

T.S. NISHONOV

AMALIY
MATEMATIKA

(EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA)

22.17 ya-73
N-53

15ra

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

ANDIJON DAVLAT UNIVERSINETI

T.S.NISHONOV

**AMALIY
MATEMATIKA
EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA
MATEMATIK STATISTIKA**

O'quv qo'llanma

**Toshkent
"Innovatsiya-Ziyo"
2022**

UO'K :51
KBK:22.17
N 92

T.S.Nishonov

Amaliy matematika. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. O'quv qo'llanma. – Toshkent: “Innovatsiya-Ziyo”, 2022, 126 b.

Ushbu o'quv qo'llanma Oliy ta'lim muassasalarining 5230100-Iqtisodiyot (tarmoqlar va sohalar bo'yicha) ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, unda Amaliy matematika fani tarkibiga kiruvchi ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo'limi bo'yicha qisqacha nazariy ma'lumotlar, ular yordamida yechilgan masala va misollar hamda talabalar mustaqil yechishlari uchun yetarlicha topshiriqlar keltirilgan.

Ushbu o'quv qo'llanmadan oliy matematika o'qitiladigan boshqa ta'lim yo'nalishlari talabalari ham foydalanishlari mumkin.

Mas'ul muharrir:

N.Umrzaqov - Andijon davlat universitetining Matematika kafedrası mudiri, fizika-matematika fanlari nomzodi

Taqrizchilar:

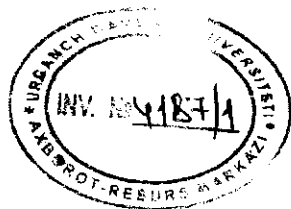
S.Axmedov - Andijon davlat universitetining Matematika kafedrası dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi

U.Xonkulov - Farg'ona davlat universitetining Matematika kafedrası dotsenti, PhD

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2022-yil 13-maydagi 166-sonli buyrug'i bilan (guvohnoma raqami№ 166-081) nashrga tavsiya etilgan.

ISBN 978-9943-7266-6-6

© T.S.Nishonov, 2022.
© “Innovatsiya-Ziyo”, 2022.



SO‘Z BOSHI

Oliy ta'lim muassasalarida malakali, raqobatbardosh va ijodkor mutaxassislarni tayyorlashda matematik fanlarning o'zni juda katta. Chunki bugungi kunda deyarli barcha sohalaridagi ish faoliyati matematika va matematik usullardan samarali foydalanishni taqozo etmoqda. Shuning uchun ham bugungi kundagi asosiy vazifalardan biri barcha Oliy ta'lim muassasalarida matematikani o'qitishni zamon talablariga mos holda takomillashtirishdan iboratdir. Bu borada so'nggi yillarda Respublikamizda bir qator muhim farmon va qarorlar qabul qilindi. Bularga misol tariqasida O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 05.06.2018 y. dagi "Oliy ta'lim muassasalarida ta'lim sifatini oshirish va ularning mamlakatda amalga oshirilayotgan keng qamrovli islohotlarda faol ishtirokini ta'minlash bo'yicha qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida" PQ 3775-sonli qarori hamda ushbu qarorga muvofiq O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 10.10.2018 y. dagi "Oliy ta'lim muassasalarini o'quv adabiyotlari bilan ta'minlash to'g'risida" 816-sonli qarorlari va boshqalarni keltirish mumkin. Ushbu qarorlar ijrosini ta'minlash nuqtai nazaridan va qolaversa Oliy ta'lim muassasalari talabalariga matematikadan, xususan Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan chuqur bilim va ko'nikmalar beruvchi o'zbek tilidagi o'quv adabiyotlarining kamligini hisobga olgan holda Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan yangi o'quv adabiyotlarini yaratish vazifasi muhim hisoblanadi. Bunda o'quv adabiyotlarini ta'lim yo'nalishi malaka talablaridan va xususiyatlaridan kelib chiqqan holda tayyorlash maqsadga muvofiqdir.

Ushbu o'quv qo'llanma yuqoridagi vazifalarni amalga oshirish maqsadida tayyorlandi. Qo'llanma Oliy ta'lim muassasalarining Iqtisodiyot (tarmoqlar va sohalar bo'yicha) ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, unda Amaliy matematika fani tarkibiga kiruvchi Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo'limi bo'yicha fan dasturida belgilangan mavzular bo'yicha to'liq nazariy ma'lumotlar, ular yordamida yechilgan masala va misollar hamda talabalar mustaqil yechishlari uchun yetarlicha topshiriqlar keltirilgan.

Ushbu o'quv qo'llanmadan oliy matematika o'qitiladigan boshqa ta'lim yo'nalishlari talabalari ham foydalanishlari mumkin.

O'quv qo'llanmaning qo'lyozmasini o'qib chiqib o'zlarining qimmatli maslahatlarini bergan Andijon davlat universiteti Matematika kafedrasida dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi Sohibjon Axmedov, Farg'ona davlat universiteti Matematika kafedrasida dotsenti, PhD Ulug'bek Xonkulovlarga va Andijon davlat universiteti, Matematika kafedrasida mudiri, fizika-matematika fanlari nomzodi Nodirbek Umrzaqovlarga o'z minnatdorчилиgimni bildiraman.

Muallif

1-BOB. EHTIMOLLAR NAZARIYASI

1-§. Hodisalar va ularning ehtimollari

Tasodifiy hodisalar va ehtimollar nazariyasining predmeti

Ehtimollar nazariyasi oliy matematikaning bir qismi bolib, natijalari tasodifiy omillarga bog'liq bo'lgan tajribalar uchun qurilgan modellarni o'rganadi.

