bo‘ladi:

$$ax^2 = 0, \tag{1}$$

$$ax^2 + c = 0, c \neq 0, \tag{2}$$

$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0. \tag{3}$$

(1), (2), (3) tenglamalarda *a koeffitsiyent nolga teng emasligini* eslatib o‘tamiz.

Chala kvadrat tenglamalar qanday yechilishini ko‘rsatamiz.

1- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$5x^2 = 0.$$

△ Bu tenglamaning ikkala qismini 5 ga bo‘lib,

$$x^2 = 0$$

ni hosil qilamiz, bundan $x = 0$. ▲

2- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$3x^2 - 27 = 0.$$

△ Tenglamaning ikkala qismini 3 ga bo‘lamiz:

$$x^2 - 9 = 0.$$

Bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$x^2 = 9,$$

bundan $x_{1,2} = \pm 3$. ▲

3- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$2x^2 + 7 = 0.$$

△ Tenglamani bunday yozish mumkin:

$$x^2 = -\frac{7}{2}.$$

Bu tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas, chunki x ning istalgan haqiqiy qiymatlarida $x^2 \geq 0$ bo‘ladi. ▲

4- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$-3x^2 + 5x = 0.$$

△ Tenglamaning chap qismini ko‘paytuvchilarga ajratib,

$$x(-3x + 5) = 0$$

ekanini hosil qilamiz, bundan: $x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{3}$.

J a v o b : $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{5}{3}$. ▲

Mashqlar

Tenglamani yeching **(304—307):**

304. 1) $x^2 = 0$; 2) $3x^2 = 0$; 3) $5x^2 = 125$;

4) $9x^2 = 81$; 5) $4x^2 - 64 = 0$; 6) $x^2 - 27 = 0$;

7) $4x^2 = 81$; 8) $0{,}01x^2 = 4$; 9) $0{,}04x^2 = 16$.

305. 1) $x^2 - 7x = 0$; 2) $x^2 + 5x = 0$; 3) $5x^2 = 3x$;

4) $4x^2 = 0{,}16x$; 5) $9x^2 - x = 0$; 6) $9x^2 + 1 = 0$;

7) $x^2 - 3x = 0$; 8) $0{,}1x^2 - x = 0$; 9) $16x^2 + 3 = 0$.

306. 1) $4x^2 - 169 = 0$; 2) $25 - 16x^2 = 0$; 3) $2x^2 - 16 = 0$;

4) $3x^2 = 15$; 5) $2x^2 = \frac{1}{8}$; 6) $3x^2 = 5\frac{1}{3}$;

7) $3x^2 = 27$; 8) $4x^2 = 64$; 9) $1\frac{9}{16}x^2 = 4$.

307. 1) $\frac{x^2-1}{3} = 5$; 2) $\frac{9-x^2}{5} = 1$; 3) $4 = \frac{x^2-5}{5}$;

4) $3 = \frac{9x^2-4}{4}$; 5) $\frac{16-x^2}{4} = 3$; 6) $5 = \frac{x^2-6}{2}$.

308. 1) $3x^2 + 6x = 8x^2 - 15x$; 2) $17x^2 - 5x = 14x^2 + 7x$;

3) $10x + 7x^2 = 2x^2 + 8x$; 4) $15x + 9x^2 = 7x^2 + 10x$.

309. x ning qanday qiymatlarida berilgan kasrlar bir-biriga teng boʻladi:

1) $\frac{4x^2-3x}{3}$ va $\frac{x^2+5x}{2}$; 2) $\frac{3x^2+7x}{4}$ va $\frac{7x^2-5x}{3}$?

27- §. TOʻLA KVADRATNI AJRATISH USULI

Kvadrat tenglamalarni yechish uchun *toʻla kvadratni ajratish usuli* qoʻllaniladi. Bu usulni misollarda koʻraylik.

1- m a s a l a . Kvadrat tenglamani yeching:

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

△ Bu tenglamaning shaklini quyidagicha almashtiramiz:

$$x^2 + 2x = 3,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1,$$

$$(x + 1)^2 = 4.$$

Demak, $x + 1 = 2$ yoki $x + 1 = -2$, bundan $x_1 = 1$, $x_2 = -3$. ▲

Biz, $x^2 + 2x - 3 = 0$ tenglamani yechar ekanmiz, uning shaklini shunday almashtirdikki, *chap qismida ikkihadning kvadrati* $(x + 1)^2$ *hosil bo'ldi va o'ng qismida noma'lum qatnashmadi.*

2- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$x^2 + 6x - 7 = 0.$$

△ Bu tenglamani shunday almashtiramizki, uning chap qismi ikkihadning kvadratiga aylansin:

$$x^2 + 6x = 7,$$

$$x^2 + 2 \cdot 3x = 7,$$

$$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 7 + 3^2,$$

$$(x + 3)^2 = 16.$$

Bu shakl almashtirishlarni izohlaymiz. $x^2 + 6x$ ifodada birinchi qo'shiluvchi x sonning kvadrati, ikkinchisi esa x va 3 ning ikkilangan ko'paytmasi. Shuning uchun tenglamaning chap qismida ikkihadning kvadratini hosil qilish uchun tenglamaning ikkala qismiga 3^2 ni qo'shish kerak.

$(x + 3)^2 = 16$ tenglamani yechib, $x + 3 = 4$ yoki $x + 3 = -4$ ni hosil qilamiz, bundan $x_1 = 1$, $x_2 = -7$. ▲

3- m a s a l a . $4x^2 - 8x + 3 = 0$ tenglamani yeching.

$$\triangle \; 4x^2 - 8x = -3,$$

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x = -3,$$

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x + 4 = -3 + 4,$$

$$(2x - 2)^2 = 1,$$

$$2x - 2 = 1 \text{ yoki } 2x - 2 = -1,$$

$$x_1 = \frac{3}{2}, \; x_2 = \frac{1}{2}. \; ▲$$

4- m a s a l a . $x^2 + 5x - 14 = 0$ tenglamani yeching.

$$\triangle\ x^2 + 5x = 14,$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 14 + \frac{25}{4},$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4},$$

$$x + \frac{5}{2} = \pm\frac{9}{2},$$

$$x_1 = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2, \quad x_2 = -\frac{9}{2} - \frac{5}{2} = -7. \ \blacktriangle$$

Mashqlar

310. Shunday musbat *m* sonni topingki, natijada berilgan ifoda yig‘indi yoki ayirmaning kvadrati bo‘lsin:

1) $x^2 + 4x + m$; 2) $x^2 - 6x + m$; 3) $x^2 - 14x + m$;
4) $x^2 + 16x + m$; 5) $x^2 + mx + 4$; 6) $x^2 - mx + 9$.

311. Tenglamani to‘la kvadratni ajratish usuli bilan yeching:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 2) $x^2 + 4x - 12 = 0$;
3) $x^2 + 2x - 15 = 0$; 4) $x^2 - 10x + 16 = 0$;
5) $x^2 - 6x + 3 = 0$; 6) $x^2 + 8x - 7 = 0$.

Tenglamani yeching **(312—314):**

312. 1) $9x^2 + 6x - 8 = 0$; 2) $25x^2 - 10x - 3 = 0$.

313. 1) $x^2 - 5x + 4 = 0$; 2) $x^2 - 3x - 10 = 0$.

314. 1) $2x^2 + 3x - 5 = 0$; 2) $5x^2 - 7x - 6 = 0$.

28- §. KVADRAT TENGLAMALARNI YECHISH

Bundan oldingi paragrafda kvadrat tenglamalarni to‘la kvadratni ajratish usuli bilan yechish qaralgan edi. Shu usulni umumiy ko‘rinishdagi kvadrat tenglamani yechish formulasini keltirib chiqarish uchun qo‘llaymiz.

Umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglamani qaraymiz:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ bunda } a \neq 0.$$

Tenglamaning ikkala qismini a ga bo'lib,

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

kvadrat tenglamani hosil qilamiz.

Bu tenglamaning shaklini shunday almashtiramizki, uning chap qismida ikkihadning to'la kvadrati hosil bo'lsin:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}. \qquad x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2,$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \tag{1}$$

Agar $b^2 - 4ac \geq 0$ bo'lsa, u holda

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2.$$

Bundan

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

yoki

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.} \tag{2}$$

(2) formula *umumiy ko'rinishdagi kvadrat tenglama ildizlari formulasi* deyiladi.

$D = b^2 - 4ac$ ifoda $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning *diskriminanti* deyiladi. (2) formuladan ko'rinadiki, kvadrat tenglama:

1) $D > 0$ bo'lsa, x_1 va x_2 — ikkita turli ildizga ega, $x_1 \neq x_2$;
2) $D = 0$ bo'lsa, $x_1 = x_2$ — bitta ildizga ega;
3) $D < 0$ bo'lsa, haqiqiy ildizlarga ega emas.

1- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$6x^2 + x - 2 = 0.$$

△ Bu yerda $a = 6$, $b = 1$, $c = -2$ va $D > 0$, ya'ni tenglama ikkita ildizga ega. (2) formula bo'yicha quyidagilarni topamiz:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6(-2)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12},$$

bundan

$$x_1 = \frac{-1+7}{12} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-1-7}{12} = -\frac{2}{3}.$$

J a v o b: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$. ▲

2- m a s a l a. $4x^2 - 4x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

△ Bu yerda $a = 4$, $b = -4$, $c = 1$ va $D = 0$, ya'ni tenglama bitta ildizga ega. (2) formula bo'yicha quyidagilarni topamiz:

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{1}{2}.$$

J a v o b: $x = \frac{1}{2}$. ▲

Agar (1) tenglikning o'ng qismida manfiy son tursa, ya'ni $D = b^2 - 4ac < 0$ bo'lsa, u holda (1) tenglik x ning hech qanday haqiqiy qiymatida to'g'ri bo'lmaydi, chunki uning chap qismi nomanfiy. Shuning uchun, *agar* $D = b^2 - 4ac < 0$ *bo'lsa,*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi.

3- m a s a l a. $x^2 - 4x + 5 = 0$ tenglama haqiqiy ildizlarga ega emasligini isbotlang.

△ Bu yerda $a = 1$, $b = -4$, $c = 5$,

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 < 0.$$

Demak, berilgan tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas. ▲

4- m a s a l a. $2x^2 + 3x + 4 = 0$ tenglamani yeching:

△ (2) formula bo'yicha quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4}.$$

Ildiz belgisi ostida turgan son manfiy:

$$9-4\cdot 2\cdot 4=9-32<0.$$

J a v o b : Tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas. ▲

Bu misolda $D=b^2-4ac=-23<0$: haqiqiy ildizlar yo‘qligiga diskriminantni hisoblab ishonch hosil qilish ham mumkin edi.

Chala kvadrat tenglamalarni ham (2) formula bo‘yicha yechish mumkin, biroq ularni yechishda 26- § da qaralgan usullardan foydalanish qulayroq.

Mashqlar

315. $\sqrt{b^2-4ac}$ ifodaning qiymatini hisoblang, bunda:

1) $a=3,\ b=1,\ c=-4;$ 2) $a=3,\ b=-0{,}2,\ c=-0{,}01;$

3) $a=7,\ b=-6,\ c=-45;$ 4) $a=-1,\ b=5,\ c=1800$.

316. Kvadrat tenglamani yeching:

1) $2x^2+3x+1=0;$ 2) $2x^2-3x+1=0;$

3) $2x^2+5x+2=0;$ 4) $2x^2-7x+3=0;$

5) $3x^2+11x+6=0;$ 6) $4x^2-11x+6=0.$

317. x ning qanday qiymatlarida ifodaning qiymati nolga aylanadi:

1) $2x^2+5x-3;$ 2) $2x^2-7x-4;$ 3) $3x^2+x-4;$

4) $3x^2+2x-1;$ 5) $x^2+4x-3;$ 6) $3x^2+12x+10;$

7) $-2x^2+x+1;$ 8) $-3x^2-x+4;$ 9) $6x^2-5x+1?$

Kvadrat tenglamani yeching **(318—319):**

318. 1) $9x^2-6x+1=0;$ 2) $16x^2-8x+1=0;$

3) $49x^2+28x+4=0;$ 4) $36x^2+12x+1=0.$

319. 1) $2x^2+x+1=0;$ 2) $3x^2-x+2=0;$

3) $5x^2+2x+3=0;$ 4) $x^2-2x+10=0.$

320. Quyidagi tenglamalarni yechmasdan, ularning nechta ildizga ega bo‘lishini aniqlang:

1) $2x^2 + 5x - 7 = 0;$ 2) $3x^2 - 7x - 8 = 0;$

3) $4x^2 + 4x + 1 = 0;$ 4) $9x^2 - 6x + 2 = 0.$

Tenglamani yeching **(321—323):**

321. 1) $7x^2 - 6x + 2 = 0;$ 2) $3x^2 - 5x + 4 = 0;$

3) $9x^2 + 12x + 4 = 0;$ 4) $4x^2 - 20x + 25 = 0;$

5) $4x^2 + 12x + 9 = 0;$ 6) $x^2 - 3x - 4 = 0.$

322. 1) $6x^2 = 5x + 1;$ 2) $5x^2 + 1 = 6x;$

3) $x(x - 1) = 72;$ 4) $x(x + 1) = 56;$

5) $2x(x + 2) = 8x + 3;$ 6) $3x(x - 2) - 1 = x - 0,5(8 + x^2).$

323. 1) $\frac{x^2+3x}{2} = \frac{x+7}{4};$ 2) $\frac{x^2-3x}{7} + x = 11;$

3) $\frac{2x^2+x}{3} - \frac{2-3x}{4} = \frac{x^2-6}{6};$ 4) $\frac{x^2+x}{4} - \frac{3-7x}{20} = 0,3.$

324. Tenglamani yeching:

1) $5x^2 - 8x - 4 = 0;$ 2) $4x^2 + 4x - 3 = 0;$

3) $8x^2 - 6x + 1 = 0;$ 4) $5x^2 - 26x + 5 = 0.$

№ 4

QIRRASINING UZUNLIGI 3 SM BO‘LGAN KUB QIZIL RANGGA BO‘YALGAN. U QIRRASI 1 SM LI KUBCHALARGA BO‘LINDI. NECHTA KUB UCHTA QIZIL YOQQA EGA? IKKITA QIZIL YOQQA EGA? BITTA QIZIL YOQQA EGA? BITTA HAM QIZIL YOQQA EGA EMAS?

29- §. KELTIRILGAN KVADRAT TENGLAMA. VIYET TEOREMASI

Ushbu

$$x^2 + px + q = 0 \qquad (1)$$

ko'rinishdagi kvadrat tenglama ***keltirilgan kvadrat tenglama*** *deyiladi.*

Bu tenglamada bosh koeffitsiyent birga teng. Masalan,

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

tenglama keltirilgan kvadrat tenglamadir.

Har qanday

$$ax^2 + bx + c = 0$$

kvadrat tenglamani uning ikkala qismini $a \neq 0$ ga bo'lib, (1) ko'rinishga keltirish mumkin.

Masalan, $4x^2 + 4x - 3 = 0$ tenglamani 4 ga bo'lib, quyidagi shaklga keltiriladi:

$$x^2 + x - \frac{3}{4} = 0.$$

(1) keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlarini topamiz. Buning uchun umumiy ko'rinishdagi $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama ildizlari formulasidan, ya'ni

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad (2)$$

formuladan foydalanamiz. Umumiy ko'rinishdagi tenglamada $a = 1$, $b = p$, $c = q$ bo'lsa, keltirilgan kvadrat tenglama

$$x^2 + px + q = 0$$

hosil bo'ladi. Shu sababli keltirilgan kvadrat tenglama uchun (2) formula

$$x_{1,2}=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$$

yoki

$$\boxed{x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}} \qquad (3)$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

(3) formula *keltirilgan kvadrat tenglama ildizlari formulasi* deyiladi. (3) formuladan, ayniqsa, p juft son bo‘lganda foydalanish qulay. Masalan, $x^2-14x-15=0$ tenglamani yechaylik.

△ (3) formula bo‘yicha quyidagini topamiz:

$$x_{1,2}=7\pm\sqrt{49+15}=7\pm 8.$$

J a v o b: $x_1=15$, $x_2=-1$. ▲

Keltirilgan kvadrat tenglama uchun quyidagi teorema o‘rinli:

V i y e t t e o r e m a s i. ***Agar x_1 va x_2 lar***

$$x^2+px+q=0$$

tenglamaning ildizlari bo‘lsa, u holda

$$x_1+x_2=-p,$$
$$x_1\cdot x_2=q$$

formulalar o‘rinli, ya’ni keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig‘indisi qarama-qarshi ishora bilan olingan ikkinchi koeffitsiyentga, ildizlarining ko‘paytmasi esa ozod hadga teng.

○ (3) formula bo‘yicha:

$$x_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q},$$

$$x_2=-\frac{p}{2}-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}.$$

Bu tengliklarni hadlab qo‘shsak, $x_1 + x_2 = -p$ bo‘ladi. Bu tengliklarni ko‘paytirib, kvadratlar ayirmasi formulasi bo‘yicha quyidagini hosil qilamiz:

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = q. \bullet$$

Masalan, $x^2 - 13x + 30 = 0$ tenglama $x_1 = 10$, $x_2 = 3$ ildizlarga ega; uning ildizlari yig‘indisi $x_1 + x_2 = 13$, ularning ko‘paytmasi esa $x_1 \cdot x_2 = 30$.

Viyet teoremasi kvadrat tenglama ikkita teng $x_1 = x_2 = -\frac{p}{2}$ ildizlarga ega bo‘lgan holda ham to‘g‘ri bo‘lishini ta’kidlab o‘tamiz.

Masalan, $x^2 - 6x + 9 = 0$ tenglama ikkita teng $x_1 = x_2 = 3$ ildizlarga ega; ularning yig‘indisi $x_1 + x_2 = 6$, ko‘paytmasi $x_1 \cdot x_2 = 9$.

1- m a s a l a . $x^2 + px - 12 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri $x_1 = 4$. Shu tenglamaning p koeffitsiyentini va ikkinchi ildizi x_2 ni toping.

Δ Viyet teoremasiga ko‘ra:

$$x_1 \cdot x_2 = -12,\ x_1 + x_2 = -p.$$

$x_1 = 4$ bo‘lgani uchun $4x_2 = -12$, bundan $x_2 = -3$,

$$p = -(x_1 + x_2) = -(4 - 3) = -1.$$

J a v o b : $x_2 = -3$, $p = -1$. $\blacktriangle$

2- m a s a l a . Ildizlari $x_1 = 3$, $x_2 = 4$ bo‘lgan keltirilgan kvadrat tenglama tuzing.

Δ $x_1 = 3$; $x_2 = 4$ sonlari $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo‘lgani uchun Viyet teoremasiga ko‘ra $p = -(x_1 + x_2) = -7$, $q = x_1x_2 = 12$.

J a v o b : $x^2 - 7x + 12 = 0$. $\blacktriangle$

3- m a s a l a . $3x^2 + 8x - 4 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri musbat. Tenglamani yechmasdan, ikkinchi ildizning ishorasini aniqlang.

Δ Tenglamaning ikkala qismini 3 ga bo‘lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{4}{3} = 0.$$

Viyet teoremasiga ko‘ra $x_1x_2 = -\frac{4}{3} < 0$. Shartga ko‘ra $x_1 > 0$, demak, $x_2 < 0$. ▲

Ba’zi masalalarni yechishda *Viyet teoremasiga teskari bo‘lgan* quyidagi teorema qo‘llaniladi.

(!) ***Agar p, q, x_1, x_2 sonlar uchun***

$$\boldsymbol{x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q} \tag{4}$$

munosabatlar bajarilsa, u holda x_1 va x_2 sonlar

$$\boldsymbol{x^2 + px + q = 0}$$

tenglamaning ildizlari bo‘ladi.

○ Chap qismdagi

$$x^2 + px + q$$

ifodada p ning o‘rniga $-(x_1 + x_2)$ni, q ning o‘rniga esa $x_1 \cdot x_2$ ko‘paytmani qo‘yamiz. Natijada quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$x^2 + px + q = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 =$$
$$= x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = x(x - x_1) - x_2(x - x_1) =$$
$$= (x - x_1)(x - x_2).$$

Shunday qilib, agar p, q, x_1 va x_2 sonlar (4) munosabatlar bilan bog‘langan bo‘lsa, u holda *x ning har qanday qiymatida*

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$$

tenglik bajariladi, bundan esa x_1 va x_2 lar $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari ekani kelib chiqadi. ●

Viyet teoremasiga teskari teoremadan foydalanib, kvadrat tenglamaning ildizlarini ba’zan *tanlash usuli* bilan topish mumkin.

4- m a s a l a . Tanlash usuli bilan

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

tenglamaning ildizlarini toping.

△ Bu yerda $p = -5$, $q = 6$. Ikkita x_1 va x_2 sonni

$$x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 x_2 = 6$$

bo‘ladigan qilib tanlaymiz.

$6 = 2 \cdot 3$ va $2 + 3 = 5$ ekanini e’tiborga olib, Viyet teoremasiga teskari teorema bo‘yicha $x_1 = 2$, $x^2 = 3$ ga, ya’ni $x^2 - 5x + 6 = 0$ tenglamaning ildizlariga ega bo‘lamiz. ▲

5- masala. $\frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$ kasrni ixchamlang.

Kasrning suratini ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$x^2 - x - 12 = x^2 - 4x + 3x - 12 =$$
$$= x(x - 4) + 3(x - 4) = (x - 4)(x + 3).$$

Demak,

$$\frac{x^2 - x - 12}{x + 3} = \frac{(x - 4)(x + 3)}{x + 3} = x - 4. \quad ▲$$

$ax^2 + bx + c$ ko‘phad *kvadrat uchhad* deyiladi, bunda $a \neq 0$.

5- masalani yechishda $x^2 - x - 12$ kvadrat uchhad guruhlash usuli bilan ko‘paytuvchilarga ajratildi. Uni quyidagi teoremadan foydalanib ham ko‘paytuvchilarga ajratish mumkin edi.

Teorema. ***Agar x_1 va x_2 lar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari bo‘lsa, u holda barcha x uchun quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi:***

$$\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).} \qquad (5)$$

○ (5) tenglikning o‘ng qismida turgan ifodaning shaklini almashtiramiz:

$$a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 - ax \cdot x_1 - ax \cdot x_2 + ax_1 x_2 =$$
$$= ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 x_2. \qquad (6)$$

x_1 va x_2 lar $ax^2 + bx + c = 0$ tenglamaning, ya’ni $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ tenglamaning ildizlari bo‘lgani uchun Viyet teoremasiga ko‘ra,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1x_2 = \frac{c}{a},$$

bundan $a(x_1 + x_2) = -b$, $ax_1x_2 = c$.

Bu ifodalarni (6) tenglikka qo‘yib, (5) formulani hosil qilamiz. ●

6- masala. $\frac{2x^2+5x-3}{x^2-x-12}$ ifodani soddalashtiring.

△ Kasrning surat va maxrajini ko‘paytuvchilarga ajratamiz.

1) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ tenglama ikkita ildizga ega:

$$x_1 = \frac{1}{2}, \; x_2 = -3.$$

Isbot qilingan teoremaga ko‘ra

$$2x^2 + 5x - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3) = (2x - 1)(x + 3).$$

2) $x^2 - x - 12 = 0$ tenglama $x_1 = -3$, $x_2 = 4$ ildizlarga ega. Isbot qilingan teoremaga ko‘ra $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$.

Shunday qilib,

$$\frac{2x^2+5x-3}{x^2-x-12} = \frac{(2x-1)(x+3)}{(x+3)(x-4)} = \frac{2x-1}{x-4}. \quad ▲$$

Mashqlar

325. Keltirilgan kvadrat tenglamani yeching:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 2) $x^2 - 6x - 7 = 0$;

3) $x^2 - 8x - 9 = 0$; 4) $x^2 + 6x - 40 = 0$;

5) $x^2 + x - 6 = 0$; 6) $x^2 - x - 2 = 0$.

326. (Og‘zaki.) Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig‘indisi va ko‘paytmasini ayting:

1) $x^2 - x - 2 = 0$; 2) $x^2 - 5x - 6 = 0$;

3) $x^2 + 3x + 2 = 0$; 4) $x^2 + 3x - 4 = 0$;

5) $x^2 - 7x + 5 = 0$; 6) $x^2 + 9x - 6 = 0$.

327. (Og‘zaki.) $x^2 - 19x + 18 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng. Uning ikkinchi ildizini toping.

328. (Og‘zaki.) $28x^2 + 23x - 5 = 0$ tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga teng. Uning ikkinchi ildizini toping.

329. (Og‘zaki.) Tenglamani yechmasdan, uning ildizlari ishoralarini aniqlang:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 2) $x^2 + 5x + 3 = 0$;

3) $x^2 - 5x + 3 = 0$; 4) $x^2 - 8x - 7 = 0$.

330. Ildizlari x_1 va x_2 bo‘lgan keltirilgan kvadrat tenglamani yozing:

1) $x_1 = 3,\ x_2 = -1$; 2) $x_1 = 2,\ x_2 = 3$;

3) $x_1 = -4,\ x_2 = -5$; 4) $x_1 = -3,\ x_2 = 6$.

331. Tanlash yo‘li bilan tenglamaning ildizlarini toping:

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$; 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

3) $x^2 - 6x + 5 = 0$; 4) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

5) $x^2 - 8x + 15 = 0$; 6) $x^2 + 2x - 15 = 0$.

332. Kvadrat uchhadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $x^2 - 5x + 6$; 2) $x^2 + 4x - 5$;

3) $x^2 + 5x - 24$; 4) $x^2 + x - 42$;

5) $2x^2 - x - 1$; 6) $8x^2 + 10x + 3$;

7) $-6x^2 + 7x - 2$; 8) $-4x^2 - 7x + 2$.

333. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{x^2+x-2}{x-1}$; 2) $\frac{x^2+4x-12}{x-2}$; 3) $\frac{x+3}{x^2-6x-27}$;

4) $\frac{x-8}{x^2-x-56}$; 5) $\frac{2x^2-3x-2}{4x^2-1}$; 6) $\frac{3x^2+8x-3}{9x^2-1}$.

334. Keltirilgan kvadrat tenglamani yeching:

1) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$;

3) $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$; 4) $x^2 - 4\sqrt{7}x + 4 = 0$.

335. Ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $x^3 - 3x^2 + 2x$; 2) $x^3 + 4x^2 - 21x$; 3) $x^3 + 5x^2 - 24x$;

4) $x^3 - 9x^2 - 22x$; 5) $x^3 - 8x^2 + 7x$; 6) $x^3 - 5x^2 + 6x$.

336. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{x^2+6x-7}{x^2-7x+6}$; 2) $\frac{x^2-8x-9}{x^2+9x+8}$; 3) $\frac{x^2-8x+15}{-x^2+5x-6}$; 4) $\frac{36+5x-x^2}{x^2-x-20}$.

337. Ifodani soddalashtiring:

1) $\frac{1}{x^2-7x+12}+\frac{1}{x-3}$; 2) $\frac{3}{x^2+6x+9}-\frac{1}{x+3}$;

3) $\frac{7}{5x^2+3x-2}-\frac{5}{5x-2}$; 4) $\frac{5x+1}{x^2+9x-10}:\frac{5x^2+x}{x^2-2x+1}$.

30- §. KVADRAT TENGLAMAGA KELTIRILADIGAN TENGLAMALAR

1- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0.$$

△ $x^2 = t$ deb belgilaymiz. Bu holda tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$t^2 - 7t + 12 = 0.$$

Bu kvadrat tenglamani yechamiz:

$$t_1 = 4, \ t_2 = 3.$$

$x^2 = t$ bo‘lgani uchun berilgan tenglamani yechish quyidagi ikkita tenglamani yechishga keltiriladi:

$$x^2 = 4, \ x^2 = 3,$$

bundan:

$$x_{1,2} = \pm 2, \ x_{3,4} = \pm\sqrt{3}.$$

J a v o b : $x_{1,2} = \pm 2, \ x_{3,4} = \pm\sqrt{3}$. ▲

Ushbu

$$\boldsymbol{ax^4 + bx^2 + c = 0}$$

ko'rinishdagi tenglama bikvadrat tenglama deyiladi, bunda $\boldsymbol{a \neq 0}$**.**

$x^2 = t$ deb belgilash bilan bu tenglama kvadrat tenglamaga keltiriladi.

2- masala. Bikvadrat tenglamani yeching:

$$9x^4 + 5x^2 - 4 = 0.$$

△ $x^2 = t$ deb belgilaymiz. Bu holda

$$9t^2 + 5t - 4 = 0.$$

Bu kvadrat tenglamani yechib, quyidagilarni topamiz:

$$t_1 = \frac{4}{9}, \ \ t_2 = -1.$$

$x^2 = \frac{4}{9}$ tenglama $x_{1,2} = \pm\frac{2}{3}$ ildizlarga ega, $x^2 = -1$ tenglama esa haqiqiy ildizlarga ega emas.

Javob: $x_{1,2} = \pm\frac{2}{3}$. ▲

3- masala. Tenglamani yeching:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3.$$

△ Tenglamadagi kasrlarning umumiy maxraji $(x+2)(x-3)$ ga teng. Agar $x+2 \neq 0$ va $x-3 \neq 0$ bo'lsa, u holda tenglamaning ikkala qismini $(x+2)(x-3)$ ga ko'paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$3(x-3) - 4(x+2) = 3(x+2)(x-3).$$

Bu tenglamaning shaklini almashtiramiz:

$$3x - 9 - 4x - 8 = 3(x^2 - x - 6),$$

$$-x - 17 = 3x^2 - 3x - 18,$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Hosil bo‘lgan kvadrat tenglamani yechib, uning ildizlarini topamiz:

$$x_1 = 1;\ \ x_2 = -\frac{1}{3}.$$

$x = 1$ va $x = -\frac{1}{3}$ bo‘lganda berilgan kasrlarning maxrajlari nolga aylanmaganligi uchun 1 va $-\frac{1}{3}$ sonlari shu tenglamaning ildizlari bo‘ladi.

J a v o b : $x_1 = 1;\ x_2 = -\frac{1}{3}.$ ▲

4- m a s a l a . Tenglamani yeching:

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{3}{x-1} = \frac{3-x}{x-2}\ . \tag{1}$$

∆ Shartga ko‘ra $(x - 1)(x - 2) \neq 0$. Tenglamaning ikkala qismini $(x - 1)(x - 2)$ ga ko‘paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$1 + 3(x - 2) = (3 - x)(x - 1).$$

Bu tenglamaning shaklini almashtiramiz:

$$\begin{gathered} 1 + 3x - 6 = -x^2 + 4x - 3, \\ x^2 - x - 2 = 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Hosil bo‘lgan kvadrat tenglamani yechib, uning ildizlarini topamiz:

$$x_1 = -1,\ \ x_2 = 2.$$

$x = -1$ bo‘lganda berilgan tenglamadagi maxrajlar nolga aylanmaydi. Demak, -1 soni — berilgan tenglamaning ildizi. $x = 2$ bo‘lganda berilgan tenglamadagi ikkita kasrning maxraji nolga teng. Shuning uchun 2 soni berilgan tenglamaning ildizi bo‘lmaydi.

J a v o b : $x = -1$. ▲

4- masalada berilgan (1) tenglama ikkita ildizga ega bo‘lgan (2) kvadrat tenglamaga keltirildi. Ulardan biri, ya’ni $x_1 = -1$ (1) tenglamaning ildizi bo‘ladi. Ikkinchi $x_2 = 2$ ildiz (1) tenglamaning ildizi bo‘lmaydi. Bu holda u *chet ildiz* deyiladi.

Shunday qilib, tenglamani noma’lum ishtirok etgan ifodaga ko‘paytirganda chet ildizlar paydo bo‘lishi mumkin. Shuning uchun *noma’lum kasr maxrajida qatnashgan tenglamalarni yechganda tekshirish o‘tkazish zarur.*

5- masala. Tenglamani yeching:

$$\frac{x+7}{x+4}-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x^2+7x+12}=0.$$

△ $x^2+7x+12$ kvadrat uchhadni ko‘paytuvchilarga ajratamiz. $x^2+7x+12=0$ tenglamani yechib, uning $x_1=-3$, $x_2=-4$ ildizlarini topamiz. Shuning uchun $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$.

Tenglamaning ikkala qismini kasrlarning umumiy maxrajiga, ya’ni $(x+3)(x+4)$ ga ko‘paytiramiz. Natijada quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$(x+7)(x+3)-(x+4)+1=0.$$

Bu tenglamaning shaklini almashtiramiz:

$$x^2+10x+21-x-4+1=0,$$

$$x^2+9x+18=0.$$

Bu tenglamani yechib, uning ildizlarini topamiz:

$$x_1=-3, \quad x_2=-6.$$

Bu ildizlarni tekshiramiz. $x=-3$ bo‘lganda berilgan tenglama ikkinchi va uchinchi kasrlarining maxrajlari nolga aylanadi. Shuning uchun $x_1=-3$ — chet ildiz. $x=-6$ bo‘lganda berilgan tenglama kasrlarining maxrajlari nolga teng emas. $x=-6$ ni berilgan tenglamaga qo‘yib, bu son tenglamaning ildizi bo‘lishiga ishonch hosil qilish mumkin.

Javob: $x=-6$. ▲

Mashqlar

Tenglamani yeching **(338—341):**

338. 1) $x^4-10x^2+9=0$; 2) $x^4-5x^2+4=0$;

3) $x^4-13x^2+36=0$; 4) $x^4-50x^2+49=0$.

339. 1) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0;$ 2) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0;$

3) $x^4 + x^2 - 20 = 0;$ 4) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0.$

340. 1) $\frac{10}{x-3} - \frac{8}{4} = 1;$ 2) $\frac{2}{x-5} + \frac{14}{x} = 3;$

3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20};$ 4) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1;$

5) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8};$ 6) $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5.$

341. 1) $\frac{3x+4}{x-6} = \frac{x-2}{4x+3};$ 2) $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6};$

3) $\frac{x+5}{x+2} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1};$ 4) $\frac{x^2-2x-5}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{x-3} = 1;$

5) $\frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{-3-x} = \frac{6}{x+3};$ 6) $\frac{x^2}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = \frac{3}{x-1}.$

342. Tenglama haqiqiy ildizlarga egami:

1) $x^4 - 5x^2 + 7 = 0;$ 2) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$?

343. x ning qanday qiymatlarida ifodalarning qiymatlari bir-biriga teng:

1) $\frac{6}{x^2-1} + \frac{2}{1-x}$ va $2 - \frac{x+4}{x+1};$ 2) $\frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-2}$ va $\frac{4}{4-x^2} + 1$?

31- §. KVADRAT TENGLAMALAR YORDAMIDA MASALALAR YECHISH

Kvadrat tenglamalar yordamida bir nechta masala yechamiz.

1- m a s a l a . Shaxtaga tosh tashlandi va uning shaxta tubiga urilganda chiqargan ovozi 9 sekunddan keyin eshitildi. Tovush tezligini 320 m/s, og'irlik kuchining tezlanishini esa $g = 10$ m/s^2 deb hisoblab, shaxtaning chuqurligini aniqlang.

△ Shaxtaning chuqurligini topish uchun toshning shaxta tubiga tushish vaqti t ni aniqlash yetarli, chunki shaxtaning chuqurligi erkin tushish qonuniga ko'ra $\frac{gt^2}{2}$ metrga teng.

Shart bo‘yicha $g = 10$ m/s^2. Shuning uchun shaxtaning chuqurligi $5t^2$ metrga teng.

Ikkinchi tomondan, shaxtaning chuqurligini tovush tezligi 320 m/s ni toshning shaxta tubiga borib tekkan ondan to zarba ovozi eshitilguncha o‘tgan vaqtga, ya’ni $(9 - t)$ sekundga ko‘paytirib topish mumkin. Demak, shaxtaning chuqurligi $320\ (9 - t)$ metrga teng.

Shaxtaning chuqurligini aniqlash uchun topilgan ikki ifodani tenglashtirib, $5t^2 = 320(9 - t)$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani yechamiz:

$$t^2 - 64(9 - t) = 0,$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Hosil qilingan kvadrat tenglamaning ildizlarini topamiz:

$$t_{1,2} = -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32 + 18)} =$$

$$= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40,$$

$$t_1 = 8, \ \ t_2 = -72.$$

Toshning tushish vaqti musbat bo‘lgani uchun $t = 8$ s bo‘ladi,

Demak, shaxtaning chuqurligi quyidagiga teng:

$$5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320(\text{m}).$$

Javob: 320 m. ▲

2- masala. Tezyurar avtobus avtovokzaldan 40 km uzoqlikdagi aeroportga qarab jo‘nadi. Oradan 10 minut o‘tgandan keyin avtobusning ketidan taksida yo‘lovchi jo‘nadi. Taksining tezligi avtobus tezligidan 20 km/soat ortiq. Agar ular aeroportga bir vaqtga yetib kelgan bo‘lsa, taksi bilan avtobusning tezligini toping.

△ Avtobusning tezligi x km/soat bo‘lsin, bu holda taksining tezligi $(x + 20)$ km/soat bo‘ladi. Avtobusning harakat vaqti $\frac{40}{x}$ soat, taksining harakat vaqti esa $\frac{40}{x+20}$ soat bo‘ladi. Masalaning shartiga ko‘ra, avtobus bilan taksi harakatlari vaqti orasidagi farq 10 min ga teng, ya’ni $\frac{1}{6}$ soat. Demak,

$$\frac{40}{x}-\frac{40}{x+20}=\frac{1}{6}. \qquad (1)$$

Hosil bo‘lgan tenglamani yechamiz. Tenglamaning ikkala qismini $6x(x+20)$ ga ko‘paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$40\cdot 6\cdot (x+20)-40\cdot 6x=x(x+20),$$

$$240x+4800-240x=x^2+20x,$$

$$x^2+20x-4800=0.$$

Bu tenglamaning ildizlari:

$$x_1=60,\ \ x_2=-80.$$

x ning bu qiymatlarida (1) tenglamaga kiruvchi kasrlarning maxrajlari nolga teng emas. Shuning uchun $x_1=60$ va $x_2=-80$ (1) tenglamaning ildizlari bo‘ladi.

Avtobusning tezligi musbat bo‘lgani uchun, masalaning shartini faqat bitta ildiz qanoatlantiradi: $x=60$. Shuning uchun taksining tezligi 80 km/soatga teng.

J a v o b: avtobusning tezligi 60 km/soat, taksining tezligi 80 km/soat. ▲

3- m a s a l a. Qo‘lyozmani ko‘chirish uchun birinchi operator ikkinchisiga qaraganda 3 soat kam vaqt sarflaydi. Ular birgalikda ishlab hamma qo‘lyozmani 6 soat-u 40 minutda ko‘chirib bo‘lishdi. Hamma qo‘lyozmani ko‘chirish uchun ularning har biriga qancha-dan vaqt talab qilinadi?

△ Hamma qo‘lyozmani ko‘chirish ishini bir birlik, deb qabul qilamiz. Birinchi operator qo‘lyozmani ko‘chirish uchun x soat sarflagan bo‘lsin. U holda ikkinchi operatorga bu ish uchun $(x+3)$ soat talab qilinadi. Birinchi operator bir soatda ishning $\frac{1}{x}$ qismini, ikkinchisi esa $\frac{1}{x+3}$ qismini bajaradi. Ular birgalikda ishlab, bir soatda hamma ishning $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}$ qismini bajarishadi, 6 soat 40 minutda, ya’ni $6\frac{2}{3}$ soatda esa ular hamma ishni bajarishadi. Shuning uchun

$$6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}\right)=1.$$

Bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{3}{20}. \qquad (2)$$

Uning ikkala qismini $20x(x + 30)$ ga ko‘paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$20(x+3)+20x=3x(x+3),$$

$$40x+60=3x^2+9x,$$

$$3x^2-31x-60=0.$$

Bu tenglamaning ildizlari:

$$x_1=12,\ \ x_2=-\frac{5}{3}.$$

x ning bu qiymatlarida (2) tenglamaga kiruvchi kasrlarning maxrajlari nolga teng emas. Shuning uchun $x_1 = 12$ va $x_2=-\frac{5}{3}$ (2) tenglamaning ildizlari.

Masalaning ma’nosiga ko‘ra $x > 0$ bo‘lgani uchun $x = 12$. Demak, birinchi operator ishga 12 soat, ikkinchisi esa 12 soat + 3 soat = 15 soat sarflaydi.

J a v o b : 12 soat va 15 soat. ▲

Mashqlar

344. Ko‘paytmasi: 1) 156; 2) 210 ga teng bo‘lgan ikkita ketma-ket natural sonni toping.

345. Ko‘paytmasi: 1) 255; 2) 399 ga teng bo‘lgan ikkita ketma-ket toq sonni toping.

346. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri 1 m, yuzi esa 4 dm^2. Uning tomonlarini toping.

347. Yuzi 2,45 ga bo‘lgan bog‘ 630 m uzunlikdagi devor bilan o‘rab olingan. Agar bog‘ to‘g‘ri to‘rtburchak shaklida bo‘lsa, uning bo‘yi va enini toping.

348. 400 km masofani tezyurar poyezd yuk poyezdiga qaraganda 1 soat tezroq o‘tdi. Agar yuk poyezdining tezligi tezyurar poyezdnikidan 20 km/soat kam bo‘lsa, har bir poyezdning tezligi qanday?

349. Kema daryo oqimi bo‘yicha *A* bekatdan *B* bekatga bordi. Kema yarim soat to‘xtaganidan keyin orqasiga jo‘nadi va *A* dan chiqqanidan 8 soat keyin yana *A* bekatga qaytib keldi. *A* va *B* bekatlar orasidagi masofa 36 km, daryo oqimining tezligi esa 2 km/soat bo‘lsa, kemaning turg‘un suvdagi tezligini toping.

350. Ikki guruh mutaxassislar birgalikda ishlab qishloqda yangi qurilgan shifoxonani zamonaviy tibbiyot asbob-uskunalari bilan jihozlash va ularni sozlash ishlarini 12 kunda tamomladi. Agar guruhlardan biri bu ishni ikkinchisiga qaraganda 10 kun kam vaqtda uddalay olsa, har bir guruh alohida ishlab uni necha kunda bajara oladi?

351. Kvadrat shaklidagi tunukadan 6 sm kenglikdagi tunuka qirqib olindi. Qolgan qismining yuzi 135 sm^2 ga teng. Kvadratning dastlabki o‘lchamlarini toping.

352. To‘g‘ri burchakli uchburchakning yuzi 180 sm^2. Agar katetlaridan biri ikkinchisidan 31 sm katta bo‘lsa, shu uchburchakning katetlarini toping.

353. 30 km li masofani velosipedchilardan biri ikkinchisiga qaraganda 20 min tezroq bosib o‘tdi. Birinchi velosipedchining tezligi ikkinchisinikidan 3 km/soat ortiq edi. Har bir velosipedchining tezligi qanday?

354. Ikkita qurilish guruhi birgalikda ishlab, qo‘ylar uchun 6 kunda qo‘ton (qo‘ra) qurdi. Agar bu ishni bajarish uchun birinchi guruhga ikkinchisiga qaraganda 5 kun ortiq talab qilinsa, har bir guruh alohida ishlab, shunday qo‘tonni necha kunda qurib bitkazadi?

№ 5

$$x^4 + 2006x^2 + 2005x + 2006$$

KO‘PHADNI KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATING.

32- §. IKKINCHI DARAJALI TENGLAMA QATNASHGAN ENG SODDA SISTEMALARNI YECHISH

1- m a s a l a . To‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi $\sqrt{13}$ sm ga teng, uning yuzi esa 3 sm^2. Uchburchakning katetlarini toping.

△ Uchburchakning katetlari x va y santimetrga teng bo‘lsin. Pifagor teoremasi va to‘g‘ri burchakli uchburchakning yuzi formulasidan foydalanib, masala shartini bunday yozamiz:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ \frac{1}{2}xy = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Sistemaning birinchi tenglamasiga 4 ga ko‘paytirilgan ikkinchi tenglamasini qo‘shib, quyidagini hosil qilamiz:

$$x^2 + y^2 + 2xy = 25,$$

bundan $(x + y)^2 = 25$ yoki $x + y = \pm 5$. x va y lar musbat sonlar bo‘lgani uchun $x + y = 5$ bo‘ladi. Bu tenglamada y ni x orqali ifodalaymiz va (1) sistema tenglamalaridan biriga, masalan, ikkinchi tenglamaga qo‘yamiz:

$$y = 5 - x, \quad \frac{1}{2}x(5 - x) = 3.$$

Hosil qilingan tenglamani yechamiz:

$$5x - x^2 = 6, \quad x^2 - 5x + 6 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

Bu qiymatlarni $y = 5 - x$ formulaga qo‘yib, $y_1 = 3$, $y_2 = 2$ ni topamiz. Ikkala holda ham katetlardan biri 2 sm, ikkinchisi esa 3 sm. ▲

2- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = -10. \end{cases}$$

△ Viyet teoremasiga teskari teoremaga ko‘ra, x va y sonlar

$$z^2 - 3z - 10 = 0$$

kvadrat tenglamaning ildizlari bo'ladi. Bu tenglamani yechib, quyidagini hosil qilamiz: $z_1 = 5$, $z_2 = -2$. Demak, sistemaning yechimlari quyidagi sonlar juftliklari bo'ladi: $x_1 = 5$, $y_1 = -2$ va $x_2 = -2$, $y_2 = 5$.

J a v o b : (5; −2), (−2; 5). ▲

3- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 + 4xy - 2y^2 = -29, \\ 3x - y - 6 = 0. \end{cases}$$

△ Bu sistemani o'rniga qo'yish usuli bilan yechamiz:

$$y = 3x - 6,$$
$$x^2 + 4x(3x - 6) - 2(3x - 6)^2 = -29.$$

Bu tenglamani soddalashtirib, quyidagini hosil qilamiz: $5x^2 - 48x + 43 = 0$, bundan $x_1 = 1$, $x_2 = 8{,}6$. x ning qiymatini $y = 3x - 6$ formulaga qo'yib, $y_1 = -3$, $y_2 = 19{,}8$ ekanini topamiz.