Har qanday tajriba (eksperiment, kuzatish) qandaydir aniq shartlar to'plamini bajarilishini va uning natijalarini kuzatishdan iborat. Ehtimollar nazariyasida bir xil shartlar istalgancha marta takrorlanishi mumkin bo'lgan tajribalargina qaraladi.

O'tkaziladigan u yoki bu tajribada kuzatish predmeti bo'lib, biror jarayon, fizik holat, iqtisodiy samaradorlik, hosildorlik va hokozolar olinishi mumkin. Demak, ehtimollar nazariyasida hodisa va tajriba tushunchalari asosiy tushunchalardan hisoblanadi.

Ro'y beradi yoki ro'y bermaydi deb gapirish mumkin bo'lgan har qanday voqea *hodisa* deyiladi. Tajribalar, kuzatishlar, o'lchashlarning natijalari hodisalardan iborat.

Barcha kuzatiladigan hodisalarni 3 turga ajratish mumkin.

Ular: muqarrar hodisa, ro'y bermaydigan hodisa va tasodifiy hodisalardir.

Tayin shartlar to'plami bajarilganda albatta ro'y beradigan hodisaga *muqarrar hodisa* deyiladi.

Tayin shartlar to'plami bajarilganda mutlaqo ro'y bermaydigan hodisaga *mumkin bo'lmagan hodisa* deyiladi.

Tayin shartlar bajarilganda ro'y berishi ham, ro'y bermasligi ham mumkin bo'lgan hodisa *tasodifiy hodisa* deyiladi.

Odatda tasodifiy hodisalarni A, B, C, D, E, \dots harflar bilan, muqarrar hodisani Ω bilan, mumkin bo'lmagan hodisani \emptyset bilan belgilanadi.

Hodisalarning yig'indisi va ko'paytmasi

Tasodifiy hodisalar ustida quyidagi amallarga to'xtalamiz:

1. A va B hodisalardan hech bo'lmaganda birining ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisa A va B hodisalarning yig'indisi deyiladi va $A \cup B$ ($A + B$) kabi yoziladi.

2. Bir necha hodisalarning yig'indisi deb, bu hodisalardan kamida birini ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisaga aytiladi.

3. A va B hodisalarning ikkalasi bir vaqtda ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisa A va B hodisalarning ko'paytmasi deyiladi va $A \cap B$ (AB) kabi yoziladi.

4. Agar A hodisa ro'y berishidan B hodisaning ham ro'y berishi kelib chiqsa, u holda A hodisa B hodisani ergashtiradi deyiladi va $A \subset B$ kabi yoziladi.

5. Agar $A \subset B$ va $B \subset A$, ya'ni A hodisa B hodisani ergashtirsa va aksincha, B hodisa A hodisani ergashtirsa, u holda A va B hodisalar teng (teng kuchli) deyiladi va $A = B$ deb belgilanadi.

6. Birgalikda bo'lmagan hodisalar deb bitta sinashda birining ro'y berishi boshqasining ro'y berishini yo'qqa chiqaradigan hodisaga aytiladi.

7. Agar sinash natijasida bir nechta hodisalardan bittasi va faqat bittasining ro'y berishi muqarrar hodisa bo'lsa, u holda bu hodisa yagona mumkin bo'lgan hodisa deyiladi.

8. Agar bir nechta hodisalardan hech birini boshqalariga nisbatan ro'y berishi mumkinroq deyishga asos bo'lmasa, u holda bu hodisalarni teng imkoniyatli hodisalar deyiladi.

9. Hodisalarning to'la gruppasi deb, sinashning yagona mumkin bo'lgan hodisalari to'plamiga aytiladi.

10. *Qarama-qarshi hodisalar* deb, to'la grupp tashkil etuvchi yagona mumkin bo'lgan ikkita hodisaga aytiladi. A hodisaga qarama-qarshi hodisani \bar{A} bilan belgilanadi.

11. Bitta sinashda ikkita hodisadan birini ro'y berishi ikkinchisini ro'y berishini inkor qilmasa, u holda bu *hodisalar birgalikda* deyiladi.

Tasodifiy hodisa ehtimolining statistik ta'rifi

Hodisaning nisbiy chastotasi deb, hodisa ro'y bergan sinashlar sonining aslida o'tkazilgan jami sinashlar soniga nisbatiga aytiladi. Shunday qilib A hodisaning nisbiy chastotasi $W(A) = \frac{k}{n}$ formula bilan aniqlanadi. Bu yerda k - hodisaning ro'y berishlar soni, n - sinashlarning jami soni.

Turli tajribalarda nisbiy chastota juda oz o'zgarib, biror o'zgarmas son atrofida tebranadi. Shunday qilib, tajriba yo'li bilan nisbiy chastota aniqlangan bo'lsa, u holda uni ehtimolning taqribiy qiymati sifatida olish mumkin.

Ehtimollarni qo'shish qoidasi

Teorema: Birgalikda bo'lmagan ikkita hodisadan qaysinisi bo'lsa ham, birining ro'y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Natija: Har ikkitasi birgalikda bo'lmagan bir nechta hodisalardan qaysinisi bo'lsa ham, birining ro'y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollari yig'indisiga teng, ya'ni

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

Teorema: Qarama-qarshi hodisalar ehtimollarining yig'indisi 1 ga teng, ya'ni

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Eslatma. A hodisaning ehtimolini topishda, ko'pincha \bar{A} hodisa ehtimolini hisoblash, keyin esa izlanayotgan ehtimolni $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ bo'yicha topish qulaydir.

Masalalar yechishga doir namunalari:

Masala. Yuk mashinasiga ortish vaqtida 10000 tarvuzdan 26 tasi yorilgan. Yorilgan tarvuzlarning nisbiy chastotasini toping.

Yechish: Masalaning shartiga asosan hammasi bo'lib $n = 10000$ tarvuz bor, ulardan $k = 26$ tasi yorilgan. Demak, yorilgan tarvuzlarning nisbiy chastotasi $W(A) = \frac{k}{n} = \frac{26}{10000} = 0,0026$.