J a v o b : (1; −3), (8,6; 19,8). ▲

4- m a s a l a . Tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

△ Sistemaning birinchi tenglamasini bunday yozamiz:

$$(x - y)(x + y) = 16.$$

Bunga $x - y = 2$ ni qo'yib, $x + y = 8$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib,

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

Bu sistemani qo'shish usuli bilan yechib, $x = 5$, $y = 3$ ekanini topamiz.

J a v o b : (5; 3). ▲

355. Ikki noma'lumli birinchi darajali tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 2y + x = 14; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 5y = 9, \\ 3y - 2x = -5; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x + y + 4 = 0, \\ 4y + 8x - 4 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 3y + 8 = 0, \\ 4x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

Tenglamalar sistemasini yeching **(356—360):**

356. 1) $\begin{cases} y = x + 6, \\ x^2 - 4y = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2 - y, \\ y^2 + x = 32; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x + y^2 = 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} y - 3x = 2, \\ x^2 - 2y = 3; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = 4 - y, \\ x^2 + y = 4; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y - 4x = 5, \\ y^2 + 2x = -1. \end{cases}$

357. 1) $\begin{cases} x^2 + xy = 2, \\ y - 3x = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 19, \\ x - y = 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x - y = 3; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 + y^2 = 8. \end{cases}$

358. 1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 7, \\ x + y = 8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 12, \\ xy = 11; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = -7, \\ xy = 10; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} xy = 2, \\ x + y = 3; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x + y = -11, \\ xy = 18. \end{cases}$

359. 1) $\begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 - y^2 = 14; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 - y^2 = 15; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ x + y = 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + y = -3, \\ x^2 - y^2 = -3; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7, \\ x + y = 7. \end{cases}$

360. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=17, \\ xy=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=10, \\ x^2+y^2=29; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} xy=3, \\ x^2+y^2=10; \end{cases}$

4) $\begin{cases} xy=5, \\ x^2+y^2=26; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ xy=12; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2+y^2=50, \\ xy=7. \end{cases}$

361. Ikki sonning yig‘indisi 18 ga, ularning ko‘paytmasi esa 65 ga teng. Shu sonlarni toping.

362. Ikki sonning o‘rta arifmetigi 20 ga, ularning o‘rta geometrigi esa 12 ga teng. Shu sonlarni toping.

363. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} x=2y=-3, \\ y^2-2x=3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=6, \\ xy=-7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2-y^2=21, \\ x+y=7. \end{cases}$

364. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} x-y=2, \\ xy=3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=3, \\ xy=4; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x^2-y^2=46, \\ xy=10; \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x-y)^2=4, \\ x+y=6; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2-y^2=0, \\ 4+xy=0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x+y=4, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1. \end{cases}$

365. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi maydonni 1 km uzunlikdagi devor bilan o‘rab olish kerak. Agar maydonning yuzi 6 ga bo‘lsa, uning bo‘yi va eni qanday bo‘lishi kerak?

V bobga doir mashqlar

Tenglamani yeching **(366—368):**

366. 1) $x^2-12=0;$ 2) $x^2-50=0;$ 3) $\frac{1}{3}x^2+2x=0;$

4) $3x-\frac{2}{5}x^2=0;$ 5) $x^2-48=0;$ 6) $2x-\frac{1}{2}x^2=0.$

367. 1) $x^2+4x-45=0$; 2) $x^2-9x-52=0$;

3) $3x^2-7x-40=0$; 4) $5x^2+17x-126=0$.

368. 1) $4x^2-2x-3=0$; 2) $9x^2-3x-4=0$;

3) $4x^2-8x-1=0$; 4) $3x^2+4x-1=0$.

369. Tenglamani yechmasdan, u nechta haqiqiy ildizga ega ekanini aniqlang:

1) $x^2-5x+6=0$; 2) $5x^2+7x-8=0$;

3) $25x^2-10x+1=0$; 4) $9x^2+30x+25=0$.

370. Kvadrat uchhadni ko‘paytuvchilarga ajrating:

1) $x^2+12x+30$; 2) $x^2-10x+16$; 3) $2x^2+x-1$;

4) $2x^2-3x-2$; 5) x^2+8x+7; 6) $2x^2-3x+1$.

371. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{x^2-9}{x+3}$; 2) $\frac{x^3+4x^2+4x}{x+2}$; 3) $\frac{16x^2-24x+9}{4x^2+5x-6}$;

4) $\frac{25x^2+10x+1}{5x^2-14x-3}$; 5) $\frac{x^2-25}{x-5}$; 6) $\frac{x^2+5x+6}{x+3}$.

Tenglamani yeching **(372—373):**

372. 1) $x^4-9x^2+20=0$; 2) $x^4-11x^2+18=0$;

3) $2x^4-5x^2+2=0$; 4) $5x^4-16x^2+3=0$.

373. 1) $\frac{x}{x-2}+\frac{3}{x}=\frac{3}{x-2}$; 2) $\frac{x^2}{x^2+3x}+\frac{2+x}{x+3}=\frac{5-x}{x}$;

3) $\frac{y+3}{y^2-y}+\frac{6-y}{1-y^2}=\frac{y+5}{y+y}$; 4) $\frac{y+4}{y-4}+\frac{y}{4-y}=2-\frac{4}{y}$.

374. Yig‘indisi 3 ga, kvadratlarining yig‘indizi esa 5 ga teng bo‘lgan ikkita son toping.

375. Ayirmasi 1 ga, kvadratlarining yig‘indisi $3\frac{2}{9}$ ga teng bo‘lgan ikkita son toping.

376. To‘g‘ri to‘rtburchakning bir tomoni ikkinchisidan 5 m ortiq, uning yuzi esa 84 m^2 ga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini toping.

377. To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi 675 sm^2 ga teng. Agar to‘g‘ri to‘rtburchak tomonlaridan biri ikkinchisidan 30 sm kichik bo‘lsa, uning tomonlarini toping.

378. Mi-6 vertolyotining havoga nisbatan tezligi 300 km/soat. U 224 km masofani ikki marta uchib o‘tdi: birinchi marta shamol yo‘nalishi bo‘yicha, ikkinchi marta shamol yo‘nalishiga qarshi. Agar vertolyot shamolga qarshi uchganda shamol yo‘nalishi bo‘yicha uchgandagiga qaraganda 6 min ko‘p vaqt sarflagan bo‘lsa, shamolning tezligini aniqlang.

379. Velosipedchining yo‘lning birinchi yarmidagi tezligi uning ikkinchi yarmidagi tezligidan 3 km/soat ortiq bo‘ldi. Agar velosipedchi 90 km li barcha yo‘lni 5,5 soatda bosib o‘tgan bo‘lsa, u yo‘lning ikkinchi yarmini qanday tezlik bilan bosib o‘tgan?

380. Daraxt o‘tqazishda ikki guruh ishladi. Birinchi guruh har kuni ikkinchisiga qaraganda 400 tup ortiq daraxt o‘tqazib, hammasi bo‘lib 2700 tup daraxt o‘tqazdi. Ikkinchi guruh 2 kun ortiq ishladi va 2500 tup daraxt o‘tqazdi. Har bir guruh daraxt o‘tqazishda necha kundan ishlagan?

381. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} x + y = 1, \\ xy = -6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 3y = 10, \\ xy = 3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 2y = -7, \\ xy = -6; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = -7, \\ xy = 12; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 200, \\ x + y = 20; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ x - y = 1; \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41, \\ y - x = 1; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x + y = 1, \\ y^2 - x^2 = 13. \end{cases}$

O‘ZINGIZNI TEKSHIRIB KO‘RING!

1. Tenglamani yeching:

1) $3x^2 = 0$; 2) $(x+1)(x-1) = 0$;

3) $4x^2 - 1 = 0$; 4) $3x^2 = 5x$;

5) $4x^2 - 4x + 1 = 0$; 6) $x^2 - 16x - 17 = 0$;

7) $0,3x^2 + 5x = 2$; 8) $x^2 - 4x + 5 = 0$.

2. Ko‘paytuvchilarga ajrating:
1) $x^2 + x - 6$; 2) $2x^2 - x - 3$; 3) $x^2 - 6x + 9$.

3. Masalani yeching.
Qishloqlar orasidagi 36 km masofani bir velosipedchi ikkinchisidan 1 soat tezroq bosib o‘tadi. Agar velosipedchilardan birining tezligi ikkinchisinikidan 3 km/soat ortiq ekani ma’lum bo‘lsa, har bir velosipedchining tezligini toping.

4. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 72, \\ x + y = 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy = 1, \\ x^2 + y^2 = 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$

Tenglamani yeching **(382—384):**

382. 1) $3x(x-2) = x - 4$; 2) $\frac{x^2-2}{6} - \frac{1-x}{2} = \frac{x-5}{6}$.

383. 1) $2x(x-2) = (x+1)^2 - 9$; 2) $5x(x-4) = (x-8)^2 - 65$;

3) $\frac{(x+2)^2}{3} - \frac{(x+1)^2}{2} = 1$; 4) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{5} = 4$.

384. 1) $(x-5)(x-6) = 30$; 2) $(x+2)(x+3) = 6$;

3) $(x-1)(x-4) = 3x$; 4) $(x-2)(x+8) = 6x$.

385. x ning qanday qiymatlarida $x^2 + 3x - 88$ ifodaning qiymati: 1) 0 ga; 2) 20 ga; 3) -18 ga; 4) -70 ga teng bo‘ladi?

386. Agar:

1) $a = 3, b = 1, c = -4$; 2) $a = 5, b = 2, c = 3$;

3) $a = 25, b = -10, c = 1$; 4) $a = 1, b = 0, c = -25$

bo‘lsa, $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglama nechta haqiqiy ildizga ega bo‘ladi?

387. Tenglamani yeching:

1) $\frac{12x+4}{x^2+2x-3} = \frac{3x-2}{x-1} - \frac{2x+3}{x+3}$; 3) $\frac{x+34}{x^2-8x+7} = \frac{2x-3}{x-7} - \frac{x+5}{x-1}$.

2) $\frac{5}{x^2-4} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-3x+2} - \frac{20}{x^2+3x+2}$.

388. Firma ma’lum muddatda 5 400 juft poyabzal tayyorlashi kerak. Aslida u kuniga mo‘ljaldagidan 30 juft ortiq mahsulot tayyorladi va buyurtmani muddatidan 9 kun oldin bajardi. Buyurtma necha kunda bajarilgan?

389. Ikki sayyoh velosipedlarida *A* qishloqdan *B* qishloqqa qarab har xil yo‘ldan jo‘nadi. Birinchisi 30 km, ikkinchisi esa 20 km yurishi kerak edi. Birinchi sayyohning tezligi ikkinchisinikidan 3 km/soat ortiq. Biroq ikkinchi sayyoh *B* ga birinchiga qaraganda 20 min oldin yetib keldi. Har bir sayyoh yo‘lda qancha vaqt bo‘lgan?

390. Ishchilarning ikki guruhi yo‘lni ta’mirlashni 4 soatda tugatdilar. Agar avval birinchi guruh yo‘lning yarmini, so‘ngra esa ikkinchisi qolgan qismini ta’mirlaganida edi, barcha ta’mirlash ishlari 9 soatda tugallangan bo‘lar edi. Yo‘lni har bir guruh alohida-alohida qancha vaqtda ta’mirlaydi?

391. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y - x = 4, \\ 3x^2 - y + 2x = -1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x-1)(y-1) = 3, \\ (x+2)(y+2) = 24; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 101, \\ xy = 10. \end{cases}$

392. $x_1 = -3$ son $5x^2 + 12x + q = 0$ tenglamaning ildizi bo‘lsin. Tenglamaning ikkinchi ildizi x_2 ni toping.

V bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Tenglamani yeching: $x^2 = 64$.

A) $x_{1,2} = \pm 8$; C) $x = -8$;
B) $x = 8$; D) $x = 32$.

2. Tenglamani yeching: $x^2 - 11 = 0$.

A) $x = \sqrt{11}$; C) $x = -\sqrt{11}$;
B) $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; D) $x = \frac{11}{2}$.

3. Tenglamani yeching: $3x^2 = 48$.

A) $x = 4$; C) $x_{1,2} = \pm 4$;
B) $x = -4$; D) $x = 8$.

4. Tenglamani yeching: $x^2 = 5x$.

A) $\varnothing$; C) $x = 0$;
B) $x = 2{,}5$; D) $x_1 = 0$, $x_2 = 5$.

5. Tenglamani yeching: $x^2 + 9x = 0$.

A) $x_1 = 0$, $x_2 = -9$; C) $x_{1,2} = 9$;
B) $x_{1,2} = \pm 3$; D) $x_1 = 9$, $x_2 = 0$.

6. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 + x - 6 = 0$.

A) $x_1 = -3$, $x_2 = 2$; C) $x_{1,2} = \pm 6$;
B) $x_1 = 3$, $x_2 = -2$; D) $x_1 = -2$; $x_2 = -3$.

7. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 + 7x + 6 = 0$.

A) $x_1 = 1, x_2 = -1$; C) $x_1 = -7, x_2 = -6$;
B) $x_1 = -6, x_2 = -1$; D) $x_1 = -1, x_2 = -5$.

8. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 + x + 1 = 0$.

A) $x_1 = 0, x_2 = 1$; C) $\varnothing$;
B) $x_{1,2} = \frac{\sqrt{-3}}{2}$; D) $x_{1,2} = \pm\sqrt{-3}$.

9. Kvadrat tenglamani yeching: $x^2 - 7x + 10 = 0.$

A) $x_1 = -2, x_2 = 2;$ C) $x_1 = 5, x_2 = 1;$

B) $x_1 = -5, x_2 = 2;$ D) $x_1 = 2, x_2 = 5.$

10. Kvadrat tenglamani yeching: $6x^2 - 5x + 1 = 0.$

A) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2};$ C) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{3};$

B) $x = \frac{1}{6};$ D) $x = -\frac{1}{3}.$

11. Kvadrat tenglamani yeching: $12x^2 + 7x + 1 = 0.$

A) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4};$ C) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{4};$

B) $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4};$ D) $x = \frac{1}{7}.$

12. Tenglamani yeching: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$

A) $x_{1,2} = \pm 4, x_{3,4} = 1;$ C) $x_1 = 1, \ x_2 = 4;$

B) $x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm 2;$ D) $x_{1,2} = \pm 1.$

13. Tenglamani yeching: $x^4 - 4x^2 - 5 = 0.$

A) $x_{1,2} = -\sqrt{5}, x_{3,4} = 1;$ C) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5};$

B) $x_{1,2} = 5;$ D) $\varnothing.$

14. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 4. \end{cases}$

A) $x = -4, y = -1;$ C) $x = 4, y = -1;$

B) $x = 1, y = -4;$ D) (1; 4) va (4;1).

15. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$

A) $x = 3, y = 1;$ C) $x = 4, y = 0;$

B) $x = 5, y = -1;$ D) $x = 1, y = 3.$

16. Ikki sonning ayirmasi 3 ga, ularning ko‘paytmasi 28 ga teng. Shu sonlarni toping.

A) 7 va 4; B) 5 va 2; C) 14 va 2; D) 11 va 8.

17. To‘g‘ri to‘rtburchakning perimetri 30 m ga, yuzi esa 56 m^2 ga teng. Uning bo‘yi enidan necha metr uzun?

A) 1,2 m; B) 1 m; C) 2 m; D) 2,5 m.

18. 60 km masofani bir velosipedchi ikkinchisiga qaraganda 1 soat tezroq bosib o‘tdi. Agar birinchi velosipedchining tezligi ikkinchisining tezligidan 5 km/soat kam bo‘lsa, har bir velosipedchining tezligini toping.

A) 20 km/soat, 25 km/soat; B) 10 km/soat, 15 km/soat;
C) 15 km/soat, 20 km/soat; D) 12 km/soat, 17 km/soat.

Tarixiy masalalar

Al-Xorazmiyning „Al-jabr val-muqobala“ asaridan olingan tenglamalar va tenglamalar sistemasini yeching **(1—35):**

1. $x^2 + 10x = 39.$ **2.** $x^2 + 5x = 24.$

3. $x^2 + 10x = 56.$ **4.** $x^2 + (10 - x)^2 = 58.$

5. $\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right) = 20.$ **6.** $4x(10 - x) = x^2.$

7. $\frac{25}{9}x^2 = 100.$ **8.** $x^2 + 21 = 10x.$

9. $3x + 4 = x^2.$ **10.** $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} = x + 24.$

11. $\frac{10-x}{x} + \frac{x}{10-x} = 2\frac{1}{6}.$ **12.** $100 + x^2 - 20x = 81x.$

13. $30x = 100 + x^2.$ **14.** $4x \cdot 5x = 2x^2 + 36.$

15. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}.$ **16.** $\sqrt{x^2 - x} + x = 2.$

17. $13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2.$ **18.** $(10 - x)^2 - x^2 = 40.$

19. $(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54.$

20. $\frac{1}{2} \cdot \frac{5x}{10-x} + 5x = 50.$ **21.** $x^2 + 20 = 12x.$

22. $\left(\frac{x}{3}+1\right)\left(\frac{x}{4}+2\right)=x+13.$

23. $x^2+x=\frac{3}{4}.$

24. $\left(x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-4\right)^2=x+12.$

25. $\left(x-\left(\frac{x}{3}+3\right)\right)^2=x.$

26. $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}x^2=\frac{1}{7}x.$

27. $\frac{x^2-4x}{3}=4x.$

28. $(x^2-3x)^2=x^2.$

29. $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{5}x^2=\frac{4}{5}x.$

30. $10x=(10-x)^2.$

31. $\begin{cases}x+y=10,\\ xy=21.\end{cases}$

32. $\begin{cases}x+y=10,\\ x^2-y^2=x-y+54.\end{cases}$

33. $\begin{cases}x+y=10,\\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=2\frac{1}{6}.\end{cases}$

34. $\begin{cases}x+y=10,\\ y^2=8x.\end{cases}$

35. $\begin{cases}x+y=10,\\ x^2=4xy.\end{cases}$

Abu Komil masalasi. Tenglamani yeching:

$$\frac{x}{10-x}+\frac{10-x}{x}=\sqrt{5}\,.$$

Evklid masalasi. $(1-x):x=x:1$ tenglamani yeching.

Bobil bitiklaridagi masala:

Ikkita kvadratning yuzlari yig‘indisi $25\frac{5}{12}$ ga teng. Ikkinchi kvadrat tomoni birinchi kvadrat tomonining $\frac{2}{3}$ qismidan 5 birlik ortiq. Kvadrat tomonlarini toping.

Umar Xayyom (1048—1131) *masalasi.*

$\frac{1}{x^2}+2\cdot\frac{1}{x}=1\frac{1}{4}$ tenglamani yeching.

Diofantning „Arifmetika" kitobidagi masala: „Ikki sonning yig'indisi 20 ga, ular kvadratining yig'indisi esa 208 ga teng. Shu sonlarni toping".

Tarixiy ma'lumotlar

Abu Abdulloh Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783—850) xalqimizning buyuk olimlaridan biri. U o'zining „Al-kitob al-muxtasar fi hisob al-jabr val-muqobala" (qisqacha: „Al-jabr val-muqobala") asari bilan algebra faniga asos soldi. Asarning 1342- yili ko'chirilgan arabcha nusxasi Oksford universitetining Bodleyan kutubxonasida saqlanadi. Al-Xorazmiy kitobni yozishdan maqsadini shunday bayon etadi: „... Men arifmetikaning oddiy va murakkab masalalarini o'z ichiga oluvchi „Al-jabr val-muqobala hisobi haqida qisqacha kitob"ni ta'lif qildim, chunki meros taqsim qilishda, vasiyatnoma tuzishda, mol taqsimlashda, adliya ishlarida, savdoda va har qanday bitimlarda, shuningdek, yer o'lchashda, ariqlar o'tkazishda, muhandislikda va boshqa shunga o'xshash turlicha ishlarda kishilar uchun bu zarurdir". Algebrada „uch xil son (miqdor) bilan ish ko'riladi", — deydi al-Xorazmiy. Ular: ildiz (tenglamadagi noma'lum son x), kvadrat (x^2) va oddiy sonlar (tenglamadagi ozod hadlar).

Al-Xorazmiy shu uchta miqdorlar orasidagi munosabatlarni o'rganadi. U tenglamalarni quyidagi sinflarga ajratadi:

1) $ax^2 = bx$ — kvadratlar ildizlarga teng;
2) $ax^2 = c$ — kvadratlar songa teng;
3) $bx = c$ — ildizlar songa teng;
4) $ax^2 + bx = c$ — kvadratlar va ildizlar songa teng;
5) $ax^2 + c = bx$ — kvadratlar va son ildizlarga teng;
6) $bx + c = ax^2$ — ildizlar va son kvadratlarga teng.

Al-Xorazmiy „Al-jabr val-muqobala" asarida 4-, 5-, 6- tenglamalarni yechishning geometrik usullarini beradi. Olim al-jabr va al-muqobala amallari (almashtirishlari) yordamida har qanday kvadrat tenglama yuqoridagi 6 ta ko'rinishdan biriga keltirilishini isbotlaydi.

VI BOB TAQRIBIY HISOBLASHLAR

33- §. MIQDORLARNING TAQRIBIY QIYMATLARI. YAQINLASHISH XATOLIGI

Amaliy masalalarni yechishda ko‘pincha *turli miqdorlarning taqribiy qiymatlari* bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Taqribiy qiymatlar, odatda, ko‘p miqdordagi narsalarni, masalan, o‘rmondagi daraxtlar sonini sanashda; asboblar yordamida turli kattaliklarni, masalan, uzunlik, massa, temperaturani o‘lchashda; sonlarni yaxlitlashda hosil qilinadi.

Bir necha misollar qaraymiz:

1) Mustaqil O‘zbekistonning birinchi pochta markasi o‘zbek shoirasi Mohlaroyim Nodiraga bag‘ishlangan bo‘lib, 2 million nusxada muomalaga chiqarildi;

2) sinfda 36 nafar o‘quvchi bor;

3) O‘zbekistonda 10 000 dan ortiq umumta’lim maktablari, litseylar, kollejlar bor;

4) Navoiy—Nukus temiryo‘lining uzunligi 342 km;

5) ishchi kassadan 70 600 so‘m pul oldi;

6) so‘nggi yillarda O‘zbekistonda g‘alla ekini maydonlari 300 ming gektarga ko‘paydi;

7) Toshkentdan Buxorogacha bo‘lgan masofa 500 km;

8) bir kilogramm bug‘doyda 30 000 dona bug‘doy doni bor;

9) Yerdan Quyoshgacha bo‘lgan masofa $1{,}5\cdot 10^8$ km;

10) O‘zbekiston Respublikasi Davlat bayrog‘ida 12 ta yulduz bor.

2, 5, 10- misollarda miqdorlarning qiymatlari aniq, qolgan hollarda esa taqribiy.

1- m a s a l a . O‘quvchilardan biri maktabda nechta o‘quvchi o‘qishi haqidagi savolga „1000 ta“ deb javob berdi, ikkinchi o‘quvchi esa aynan shu savolga „950 ta“ deb javob berdi. Agar maktabda 986 nafar o‘quvchi o‘qisa, kimning javobi aniqroq?

△ Birinchi o‘quvchi 14 taga, ikkinchisi esa 36 taga adashdi. Demak, birinchi o‘quvchining javobi aniqroq. ▲

Shuni ta'kidlaymizki, birinchi holda o'quvchilar sonining aniq va taqribiy qiymatlari orasidagi farq (ayirma) manfiy:

$$986-1000=-14,$$

ikkinchi holda esa musbat:

$$986-950=36.$$

Amaliy jihatdan taqribiy qiymatning aniq qiymatdan u yoki bu tomonga chetlashishini, ya'ni aniq qiymat bilan taqribiy qiymat orasidagi ayirmaning modulini (absolut qiymatini) bilish muhimdir.

(!) Miqdorning aniq qiymati bilan uning taqribiy qiymati orasidagi ayirmaning moduli *yaqinlashishning absolut xatoligi* deyiladi.

Shunday qilib, agar a — aniq qiymati x ga teng bo'lgan miqdorning taqribiy qiymati bo'lsa, u holda absolut xatolik

$$|x-a|$$

ga teng bo'ladi.

Yaqinlashishning absolut xatoligi ko'pincha oddiygina qilib *xatolik* deyiladi.

2 - m a s a l a . Uchburchak burchaklari yig'indisini transportir yordamida topishda 182° natija hosil qilindi. Bu yaqinlashishning absolut xatoligi qanday?

△ Uchburchak burchaklari yig'indisining aniq qiymati 180° ga teng, taqribiy qiymati 182° ga teng. Shuning uchun absolut xatolik

$$|180^\circ-182^\circ|=|-2^\circ|=2^\circ$$

ga teng. ▲

3 - m a s a l a . $\frac{3}{7}$ sonining 0,43 o'nli kasrga yaqinlashish xatoligini toping.

$$\triangle\ \left|\frac{3}{7}-0{,}43\right|=\left|\frac{3}{7}-\frac{43}{100}\right|=\left|\frac{300-301}{700}\right|=\left|-\frac{1}{700}\right|=\frac{1}{700}.\ \blacktriangle$$

Mashqlar

393. Misollarda keltirilgan sonlardan qaysilari miqdorlarning aniq qiymatlari, qaysilari esa taqribiy qiymatlari bo‘ladi:
1) bitta obi non 500 so‘m turadi;
2) 12 varaqli daftar 60 so‘m turadi va qalinligi 3 mm;
3) bir yilda avtomobil zavodi 200 mingta avtomobil ishlab chiqaradi?

394. O‘quvchi kitob enini masshtabli chizg‘ich bilan o‘lchashda 16,2 sm dan 16,4 sm gacha oraliqdagi natijani hosil qildi.
1) Kitob enining aniq qiymatini aytish mumkinmi?
2) Kitob enining bir nechta taqribiy qiymatini ko‘rsating.

395. $\frac{4}{9}$ sonining:

1) $\frac{6}{13}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $0,3$; 4) $0,44$; 5) $0,43$; 6) $0,45$.

soniga yaqinlashishining absolut xatoligini toping.

396. Quyidagi sonlarning yaqinlashish xatoligini toping:
1) 0,1975 sonining 0,198 soni bilan;
2) −3,254 sonining −3,25 soni bilan;
3) $-\frac{8}{17}$ sonining $-\frac{1}{2}$ coni bilan;
4) $\frac{22}{7}$ sonining 3,14 soni bilan.

397. a son x sonning taqribiy qiymati bo‘lsin. Agar
1) $x = 5,346$, $a = 5,3$; 2) $x = 4,82$, $a = 4,9$;
3) $x = 15,9$, $a = 16$; 4) $x = 25,08$, $a = 25$
bo‘lsa, yaqinlashish xatoligini toping.

398. To‘rtburchak ichki burchaklarining yig‘indisi 360° ga tengligi ma’lum. To‘rtburchak ichki burchaklarining yig‘indisini transportir yordami bilan topishda 363° natija hosil qilindi. Shu yaqinlashishning xatoligi nimaga teng?

399. $y = 7x + 9$ va $y = 1$ to‘g‘ri chiziqlar grafiklari yordamida bu to‘g‘ri chiziqlar abssissasi -1 ga teng bo‘lgan nuqtada kesishishi aniqlandi. Shu yaqinlashishning xatoligi nimaga teng?

400. 0,33 o‘nli kasr $\frac{1}{3}$ sonining absolut xatoligi 0,01 dan kichik taqribiy qiymati bo‘lishi to‘g‘rimi?

34- §. XATOLIKNI BAHOLASH

Ko‘pgina hollarda miqdorlarning aniq qiymatlari noma’lum bo‘ladi, shuning uchun yaqinlashishning absolut xatoligini topish mumkin bo‘lmaydi. Shunday bo‘lsa-da, ko‘pincha, agar ortig‘i bilan va kami bilan yaqinlashishlar ma’lum bo‘lsa, *absolut xatolikni baholash* mumkin bo‘ladi.

1- m a s a l a. Xona termometrida suyuqlik ustunchasining yuqori oxiri 21 bilan 22 °C belgilari orasida turibdi. Temperaturaning taqribiy qiymati sifatida 21,5 soni olindi. Yaqinlashishning absolut xatoligini baholang.

△ t temperaturaning aniq qiymati noma’lum, biroq

$$21 \leq t \leq 22$$

deb tasdiqlash mumkin.

Temperaturaning aniq qiymati bilan taqribiy qiymati orasidagi ayirmani, ya’ni $t-21{,}5$ ayirmani baholash uchun bu qo‘sh tengsizlikning har bir qismidan 21,5 sonini ayiramiz.

$-0{,}5 \leq t-21{,}5 \leq 0{,}5$ ni, ya’ni $|t-21{,}5| \leq 0{,}5$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib, absolut xatolik 0,5 dan katta emas. ▲

Bu holda temperatura 0,5 gacha aniqlikda o‘lchangan deyiladi va bunday yoziladi:

$$t = 21{,}5 \pm 0{,}5.$$

Umuman, agar a son x sonning taqribiy qiymati va $|x-a| \leq h$ bo‘lsa, u holda x son a songa h gacha aniqlik bilan teng deyiladi va bunday yoziladi:

$$\boxed{x = a \pm h.} \qquad (1)$$

$|x - a| \le h$ tengsizlik

$$a - h \le x \le a + h \tag{2}$$

qo‘sh tengsizlikning xuddi o‘zini anglatishini eslatib o‘tamiz.

Masalan, $x = 2{,}43 \pm 0{,}01$ yozuv x son 2,43 ga 0,01 gacha aniqlikda tengligini, ya’ni $2{,}43 - 0{,}01 \le x \le 2{,}43 + 0{,}01$ yoki $2{,}42 \le x \le 2{,}44$ ekanini bildiradi.

2,42 va 2,44 sonlari x sonning, mos ravishda, kami bilan va ortig‘i bilan olingan taqribiy qiymatlari bo‘ladi.

Odatda 1- masalada qaralgan temperatura o‘lchashda, temperaturaning taqribiy qiymati sifatida 21 yoki 22 °C olinadi. Bu holda har bir yaqinlashishning absolut xatoligi 1 °C dan oshmaydi. Shuning uchun, odatda bo‘limlari oralig‘i 1 °C dan bo‘lgan termometr yordamida temperatura o‘lchanganda o‘lchash 1 °C gacha aniqlik bilan olib boriladi, deb hisoblanadi.

Shunga o‘xshash boshqa o‘lchov asboblari uchun ham *o‘lchash aniqligi,* odatda asbobning eng kichik bo‘limi bo‘yicha hisoblanadi. Masalan, uzunlik mikrometr bilan 0,01 mm gacha aniqlikda o‘lchanadi, temperatura tibbiyot termometri bilan 0,1 °C gacha aniqlikda o‘lchanadi, sekund mili bo‘lgan qo‘l soati vaqtni 1 sekundgacha aniqlikda ko‘rsatadi.

Shunday qilib, o‘lchash xatoligi miqdor qanday asbob bilan o‘lchanayotganiga bog‘liq. Yaqinlashish xatoligi qancha kichik bo‘lsa, o‘lchov asbobi shuncha aniq bo‘ladi.

Taqribiy qiymatlardan ko‘pincha oddiy kasrlarni o‘nli kasrlarga almashtirishda foydalaniladi.

2- m a s a l a. 0,43 soni $\frac{13}{30}$ kasrning 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati ekanini isbotlang.

△ Bunda

$$\left|\frac{13}{30} - 0{,}43\right| \le 0{,}01$$

ekanini isbotlash talab etiladi. Ayirmani hisoblaymiz:

$$\frac{13}{30} - 0{,}43 = \frac{13}{30} - \frac{43}{100} = \frac{130-129}{300} = \frac{1}{300}.$$

Demak, $\left|\frac{13}{30}-0,43\right|=\frac{1}{300}$; $\frac{1}{300}\le 0,01$ bo‘lgani uchun $\left|\frac{13}{30}-0,43\right|\le 0,01$ bo‘ladi. ▲

Mashqlar

401. Quyidagi yozuv nimani anglatadi:

1) $x = 3,9 \pm 0,2$;	2) $x = 0,4 \pm 0,15$;	3) $x=\frac{1}{3}\pm\frac{1}{10}$;
4) $x = 0,73 \pm 0,01$;	5) $x = -135 \pm 1$;	6) $x=-2\frac{1}{5}\pm\frac{1}{10}$;
7) $x = -1 \pm 0,1$;	8) $x = 9,5 \pm 0,2$;	9) $x = -3,2 \pm 0,01$.

402. Qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing:

1) $x = 11 \pm 0,5$; 2) $m = 142 \pm 1$; 3) $l = 3,7 \pm 0,1$;
4) $v = 900 \pm 5$; 5) $x = a \pm h$; 6) $y = m \pm n$.

403. 1) $x = 4 \pm 0,1$; 2) $x = 2,7 \pm 0,1$;
3) $x = -0,6 \pm 0,12$; 4) $x = -5,9 \pm 0,2$
ekani ma’lum. x sonning kami bilan va ortig‘i bilan olingan taqribiy qiymatlarini toping.

404. $x = 5,8 \pm 0,2$ bo‘lsin. Aniq qiymat quyidagiga teng bo‘lishi mumkinmi:
1) 5,9; 2) 6,001; 3) 6; 4) 5,81; 5) 5,75; 6) 5,6?

405. $x = 8,7 \pm 0,4$ bo‘lsin. x son quyidagiga teng bo‘lishi mumkinmi:
1) 8,222; 2) 8,4; 3) 9; 4) 9,5; 5) 9,3?

406. x sonning uning kami bilan va ortig‘i bilan yaqinlashishlarining o‘rta arifmetigiga teng taqribiy qiymatini ko‘rsating:

1) $20 \le x \le 22$;	2) $5 \le x \le 6$;	3) $4,5 \le x \le 4,8$;
4) $3,7 \le x \le 4,1$;	5) $2,81 \le x \le 2,83$;	6) $0,55 \le x \le 0,6$.

407. Isbotlang:
1) 2,7 soni 2,7356 sonining 0,5 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati;
2) 0,27 soni $\frac{11}{40}$ kasrning 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymati.

408. 4 soni 4,3 kasrning 0,5 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymati bo‘ladimi? 0,1 gacha aniqlikdagi-chi?

409. Optik va radiolokatsion o‘lchashlarga ko‘ra Merkuriyning diametri (4880 ± 2) km ga, Veneraning radiusi (6050 ± 5) km ga teng. O‘lchash natijalarini qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing.

410. Ishchi silindrning diametrini o‘lchash uchun 10,00; 10,04; 10,08 mm va hokazo 10,56 mm gacha diametrli tirqishlarga ega bo‘lgan moslamadan foydalanadi. Bunda o‘lchashlar aniqligi qanday?

411. Texnik nazorat bo‘limida silindr diametri 0,1 mm gacha aniqlikda o‘lchanadi. Ko‘rsatma bo‘yicha silindr diametri $167{,}8 \le d \le 168{,}2$ oraliqda bo‘lsa, u yaroqli hisoblanadi. Agar o‘lchash natijasida silindr diametri 168,1 mm ga teng bo‘lsa, texnik nazorat bo‘limi uni yaroqsiz deb topadimi?

35- §. SONLARNI YAXLITLASH

Sonlarni yaxlitlashdan fizika, matematika, texnikaning ko‘pgina amaliy masalalarida har xil kattalik (miqdor)larning taqribiy qiymatlari bilan ish ko‘rishda foydalaniladi.

Masalan, dengiz sathida va 45° kenglikda jismlarning erkin tushish tezlanishi 9,80665 m/s^2 ga teng. Odatda bu son o‘ndan birgacha yaxlitlanadi: 9,8. U bunday yoziladi: $g \approx 9{,}8$(o‘qiladi: g taqriban 9,8 ga teng).

(!) | $x \approx a$ yozuv a son x sonning taqribiy qiymati ekanini anglatadi.

1- m a s a l a. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi yer maydonining yuzi 25 m^2 ga, uning bo‘yi 8 m ga teng. Maydonning enini toping.

△ Maydonning eni l metr bo‘lsin, bu holda

$$l = 25 : 8 = 3{,}125.$$

J a v o b : 3,125 m. ▲

Amalda bunday natija, odatda, o‘ndan birgacha yaxlitlanadi, ya’ni $l \approx 3{,}1$ deb hisoblanadi.

Sonlarni yaxlitlash qoidasini quyidagi misolda qaraymiz. 3,647 sonini yuzdan birgacha yaxlitlash talab etilsin. Kami bilan yaxlitlash uchun oxirgi 7 raqamini tushirib qoldiramiz, natijada 3,64 ni hosil qilamiz. Ortig‘i bilan yaxlitlash uchun oxirgi 7 raqamini tushirib qoldirib, undan oldingi raqamni bir birlikka orttiramiz. Natijada 3,65 ni hosil qilamiz.

Birinchi holda yaxlitlashning absolut xatoligi

$$|3,647-3,64|= 0,007$$

ga, ikkinchi holda

$$|3,647-3,65|= 0,003$$

ga teng.

Ikkinchi holdagi yaqinlashish xatoligi birinchi holdagidan kam. Demak, qaralayotgan misolda ortig‘i bilan yaxlitlash ma’qul sanaladi.

Yaqinlashishning absolut xatoligi eng kam bo‘lishi uchun musbat sonlarni yaxlitlashda quyidagi qoidadan foydalaniladi.

Agar birinchi tushirib qoldiriladigan raqam 5 dan kichik bolsa, u holda kami bilan yaxlitlash kerak, agar bu raqam 5 dan katta yoki unga teng bo‘lsa, u holda ortig‘i bilan yaxlitlash kerak.

Masalan, o‘ndan birgacha yaxlitlashda

$$3,647 \approx 3,6, \quad 2,658 \approx 2,7$$

ni hosil qilamiz; yuzdan birgacha yaxlitlashda

$$0,6532 \approx 0,65, \quad 9,0374 \approx 9,04$$

ni hosil qilamiz.

2- m a s a l a. $\frac{2}{7}$ sonini shu songa 0,01 gacha aniqlikda teng bo‘lgan o‘nli kasr bilan almashtiring.

△ 2 ni 7 ga bo‘lish natijasini verguldan keyin uchta raqamli o‘nli kasr ko‘rinishida yozamiz:

$$\frac{2}{7} = 0,285\ldots .$$

Bu sonni yuzdan birgacha yaxlitlab, $\frac{2}{7} \approx 0,29$ ni hosil qilamiz. ▲

Bu masalani yechish uchun $\frac{2}{7}$ ning 0,01 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymatini topishda uning verguldan keyin uchta raqamini topish kerak bo‘ldi. Agar $\frac{2}{7}$ sonining 0,001 gacha aniqlikdagi taqribiy qiymatini topish talab qilinganda edi, u holda to‘rtta o‘nli raqamni topish kerak bo‘lar edi.

Mashqlar

412. Sonlarni navbat bilan 0,001, 0,01, 0,1 gacha, birliklargacha, o‘nliklargacha, yuzliklargacha, mingliklargacha yaxlitlang: 3285,05384; 6377,00753; 1234,5336.

413. 15,75 va 317,25 sonlarni birliklargacha kami va ortig‘i bilan yaxlitlang. Har bir yaxlitlashning absolut xatoligini toping.

414. Sonni 0,1 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida tasvirlang:

1) $\frac{13}{8}$; 2) $\frac{17}{25}$; 3) $\frac{39}{129}$; 4) $\frac{11}{3}$; 5) $\frac{5}{7}$; 6) $\frac{19}{11}$.

415. Sonni 0,01 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida tasvirlang:

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{7}{99}$; 3) $\frac{5}{19}$; 4) $1\frac{2}{3}$; 5) $2\frac{3}{11}$; 6) $5\frac{1}{14}$.

416. Sonni 0,001 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida tasvirlang:

1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{5}{13}$; 3) $2\frac{3}{11}$; 4) $7\frac{9}{14}$; 5) $3\frac{1}{7}$; 6) $1\frac{18}{19}$.

417. 0°C da vodorod molekulasining o‘rtacha harakat tezligi 1693 m/s ga teng. Bir o‘quvchi bu sonni 1690 m/s qilib, ikkinchisi esa 1700 m/s qilib yaxlitladi. Har bir yaxlitlashning absolut xatoligini toping. Qaysi holda yaqinlashish xatoligi kichik?

36- §. NISBIY XATOLIK

Ayni bir miqdorning turli yaqinlashishlari aniqligini taqqoslash uchun absolut xatolikdan foydalaniladi. Agar turli miqdorlarning yaqinlashishlari taqqoslansa, u holda absolut xatolik yetarli emas.

Masalan, Toshkentdan Samarqandgacha bo‘lgan masofa (300 ± 1) km ga teng. Qalamning uzunligi $(21,3 \pm 0,1)$ sm ga teng. Birinchi holda absolut xatolik 1 km dan ortiq emas, ikkinchi holda 1 mm dan ortiq emas. Xo‘sh, qalamning uzunligi Toshkentdan Samarqandgacha bo‘lgan masofaga qaraganda aniqroq o‘lchangan deyish mumkinmi?

Toshkentdan Samarqandgacha bo‘lgan masofani o‘lchashda 300 km ga 1 km dan ortiq bo‘lmagan absolut xatolikka yo‘l qo‘yilgan. Demak, xatolik o‘lchanayotgan kattalikning $\frac{1}{300}\cdot 100\% \approx 0,33\%$ ini tashkil etadi.

Qalamning uzunligini o‘lchashda 21,3 sm ga 0,1 sm dan ortiq bo‘lmagan absolut xatolikka yo‘l qo‘yilgan. Demak, bu holda xatolik o‘lchanayotgan kattalikning $\frac{0,1}{21,3}\cdot 100\% \approx 0,47\%$ ini tashkil etadi.

Shunday qilib, shaharlar orasidagi masofa qalamning uzunligiga qaraganda aniqroq o‘lchangan.

Yaqinlashish sifatini baholash uchun nisbiy xatolik tushunchasi kiritiladi.

(!) *Nisbiy xatolik deb miqdorning absolut xatoligining uning taqribiy qiymati moduliga nisbatiga aytiladi.*

Shunday qilib, agar a son x ning taqribiy qiymati bo‘lsa, u holda absolut xatolik $|x-a|$ ga teng, nisbiy xatolik esa $\frac{|x-a|}{|a|}$ ga teng. Nisbiy xatolik odatda protsent (foiz)larda ifodalanadi.

M a s a l a. Yer massasining taqribiy qiymati $(5,98 \pm 0,01)\cdot 10^{24}$ kg ga teng. Ov miltig‘i o‘qining massasi (9 ± 1) g ga teng. Qaysi o‘lchash aniqroq?

△ Har bir o‘lchashning nisbiy xatoligini baholaymiz:

1) $\frac{0,01\cdot 10^{24}}{5,98\cdot 10^{24}}\cdot 100\% \approx 0,2\%$; 2) $\frac{1}{9}\cdot 100\% \approx 11\%$.

Yer massasi aniqroq o‘lchangan. ▲

Mashqlar

418. Sonni birliklargacha yaxlitlang hamda yaxlitlashning absolut va nisbiy xatoliklarini toping:

1) 3,45; 2) 10,59; 3) 23,263; 4) 0,892; 5) 1,947.

419. 1) $\frac{1}{3}$ sonining 0,33 soni bilan; 2) $\frac{1}{7}$ sonining 0,14 soni bilan yaqinlashishining nisbiy xatoligini toping.

420. Qaysi o‘lchash aniqroq:

1) $a = (750 \pm 1)$ m mi yoki $b = (1{,}25 \pm 0{,}01)$ m mi;
2) $p = (10{,}6 \pm 0{,}1)$ s mi yoki $q = (1{,}25 \pm 0{,}01)$ s mi?

421. Har xil asboblar bilan bir vaqtda bug‘ temperaturasi o‘lchandi va birinchi holda $t = (104 \pm 1)$ °C, ikkinchi holda $t = (103{,}8 \pm 0{,}1)$ °C, uchinchi holda $t = (103{,}86 \pm 0{,}01)$ °C natijalar olindi. Har bir o‘lchashning nisbiy xatoligini baholang.

422. Ikki o‘quvchi uzunliklarni o‘lchashga doir amaliy ishlarni bajarishda (203 ± 1) mm va (120 ± 1) sm natijani hosil qildi. O‘quvchilardan qaysi biri ishni sifatli bajargan?

423. 1) x sonning taqribiy qiymati a ga teng. Yaqinlashishning nisbiy xatoligi 0,01 ga teng, ya’ni 1%. Agar $a = 2{,}71$ bo‘lsa, absolut xatolikni toping.
2) x sonning taqribiy qiymati b ga teng. Yaqinlashishning nisbiy xatoligi 0,001 ga teng, ya’ni 0,1%. Agar $b = 0{,}398$ bo‘lsa, absolut xatolikni toping.

424. Quyoshning massasi $(2 \cdot 10^{33} \pm 0{,}1 \cdot 10^{33})$ g. Bolalar to‘pining massasi $(2{,}5 \pm 0{,}1) \cdot 10^2$ g. Qaysi o‘lchash aniqroq?

37- §. SONNING STANDART SHAKLI

Fanda ko‘pgina masalalarni o‘rganishda juda katta sonlar bilan amallar bajarishga to‘g‘ri keladi. Masalan, yorug‘lik tezligi $c = 300\,000$ km/s. Yerdan Quyoshgacha bo‘lgan masofa 150 000 000 km, astronomiyada qabul qilingan uzunlik birligi 1 parsek 30 800 000 000 000 km va hokazo. Bu sonlarni ixcham ko‘rinishda yozish ular ustida amallarni elektron hisoblash mashinalarida amalga oshirishga imkon beradi. Lekin sonni ixcham ko‘rinishda turlicha yozish mumkin. Masalan, yorug‘lik tezligi c ni sekundiga $3 \cdot 10^8$ m, yoki $30 \cdot 10^7$, yoki $0{,}3 \cdot 10^9$ m ko‘rinishda ixcham yozish mumkin va hokazo. Bu yozuvlar ichida faqat birinchisigina *standart shakl* sifatida qabul qilingan. Buning ma’nosini tushuntiramiz.

Sonning standart shakli— bu uning $a{\cdot}10^n$ koʻrinishidagi yozilishidir, bunda $1 \le |a| < 10$, n — butun son; a shu sonning *mantissasi, n* uning *tartibi* deyiladi.