Mavzuga doir masalalar:

1. Tanga ketma-ket uch marta tashlanmoqda. Tajriba natijasi (X_1, X_2, X_3) ketma-ketlikdan iborat bo'lib, har bir X_i "G"-gerb yoki "R"-raqam tushishini bildiradi. a) Ω elementar hodisalar fazosini quring; b) Kamida ikki marta tanga "gerb" tomoni bilan tushishidan iborat bo'lgan A hodisani ifodalang.

2. a) $A \cup A$ va AA hodisalarini ta'riflang; b) Qachon AB va A hodisalar teng kuchli? d) A va $\overline{A + B}$ hodisalar birgalikdami?

3. Tekislikka tasodifiy ravishda nuqta tashlanmoqda. A -“nuqta A doiraga tushishi” va B -“nuqta B doiraga tushishi” dan iborat hodisalar bo'lsin. $\bar{A}, \bar{B}, A + B, \overline{A + B}, AB, \overline{AB}$ hodisalarini izohlab bering.

4. Brokerlik firmasi aksiya va obligatsiyalar bilan ish ko'radi. O'z faoliyatini tahlil qilish uchun firma uni qiziqtirgan shaxs aksiya egasi (A hodisa) yoki obligatsiya egasi (B hodisa) bo'lishi ehtimolini baholab turishi foydadan holi emas. Shu nuqtai nazardan $\bar{A}B, A\bar{B}, A + B, \overline{A + B}, \bar{A} + \bar{B}, AB, \overline{AB}$ hodisalarini izohlab bering.

5. Avtomobillar sotish bilan shug'ullanuvchi firma radio va televideniye orqali mashinalarning ikki yangi modelini reklama qilmoqda. A -tasodifan

tanlangan odam yangi modellar haqidagi reklamani radio orqali eshitgani, B -tasodifan tanlangan odam yangi modellar haqidagi reklamani televideniye orqali ko'rgani hodisasi bo'lsa, $\overline{AB}, A\overline{B}, A + B, \overline{A + B}, \overline{A} + \overline{B}, AB, \overline{AB}$ hodisalarni izohlab bering.

6. A, B, C -tasodifiy hodisalar bo'lsin. a) $ABC = A$; b) $A + B + C = A$ shartlarni qanoatlantiruvchi hodisalarni izohlab bering.

7. Nishon radiuslari $r_1 < r_2 < \dots < r_{10}$ bo'lgan r_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) konsentrik aylanalardan iborat. Agar $A_i = \{r_i$ radiusli doiraga tekkizish} hodisasi bo'lsa, u holda $B = \sum_{i=1}^{10} A_i$, $C = \prod_{i=5}^{10} A_i$, $D = \overline{A_1}A_2$ hodisalarni izohlab bering.

8. A, B, C -uchta ixtiyoriy hodisa bo'lsin. Quyidagi hodisalarni ifodalab bering:

- a) faqat A hodisa ro'y berdi;
- b) A va B hodisalar ro'y berdi, lekin C hodisa ro'y bermadi;
- c) uchala hodisa ham ro'y berdi;
- d) ushbu hodisalarning hech bo'lmaganda bittasi ro'y berdi;
- e) ushbu hodisalarning faqat bittasi ro'y berdi;
- f) ushbu hodisalarning hech bo'lmaganda ikkitasi ro'y berdi;
- g) faqat ikkita hodisa ro'y berdi;
- h) bu hodisalarning birortasi ham ro'y bermadi;

8. $A, \overline{AB}, \overline{A + B}$ hodisalar to'la guruh tashkil etishini isbotlang.

9. Tasodifiy sonlar jadvalidan tasodifiy ravishda bir son olingan. A hodisa-“tanlangan son 5 ga bo'linadi”; B hodisa-“bu sonning oxirgi raqami nol” ekanini bildirsa, $A - B$ va AB hodisalar nimani bildiradi?

10. Nishonga otishda tekkizishlar nisbiy chastotasi 0,6 bo'lgan. Agar mergan 12 marta nishonga tekkiza olmagan bo'lsa, jami bo'lib necha marta o'q otilgan?

11. Sifatli mahsulotlarning nisbiy chastotasi 0,9 ga teng bo'lib chiqdi. Agar tekshirilgan mahsulotlarning umumiy soni 200 taga teng bo'lsa, ularning orasida sifatliylarining soni nechta?

2-§. Elementar hodisalar fazosi

Ehtimollar nazariyasi fanining aksiomalari. Ehtimolni hisoblashni klassik usuli

Sinashning mumkin bo'lgan barcha elementar natijalari *elementar hodisalar* deyiladi.

Biror tajribaning barcha elementar hodisalari to'plami shu tajribaning *elementar hodisalar fazosi* deyiladi va Ω kabi belgilanadi.

Bizni qiziqtirayotgan hodisani ro'y berishiga olib keladigan elementar hodisalami bu hodisaning ro'y berishiga *qulaylik tug'diruvchi hodisalar* deyiladi.

A hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi elementar hodisalar sonining ularning umumiy soniga nisbati *A hodisaning ehtimoli* deyiladi va $P(A)$ bilan belgilanadi. Ushbu ta'rif *ehtimolning klassik ta'rifi* deyiladi. Shunday qilib *A* hodisaning ehtimoli quyidagi formula bilan aniqlanadi: $P(A) = \frac{k}{n}$. Bu yerda k , *A* hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi elementar hodisalar soni; n -sinashning mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalari soni.

Ehtimolning ta'rifidan uning quyidagi xossalari kelib chiqadi.