Masalan:

1) yorugʻlik tezligining standart shakli $c=3 \cdot 10^8$ m/s; bunda 3 mantissa, 8 esa uning tartibi;

2) $275=2{,}75 \cdot 10^2$; bunda 2,75 son 275 sonining mantissasi, 2 esa uning tartibi;

3) $-2753=-2{,}753 \cdot 10^3$; bunda $-2{,}753$ son -2753 sonining mantissasi, 3 esa uning tartibi.

Sonning tartibi katta sonlarni oʻzaro taqribiy solishtirishda ham ishlatiladi. Masalan, Yerdan Oygacha boʻlgan masofa $3{,}8 \cdot 10^5$ km, Yerdan unga eng yaqin boʻlgan Alfa Sentavr yulduzigacha boʻlgan masofa esa $4{\cdot}10^{13}$ km. Koʻrinib turibdiki, ikkinchi sonning tartibi 13, birinchi sonning tartibi 5. Bu esa ikkinchi son birinchisiga qaraganda 8 tartibga ortiq ekanini bildiradi.

Toshkent teleminorasining massasi $6 \cdot 10^6$ kg, Eyfel minorasining massasi esa $6{,}4 \cdot 10^6$ kg. Demak, bu minoralar massasi tartib jihatdan bir-biriga teng.

Algebrada quyidagi belgilashlar qabul qilingan:

$10^0=1,\ 10^{-1}=\frac{1}{10},\ 10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100},\ \ 10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}$ va hokazo.

Masalan:

1) $0{,}27=2{,}7\cdot\frac{1}{10}=2{,}7\cdot10^{-1}$; bu yerda 2,7 — sonning mantissasi, -1 — uning tartibi;

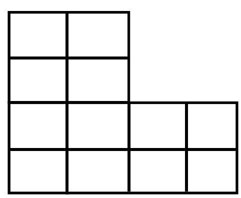
2) $-0{,}0275=-2{,}75\cdot\frac{1}{100}=-2{,}75\cdot10^{-2}$; bu yerda 2,75— sonning mantissasi, -2 — uning tartibi.

№ 6

1. BERILGAN SHAKLNI TENG IKKI QISMGA BOL1NG.

2. BERILGAN SHAKLNI TENG UCH QISMGA BOʻLING.

3. BERILGAN SHAKLNI TENG TOʻRT QISMGA BOʻLING.



Mashqlar

425. Sonni standart shaklda yozing:

1) kislorod atomining massasi:

$$\underbrace{0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0}_{22 \text{ ta nol}}2662 \text{ g;}$$

2) sovun pufakchasi pardasining qalinligi: 0,000 000 06 sm;
3) angstrem uzunlik o‘lchovi (molekular fizikada qo‘llaniladi): 0,000 000 1 sm;
4) suv molekulasining diametri: 0,000 000 03 sm.

Sonni standart shaklda yozing, uning ishorasini, mantissasini, tartib ishorasini va tartibini ayting **(426—427):**

426. 1) 35,801; 2) 430,24; 3) 5,2004; 4) 3 602,1;
5) 0,48 352; 6) 0,068 345; 7) 2 843154; 8) 12 345 678.

427. 1) —0,35; 2) —0,453; 3) —23,4578;
4) —450,102; 5) —87 654 321; 6) —3,54001;
7) —6814,1234; 8) —12 345,678; 9) −32,4598.

428. Hisoblang:
1) 1,6524 : 3,24; 2) 151,34 : 658; 3) 11,3336 : 248;
4) 0,8211 : 357; 5) 363,96 : 3,6; 6) 96,336 : 7,2.

429. Bo‘linmani 0,001 gacha aniqlik bilan hisoblang:
1) 39 : 286; 2) 87 : 124; 3) 1,7 : 58,3;
4) 1,9 : 38,7; 5) 97 : 140; 6) 79 : 105.

O‘ZINGIZNI TEKSHIRIB KO‘RING!

1. 1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{19}{37}$; 4) $\frac{15}{26}$ kasrni 0,01 gacha aniqlik bilan o‘nli kasr shaklida tasvirlang.

2. Sonni standart shaklda yozing: 44,301; 0,483; —0,25.

VI bobga doir mashqlar

430. Qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing:

1) $x = 12 \pm 0,3$; 2) $y = 23 \pm 1$; 3) $x = a \pm 1$;
4) $y = m \pm 0,1$; 5) $z = 1,8 \pm 0,01$; 6) $z = b \pm 0,2$.

431. Quyidagi sonni 0,01 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida tasvirlang:

1) $\frac{5}{11}$; 2) $\frac{3}{22}$; 3) $\frac{3}{13}$; 4) $\frac{2}{7}$; 5) $\frac{17}{24}$; 6) $\frac{5}{12}$.

432. Uzunligi $l = 0,25$ m, ko‘ndalang kesimining yuzi $S \approx 1,2 \cdot 10^2$ mm^2, solishtirma qarshiligi $\rho \approx 0,017\ \Omega \cdot$ mm^2/m bo‘lgan mis tayoqchaning qarshiligini hisoblang $\left(R = \frac{\rho l}{S}\right)$.

433. Agar $m = 7,6$ kg, $v = 4,2$ m/s bo‘lsa, jismning kinetik energiyasini

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

formula bo‘yicha hisoblang.

434. 20 sm li kesmani o‘lchashda 0,5 mm xatolikka yo‘l qo‘yildi, 1000 km masofani o‘lchashda esa xatolik 200 m ni tashkil qiladi. Qaysi o‘lchash aniqroq?

435. Aholisi 57 100 kishidan iborat bo‘lgan shaharda har bir qon guruhiga mansub kishilar qanchadan uchrashini aniqlash maqsadida tibbiy tadqiqot o‘tkazildi. Qoni I guruhga to‘g‘ri keladigan kishilar 32,9% ni, II guruhdagilar 35,8% ni, III guruhdagilar 23,2% ni va IV guruhdagilar 8,1% ni tashkil etishi aniqlandi. Har bir qon guruhidagi kishilardan shaharda nechtadan yashaydi?

VI bobga doir sinov mashqlari (testlar)

1. Sonning aniq qiymati 1,483, taqribiy qiymati 1,48 bo‘lsa, yaqinlashish xatoligini toping:

A) 0,003; B) 0,435; C) 1,335; D) 0,445.

2. Sonning aniq qiymati $\frac{8}{17}$, taqribiy qiymati $\frac{1}{2}$ bo‘lsa, yaqinlashish xatoligini toping:

A) $\frac{1}{33}$; B) $\frac{1}{34}$; C) $\frac{1}{35}$; D) $\frac{7}{15}$.

3. Qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing: $a = -1{,}8 \pm 0{,}2$.

A) $-2 < a < -1{,}6$; C) $-2 \le a \le -1{,}6$;

B) $-1{,}6 \le a \le -2$; D) $-2 \le a \le -1{,}82$.

4. Qo‘sh tengsizlik ko‘rinishida yozing: $a = 2{,}71 \pm 0{,}01$.

A) $2{,}7 < a < 2{,}72$; C) $2{,}7 \le a < 2{,}711$;

B) $-1{,}6 \le a \le -2$; D) $2{,}7 \le a \le 2{,}72$.

5. $\frac{8}{15}$ ni 0,01 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida yozing:

A) 0,53; B) 0,05; C) 0,61; D) 0,54.

6. $\frac{5}{14}$ ni 0,001 gacha aniqlikda o‘nli kasr ko‘rinishida yozing:

A) 0,357; B) 0,353; C) 0,456; D) 0,361.

7. Xonaning uzunligi $(5 \pm 0{,}02)$ m ga teng. O‘lchashning nisbiy xatoligini aniqlang:

A) 4%; C) 0,02%;

B) 0,4%; D) 0,05%.

8. Ikki qishloq orasidagi masofa (100 ± 1) km ga teng. O‘lchashning nisbiy xatoligini aniqlang:

A) 2%; B) 0,5%; C) 1%; D) 1,5%.

9. Sonni yuzdan birgacha yaxlitlang. Yaxlitlashning nisbiy xatoligini toping: 5,7635.

A) 5,76; 0,8%; C) 5,77; 0,08%;

B) 5,76; 0,9%; D) 5,76; 0,06%.

10. Sonni o‘ndan birgacha yaxlitlang. Yaxlitlashning nisbiy xatoligini toping: 2,2941.

A) 2,3; 0,26%; C) 2,3; 0,3%;

B) 2,2; 2,5%; D) 2,3; 0,4%.

11. Sonni standart shaklda yozing: 234,087.

A) $2{,}34087 \cdot 10^2$; C) $2{,}4 \cdot 10^2$;

B) $23{,}4087 \cdot 10$; D) $23{,}5 \cdot 10^2$.

12. Sonni standart shaklda yozing: 0,00000078.

A) $7{,}8 \cdot 10^7$; C) $78 \cdot 10^{-7}$;

B) $7{,}8 \cdot 10^{-7}$; D) $0{,}78 \cdot 10^{-5}$.

Tarixiy masalalar

1. $(1+a)^2 \approx 1+2a$ taqribiy formuladan foydalanib, hisoblang va xatolikni baholang:

1) $(1{,}01)^2$; 2) $(1{,}001)^2$; 3) $(0{,}99)^2$; 4) $(0{,}999)^2$.

2. Vakuumda yorug‘lik tezligini o‘lchash $299796\frac{\text{km}}{\text{s}}$ natijani berdi, bunda o‘lchash aniqligi $4\frac{\text{km}}{\text{s}}$ bo‘ldi. Nisbiy xatolikni toping.

3. Kishining soch tolasi yo‘g‘onligi $(0{,}15 \pm 0{,}005)$ mm ga teng. Yerdan Oygacha bo‘lgan masofa esa $(380\ 000 \pm 500)$ km ga teng. Qaysi o‘lchash aniqroq bajarilgan?

4. *Akmim papirusida:* „Uzunligi $r=5$ va $R=10$ radiusli aylanalar uzunliklarining o‘rta arifmetigiga teng doira yuzi shu radiusli doiralar yuzlarining o‘rta arifmetigiga teng“, deyilgan ekan. Bundagi absolut va nisbiy xatoliklarni toping.

Tarixiy ma'lumotlar

Qadimgi Misr va Bobilda topilgan matematik bitiklar kishilar juda qadim zamonlardan taqribiy hisoblashlarning ba'zi usullari bilan tanish ekanliklarini ko'rsatadi. 4000 yil oldinoq Bobil olimlari sonlarni ko'paytirish, kvadratga ko'tarish, teskari sonlar jadvallarini tuzish bilan bir qatorda, sonlardan kvadrat ildiz chiqarish jadvallarini ham tuzishgan. Ular natural sonlarning kvadrat ildizlari taqribiy qiymatlarini topa olganlar.

2-, 3- darajali tenglama ildizlarini taqribiy hisoblash usullarini Qadimgi Xitoy, O'rta Osiyolik olimlar topishgan.

Mirzo Ulugbek ilmiy maktabining olimlari astronomik jadvallar („Zij"lar) ni aniqroq tuzish uchun taqribiy hisoblashning yangi usullarini yaratganlar. Mirzo Ulug'bek akademiyasining yetakchi olimlaridan biri G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy esa „Aylana haqida risola" sida π sonining verguldan keyingi 17 ta xonasini aniq hisoblagan.

8- SINF ALGEBRA KURSINI TAKRORLASH UCHUN MASHQLAR

436. Hisoblang:

1) $\frac{27}{32}\cdot\frac{8}{162}\cdot\frac{72}{69}$;

2) $\frac{38}{147}\cdot\frac{91}{152}:\frac{65}{264}$;

3) $\left(\frac{5}{8}+\frac{7}{12}\right)\cdot\left(3\frac{23}{58}-2\frac{9}{58}\right)$;

4) $\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{9}\right)\cdot\left(2\frac{23}{56}-3\frac{15}{56}\right)$;

5) $34{,}17:1{,}7+(2\frac{3}{4}+0{,}15):\frac{4}{5}-23\frac{3}{8}$;

6) $5{,}86-3\frac{5}{6}\cdot\frac{15}{23}+\frac{15}{28}:4\frac{2}{7}$;

7) $\dfrac{12\frac{4}{5}\cdot3\frac{3}{4}-4\frac{4}{11}\cdot4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3}\cdot2\frac{4}{7}}$;

8) $\dfrac{5\frac{1}{7}\cdot5\frac{1}{4}+5\frac{5}{8}\cdot3\frac{1}{5}}{10\frac{5}{13}:1\frac{1}{26}}$.

437. Jism 4 km/soat tezlik bilan tekis harakat qilmoqda.

1) Shu jismning t soat davomida bosib o'tgan s yo'lini ifoda qiluvchi formulani yozing.

2) t ning 0 ga; 1 ga; 2 ga; 3 ga; 4 ga teng qiymatlari uchun s ning qiymatlari jadvalini tuzing.

3) Jadvaldagi ma'lumotlar bo'yicha mazkur jism bosib o'tgan yo'lning o'zgarishi harakat vaqtining o'zgarishiga bog'liqligi grafigini chizing.

4) Grafik bo'yicha jism 1 soat-u 30 minutda, 3,5 soatda bosib o'tgan yo'lni toping.

5) Grafik bo'yicha jism qancha vaqtda 10 km, 6 km yo'l bosishini toping.

6) Hosil qilingan grafikning istalgan nuqtasi ordinatasining uning abssissasiga nisbati 4 ga tengligini isbotlang.

438. Funksiyaning grafigini yasang:

1) $y=-3x+2$;

2) $y=3x-2$;

3) $y=\frac{1}{3}x+2$;

4) $y=-\frac{1}{3}x-2$;

5) $y=-2$;

6) $y=1$.

439. $y = 0{,}4x - 8$ funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha:
1) x ning -1; 0; 1; 2,5 qiymatiga mos keluvchi y ning qiymatini;
2) x ning qanday qiymatida y ning qiymati -8; -2; 0; 0,5; 1,5; 4 ga teng bo‘lishini toping.

440. Grafikning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarining koordinatalarini toping:
1) $y = 7x + 4$; 2) $y = -7x + 4$; 3) $y = 3{,}5x - 1$;
4) $y = -3{,}5x + 1$; 5) $y = -3x - 4$; 6) $y = -2x + 4$.

441. $y = kx + b$ funksiya berilgan. k va b ning qanday qiymatlarida funksiya grafigi $(-1;\ 1)$ va $(2;\ 3)$ nuqtalardan o‘tadi?

442. Agar $y = kx - 1$ funksiyaning grafigi $(-3;\ 2)$ nuqta orqali o‘tishi ma’lum bo‘lsa, k ning qiymatini toping.

443. Agar $y = \frac{1}{3}x + b$ funksiyaning grafigi $(-6;\ 0)$ nuqta orqali o‘tishi ma’lum bo‘lsa, b ning qiymatini toping.

444. Tenglamaning grafigini yasang:

1) $x + y - 1 = 0$; | 2) $2x + y = 3$; | 3) $3y - 2x = 9$; | 4) $2x = y - 1$.

445. Funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtasi koordinatalarini toping:

1) $y = 4x - 6$ va $y = 3x - 2$; 2) $y = 3x - 1$ va $y = -\frac{5}{3}x + \frac{8}{3}$.

Tenglamalar sistemasini yeching **(446—448):**

446. 1) $\begin{cases} 2x - y = -6, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 4, \\ 3x + y = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 7y = 13, \\ 8x - 3y = 13; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ -8y = 3x + 7; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x + 7y = 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 5x = 1 - 14y. \end{cases}$

447. 1) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 5, \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x+y}{3} + y = 9, \\ \frac{x-y}{3} - x = 4; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2, \\ \frac{x-y}{2} - \frac{y}{3} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$

448. 1) $\begin{cases} \dfrac{9x-y}{7} + 2y = 3, \\ \dfrac{12x+5y}{3} - 3x = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{11x+3y}{9} - 3x = -5, \\ \dfrac{14x-9y}{11} + 5y = -8. \end{cases}$

449. Tenglamalar sistemasini grafik usulida yeching:

1) $\begin{cases} 2x + 5y = 1, \\ y = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + y = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 2y = 1, \\ 5x - 2y = -7; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 4x - 5y - 7 = 0, \\ 2x - 8y + 2 = 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y - x = 0, \\ y = 1 - x; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x - y = 3, \\ y + x = 0. \end{cases}$

450. Birinchi idishda ikkinchisiga qaraganda 4 marta ko‘p suyuqlik bor edi. Birinchi idishdan ikkinchisiga 10 *l* suyuqlik quyishganidan keyin ikkinchi idishda birinchida qolgan suyuqlikning $\frac{3}{2}$ qismicha suyuqlik bo‘ldi. Dastlab har bir idishda qanchadan suyuqlik bo‘lgan?

451. 4 ta do‘ppi va 6 ta qiyiqcha uchun p so‘m to‘lashdi. Agar 2 ta do‘ppi bilan 8 ta qiyiqcha q so‘m tursa, bitta do‘ppi qancha va bitta qiyiqcha qancha turadi?

452. 5 m jun gazmol bilan 4 m ipak gazmol uchun n so‘m to‘lashdi. Jun gazmolning bahosi 25% ga, ipakliniki esa 15% ga arzonlashtirilgandan keyin 6 m jun va 5 m ipakli gazmolga m so‘m to‘lashdi. Bahosi pasaytirilgunga qadar bir metr jun gazmol qancha va bir metr ipak gazmol qancha turgan?

453. Opasi ukasidan 6 yosh katta, bir yildan keyin esa opasi ukasidan 2 marta katta bo‘ldi. Ularning har biri necha yoshda?

454. Agar kasrning suratiga 3 qo‘shilsa, ammo maxraji o‘zgarmasa, u holda 1 hosil bo‘ladi; agarda shu kasrning maxrajiga 2 qo‘shilsa, lekin surati o‘zgarmasa, u holda $\frac{1}{2}$ ga teng kasr hosil bo‘ladi. Shu kasrni toping.

455. $12 \cdot (-5)$ ko‘paytmaning har bir ko‘paytuvchisi bir xil songa orttirilganda shu sonning kvadrati hosil bo‘ladi. Bu sonni toping.

456. 8 ga bo‘lganda 3 qoldiq, 9 ga bo‘lganda esa 7 qoldiq hosil bo‘ladigan va ikkinchi bo‘linma birinchi bo‘linmadan 1 ta kam bo‘ladigan natural sonni toping.

457. 4 ga bo‘lganda 3 qoldiq, 7 ga bo‘lganda esa 5 qoldiq hosil bo‘ladigan natural sonni toping. Sonni 4 ga bo‘lgandagi bo‘linma uni 7 ga bo‘lgandagi bo‘linmadan 2 ta ortiqligi ma’lum.

458. Teploxod daryo bo‘ylab ikki bekat orasidagi masofani oqim bo‘yicha 3 soat-u 20 minutda va oqimga qarshi 5 soatda bosib o‘tdi. Agar bekatlar orasidagi masofa 80 km bo‘lsa, daryo oqimining tezligini va teploxodning turg‘un suvdagi tezligini toping.

459. Poyezd ikki stansiya orasidagi 63 km masofani 1 soat-u 15 minutda bosib o‘tdi. U yo‘lning bir qismini qiyalik bo‘lganligi uchun 42 km/soat tezlik bilan, qolgan gorizontal qismini esa 56 km/soat tezlik bilan bosib o‘tdi. Yo‘lning qiya qismi necha kilometr va gorizontal qismi necha kilometr?

460. 1) $y = -2x - 1$ funksiyaning grafigi $(-3; 5)$, $(-1; 2)$ nuqtalardan o‘tadimi?

2) $y = -2x - 1$ funksiyaning grafigini chizing. Grafikning koordinata o‘qlari bilan keishish nuqtalarining koordinatalarini toping.

3) x ning qanday qiymatida $y = -2x - 1$ funksiyaning qiymati nolga teng bo‘ladi?

4) x ning shunday bir nechta qiymatini ko‘rsatingki, unda $y = -2x - 1$ funksiyaning qiymati musbat (manfiy) bo‘lsin.

5) $y = -2x - 1$ funksiya grafigi $y = 5$ funksiya grafigi bilan kesishish nuqtasi koordinatalarini toping.

461. Tenglamani yeching:

1) $(x - 9)(2 - x) = 0$; 2) $(x + 4)(3 - x) = 0$;

3) $2x^2 - x = 0$; 4) $3x^2 + 5x = 0$;

5) $1 - 4x^2 = 0$; 6) $9x^2 - 4 = 0$;

7) $\frac{5x^2 - x}{x} = 0$; 8) $\frac{3x^2 + x}{x} = 0$.

462. Agar $x > \frac{1}{2}$ va $y > 4$ bo‘lsa, u holda

1) $4x + 3y > 14$; | 2) $2xy - 3 > 1$; | 3) $x^2y > 1$; | 4) $x^3 + y^2 > 16$

ekanini isbotlang.

463. (Og‘zaki.) Tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng katta butun sonni toping:

1) $n \le -7$; 2) $n < -3,6$; 3) $n \le 4,8$; 4) $n \le -5,6$.

464. (Og‘zaki.) Tengsizlikni qanoatlantiruvchi eng kichik butun sonni toping:

1) $n > -12$; 2) $n \ge -5,2$; 3) $n \ge 8,1$; 4) $n \ge -8,1$.

465. Tengsizlikni yeching:

1) $x + 4 > 3 - 2x$;
2) $5(y + 2) \ge 8 - (2 - 3y)$;
3) $2(0,4 + x) - 2,8 \ge 2,3 + 3x$;
4) $7(x + 5) + 10 > 17$;
5) $\frac{3-x}{2} + \frac{x}{4} > 7$;
6) $\frac{x}{6} - \frac{2-x}{3} \le 5$.

466. Agar

1) $0 \le x \le 7,2$; 2) $-5\frac{1}{3} \le x \le 0$; 3) $4 < \frac{1}{3}x < 5$;

4) $11 < 3x < 13$; 5) $-3,1 < x \le 4$; 6) $12 < 5x < 21$

bo‘lsa, x qanday butun qiymatlarni qabul qila oladi?

467. Tenglamalar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 0,3x - 0,5y = 1, \\ 0,5x + 0,2y = 5,8; \end{cases}$
2) $\begin{cases} 2(x + y) = (x - y) + 5, \\ 3(x + y) = (x - y) + 8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{2} + 1, \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 2; \end{cases}$
4) $\begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y = 1; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6, \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{3} = 1; \end{cases}$
6) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 4x - 9y = -24, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 5x + 4y = 13, \\ 3x + 5y = 13. \end{cases}$

468. Tengsizliklar sistemasini yeching:

1) $\begin{cases} 5x - 2 \geq 6x - 1, \\ 4 - 3x > 2x - 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7(x + 1) - 2x > 9 - 4x, \\ 3(5 - 2x) - 1 \geq 4 - 5x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 12x - 3(x + 2) \geq 7x - 5, \\ 13x + 6 \leq (x - 5) \cdot 2 + 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{4x-5}{7} < \frac{3x-8}{4}, \\ \frac{6-x}{5} - 1 < \frac{14x-3}{2}. \end{cases}$

469. Tengsizliklar sistemasining yechimlari bo‘lgan butun sonlarni toping:

1) $\begin{cases} \frac{2x-5}{4} - 2 \leq \frac{3-x}{4}, \\ \frac{5x+1}{5} > \frac{4-x}{4}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{10x-1}{3} - \frac{2-5x}{4} < \frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2} \geq \frac{3+7x}{4} - \frac{5+4x}{5}. \end{cases}$

470. Tenglamani yeching:

1) $|x - 2| = 3{,}4$; 2) $|3 - x| = 5{,}1$; 3) $|2x + 1| = 5$;
4) $|1 - 2x| = 7$; 5) $|3x + 2| = 5$; 6) $|7x - 3| = 3$.