- 1) Muqarrar hodisaning ehtimoli 1 ga teng, ya'ni $P(\Omega) = 1$;
- 2) Mumkin bo'lmagan hodisaning ehtimoli nolga teng, ya'ni $P(\emptyset) = 0$;

3) Tasodifiy hodisaning ehtimoli musbat son bo'lib, u nol va bir orasida bo'ladi, ya'ni $0 \leq P(A) \leq 1$.

Ehtimolning klassik ta'rifidan foydalanib masalalar yechishda *kombinatorika formulalari* keng qo'llaniladi.

Ba'zi kombinatorika formulalarini keltiramiz.

n ta turli elementlarning *o'rin almashtirishlari* jami soni quyidagicha hisoblanadi:

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

n ta turli elementlarning k tadan *takrorsiz o'rinlashtirishlari* jami soni quyidagicha hisoblanadi:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

n ta turli elementlarning k tadan *takroriy o'rinlashtirishlari* jami soni quyidagicha hisoblanadi:

$$\bar{A}_n^k = n^k$$

n ta turli elementlardan k tadan *guruhlashlar* jami soni quyidagicha hisoblanadi:

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Ehtimolning geometrik ta'rifi

D soha G sohaning qismi (bo'lagi) bo'lsin. Agar sohaning o'lchamini (uzunligi, yuzi, hajmi) *mes* orqali belgilasak, tavakkaliga G sohaga tashlangan nuqtaning D sohaga tushish ehtimoli

$$P(A) = \frac{\text{mes}D}{\text{mes}G}$$

tenglik bilan aniqlanadi.

Masalalar yechishga doir namunalar:

Masala. 1,2,3 raqamlaridan ularning har biri tarkibida faqat bir marta uchraydigan nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish: Bunday uch xonali sonlarning soni $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ ta.

Masala. Tijorat banki boshqarmasi turli lavozimlarga 10 ta nomzoddan 3 tasini tanlamoqda. Har bir nomzod bir xil imkoniyatga ega. 10 ta nomzoddan 3 kishidan iborat nechta guruh tuzish mumkin?

Yechish: Bu misolda $n = 10$ va $m = 3$. Hammasi bo'lib $N = A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ ta guruh tuzish mumkin.

Masala. Tijorat banki boshqarmasi bir xil lavozimlarga 10 ta nomzoddan 3 tasini tanlamoqda. Har bir nomzod bir xil imkoniyatga ega. 10 ta nomzoddan 3 kishidan iborat nechta guruh tuzish mumkin?

Yechish: Bu misolda $n = 10$ va $m = 3$. Turli guruhlar tarkibi, hech bo'lmaganda, bitta nomzodga farq qilishi kerak. Demak, bu birikmalar moslikdan iborat. Hammasi bo'lib $N = C_{10}^3 = \frac{10!}{7!3!} = 120$ ta guruh tuzish mumkin.

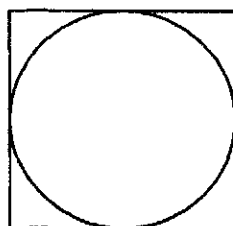
Masala. Shoshqol toshi (o'yin kubigi) bir marta tashlangan bo'lsa, juft ochko tushish ehtimolini toping.

Yechish: B -juft ochko tushish hodisasi bo'lsin. Elementar hodisalar fazosi oltita teng imkoniyatli hodisadan iborat, ya'ni $\Omega = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$. Bu yerda A_i - i -raqami tushish hodisasi. U holda B ro'y berishiga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar uchta- A_2, A_4, A_6 . Ehtimolning klassik ta'rifiga ko'ra $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$.

Masala. Tomoni a ga teng bo'lgan kvadratga doira ichki chizilgan. Tasodifiy ravishda kvadrating ichiga tashlangan nuqta doira ichiga tushishi ehtimolini toping.

Yechish: Masalaning shartiga asosan: G -tomoni a ga teng bo'lgan kvadrat, D -unga ichki chizilgan $\frac{a}{2}$ radiusli doira. G va D shakllar tekislikda qaralayotganligi uchun o'lchov sifatida yuza olinadi. Demak, izlanayotgan ehtimol:

$$P(A) = \frac{\text{mes}D}{\text{mes}G} = \frac{\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2} = \frac{\pi}{4}$$



Mavzuga doir masalalar:

1. Ertalabki pochta bilan maxsus agentlikka neft quvurlarini kovlash uchun yer uchastkalarining ijara narxi to'g'risidagi takliflar bilan 9 ta yopiq konvert keldi. Konvertlarni ochish tartibining necha xil usuli mavjud?

2. Kengash ishga qabul qilish to'g'risida ariza bergan 6 ta nomzodni ko'rib chiqmoqda. Ular hammasining kasbiy malakasi bir xil. Suhbatga esa oltitadan faqat uchtasi taklif qilinadi. Suhbatga kirish tartibi ham ahamiyatga ega, chunki birinchi bo'lib kirganing ishga taklif qilinish ehtimoli eng katta. Ikkinchisi faqat birinchisi rad javobi olgan taqdirdagina taklif qilinadi. Uchinchisi suhbatga kirishi uchun avvalgi ikkitasi rad javobi olgan bo'lishi kerak. Bunday sharoitda oltitadan uch nomzodni tanlashning nechta usuli mavjud?

3. Aviakompaniya Samarqand-Toshkent yo'nalishida oltita, Toshkent-Anqara yo'nalishida esa ikkita reysga ega. Agar reyslar har xil kunlarda bajarilsa, Samarqanddan Anqaragacha nechta usul bilan bilet buyurish mumkin?

4. Kompaniyaning to'rt bo'limi bor: mahsulot ishlab chiqarish bo'limi; xomashyo yetkazib berish bilan shug'ullanuvchi ta'minot bo'limi; menejment va

marketing bo'limlari. Ularning har biridagi xodimlar soni mos ravishda 55, 30, 21 va 13 ga teng. Kompaniya direktori bilan har yili bo'ladigan uchrashuvga har bir bo'lim o'zining bittadan vakilini jo'natmoqchi. Kompaniya ishchilaridan ana shu uchrashuvga hammasi bo'lib nechta guruh tuzish mumkin?

5. 20 ta odam qatnashayotgan majlis ikkita konferensiyaga ikki vakilni saylamqda. Buni nechta usul bilan bajarish mumkin? Bitta konferensiyaga ikki vakilni nechta usul bilan tanlash mumkin?

6. Yirik savdo kompaniyasi uy-joy qurilishi va ularni ta'mirlash uchun qurilish materiallari sotish bilan shug'ullanadi. Kompaniyada uchta hududdagi xaridorlarning ro'yxati bor. Kompaniya ularga tovarlar katalogini pochta orqali yuboradi. Kompaniya menejjeri yuborilgan takliflarga birorta ham hududdan javob kelmaslik ehtimoli 0,25 ga teng deb hisoblaydi. U holda hech bo'lmaganda bitta hududdan javob kelish ehtimolini toping.

7. Qutida 10 ta shar bor: 7 ta qora va 3 ta oq. Yashikdan tasodifiy ravishda bir shar olindi. Bu shar: a) oq; b) qora bo'lishining ehtimolini toping.

8. "DAFTAR" so'zidan tasodifiy ravishda bitta harf tanlandi. Bu "U" harfi bo'lish ehtimoli nimaga teng? Bu unli harf bo'lish ehtimoli-chi?

9. Uchta tanga tashlandi. 2 ta tanganing "gerb" tomoni bilan tushish ehtimoli nechaga teng?

10. Shoshqol toshi bir marta tashlanganda, 4 raqami tushish ehtimoli nechaga teng? 4 dan katta raqam tushish ehtimoli nechaga teng?

11. Ikkita shoshqol toshi tashlanganda tushgan raqamlar yig'indisi kamida 9 ga teng bo'lish ehtimoli nechaga teng? 1 tushish ehtimoli nechaga teng?

12. 64 ta katakdan iborat shaxmat taxtasiga 2 ta shaxmat donasi-oq va qora rangli fil qo'yildi. Ularning bir-birini "urmasligi" ehtimoli nechaga teng?

13. K, I, T, O, B harflari yozilgan 5 ta bir xil qog'ozchalardan ketma-ket uchta tanlab olindi va olinish tartibida bir qatorga joylashtirildi. Natijada "KIT" so'zi hosil bo'lish ehtimoli nechaga teng?

14. Qutida 7 ta qora va 3 ta oq shar bor. Tasodifiy ravishda olingan ikkita sharning qora bo'lish ehtimoli nechaga teng?

15. $1, 2, 3, \dots, n$ sonlar ketma-ketligidan tasodifiy ravishda ikkita son tanlab olindi. Agar $1 < k < n$ bo'lsa, ulardan biri k dan kichik, ikkinchisi esa k dan katta bo'lish ehtimoli nechaga teng?

16. Yosh bola A, A, D, D harflari yozilgan 4 ta bir xil kartonchalarni o'ynab o'tiribdi. U harflarni bir qatorga tasodifiy ravishda terganida "DADA" so'zi hosil bo'lish ehtimolini toping.

17. Telefon raqamlarini terayotgan kishi oxirgi ikki raqamni unutib qo'ydi va ularning turlicha va toq ekanligini eslab qolgan holda, tasodifiy ravishda ikki raqamni terdi. Terilgan telefon raqamlari to'g'ri bo'lish ehtimolini toping.

18. Navbatda A, B hamda yana sakkiz kishi turibdi. A va B larning orasida uch kishi bo'lish ehtimoli nechaga teng?

19. n ta lotereya biletlarining m tasi yutuqli. Siz k ta bilet sotib oldingiz deylik. Hech bo'lmaganda bitta bilet yutuqli bo'lish ehtimolini toping.

20. 25 ta imtihon biletidan 5 tasi "oson". Ikkita talaba navbat bilan bittadan bilet oldilar. Quyidagi hodisalar ehtimolini toping:

$A = \{\text{birinchi talaba "oson" bilet oldi}\};$

$B = \{\text{ikkinchi talaba "oson" bilet oldi}\};$

$C = \{\text{ikkala talaba ham "oson" bilet oldi}\}.$

21. 50 ta mahsulotning 5 tasi sifatsiz. Tasodifiy ravishda 6 ta mahsulot tanlab olindi. Tanlab olingan mahsulotlarning orasida 2 tasi sifatsiz bo'lish ehtimolini toping.

22. Tasodifiy tanlangan 12 ta odamning tug'ilgan kuni yilning turli oylariga to'g'ri kelish ehtimolini toping.

23. Yetti qavatli uyning liftiga birinchi qavatda 3 kishi kirdi. Ularning har biri, ikkinchi qavatdan boshlab, istalgan qavatida liftidan chiqishi mumkin. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

$A = \{\text{hamma yo'lovchilar 4-qavatda tushadilar}\};$

$B = \{\text{hamma yo'lovchilar bitta qavatda tushadilar}\};$

$C = \{\text{hamma yo'lovchilar turli qavatlarda tushadilar}\}.$

24. Javonda 10 juft turli oyoq kiyimlar bor. Tasodifiy ravishda ulardan 4 donasi tanlab olindi. Olingan oyoq kiyimlar ichida o'z jufti bilan olingani yo'q bo'lishi ehtimolini toping.

25. O'yinlarning umumiy sonini kamaytirish maqsadida $2n$ ta sport jamoasi qur'a tortish asosida ikkita guruhga ajratildi. Ikkita ma'lum jamoa: a) turli guruhga tushishi; b) bir guruhga tushishi ehtimolini toping.