471. Tengsizlikni yeching:

1) $|x - 2| \leq 5{,}4$; 2) $|x - 2| \geq 5{,}4$; 3) $|2 - x| < 5{,}4$;
4) $|3x + 2| \geq 5$; 5) $|2x + 3| < 5$; 6) $|3x - 2{,}8| \geq 3$.

472. Cheksiz davriy o‘nli kasrni oddiy kasr shaklida tasvirlang:

1) 0,(7); 2) 1,(3); 3) 2,(31); 4) 0,(52); 5) 1,1(3); 6) 2,3(7).

473. Sonlarni taqqoslang:

1) $\sqrt{23}$ va 5; 2) 3,1 va $\sqrt{10}$; 3) $\sqrt{0{,}0361}$ va 0,19; 4) $\sqrt{7{,}3}$ va 2,7.

474. *a* ning qanday qiymatlarida tenglik to‘g‘ri bo‘ladi:

1) $\sqrt{a + 1} = 2$; 2) $\sqrt{3 - 2a} = 5$;

3) $2\sqrt{\frac{1}{6}a - 2} = 1$; 4) $\frac{1}{3}\sqrt{7a - 4} = 0$?

475. Hisoblang:

1) $\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)$; 2) $\left(3\sqrt{5}+1\right)\left(1-3\sqrt{5}\right)$.

476. Ushbu $a^2-7=(a-\sqrt{7})(a+\sqrt{7})$ namuna bo'yicha ko'paytiruvchilarga ajrating:

1) a^2-13; 2) $15-b^2$; 3) x^2-80; 4) $\frac{18}{41}-x^2$.

477. Hisoblang:

1) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{160}$;	2) $\sqrt{\frac{1}{5}}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}$;	3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}\cdot\sqrt{33}$;
4) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{21}\cdot\sqrt{3}$;	5) $\left(3\sqrt{12}+2\sqrt{3}\right)^2$;	6) $\left(2\sqrt{2}-3\sqrt{32}\right)^2$.

478. Agar to'g'ri burchakli parallelepipedning balandligi $\sqrt{12,5}$ sm, eni $\sqrt{5}$ sm, bo'yi $\sqrt{10}$ sm bo'lsa, uning hajmini toping.

479. Bir kvadratning yuzi 7,68 m^2, ikkinchisiniki 300 dm^2. Birinchi kvadratning tomoni ikkinchisinikidan necha marta ortiq?

480. Ko'paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqaring:

1) $\sqrt{16xy^2}$, bunda $x \geq 0$, $y < 0$;

2) $\sqrt{45x^3y^5}$, bunda $x < 0$, $y < 0$.

481. Soddalashtiring:

1) $\sqrt{3}-5\sqrt{108}+\frac{1}{2}\sqrt{12}$; 2) $-\frac{1}{2}\sqrt{72}+4\sqrt{0,08}-2\sqrt{12}$.

482. Hisoblang:

1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{153}}{\sqrt{17}}+\left(\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{125}\right):2\sqrt{5}$;

2) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}\cdot\sqrt{5-2\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{304}}{\sqrt{19}}+\frac{\sqrt{1331}}{\sqrt{11}}$.

483. Ifodani soddalashtiring:

1) $2\sqrt{18}+3\sqrt{8}+3\sqrt{32}-\sqrt{50}$;

2) $3\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{18}+\sqrt{72}-\sqrt{80}$;

3) $5\sqrt{a}-3\sqrt{4a}+2\sqrt{9a}, \quad a>0;$

4) $\sqrt{x^3}+\frac{1}{2}\sqrt{36x^3}-\frac{2x}{3}\sqrt{9x}, \quad x>0.$

Tenglamani yeching (**484—485**).

484. 1) $x^2=7;$ 2) $x^2=11;$ 3) $x^2+6x=0;$
4) $x^2+5x=0;$ 5) $x^2=8x;$ 6) $x^2=12x.$

485. 1) $1{,}5x-4x^2=6{,}3x-x^2;$ 2) $11y-15=(y+5)(y-3);$
3) $3x(x+2)=2x(x-2);$ 4) $\frac{1}{4}(3x^2+1)-\frac{40x+3}{6}=\frac{x-3}{12};$
5) $\frac{y^2-5}{4}-\frac{15-y^2}{5}=\frac{y^2-4}{3};$ 6) $\frac{2x^2-1}{4}=\frac{1+1{,}5x^2}{5}.$

486. Bir tomoni ikkinchi tomonidan 2 sm ortiq bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi tomoni shu to‘g‘ri to‘rtburchak perimetridan 4 sm kichik bo‘lgan kvadratning yuziga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini toping.

487. Bir tomoni kvadratning tomonidan 8 sm qisqa bo‘lgan, ikkinchi tomoni esa kvadratning tomonidan 2 marta katta bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi shu kvadratning yuziga teng. To‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlarini toping.

Tenglamani yeching (**488—491**):

488. 1) $x^2+6x+5=0;$ 2) $x^2+3{,}5x-2=0;$
3) $x^2-1{,}8x-3{,}6=0;$ 4) $2x^2+3x-2=0;$
5) $4x^2-x-14=0;$ 6) $x^2-x-2=0.$

489. 1) $2x^2+x-3=0;$ 2) $20+8x-x^2=0;$
3) $2x^2-9x=35;$ 4) $(x+5)(x-3)=2x-7;$
5) $2(x-2)(x+2)=(x+1{,}5)^2+4\left(x-5\frac{1}{16}\right);$
6) $(x-3)(x-2)=7x-1.$

490. 1) $\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{9}{16}=0;$ 2) $\frac{5}{4}x^2-x+\frac{1}{9}=0;$
3) $\frac{x^2}{5}-\frac{2x}{3}=\frac{x+5}{6};$ 4) $\frac{3x^2-11}{8}+\frac{74-2x^2}{12}=10.$

491. 1) $x^2 + 3x + 70 = 0$; 2) $x^2 - 12x + 11 = 0$;

3) $x^2 + 20x + 100 = 0$; 4) $x^2 + 18x - 208 = 0$;

5) $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$;

6) $(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$;

7) $\frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} = 3$; 8) $\frac{x(x-3)}{7} - 11 = -x$.

492. Agar 10 va -15 sonlari $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari ekani ma'lum bo'lsa, p va q koeffitsiyentlarni toping.

493. Ildizlari:

1) $x^2 - 8x + 15 = 0$; 2) $x^2 + bx + c = 0$

tenglamaning ildizlaridan faqat ishoralari bilan farq qiluvchi kvadrat tenglamani yozing.

Tenglamani yeching (**494—497**)

494. 1) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$; 2) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$;

3) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$; 4) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$.

495. 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 2) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$;

3) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$; 4) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$.

496. 1) $\frac{3}{x+2} = 4 + \frac{3}{x-1}$; 2) $\frac{1}{x+1} = 3 + \frac{3}{3x-1}$;

3) $1 + \frac{5x}{x+1} = \frac{6x+2}{(x+1)^2}$; 4) $2 + \frac{x}{x+2} = \frac{12-x}{(x+2)^2}$.

497. 1) $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x^2-5x+6} = \frac{3}{2-x}$; 2) $\frac{3}{x-3} + \frac{3}{x^2-7x+12} = \frac{1-x}{x-4}$;

3) $3 + \frac{5}{x-1} = \frac{2}{x+2}$; 4) $5 + \frac{2}{x-2} = \frac{12}{x+3}$.

498. Kvadrat uchhadni ko'paytuvchilarga ajrating:

1) $x^2 - 12x + 35$;	2) $x^2 - 5x - 36$;	3) $2x^2 + x - 3$;
4) $2x^2 - 3x - 5$;	5) $-5x^2 + 11x - 2$;	6) $-4x^2 - 10x + 6$;
7) $-\frac{1}{3}x^2 + 8x + 27$;	8) $\frac{1}{5}x^2 + x - 10$;	9) $6x^2 - x - 2$.

499. Kasrni qisqartiring:

1) $\frac{a^2-4}{a+2}$; 2) $\frac{a+2}{a^2-7a-18}$; 3) $\frac{a^2+7a+12}{a^2+6a+8}$;

4) $\frac{2a^2-5a-3}{4a^2-6a-4}$; 5) $\frac{-2a^2+3a+2}{2a^2+5a+2}$; 6) $\frac{-5a^2+13a+6}{5a^2-8a-4}$.

500. Koʻpaytuvchilarga ajrating:

1) $a^4 - b^4 + b^2 - a^2$; 2) $m^2n - n + mn^2 - m$;
3) $m^5 + m^3 - m^2 - m^4$; 4) $x^4 - x^3 - x + x^2$;
5) $16x^2 + 8xy - 3y^2$; 6) $4 + a^4 - 5a^2$;
7) $b^4 - 13b^2 + 36$; 8) $3x^4 - 6xm - 9m^2$.

501. Bronza tayyorlash uchun 17 qism mis, 2 qism rux va bir qism qalayi olinadi. 400 kg bronza olish uchun yuqoridagi metallarning har biridan qanchadan olish kerak?

502. Bir maydondan 450 t, yuzi undan 5 ga kam boʻlgan ikkinchi maydondan 400 t kartoshka yigʻishtirib olindi. Agar ikkinchi maydondagi hosildorlik birinchi maydondagiga qaraganda 2 tonna yuqori boʻlgan boʻlsa, har qaysi maydonning hosildorligini aniqlang.

503. Oddiy kasrning surati maxrajidan 11 ta katta. Agar shu kasrning suratiga 5, maxrajiga 12 qoʻshilsa, berilgan kasrdan uch marta kichik kasr hosil boʻladi. Shu kasrni toping.

504. Sport musobaqalarida yettinchi sinf oʻquvchisi 60 m masofani 9 s da, sakkizinchi sinf oʻquvchisi esa 100 m masofani 14,8 s da bosib oʻtdi. Oʻquvchilar oʻzgarmas tezlik bilan chopganlar deb hisoblab, kim tezroq yugurganini aniqlang.

505. Agar
1) $(y-3)^2 > (3+y)(y-3)$ boʻlsa, u holda $y < 3$ boʻlishini;
2) $(3a+b)^2 < (3a-b)^2$ boʻlsa, u holda $ab < 0$ boʻlishini isbotlang.

506. Agar $x < \frac{a+b}{2}$, $y < \frac{a+c}{2}$, $z < \frac{b+c}{2}$ boʻlsa, u holda $x+y+z<a+b+c$ boʻlishini isbotlang.

507. Toʻgʻri burchakli parallelepipedning balandligi 15 sm dan ortiq, eni 2 sm dan, bo‘yi esa 0,3 m dan ortiq. Uning hajmi 0,9 dm^3 dan katta ekanini isbotlang.

508. y ning istalgan qiymatida

1) $(y-3)(y-1)+5$; 2) $(y-4)(y-6)+3$

ifoda musbat bo‘lishini isbotlang.

509. k ning $4y^2-3y+k=0$ tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo‘lmagan qiymatlari to‘plamini toping.

510. k ning qanday qiymatlarida -2 soni $(k-2)x^2-7x-2k^2=0$ tenglamaning ildizi bo‘ladi?

511. Tenglamani yeching:

1) $3x^2+8x+5=0$; 2) $5x^2+4x-12=0$;

3) $\frac{6}{4x^2-1}-\frac{x}{2x-1}=\frac{5}{2x+1}$; 4) $\frac{5}{x-1}+\frac{3x-3}{2x+2}=\frac{2x^2+8}{x^2-1}$;

5) $\frac{30}{x^2-1}-\frac{13}{x^2+x+1}=\frac{7+18x}{x^3-1}$; 6) $\frac{2}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^3+1}$.

512. Tengsizlikni yeching:

1) $(x+2)^2<(2x-3)^2-8(x-5)$;

2) $\frac{2+x}{9}-x\le\frac{2x-5}{3}-(4-x)^2$;

3) $\frac{(2x-3)(x+2)}{12}-\frac{(x-7)}{3}>\frac{(x-6)^2}{4}+x$;

4) $6x+\frac{(3+5x)^2}{2}>\frac{8-2x}{5}-\frac{(x+3)(x+7)}{2}$.

513. Yaqinlashish xatoligini toping:

1) 0,2781 ning 0,278 bilan; 2) $-2{,}154$ ning $-2{,}15$ bilan;

3) $-\frac{7}{18}$ ning $-\frac{1}{3}$ bilan; 4) $\frac{3}{11}$ ning 0,272 bilan.

514. 3,5 soni 3,5478 sonining 0,05 gacha aniqlik bilan olingan taqribiy qiymati ekanini isbotlang.

515. $\frac{7}{9}$ sonining 0,777 soni bilan yaqinlashishining nisbiy xatoligini toping.

8- SINF ALGEBRA KURSINING QISQACHA MAZMUNI

1. Chiziqli funksiya va uning grafigi

Tekislikdagi to‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasi — tanlangan yo‘nalishlar va uzunlik birligiga ega bo‘lgan ikkita o‘zaro perpendikular to‘g‘ri chiziq.

Bu to‘g‘ri chiziqlar koordinata o‘qlari deyiladi: gorizontal tasvirlangan to‘g‘ri chiziq — abssissalar o‘qi, vertikal tasvirlangan to‘g‘ri chiziq esa ordinatalar o‘qi. Koordinata o‘qlarining kesishish nuqtasi koordinatalar boshi deyiladi. Koordinatalar boshi O harfi bilan, abssissalar o‘qi Ox bilan, ordinatalar o‘qi Oy bilan belgilanadi.

Koordinata tekisligi — koordinatalar sistemasi tanlangan tekislik.

Funksiya. Agar biror sonlar to‘plamida x ning har bir qiymatiga qandaydir qoida bo‘yicha y son mos keltirilgan bo‘lsa, u holda shu to‘plamda funksiya aniqlangan deyiladi.

Bunda x erkli o‘zgaruvchi, $y(x)$ esa erksiz o‘zgaruvchi yoki funksiya deyiladi.

Chiziqli funksiya, bu $y = kx + b$ ko‘rinishdagi funksiyalar, bu yerda k va b— berilgan sonlar.

***y(x)* funksiyaning grafigi** — koordinata tekisligining $(x;\ y(x))$ koordinatali barcha nuqtalari to‘plami.

Masalan, $y(x) = 2x + 1$ funksiyaning grafigi — koordinata tekisligining $(x;\ 2x + 1)$ koordinatali barcha nuqtalari to‘plami.

$y = kx + b$ chiziqli funksiyaning grafigi — to‘g‘ri chiziq, $b = 0$ bo‘lganda funksiya $y = kx$ ko‘rinishni oladi, uning grafigi koordinatalar boshidan o‘tadi.

To‘g‘ri proporsional bog‘lanish: $y = kx$ munosabat, bunda $k > 0$, $x > 0$, k — proporsionallik koeffitsiyenti.

Masalan, $s = vt$ formulada tezlik o‘zgarmas bo‘lganda s yo‘l t vaqtga to‘g‘ri proporsional.

Teskari proporsional bog‘lanish: $y = \frac{k}{x}$, bunda $k > 0$, $x > 0$, k — proporsionallik koeffitsiyenti.

Masalan, $V = \frac{m}{\rho}$ — formulada gazning V hajmi m massa o‘zgarmas bo‘lganda ρ zichlikka teskari proporsional.

2. Ikki noma’lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasi

Ikki noma’lumli ikkita chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy ko‘rinishi quyidagicha:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

bu yerda a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 — berilgan sonlar; x, y — noma’lum sonlar.

Sistemaning yechimi — shu sistemaga qo‘yganda uning har bir tenglamasini to‘g‘ri tenglikka aylantiruvchi x, y sonlar juftligi.

Masalan,

$$\begin{cases} 4x - y = 2, \\ 5x + y = 7 \end{cases}$$

sistemaning yechimi $x = 1$, $y = 2$ sonlar juftligi bo‘ladi.

Sistemani yechish uning barcha yechimlarini topish yoki ularning yo‘qligini ko‘rsatish demakdir.

Tenglamalar sistemasini yechishda bunday usullar qo‘llaniladi.

1) O‘rniga qo‘yish usuli.

Tenglamalardan birida noma’lumlarning biri ikkinchisi orqali ifodalanadi va sistemaning ikkinchi tenglamasiga qo‘yiladi.

2) Algebraik qo‘shish usuli.

Noma’lumlardan birining oldida turgan koeffitsiyentlarning modullarini tenglab, sistema tenglamalarini hadlab qo‘shish yoki ayirish orqali shu noma’lum yo‘qotiladi.

3) Grafik usul.

Sistema tenglamalarining grafiklari yasaladi va ularning kesishish nuqtasining koordinatalari topiladi.

3. Tengsizliklar

***a* > *b* tengsizlik** $a - b$ ayirma musbat, ya’ni $a - b > 0$ ekanini bildiradi.

***a* < *b* tengsizlik** $a - b$ ayirma manfiy, ya’ni $a - b < 0$ ekanini bildiradi.

Istalgan ikkita a va b son uchun quyidagi uchta munosabatdan faqat bittasi to‘g‘ri bo‘ladi: $a > b,\ a = b,\ a < b.$

***a* va *b* sonlarni taqqoslash** — to‘g‘ri munosabat hosil bo‘lishi uchun bu sonlar orasiga >, <, = belgilaridan qaysinisini qo‘yish kerakligini aniqlash demakdir.

Sonli tengsizliklarning asosiy xossalari:

1. Agar $a > b$ bo‘lsa, u holda $b < a$ bo‘ladi.

2. Agar $a > b$ va $b > c$ bo‘lsa, u holda $a > c$ bo‘ladi.

3. Agar tengsizlikning ikkala qismiga ayni bir son qo‘shilsa yoki ulardan ayni bir son ayrilsa, u holda tengsizlik ishorasi o‘zgarmaydi: agar $a > b$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy c son uchun $a + c > b + c$ va $a — c > b — c$ bo‘ladi.

Istalgan qo‘shiluvchini tengsizlikning bir qismidan uning ikkinchi qismiga shu qo‘shiluvchining ishorasini qarama-qarshisiga o‘zgartirgan holda olib o‘tish mumkin.

4. Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir musbat songa ko‘paytirilsa yoki bo‘linsa, u holda tengsizlik ishorasi o‘zgarmaydi. Agar tengsizlikning ikkala qismi ayni bir manfiy songa ko‘paytirilsa yoki bo‘linsa, u holda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga o‘zgaradi.

Agar $a > b$ bo‘lsa, u holda

$c > 0$ bolganda $ac > bc$ va $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ bo‘ladi,

$c < 0$ bo‘lganda $ac < bc$ va $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ bo‘ladi.

5. Tengsizliklarni qo‘shish. Bir xil ishorali tengsizliklarni qo‘shish mumkin, bunda xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo‘ladi: agar $a > b$ va $c > d$ bo‘lsa, u holda $a + c > b + d$ bo‘ladi.

6. Tengsizliklarni ko‘paytirish. Chap va o‘ng qismlari musbat bo‘lgan bir xil ishorali tengsizliklarni ko‘paytirish mumkin, bunda xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo‘ladi: agar $a > b,\ c > d$ va a, b, c, d — musbat sonlar bo‘lsa, u holda $ac > bd$ bo‘ladi.

7. Tengsizlikni darajaga ko‘tarish. Chap va o‘ng qismlari musbat bo‘lgan tengsizlikni natural darajaga ko‘tarish mumkin, bunda xuddi shu ishorali tengsizlik hosil bo‘ladi: agar $a > b > 0$ bolsa, u holda n ning istalgan qiymatlarida $a^n > b^n$ bo‘ladi.

Qat’iy tengsizlik — > (katta) va < (kichik) ishorasiga ega bolgan tengsizlik.

Masalan: $5 > 3$, $x < 1$.

Noqat'iy tengsizlik — $\geq$ (katta yoki teng) va $\leq$ (kichik yoki teng) ishorasiga ega bolgan tengsizlik.

Masalan: $a^2 + b^2 \geq 2ab$, $x \leq 3$.

$a \geq b$ noqat'iy tengsizlik $a > b$ yoki $a = b$ ekanini bildiradi. Noqat'iy tengsizliklarning xossalari qat'iy tengsizliklarning xossalari bilan bir xil. Bunda qat'iy tengsizliklar xossalarida $>$ va $<$ ishoralari, noqat'iy tengsizliklar xossalarida esa $\geq$ va $\leq$ ishoralari qarama-qarshi ishoralar deb hisoblanadi.

Bir noma'lumli tengsizlik — harf bilan belgilangan noma'lum sonni o'z ichiga olgan tengsizlik.

Bir noma'lumli tengsizliklarga misollar:

$$3x + 4 < 5x - 2; \quad \frac{1}{3}x - 1 \geq \frac{3-x}{4}.$$

Bir noma'lumli tengsizlikning yechimi — noma'lumning berilgan tengsizlikni to'g'ri sonli tengsizlikka aylantiradigan qiymati.

Tengsizlikni yechish uning hamma yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.

Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasi — ayni bir noma'lum sonni o'z ichiga olgan va birgalikda qaraladigan bir nechta tengsizlik.

Bir noma'lumli tengsizliklar sistemasiga misollar:

$$\begin{cases} 2(x-1) > 3, \\ 3x + 4 > 1 - x; \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2 \leq 5x, \\ 3(x-1) > 4, \\ x - 4 \leq 7. \end{cases}$$

Tengsizliklar sistemasining yechimi — noma'lumning sistema barcha tengsizliklarini to'g'ri sonli tengsizliklarga aylantiradigan qiymati. Masalan, 2 soni

$$\begin{cases} 3x - 4 < 2x, \\ x + 2 > 3 \end{cases}$$

sistemaning yechimi bo'ladi, chunki $3 \cdot 2 - 4 < 2 \cdot 2$, $2 + 2 > 3$ — to'g'ri tengsizliklar.

Tengsizliklar sistemasini yechish uning barcha yechimlarini topish yoki ularning yo'qligini aniqlash demakdir.

Sonli oraliqlar — kesmalar, intervallar, yarim intervallar.

[*a*; *b*] kesma, bu $a \le x \le b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami, bunda $a < b$.

Masalan, [2; 5] kesma, bu $2 \le x \le 5$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami.

***(a; b)* interval,** bu $a < x < b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami, bunda $a < b$.

Masalan, (−2; 3) interval, bu $-2 < x < 3$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami.

[*a*; *b*) yariminterval, bu $a \le x < b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami: **(*a*; *b*] yariminterval**, bu $a < x \le b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami, bunda $a < b$.

Masalan, [3; 8) yariminterval, $3 \le x < 8$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami; (−4; 2] yarim interval $-4 < x \le 2$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami.

***a* sonning moduli** ($|a|$ kabi belgilanadi) bunday formula bilan aniqlanadi:

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ agar } a \ge 0 \text{ bo'lsa,} \\ -a, \text{ agar } a < 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

Geometrik nuqtayi nazardan $|a|$, bu 0 nuqtadan a sonni tasvirlovchi nuqtagacha bo'lgan masofa.