26. Korxonada 6 erkak va 4 ayol ishlaydi. Tabeldagi tartib raqami bo'yicha tasodifiy ravishda 7 kishi tanlab olindi. Tanlab olinganlar orasida 3 ta ayol bo'lish ehtimolini toping.

27. R radiusli katta doira ichiga r radiusli kichik doira joylashtirilgan. Katta doira ichiga tasodifan tashlangan nuqta kichik doiraga ham tushish ehtimolini toping.

28. Tekislikda a tomonli kvadratlardan iborat cheksiz to'ra chizilgan. Tekislikka tasodifiy ravishda $r < \frac{a}{2}$ radiusli tanga tashlangan Tanga hech qaysi kvadratning tomonini kesib o'tmaslik ehtimolini toping.

29. (Uchrashuv haqidagi masala) Ikki dugona kunduzgi soat 9 va 10 orasida ma'lum bir joyda uchrashishga kelishdilar. Birinchi bo'lib kelgani ikkinchisini 10 daqiqa davomida kutadi va agar u kelmasa, ketadi. Agar bu ikki

dugonaning kelish vaqtlari tasodifiy bo'lsa, u holda ularning uchrashish ehtimolini toping.

30. Uzunligi l ga teng bo'lgan kesma tasodifiy ravishda 3 bo'lakka bo'lindi. Hosil bo'lgan bo'laklardan uchburchak yasash mumkin bo'lishi ehtimolini toping

31. Uchlari $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$ nuqtalarda bo'lgan kvadratga tasodifiy ravishda M nuqta tashlandi. Uning koordinatalari $(b; c)$ bo'lsin. $x^2 + bx + c = 0$ tenglamaning ildizlari haqiqiy son bo'lish ehtimolini toping.

32. Asosining radiusi R bo'lgan tanganing yon qirradi bilan tushish ehtimoli $\frac{1}{3}$ ga teng bo'lishi uchun uning balandligi qanday bo'lishi kerak?

33. Tasodifiy ravishda har biri birdan katta bo'lmagan ikkita haqiqiy musbat son olingan. Bir vaqtning o'zida $x + y$ yig'indi birdan katta bo'lmasligi va xy ko'paytma 0,09 dan kichik bo'lmasligi ehtimolini toping.

3-§. Hodisalarning erkliligi va eng sodda formulalar

Shartli ehtimol. Erkli hodisalar va ko'paytirish qoidasi

Agar ikkita hodisadan birini ro'y berishi ikkinchisini ro'y berishi yoki ro'y bermasligiga bog'liq bo'lmasa, u holda bu hodisalarni *erkli hodisalar* deyiladi.

Bir nechta hodisalarni har ikkitasi bog'liq bo'lmasa, u holda u hodisalarni *juft-juft erkli* deyiladi.

Agar ikkita hodisadan birining ro'y berishi ikkinchisini ro'y berish yoki ro'y bermasligiga bog'liq bo'lsa, u holda bu hodisalarni *o'zaro bog'liq* hodisalar deyiladi.

B hodisaning A hodisa ro'y berdi degan farazda hisoblangan ehtimoliga *shartli ehtimol* deyiladi.

Teorema. 2 ta bog'liq hodisaning birgalikda ro'y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolini shu hodisa ro'y berdi deb faraz qilingandagi ikkinchi hodisaning shartli ehtimoliga ko'paytmasiga teng.

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B).$$

Xususan, 3 ta bog'liq hodisa uchun quyidagi tenglik o'rinlidir:

$$P(ABC) = P(A) \cdot P_A(B) \cdot P_{AB}(C).$$

Teorema. Birgalikda bo'lgan ikkita hodisadan kamida bittasining ro'y berish ehtimoli shu hodisalarning yig'indisidan ularning birgalikda ro'y berish ehtimoli ayrilganiga teng. Ya'ni

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Eslatma. Bu formulani qo'llashda A va B hodisalar o'zaro erkli ham, bog'liq bo'lishi mumkin ekanligini nazarda tutish kerak.

Erkli hodisalar uchun $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$.

Bog'liq hodisalar uchun esa $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P_A(B)$.

Eslatma. Agar A va B hodisalar birgalikda bo'lmasa, u holda ularning birgalikda ro'y berishidan iborat bo'lgan hodisa mumkin bo'lmagan hodisa bo'ladi, ya'ni $P(AB) = 0$ bo'ladi. U holda

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

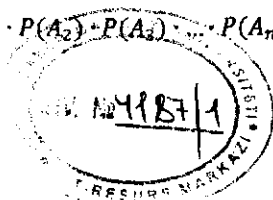
bo'ladi.

Teorema: Ikkita erkli hodisaning birgalikda ro'y berish ehtimoli shu hodisalarning ehtimollari ko'paytmasiga teng.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Natija: Bir nechta erkli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollarining ko'paytmasiga teng.

$$P(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \dots \cdot P(A_n).$$



Teorema. Erkli $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ hodisalaridan kamida bittasining ro'y berish ehtimoli bir soni bilan $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}, \dots, \overline{A_n}$ qarama-qarshi hodisalar ehtimollarining ko'paytmasi orasidagi ayirmaga teng:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n.$$

Xususiy hol. Agar $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ hodisalar q ga teng bo'lgan bir xil ehtimolga ega bo'lsa, u holda shu hodisalaridan kamida bittasining ro'y berish ehtimoli

$$P(A) = 1 - q^n$$

ga teng.

To'la ehtimol va Bayes formulalari

To'la grupp tashkil etuvchi birgalikda bo'lmagan B_1, B_2, \dots, B_n hodisalaridan bittasining ro'y berganlik shartidagina ro'y beradigan A hodisaning ehtimoli, shu hodisalaridan har birining ehtimolini A hodisaning mos shartli ehtimollariga ko'paytmalarining yig'indisiga teng:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

Bu formula *to'la ehtimol formulasi* deyiladi.

Faraz qilaylik, A hodisa to'la grupp tashkil etuvchi birgalikda bo'lmagan B_1, B_2, \dots, B_n hodisalaridan biri ro'y berish shartidagina ro'y berishi mumkin bo'lsin. Bu hodisalaridan qaysi biri ro'y berishi avvaldan noma'lum bo'lgani sababli ular *gipotezalar* deyiladi.

Faraz qilaylik, sinash o'tkazilgan bo'lib, uning natijasida hodisa ro'y bergan bo'lsin. Gipotezalarning ehtimollari qanday o'zgartirilganini aniqlash masalasini qo'yaylik. Boshqacha aytganda $P_A(B_1), P_A(B_2), \dots, P_A(B_n)$ shartli ehtimollarni izlaymiz.

Avval $P_A(B_1)$ shartli ehtimolni aniqlaymiz. Ko'paytirish teoremasiga asosan.

$$P(AB_1) = P(A) \cdot P_A(B_1) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A).$$

$$\text{Bundan } P_A(B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A)}{P(A)} \text{ bo'lib,}$$

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)}.$$

Shu usulda qolganlarini ham topish mumkin. Bu formulalar *Bayes formulalari* deyiladi. Bayes formulalari sinash natijasida A hodisa ro'y berganligi ma'lum bo'lgandan so'ng gipotezalar ehtimollarini qayta baholashga imkon beradi.

Masalalar yechishga doir namunalar:

Masala. Dushman kemasi uch zambarakdan o'qqa tutilmoqda. Ularning nishonga tekkizish ehtimollari quyidagicha: $p_1 = 0,8, p_2 = 0,7, p_3 = 0,9$. Agar kemani cho'ktirish uchun bitta tekkizish yetarli bo'lsa, dushman kemasini uch zambarakdan bir otishda cho'ktirish ehtimolini toping.

Yechish: A dushman kemasini cho'ktirish hodisasi, A_i ($i = 1,2,3$) bu i - zambarakning nishonga tekkizish hodisasi bo'lsin. Har bir zambarakning nishonga tekkizishi qolganlarining natijasiga bog'liq emas. Shuning uchun A_i lar o'zaro erkli. U holda A_i ga teskari bo'lgan \bar{A}_i , ya'ni i - zambarakning nishonga tekkiza olmasligi hodisalarining ehtimollari mos ravishda quyidagilarga teng: $q_1 = 0,2, q_2 = 0,3, q_3 = 0,1$. Izlanayotgan ehtimol esa quyidagiga teng $P(A) = 1 - q_1 q_2 q_3 = 1 - 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,1 = 0,994$.

Masala. Maslahat firmasi ikkita yirik korporatsiyadan ikkita buyurtma olishga harakat qilmoqda. A va B mos ravishda 1-va 2-korporatsiyadan buyurtma olish hodisalari bo'lsin. Firma mutaxassislarining fikricha, birinchi korporatsiyadan buyurtma olish ehtimoli 0,45 ga teng. Shuningdek, mutaxassislar agar firma 1-korporatsiyadan buyurtma olsa, u holda 2-korporatsiya ham ularga buyurtma berishi ehtimoli 0,9 ga teng deb

hisoblaydilar. Maslahat firmasining ikkala buyurtmani ham olish ehtimolini toping.

Yechish: Shartga ko'ra $P(A) = 0,45$ va $P_A(B) = 0,9$. Maslahat firmasining ikkala buyurtmani ham olish ehtimoli $P(AB)$ ni topish kerak. O'zaro bog'liq hodisalar ko'paytmasining ehtimolini topish formulasiga asosan $P(AB) = P(A)P_A(B) = 0,45 \cdot 0,9 = 0,405$.

Masala. Yirik reklama firmasida ishchilarning 21% i yuqori maosh oladi. Firma ishchilarning 40% ini ayollar tashkil etadi. Shu bilan birga 6,4% ishchilar-yuqori maosh oladigan ayollar. Firmada ayollar mehnatiga haq to'lashda kamsitish (diskriminatsiya) mavjud deyishga asos bormi?

Yechish: Ehtimollar nazariyasi nuqtai nazaridan masalani quyidagicha qo'yish mumkin: "Tasodifiy ravishda tanlab olingan ishchi-ayol yuqori maosh olishi ehtimoli qancha?" Agar A - "tasodifiy ravishda tanlab olingan ishchi yuqori maosh oladi" hodisasi, B - "tasodifiy ravishda tanlab olingan ishchi-ayol" hodisasi deb olsak, u holda:

$$P_B(A) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,064}{0,40} = 0,16.$$

Bu yerda 0,16 soni 0,21 sonidan kichik bo'lgani uchun, reklama firmasida ayollarning yuqori maosh olish imkoniyati erkaklarga nisbatan kam deb xulosa qilish mumkin.

Masala. Iste'molchi ma'lum bir mahsulot reklamasini televideniye orqali ko'rish ehtimoli 0,04 ga, xuddi ana shu mahsulot reklamasini maxsus reklama ko'rgazmasida ko'rish ehtimoli 0,06 ga teng. Agar bu ikki hodisa o'zaro erkli bo'lsa, iste'molchining ikkala turdagi reklamani ham ko'rish ehtimoli nimaga teng?

Yechish: A -iste'molchi mahsulot reklamasini televideniye orqali ko'rish hodisasi, B -iste'molchi mahsulot reklamasini maxsus reklama ko'rgazmasida ko'rish hodisasi bo'lsin. Bu hodisalar erkli. U holda iste'molchining ikkala

reklamani ham ko'rish ehtimoli quyidagicha bo'ladi: $P(AB) = P(A)P(B) = 0,04 \cdot 0,06 = 0,0024$.