Istalgan a son uchun $|a| > 0$ tengsizlik bajariladi, bunda faqat $a = 0$ bolganda va faqat shundagina $|a| = 0$ bo'ladi.

$|x| \le a$ tengsizlikni $[-a; a]$ kesmadagi nuqtalar, ya'ni $-a \le x \le a$ bo'ladigan x sonlar qanoatlantiradi, bunda $a > 0$.

$|x| < a$ tengsizlikni $(-a; a)$ intervaldagi nuqtalar, ya'ni $-a < x < a$ bo'ladigan x sonlar qanoatlantiradi, bunda $a > 0$.

$|x| \ge a$ tengsizlikni barcha $x \le -a$ va $x \ge a$ sonlar qanoatlantiradi, bunda $a > 0$.

$|x| > a$ tengsizlikni barcha $x < -a$ va $x > a$ sonlar qanoatlantiradi, bunda $a > 0$.

4. Kvadrat ildizlar

***a* sonning kvadrat ildizi** — kvadrati a ga teng bo'lgan son.

Masalan, 6 soni 36 ning kvadrat ildizi; — 6 soni ham 36 sonining kvadrat ildizi.

Kvadrat ildiz chiqarish — kvadrat ildizni topish amali. Faqat nomanfiy sondangina kvadrat ildiz chiqarish mumkin.

***a* sonning arifmetik kvadrat ildizi** — kvadrati a ga teng bo‘lgan nomanfiy son. Bu son quyidagicha belgilanadi: $\sqrt{a}$. Masalan: $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{144}=12$.

$\sqrt{a}$ ifoda faqat $a \geq 0$ bo‘lgandagina ma’noga ega, bunda $\sqrt{a} \geq 0$, $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Ayniyat — unga kiruvchi harflarning istalgan qiymatlarida o‘rinli bo‘lgan tenglik.

$\sqrt{a^2} = |a|$ tenglik ayniyat bo‘ladi, chunki u a ning istalgan qiymatlarida bajariladi. Masalan,

$$\sqrt{(25)^2} = |25| = 25, \qquad \sqrt{(-15)^2} = |-15| = 15.$$

Agar $a > b > 0$ bo‘lsa, u holda $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ bo‘ladi. Masalan, $\sqrt{17} > \sqrt{13}$, chunki $17 > 13 > 0$.

Kvadrat ildizlarning xossalari:

1) Agar $a \geq 0$, $b \geq 0$ bo‘lsa, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bo‘ladi.

Masalan: $\sqrt{144 \cdot 196} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{196} = 12 \cdot 14 = 168$.

2) Agar $a \geq 0$, $b > 0$ bo‘lsa, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Masalan: $\sqrt{\frac{169}{225}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{225}} = \frac{13}{15}$.

3) *Ko‘paytuvchini ildiz belgisi ostidan chiqarish:*
Agar $a \geq 0$, $b > 0$ bo‘lsa, u holda $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ bo‘ladi.

4) *Ko‘paytuvchini ildiz belgisi ostiga kiritish:*
Agar $a \geq 0$, $b \geq 0$ bo‘lsa, u holda $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$ bo‘ladi.

Ikki a va b sonning **o‘rta arifmetigi,** bu $\frac{a+b}{2}$ sondir.

Ikki musbat a va b sonning **o‘rta geometrigi** esa $\sqrt{ab}$ sondir.

Ikki musbat sonning o‘rta arifmetigi shu sonlarning o‘rta geometrigidan kichik emas:

Agar $a > 0$, $b > 0$ bo‘lsa, u holda $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ bo‘ladi.

Ratsional son, bu $\frac{m}{n}$ ko‘rinishdagi son, bunda m — butun son, n — natural son.

Ratsional sonni chekli o‘nli kasr yoki cheksiz davriy o‘nli kasr shaklida tasvirlash mumkin.

Masalan, $\frac{2}{5} = 0,4;$ $-\frac{1}{3} = -0,333... = -0,(3).$

Irratsional son — cheksiz nodavriy o‘nli kasr.

Masalan, 0,1001000100001... .

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi$ sonlari ham irratsional son bo‘ladi.

Ratsional va irratsional sonlar birgalikda **haqiqiy sonlar** to‘plamini tashkil qiladi.

Har bir irratsional sonni taqriban chekli o‘nli kasr bilan, ya’ni ratsional son bilan almashtirish mumkin.

Masalan, π sonini taqriban 3,14 ratsional soni bilan; $\sqrt{2}$ sonini taqriban 1,41 ratsional son bilan almashtirish mumkin.

Amalda irratsional sonlar bilan hisoblashlarda amallar ularning ratsional yaqinlashishlari yordamida bajariladi.

Masalan, $\sqrt{2} \approx 1,4,$ $\sqrt{3} \approx 1,7$ bo‘lgani uchun $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3,1$ bo‘ladi.

Kvadrat ildizlarni taqriban topish uchun jadvallar yoki hisoblash mashinalaridan foydalaniladi.

5. Kvadrat tenglamalar

Kvadrat tenglama — ushbu

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ko‘rinishdagi tenglama, bunda a, b va c — berilgan sonlar, $a \neq 0$, x — noma’lum son.

Kvadrat tenglamaning koeffitsiyentlari bunday ataladi: a — birinchi yoki bosh koeffitsiyent, b — ikkinchi koeffitsiyent, c — ozod had.

Kvadrat tenglamaga misollar: $2x^2 - x - 1=0$, $3x^2+7=0$, $4x^2 - 25x = 0$.

Chala kvadrat tenglama, bu b yoki c koeffitsiyentlaridan aqalli bittasi nolga teng boʻlgan $ax^2 + bx+c = 0$ kvadrat tenglama.

Chala kvadrat tenglamalarga misollar: $x^2 = 0$, $5x^2 + 4=0$, $8x^2 + x=0$.

$\boldsymbol{x^2 = d}$ koʻrinishdagi tenglama, bunda $d > 0$, ikkita haqiqiy $x_{1,2} = \pm\sqrt{d}$ ildizga ega. Agar $d=0$ boʻlsa, u holda $x^2 = 0$ tenglama bitta $x=0$ ildizga (ikkita teng ildizga) ega.

Agar $d<0$ boʻlsa, u holda $x^2 = d$ tenglama haqiqiy ildizga ega emas.

$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ **kvadrat tenglama,** bunda a, b va c — haqiqiy sonlar, agar diskriminant $D = b^2 - 4ac \geq 0$ boʻlsa,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

formula bilan topiladigan x_1, x_2 haqiqiy ildizlarga ega.

Masalan:

1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ tenglama uchun $D > 0$ va u ikkita haqiqiy ildizga ega:

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6},$$

yaʼni $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -2$;

2) $4x^2 - 6x + 25 = 0$ tenglama esa haqiqiy ildizga ega emas, chunki

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 4 \cdot 25 < 0.$$

Keltirilgan kvadrat tenglama, bu $x^2 + px + q = 0$ koʻrinishdagi tenglama.

Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlari formulasi:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \text{ bunda } \frac{p^2}{4} - q \geq 0.$$

Masalan, $x^2 - 6x - 7 = 0$ tenglamaning ildizlari bunday:

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 + 7} = 3 \pm 4,$$

yaʼni $x_1=7$, $x_2= -1$.

Viyet teoremasi. Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig‘indisi qarama-qarshi ishora bilan olingan ikkinchi koeffitsiyentga, ularning ko‘paytmasi esa ozod hadga teng: agar x_1 va x_2 ushbu $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo‘lsa, u holda $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$ bo‘ladi.

Viyet teoremasiga teskari teorema. Agar p, q, x_1, x_2 sonlar uchun $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$ munosabatlar bajarilsa, u holda x_1 va x_2 ushbu $x^2 + px + q = 0$ tenglamaning ildizlari bo‘ladi.

Kvadrat uchhad, bu $ax^2 + bx + c$ ko‘rinishdagi ko‘phad, bunda $a \neq 0$.

Kvadrat uchhadni ko‘paytuvchilarga ajratish uni

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

ko‘rinishda tasvirlash demakdir, bunda x_1, x_2 lar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari.

Masalan, $2x^2 + 3x - 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 2)$.

6. Taqribiy hisoblashlar

Yaqinlashishning absolut xatoligi — miqdorning (kattalikning) aniq qiymati bilan uning taqribiy qiymati ayirmasining moduli. Agar a taqribiy qiymat, x esa aniq qiymat bo‘lsa, u holda absolut xatolik $|x - a|$ ga teng.

$\boldsymbol{x = a \pm h}$ **yozuv** yaqinlashishning absolut xatoligi h dan ortiq emasligini, ya’ni $|x - a| \leq h$ yoki $a - h \leq x \leq a + h$ ekanini bildiradi. Bunda x son a ga h gacha aniqlikda teng deyiladi. Masalan, $\pi = 3{,}14 \pm 0{,}01$ yozuvi $|\pi - 3{,}14| \leq 0{,}01$ ekanini, ya’ni π soni 3,14 ga 0,01 gacha aniqlikda tengligini bildiradi.

Sonni 10^{-n} gacha aniqlikda kami bilan yaxlitlashda verguldan keyingi dastlabki n ta raqam qoldirilib, qolganlari tashlab yuboriladi.

Masalan, 17,2397 sonini mingdan birgacha, ya’ni 10^{-3} gacha kami bilan yaxlitlashda 17,239 ni; yuzdan birgacha yaxlitlashda 17,23 ni; o‘ndan birgacha yaxlitlashda 17,2 ni hosil qilamiz.

Sonni 10^{-n} gacha aniqlikda ortig‘i bilan yaxlitlashda verguldan keyingi n- raqam bir birlik orttiriladi va undan keyingi barcha raqamlar tushirib qoldiriladi.

Masalan, 2,5143 sonini mingdan birgacha ortig‘i bilan yaxlitlashda 2,515 ni; yuzdan birgacha yaxlitlashda 2,52 ni; o‘ndan birgacha yaxlitlashda 2,6 ni hosil qilamiz.

Ikkala holda ham yaxlitlash xatoligi 10^{-n} dan oshib ketmaydi.

Eng kam xatoli yaxlitlash: agar berilgan sondagi tashlab yuboriladigan birinchi raqam 5 dan kichik bo‘lsa, u holda kami bilan yaxlitlanadi; agar bu raqam 5 dan katta yoki unga teng bo‘lsa, u holda ortig‘i bilan yaxlitlanadi.

Masalan, 8,351 sonini yuzdan birgacha aniqlikda yaxlitlashda 8,35 ni; o‘ndan birgacha aniqlikda yaxlitlashda esa 8,4 ni hosil qilamiz.

$x \approx a$ yozuvi a son x sonning taqribiy qiymati ekanini bildiradi. Masalan: $\sqrt{2} \approx 1,41$.

Nisbiy xatolik — absolut xatolikni miqdor (kattalik)ning taqribiy qiymati moduliga bo‘lish natijasi. Agar x — aniq qiymat, a — taqribiy qiymat bo‘lsa, u holda nisbiy xatolik quyidagiga teng:

$$\frac{|x-a|}{|a|}.$$

Nisbiy xatolik odatda protsentlarda ifodalanadi.

Masalan, agar miqdorning aniq qiymati 1,95 ga teng, taqribiy qiymati esa 2 ga teng bo‘lsa, u holda yaqinlashishning nisbiy xatoligi quyidagiga teng:

$$\frac{|2-1,95|}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025 \quad \text{yoki} \quad 2,5\%.$$

JAVOBLAR

***I BOB.* 16.** 2) 4; 2; 0; −2; −4; 4) −36; −16; 4; 24; 44. **17.** 2) 4 soat. **18.** 2) −9; −28; 103; −1,25. **19.** 2) 22; 3,1; −14. **20.** 2) To‘g‘ri; 4) noto‘g‘ri. **21.** 2) 2,5; 1,8; −9,5; −6,25. **26.** $y = 20n$; 120; 220. **27.** $s = 80t$; 240; 432. **36.** $y = 14x$. **38.** $S = 2x$; 2 km; 5 km; 8 km. **39.** $S = 3t$. **41.** 2) −1; 3; $\frac{1}{3}$. **42.** $12+8t$; 52; 76; 11 min. **44.** 2) (0; 4), (2, 0); 4) (0; −0,6), (0,75; 0); 6) (0; −5), (7,5; 0). **51.** *M, N, A, B* nuqtalar tegishli. **52.** 2) $k = -3$. **53.** 2) $b = 17$. **55.** 2) $400 - 50t$. **56.** $y = 10 + 5x$. **57.** 84,5 kv birlik. **62.** $t = \frac{s}{v}$. **63.** 2) $V = \frac{m}{p}$. **64.** $k = -2$. **65.** 2) $k = -20$.

***II BOB.* 68.** $x = 3$, $y = -2$. **69.** $x = 6$, $y = -6$. **70.** $a = -1$, $b = 18$. **71.** $k = 5$, $m = -9$. **72.** 1), 2) ega emas. **73.** 1) $u = 4$, $v = 3$; $u = 4$, $v = 3$; 2) $u = 3$, $v = 7$; $u = 7$, $v = 3$. **74.** 2) $x = 10 + y$, $y = x - 10$; 4) $x = 11-3y$, $y = \frac{11-x}{3}$; 6) $x = \frac{5y-3}{3}$, $y = \frac{3+3x}{5}$. **75.** 2) $x = 1$, $y = -1$; 4) $x = -\frac{1}{3}$, $y = -5\frac{2}{3}$; 6) $x = -1$, $y = 1$. **76.** 2) $x = -73$, $y = -30$; 4) $x = 1\frac{5}{8}$, $y = 9\frac{7}{8}$; 6) $x = -7\frac{2}{9}$, $y = \frac{1}{27}$. **79.** 2) $x = 1$, $y = -0,5$; 4) $x = -1$, $y = 6$. **80.** 2) $x = 3$, $y = 1$; 4) $x = -4$, $y = -3$. **81.** 2) $x = 4$, $y = 4$; 4) $x = 2$, $y = 7$. **82.** 2) $x = 5$, $y = 11$; 4) $x = 4$, $y = -6$. **83.** 2) $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$; 4) yechimlarga ega emas; 6) $x = -5$, $y = 4,5$. **84.** 2) $\left(0; \frac{3}{2}\right)$, (−1; 0); 4) (0; 6), (2,1; 0). **93.** 36 va 15. **95.** 2,7 m, 1,6 m. **96.** 7 sm, 9 sm. **97.** 2 va −3. **98.** 21 sr, 14 sr. **99.** 2000 ta, 1500 ta. **100.** 38 ga, 34 ga. **101.** 9 kg, 6 kg. **102.** 50 ta, 30 ta. **103.** $\frac{7a+20b}{156}$, $\frac{5a-8b}{156}$.

104. 5 m va 3 m. **105.** 35 yosh, 9 yosh. **109.** 2) $x = 0$, $y = 5$; 4) $x = 2$, $y = 6$. **110.** 2) $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{7}{6}$; 4) $x = 2$, $y = 5$.

III BOB. **114.** 2) 18; 4) -2. **123.** 2) $x_1=0$, $x_2=2$; 4) $x_1=-4$, $x_2=-5$. **124**. 2) $x_1=-1{,}5$, $x_2=-1$; 4) $x_1 = \frac{3}{5}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$. **125.** 2) $\frac{1}{3} > 0{,}3$; 4) $-\frac{5}{8} > -0{,}7$. **126.** 2) $b > a$; 4) $a < b$. **130.** Birinchisi. **132.** 2) $a < 0$; 4) $a > 0$. **133.** 2) $-9 < -3$. **134.** 2) $a+3b<-2b$. **135.** 2) $8 > 6$. **136.** 2) $a - 3b<3a$. **137.** 2) $a-5<b-5$. **138.** 2) $19>12$; 4) $-12>-14$. **139.** 2) $a < -0{,}25$; 4) $a < 2$. **140.** 2) $0{,}9 > -2$; 4) $5 > 3$. **141.** 2) $a < -2$; 4) $x < -\frac{4}{9}$. **143**. 2) $-5 < 7$; 4) $7y > 1$. **144.** 2) $25 < 58$; 4) $12 < 4x^2 - 1$. **151.** 2) $n=3$; 4) $n = -6$; 6) $n = -1$. **152.** 2) $n = 6$; 4) $n = -3$; 6) $n = 4$. **153.** 2) $x = -9$. **154.** 2) $h \geq 5$; 4) $v \leq 70$. **155.** 2) To‘g‘ri; 4) noto‘g‘ri. **156.** 2) To‘g‘ri; 4) noto‘g‘ri. **157.** 2) $13 - x < 2$; 4) $2(x - 3) \leq 2$; 6) $2x(-4) \geq x - (-4)$. **158.** 2) Berilgan sonlardan birortasi ham yechim bo‘lmaydi; 4) $\frac{1}{2}$; 0; -1. **159.** 2) $y > 0$; 4) hech qanday qiymatida; 6) $y \neq -2$. **160.** 2) $y < 2$; 4) $y \leq 0$. **161.** 2) $x \leq -3$; 4) $x > 0$; 6) $x < 0$. **163.** 2) $x < 14$; 4) $y > 9$; 6) $z \leq 4$. **164.** 2) $x \geq -8$; 4) $z > -15$; 6) $x \leq -2$. **165.** 2) $x < 6$; 4) $x > 5$; 6) $x \leq -2$. **166.** 2) $x \geq 3$; 4) $x > 0$; 6) $x \geq 2$. **167.** 2) $x < \frac{5}{8}$; 4) $x < -3$; 6) $x < 5\frac{1}{6}$. **168.** 2) $y < \frac{3}{8}$; 4) $y < \frac{5}{8}$; 6) $y > \frac{2}{3}$. **169.** 2) $y = 3$; 4) $x = 0$. **170.** 2) $x = -1$; 4) $x = -4$. **171.** 2) $b < -5\frac{2}{3}$; 4) $x > -1\frac{3}{7}$. **172.** 2) x— istalgan son; 4) x — istalgan son. **173**. 2) Yechimlari yo‘q; 4) yechimlari yo‘q. **174.** 2) $x > 2$; 4) $x > -20$; 6) $x > 0{,}5$. **175.** 2) $x < 1{,}6$; 4) $x < 0$. **176.** 2) $x \leq 7$; 4) $x \leq 5$. **177.** 2) $x < 0{,}5$; 4) $x > -0{,}5$. **178.** 45 tadan kam emas. **179.** 2) Berilgan sonlardan hech biri yechim bo‘lmaydi. **180.** 2) 1. **181.** 2) 0; 1; 2; 3; 4) -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5. **182.** 2) $[-1; 3]$; 4) $(1; 2)$; 6) $(-4; -2]$. **183.** 2) $-3 \leq x \leq -1$; 4) $0< x <3$; 6) $-2 \leq x < 2$. **184.** 2) $-1< x <2$, $(1; 2)$; 4) $-4 < x \leq 0$, $(-4; 0]$. **185.** Ha. **186.** Ha. **187**. b) $-3< x <1$; hech qanday qiymatida; e) $-5 < x < 0$; hech qanday qiymatida. **189.** 1) $x \geq 0,6$; 2) $x \leq -\frac{1}{3}$; 3) $x \geq -3,5$; 4) $x \geq -4,5$. **190.** 2) $x > 0$; 4) $x \geq -2$. **191.** 2) $x < -1$; 4) $x \leq 0$. **192.** 2) $3 < x < 6$; 4) $0 \leq x < \frac{1}{2}$. **193.** 2) $-1,5 \leq x < 1,5$; 4) $-0,5 \leq x \leq 7,5$. **194.** 2) $x \geq 4$; 4) $x > -3$. **195.** 2) $x \leq -2$; $x < 4$. **196.** 2) $x \leq -2,5$; 4) $2 \leq x \leq 5$. **197.** 2) $-5 < x \leq -1$; 4) $0 < x \leq \frac{4}{3}$. **198.** 2) 1; 2; 4) 4; 5. **199**. 2) Hech qanday x da; 4) $0 < x < 2$. **200.** 2) $x \leq -2$; 4) $x \leq 6$. **201.** 2) 4 m dan katta, lekin 13 m dan kichik. **202.** 24. **203.** 36. **205.** 2) $x_{1,2}=\pm1,5$; 4) $x_1 = 0$, $x_2=-6$. **206.** 2) $x = 2$; 4) $x = \frac{3}{4}$. **207.** 2) $x_1=-0,25$, $x_2=-1,25$; 4) $x_1=1$, $x_2 = \frac{1}{3}$. **208.** 2) $x_{1,2}=\pm2,1$; 4) $x_1=-5$, $x_2=11$. **210.** 2) $-2 < x < 2$. **211.** 2) $|x| \leq 0,3$. **212.** 2) $-2,2 < x < -1,8$; 4) $\frac{1}{4} < x < 1\frac{3}{4}$. **213.** 2) $-3 < x < 0$; 4) $1 \leq x \leq 1,5$. **214.** 2) $x \leq 0,9$, $x \geq 3,1$; 4) $x < 2\frac{1}{3}$, $x > 3\frac{2}{3}$. **215.** 2) $x < -1$, $x > -\frac{1}{3}$; 4) $x \leq 0$, $x \geq 1,6$. **216.** 2) -1; 0; 4) 0; 1. **217.** 2) $-1 \leq x \leq 1\frac{2}{3}$; 4) $x \leq 0$, $x \geq 3$. **218.** 2) $x_1 = 0$, $x_2 = 1\frac{1}{3}$; 4) $x_1 = -4$, $x_2 = 0,5$. **219.** 2) $x = 0,5$; 4) $x_1 = 3$, $x_2 = -2$. **220.** 2) $2 + b - a > 0$; 4) $a - 3 - b < 0$. **221.** 2) y—istalgan son; 4) $x > 7$. **222.** 2) $x < 2$. **223.** 2) $x_1=3,4$, $x_2=-1,4$; 4) $x_1=1$, $x_2 = \frac{1}{3}$. **224.** 2) $x \leq -2,4$, $x \geq 4,4$; 4) $x \leq -2$, $x \geq 1$. **227.** 2) Hech bir qiymatida; 4) hech bir qiymatida. **228.** 34. **229.** 47.

IV BOB. **230**. 2) 10 dm; 4) $\frac{6}{7}$ mm. **231.** 9; 8; 10; 0,4; 0,3; 0,5; 1,2; 70; 80. **232.** 2) To‘g‘ri; 4) to‘g‘ri. **233.** 2) 9; 4) 0,25. **234.** 2) 2; 4) 0,4; 6) 0,125. **235.** 2) 9; 4) 5; 6) 8. **236.** 2) 10; 0; 20. **237.** 2) $a \leq 0$; 4) $a \geq -3$. **238.** 2) $x=100$. **239.** 2) $\sqrt{0,04} < \sqrt{0,09}$. **241.** 2) 0,008; 4) 0,(27); 6) -3,(142857). **242.** 2) $\frac{7}{9}$; 4) $2\frac{21}{55}$.

243. 2) $1{,}03 < 1{,}0(3)$; 4) $3{,}7(2) > 3{,}72$. **247.** 2) To‘g‘ri; 4) to‘g‘ri. **248.** 2) 2; 4) 2. **249.** 2) 16; 4) 121; 6) 125. **250.** 2) x^6; 4) $|b|^3$. **251.** 2) 0; 4) 6. **252.** 2) $2{,}7 > \sqrt{7}$; 4) $\sqrt{18{,}49} = 4{,}3$. **254.** 2) $12 < \sqrt{160} < 13$; 4) $2 < \sqrt{8{,}7} < 3$. **255.** 2) $\sqrt{5} - 2$; 4) $4 - \sqrt{15}$. **256.** 2) 1,3; 4) 72. **257.** 2) 40; 4) 18. **258.** 2) 78; 4) 42. **259.** 2) 30; 4) 22; 6) $\frac{1}{2}$. **260.** 2) 80; 4) 25. **261.** 2) 392; 4) 108. **262**. 2) 7; 4) 30. **263.** 2) $x\sqrt{2}$; 4) $a^3\sqrt{3}$. **264.** 2) $5a\sqrt{3}$; 4) $5a\sqrt{2a}$. **265.** 2) $3\sqrt{2}$; 4) $1 - 2\sqrt{5}$; 6) $8\sqrt{3}$. **266.** 2) $\sqrt{27}$; 4) 3. **267.** 2) $\sqrt{2a^2}$; 4) $\sqrt{3x}$. **268.** 2) $2\sqrt{40} = 4\sqrt{10}$; 4) $2\sqrt{45} < 4\sqrt{20}$. **269.** 2) $4x\sqrt{x}$. **270.** 2) 1. **271.** 2) $8\sqrt{5}$; 4) $5\sqrt{2}$. **272**. 2) $(\sqrt{b} - 4)(\sqrt{b} + 4)$; 4) $\left(\sqrt{b} - \frac{3}{7}\right)\left(\sqrt{b} + \frac{3}{7}\right)$. **273.** 2) $\sqrt{b} - 4$; 4) $0{,}9 - \sqrt{b}$. **274.** 2) $1\frac{3}{7}$; 4) $2\frac{1}{3}$. **275.** 2) 0; 4) $-\frac{19}{45}$. **276.** 2) 4; 4) 12. **277.** 2) $7\frac{14}{15}$; 4) $3\frac{3}{4}$. **278.** 2) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 4) $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$; 6) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$; 8) $9 + 4\sqrt{5}$. **279.** 6 marta. **280.** 2) $\frac{11x^2}{8}$; 4) $-\frac{20}{a}$. **281.** 2) 1; 4) $-1\frac{1}{4}$. **283.** 2) $\sqrt{x} + 3\sqrt{y}$. **284.** 2) 0,1; 4) $3\frac{1}{3}$. **285.** 2) $\sqrt{0{,}3}$; 4) 5. **286.** 2) 540; 4) 195. **287.** 2) 28; 4) 20. **288.** 2) 3; 4) $\frac{2}{3}$. **289.** 2) 27; 4) 216; 6) 49. **290.** 2) 1,5; 4) $-4 + 0{,}1\sqrt{6}$. **291.** 2) $x(x - \sqrt{3})$; 4) $\frac{1}{\sqrt{b} - 4\sqrt{a}}$; 6) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **292.** 2) $x = 16$; 4) $x = 4$. **293.** 2) $x \geq 3$; 4) $x \geq 2{,}5$.

V BOB. **296.** 2) $-x^2 + 9 = 0$; 4) $x^2 = 0$. **297.** 2) $x^2 - 4x - 9 = 0$; 4) $5x^2 + 1 = 0$. **298.** 2) 0; 1; 4) 1; 6) berilgan sonlardan birortasi ildiz bo‘lmaydi. **301.** 2) $x_{1,2} = \pm\frac{4}{7}$; 4) $x_{1,2} = \pm 1{,}5$; 6) $x_{1,2} = \pm\sqrt{13}$. **302.** 2) $x_{1,2} = \pm 11$; 4) $x = 0$; 6) haqiqiy ildizlar yo‘q. **303.** 2) $x_1 = 0$, $x_2 = -2$; 4) $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}6$; 6) $x = -3$. **304**. 2) $x = 0$; 4) $x_{1,2} = \pm 3$; 6) $x_{1,2} = \pm 3\sqrt{3}$; 8) $x_{1,2} = \pm 20$. **305**. 2) $x_1 = 0$, $x_2 = -5$; 4) $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}04$;

6) ildizlar yo‘q. **306.** 2) $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{4}$; 4) $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$; 6) $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{3}$. **307.** 2) $x_{1,2}=\pm 2$; 4) $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{3}$. **308.** 2) $x_1=0$; $x_2=4$; 4) $x_1=0$, $x_2=-2{,}5$. **309.** 2) $x_1=0$, $x_2=2\frac{3}{19}$. **310.** 2) $m=9$; 4) $m=64$; 6) $m=6$. **311.** 2) $x_1=2$, $x_2=-6$; 4) $x_1=8$, $x_2=2$; 6) $x_{1,2}=-4\pm\sqrt{23}$. **312.** 2) $x_1=\frac{3}{5}$; $x_2=-\frac{1}{5}$. **313.** 1) $x_1=1$, $x_2=4$; 2) $x_1=5$, $x_2=-2$. **314.** 1) $x_1=1$, $x_2=-2{,}5$; 2) $x_1=2$, $x_2=-\frac{3}{5}$. **315.** 2) 0,4; 4) 85. **316.** 2) $x_1=1$, $x_2=0{,}5$; 4) $x_1=3$, $x_2=0{,}5$; 6) $x_1=2$, $x_2=\frac{3}{4}$. **317**. 2) $x_1=4$, $x_2=-0{,}5$; 4) $x_1=-1$, $x_2=\frac{1}{3}$; 6) $\frac{-6\pm\sqrt{6}}{3}$; 8) $x_1=1$, $x_2=-\frac{4}{3}$. **318.** 2) $x=\frac{1}{4}$; 4) $x=-\frac{1}{6}$. **319**. 1), 2), 3), 4) Haqiqiy ildizlar yo‘q. **320.** 2) Ikkita; 4) bitta ham yo‘q. **321.** 2) Haqiqiy ildizlar yo‘q; 4) $x=2{,}5$; 6) $x_1=4$, $x_2=-1$. **322.** 2) $x_1=1$, $x_2=0{,}2$; 4) $x_1=7$, $x_2=-8$; 6) $x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{7}}{7}$. **323.** 2) $x_1=7$, $x_2=-11$; 4) $x_1=0{,}6$; $x_2=-3$. **324.** 2) $x_1=0{,}5$, $x_2=-1{,}5$; 4) $x_1=5$, $x_2=\frac{1}{5}$. **325.** 2) $x_1=7$, $x_2=-1$; 4) $x_1=4$, $x_2=-10$; 6) $x_1=2$, $x_2=-1$. **330.** 2) $x^2-5x+6=0$; 4) $x^2-3x-18=0$. **331.** 2) $x_1=3$, $x_2=4$; 4) $x_1=-1$, $x_2=-7$; 6) $x_1=3$, $x_2=-5$. **332.** 2) $(x-1)(x+5)$; 4) $(x+7)(x-6)$; 6) $(2x+1)(4x+3)$; 8) $(x+2)(1-4x)$. **333.** 2) $x+6$; 4) $\frac{1}{x+7}$; 6) $\frac{x+3}{3x+1}$. **334.** 2) $x_{1,2}=\sqrt{5}\pm 2$; 4) $x_{1,2}=2(\sqrt{7}\pm\sqrt{6})$. **335.** 2) $x(x+7)(x-3)$; 4) $x(x-11)(x+2)$. **336.** 2) $\frac{x-9}{x+8}$; 4) $\frac{9-x}{x+8}$. **337.** 2) $-\frac{x}{(x+3)^2}$; 4) $-\frac{x-1}{x(x+10)}$. **338.** 2) $x_{1,2}=\pm 1$, $x_{3,4}=\pm 2$; 4) $x_{1,2}=\pm 1$, $x_3=\pm 7$. **339.** 2) $x_{1,2}=\pm 1$; 4) $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$. **340.** 2) $x_1=7$, $x_2=3\frac{1}{3}$; 4) $x_1=40$, $x_2=-20$; 6) $x_1=6$, $x_2=-\frac{2}{3}$. **341.** $x_{1,2}=\pm 10$; 4) ildizlari yo‘q; 6) $x=-3$. **342.** 2) Yo‘q. **343.** 2) $x=0$. **344.** 2) 14 va 15. **345.** 2) 19 va 21.

346. 10 sm, 40 sm. **347.** 140 m, 175 m. **348.** 100 km/soat, 80 km/soat. **349.** 10 km/soat. **350.** 20 kun, 30 kun. **351.** Kvadratning tomoni 15 sm. **352.** 9 sm, 40 sm. **353.** 18 km/soat, 15 km/soat. **354.** 15 kun, 10 kun. **355.** 2) (4; 1); 4) (0,5; 3). **356.** 2) (7; −5), (−4; 6); 4) (−1; −1), (7; 23). **357.** 2) (4; −3); (17; 10); 4) (4; 1), (−1; −4); **358.** 2) (1; 7), (7; 1); 4) (−2; −5); (−5; −2). **359.** 2) (4; −1); 4) (3; 1). **360.** 2) (2; 5), (5; 2), (−2; −5), (−5; −2); 4) (1; 5), (5; 1), (−1; −5), (−5; −1). **361.** 5 va 13. **362.** 4 va 36. **363.** 2) (7; −1), (−1; 7). **364.** 2) (4; 1), (−1; −4); 4) (2; 4), (4; 2); 6) (2; 2). **365.** 300 m, 200 m. **366.** 2) $x_{1,2} = \pm 5\sqrt{2}$; 4) $x_1 = 0$; $x_2 = 7{,}5$. **367.** 2) $x_1 = 13$, $x_2 = -4$; 4) $x_1 = 3{,}6$, $x_2 = -7$. **368.** 2) $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{6}$; 4) $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$. **369.** 2) Ikki; 4) bir. **370.** 2) $(x-8)(x-2)$; 4) $(x-2)(2x+1)$. **371.** 2) $x(x+2)$; 4) $\frac{5x+1}{x-3}$. **372.** 2) $x_{1,2} = \pm 3$, $x_{3,4} \pm \sqrt{2}$; 4) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$, $x_{3,4} = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$. **373.** 2) $x_2 = \pm\sqrt{5}$; 4) $y = 1$. **374.** 1 va 2. **375.** $\frac{5}{3}$ va $\frac{2}{3}$ yoki $-\frac{2}{3}$ va $-\frac{5}{3}$. **376.** 12 m, 7 m. **377.** 15 sm, 45 sm. **378.** 20 km/soat. **379.** 15 km/soat. **380.** 3 kun, 5 kun. **381.** 2) (1; 3), $\left(9; \frac{1}{3}\right)$; 4) (−3; −4), (−4; −3); 6) (5; 4); 8) (2; −1), (1; −2). **382.** 2) $x_1 = 0, x_2 = 2$. **383.** 2) $x_2 = 0{,}5$; 4) $x_1 = 7$, $x_2 = -13$. **384.** 2) $x_1 = 0$, $x_2 = -5$; 4) $x_{1,2} = \pm 4$. **385.** 2) $x_1 = 9$, $x_2 = -12$; 4) $x_1 = 3$, $x_2 = -6$. **386.** 2) Bitta ham yo'q; 4) ikkita. **387.** 2) $x_1 = 3$, $x_2 = 1{,}4$. **388.** 36 kunda. **389.** 1 soat 40 min va 1 soat 20 min yoki 2 soat va 1 soat 40 min. **390.** 12 soat, 6 soat. **391.** 2) (2; 3), (−2; −3), (3; 2), (−3; −2); 4) (2; 4), (4; 2). **392.** $x_2 = 0{,}6$.

VI BOB. **393.** 2) $\frac{1}{18}$; 4) $\frac{1}{225}$. **396.** 2) 0,004; 4) $\frac{1}{350}$. **397.** 2) 0,08, 4) 0,08. **398.** 3°. **399.** $\frac{1}{7}$. **400.** To'g'ri. **402.** 2) $141 \le x \le 143$; 4) $895 \le v \le 905$; 6) $m - n \le y \le m + n$. **403.** 2) 2,6 va 2,8; 4) −6,1 va −5,7. **404**. 2) Yo'q; 4) ha. **405.** 2) Ha; 4) yo'q. **406.** 2) 5,5; 4) 3,9; 6) 0,575. **411.** Yo'q. **414.** 2) 0,7; 4) 3,7. **415.**

2) 0,07; 4) 1,67; 6) 5,07. **416**. 2) 0,385; 4) 7,643. **417.** 3 va 7. **418.** 2) 0,41; ≈3,7%; 4) 0,108 ; 10,8%. **419.** 2) ≈2%. **420.** 2) Ikkinchisi. **421.** ≈1%; 0,1%; 0,01%. **422.** Birinchi. **423.** 2) 0,000398. **424.** Ikkinchiga. **425.** 2) $6\cdot10^{-8}$; 4) $3\cdot10^{-8}$. **426.** 2) $4,3024\cdot10^{2}$; 4) $3,6021\cdot10^{3}$; 6) $6,8345\cdot10^{-2}$; 8) $1,2345678\cdot10^{7}$. **427.** 2) $-4,53\cdot10^{-1}$; 4) $-4,50102\cdot10^{2}$; 6) $-3,54001\cdot10^{0}$; 8) $-1,2345678\cdot10^{4}$. **428.** 2) 0,23; 4) 0,049. **429.** 2) 0,702; 4) 0,049. **432.** $3,5416\cdot10^{-5}$ Ω. **433.** 67 J. **435**. 18800; 20400; 13200; 4600.

Takrorlash uchun mashqlarga javoblar

436. 2) $\frac{22}{35}$; 4) $-\frac{5}{6}$; 6) 3,485. **440.** 2) (0; 4), $(\frac{4}{7}; 0)$; 4) (0; 1), $(\frac{2}{7}; 0)$. **441.** $k=\frac{2}{3}$, $b=\frac{5}{3}$. **443.** $b=2$. **446.** 4) $(\frac{1}{3}; -1)$. **450.** 20 litr va 5 litr. **451.** $\frac{4p-3q}{10}, \frac{2q-p}{10}$. **452.** $\frac{85n-80m}{65}, \frac{2m-18n}{13}$. **453.** 11 yosh va 5 yosh. **454.** $\frac{5}{8}$. **455.** $8\frac{4}{7}$. **458.** 4 km/soat va 20 km/soat. **459.** 21 km va 42 km. **460.** 1) Ha; yo‘q; 3) $x=-\frac{1}{2}$ bo‘lganda; 5) (−3; 5). **461.** 2) $x_1=3$, $x_2=-4$; 4) $x_1=0$, $x_2=-1\frac{2}{3}$; 6) $x_{1,2}=\pm\frac{2}{3}$; 8) $x=-\frac{1}{3}$. **465.** 2) $y\geq-2$; 4) $x>-4$; 6) $x\leq 11\frac{1}{3}$. **466.** 2) −5; −4; −3; −2; −1; 0; 4) 4. **467.** 2) (2; 1); 4) (−13,5; −27,5); 6) (6; 6); 8) (1; 2). **468.** 2) $\frac{2}{9} < x \leq 10$; 4) $x > 7,2$. **469.** 2) −15; −14; ... . −1; 0. **470.** 2) $x_1=8,1$, $x_2=2,1$; 4) $x_1=4$, $x_2=-3$; 6) $x_1=0$, $x_2=\frac{6}{7}$. **471.** 2) $x\leq-3,4$, $x\geq7,4$; 4) $x\leq-2\frac{1}{3}$, $x\geq 1$; 6) $x\leq-0,4$, $x\geq 16$. **472.** 2) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{52}{99}$; 6) $2\frac{17}{45}$. **473.** 2) $3,1<\sqrt{10}$; 4) $\sqrt{7,3}>2,7$. **474.** 2) $a=-11$; 4) $a=\frac{4}{7}$. **475.** 2) −44. **476.** 2) $(\sqrt{15}-b)(\sqrt{15}+b)$; 4) $\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{41}}-x\right)\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{41}}+x\right)$. **477.** 2) $\frac{1}{5}$; 4) 21; 6) 200. **478.** 25 sm^3. **479.** 1,6 marta. **480.** 2) $-3xy^2\sqrt{5xy}$. **481.** 2) $-4,2\sqrt{2}$. **482.** 2) 8. **483.** 2) $15\sqrt{2}-\sqrt{5}$;

4) $2x\sqrt{x}$. **484.** 2) $x_{1,2}=\pm\sqrt{11}$; 4) $x_1=0$, $x_2=-5$; 6) $x_1=0$, $x_2=12$. **485.** 2) $y_1=0$, $y_2=9$; 4) $x_1=0$, $x_2=9$; 6) $x_{1,2}=\pm1{,}5$. **486.** $\frac{2}{15}$ sm, $2\frac{2}{15}$ sm. **487.** 8 sm, 32 sm. **488.** 2) $x_1=-4$, $x_2=0{,}5$; 4) $x_1=0{,}5$, $x_2=-2$. **489.** 2) $x_1=10$, $x_2=-2$; 4) $x_{1,2}=\pm2\sqrt{2}$; 6) $x_{1,2}=6\pm\sqrt{29}$. **490.** 2) $x_1=\frac{2}{3}$, $x_2=\frac{2}{15}$; 4) $x_{1,2}=\pm5$. **491.** 2) $x_1=11$, $x_2=1$; 4) $x_1=-26$, $x_2=8$; 6) $x_1=8$, $x_2=-3$; 8) $x_1=7$, $x_2=-11$. **492.** $p=5$, $q=-150$. **493.** 2) $x^2-bx+c=0$. **494.** 2) $x_{1,2}=\pm3$, $x_{3,4}=\pm\frac{1}{2}$; 4) $x_{1,2}=\pm3$, $x_{3,4}=\pm\sqrt{2}$. **496.** 2) $x=-\frac{1}{3}$; 4) $x_1=\frac{1}{3}$, $x_2=-4$. **497.** 2) $x=-2$. **498.** 2) $(x-9)(x+4)$; 4) $(x+1)(2x-5)$; 6) $2(x+3)(1-2x)$; 8) $\frac{1}{5}(x-5)(x+10)$. **499.** 2) $\frac{1}{a-9}$; 4) $\frac{a-3}{2(a-2)}$; 6) $\frac{3-a}{a-2}$. **500.** 1) $(a-b)\times$ $\times(a+b)(a^2+b^2-1)$; 2) $(m+n)(mn-1)$; 3) $m^2(m-1)(m^2+1)$; 4) $x(x-1)(x^2+1)$; 5) $(4x-y)(4x+3y)$; 6) $(a-1)(a+1)(a-2)(a+2)$; 7) $(b-2)(b+2)(b-3)(b-3)$; 8) $3(x+m)(x-3m)$. **501.** 340 kg, 40 kg, 20 kg. **502.** Gektaridan 18 t, gektaridan 20 t. **503.** $\frac{15}{4}$. **504.** Sakkizinchi sinf o‘quvchisi. **509.** $k>\frac{9}{16}$. **510.** $k_1=3$, $k_2=-1$. **511.** 2) $x_1=1{,}2$, $x_2=-2$; 4) $x=3$; 6) $x=2$. **512.** 2) $2\frac{5}{9}\le x\le 7$; 4) $x<-1\frac{2}{65}$, $x>-1$. **513.** 2) 0,004; 4) $\frac{1}{1375}$. **515.** $\approx 0{,}1\%$.

„O‘zingizni tekshirib ko‘ring“ topshiriqlariga javoblar

I bob. 1. 1) (0;1) va (−1; 0); 2) (0; −1) va ($\frac{1}{2}$; 0); 3) (0; −2) va ($\frac{4}{3}$;0); 4) (0; 1) va ($-\frac{3}{4}$; 0). **2.** 1) $k=-1$; 2) $k=3$. **3.** 1) $b=-1$; 2) $b=-7$. **4.** $y=3x-1$. **5.** $k=-1$, $b=3$.

II bob. 1. 1) $x=-1$, $y=1$; 2) $x=-1$, $y=1$; 3) $x=-1$, $y=1$. **2.** 1) $x=1$, $y=-2$; 2) $x=1$, $y=-2$; 3) $x=1$, $y=-2$. **4.** $a=2$, $b=3$. **5.** 150 so‘m, 250 so‘m.

III bob. 2. 1) $x < 2{,}4$; 2) $x \geq -15$; 3) $x < 5$. **3.** 1) $4\frac{1}{3} < x < 6\frac{1}{4}$; 2) $x \geq 3$; 3) $x < -5$.

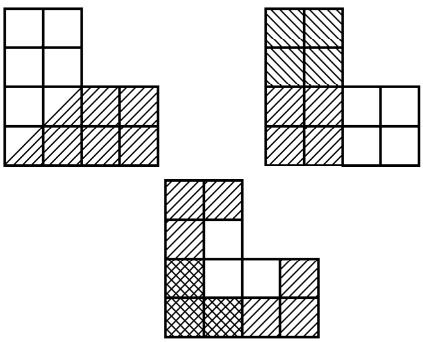
IV bob. 1. $7 > \sqrt{48}$; $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. **2.** 63; 6; 5; $\frac{3}{2}$; 17; 27. **3.** $-2\sqrt{2}$; $7-2\sqrt{10}$; 1. **4.** $2a\sqrt{2a}$. **5.** $x-\sqrt{3}$; $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$. **6.** $\frac{5\sqrt{7}}{7}$; $2-\sqrt{3}$.

V bob. 1. 1) $x = 0$; 2) $x_1=-1$, $x_2=2$; 3) $x_{1,2}=\pm\frac{1}{2}$; 4) $x_1=0$, $x_2=1\frac{2}{3}$; 5) $x_{1,2}=\frac{1}{2}$; 6) $x_1=17$, $x_2=-1$; 7) $x_1=-2$, $x_2=\frac{1}{3}$; 8) yechimlari yo‘q. **2.** 1) $(x-2)(x+3)$; 2) $(x+1)(2x-3)$. **3.** 9 km/soat; 12 km/soat. **4.** (8,5; 0,5).

VI bob. 1. 1) 0,(4). **2.** $4{,}4301 \cdot 10^{1}$; $4{,}83 \cdot 10^{-1}$; $-2{,}5 \cdot 10^{-1}$.

Qiziqarli masalalarga javoblar

1. 9 va 10, 3 va 4 sonlari orasidan. **2.** 3 birlik va 6 birlik yoki tomoni 4 birlik bo‘lgan kvadrat. **3.** 9567+1085=10652 sonlari yashiringan. **4.** 8 ta kubcha uchta qizil rangli yoqlarga, 12 tasi ikkita qizil rangli yoqlarga, 6 tasi bittadan qizil rangli yoqlarga ega, 1 ta kubcha bitta ham qizil rangli yoqqa ega emas. **5.** $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2006)$. **6.** 48-rasmga qarang.



48- rasm.

Sinov mashqlari (testlar) uchun to‘g‘ri javoblar kaliti

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	B	C	D	A	A	B	C	D	A	A	B	C	D	A	A	B	C

TUSHUNCHALAR KO‘RSATKICHI

ISMLAR KO‘RSATKICHI

MUNDARIJA

IV bob. KVADRAT ILDIZLAR

V bob. KVADRAT TENGLAMALAR

VI bob. TAQRIBIY HISOBLASHLAR