Masala. Agar barcha mahsulotning 4% i sifatsiz, sifatlil mahsulotning 75% i birinchi nav talabiga javob berishi ma'lum bo'lsa, tasodifan olingan mahsulotning 1-navli bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: A -“tanlangan mahsulot sifatlil”, B -“tanlangan mahsulot 1-navli” hodisalari bo'lsin. Masala shartiga ko'ra $P(A) = 1 - 0,04 = 0,96$ va $P_A(B) = 0,75$. Izlanayotgan ehtimol: $P(AB) = P(A)P_A(B) = 0,96 \cdot 0,75 = 0,72$.

Masala. Talaba imtixonda tushishi mumkin bo'lgan 25 ta savoldan faqat 20 tasiga tayyorlanib kelgan. Professor unga uchta savol berdi. Talabaniing uchala savolga ham to'g'ri javob berish ehtimolini toping.

Yechish: Quyidagi hodisalarni aniqlaylik:

A -“talaba uchala savolga ham javobni biladi”;

A_1 -“talaba 1-savolga javobni biladi”;

A_2 -“talaba 2-savolga javobni biladi”;

A_3 -“talaba 3-savolga javobni biladi”.

A_1, A_2, A_3 -hodisalar bog'liq, shuning uchun $A = A_1A_2A_3$ hodisaniing ehtimoli quyidagicha hisoblanadi:

$$P(A) = P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P_{A_1}(A_2)P_{A_1A_2}(A_3) = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} \cdot \frac{18}{23} \approx \frac{57}{115} \approx 0,496.$$

Masala. Gulzorda 20 ta qizil, 30 ta binafsha rang va 40 ta oq rangli astra ochilgan. Agar kech tushgandan so'ng bitta gul uzilgan bo'lsa, uning qizil yoki binafsha rang bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Qizil (A) yoki binafsha rang (B) astra uzish hodisalarini birgalikda bo'lmagan hodisalar, ya'ni $AB = \emptyset$. Izlanayotgan p ehtimol qizil yoki binafsha rang astra uzish ehtimollarining yig'indisiga teng: $p = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{20}{30} + \frac{30}{90} - 0 = \frac{5}{9}$.

Masala. Birinchi va ikkinchi to'pdan otilganda, nishonga tegish ehtimoli mos ravishda $p_1 = 0,7$, $p_2 = 0,8$ ga teng. Ikkala to'pdan bir vaqtda o'q otilganda hech bo'lmaganda bittasining nishonga tegish ehtimolini toping.

Yechish: Har bir to'pdan otilgan o'qning nishonga tegish ehtimoli ikkinchisining natijasiga bog'liq emas, shuning uchun $A = \{1\text{-to'pning nishonga tekkizishi}\}$ va $B = \{2\text{-to'pning nishonga tekkizishi}\}$ hodisalar erkli. Demak, $AB = \{\text{ikkala to'p ham nishonga tekkizdi}\}$ hodisaning ehtimoli quyidagicha: $P(AB) = P(A)P(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

Masala shartiga ko'ra izlanayotgan ehtimol: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7 + 0,8 - 0,56 = 0,94$.

Mavzuga doir masalalar:

1. Shahar avtotransporti muammolarini o'rganish va tahlil qilish niyatida ishga jamoat transportida qatnaydiganlar orasida so'rov o'tkazilmoqchi. Tadqiqot olib borilayotgan joyda 75% aholi ishga jamoat transportida qatnaydi. Agar uch kishi so'rovga rozi bo'lgan bo'lsa, ulardan hech bo'lmaganda bittasining ishga jamoat transportida qatnash ehtimoli nechaga teng?

2. Firmaning marketing bo'limi ma'lum turdagi mahsulotlar to'g'risida iste'molchilarning fikrini bilish maqsadida so'rov o'tkazmoqda. Tadqiqot olib borilayotgan joyda 1% aholi firmani qiziqtirgan mahsulotlarni iste'mol qiladi va ularga asoslangan baho bera oladi. Firma tadqiqot hududidagi aholi orasidan tasodifiy ravishda 10 nafarini tanlab oladi. Ular ichida hech bo'lmaganda bittasi mahsulotni asosli baholay olish ehtimoli qancha?

3. Bahorgi mavsumga kiyimlarning yangi kolleksiyasini tayyorlayotgan modelyer yashil, qora va qizil ranglar jilosini tanlagan. Uning fikricha, bahorda yashil ranglarning modada bo'lish ehtimoli 0,3 ga, qora ranglamiki 0,2 ga va qizil ranglamiki 0,15 ga teng. Ranglar bir biriga bog'liq bo'lmagan holda tanlanadi, deb faraz qilgan holda kolleksiyadagi ranglarning hech bo'lmaganda bittasi to'g'ri tanlanganligining ehtimolini toping

4. Shakar zavodidagi korxonalaridan biri qand ishlab chiqaradi. Sifat nazorati har 100 qanddan biri singanini ta'kidladi. Agar siz tasodifiy ravishda 2 ta qandni olsangiz, ularning hech bo'lmaganda bittasi sinq bo'lishi ehtimoli qancha?

5. Ikkita ovchi bo'riga qarab bir martadan o'q uzishdi. Birinchi ovchi uchun tekkizish ehtimoli 0,7 ga, ikkinchisi uchun 0,8 ga teng. Bo'riga o'q tekkanlik ehtimoli qancha? (Hech bo'lmaganda bir marotaba) Agar ovchilar ikki martadan o'q uzsalar natija qanday o'zgaradi?

6. Moliyaviy kuzatuvchining taxminiga ko'ra, agar ma'lum muddatda foiz me'yori pasaysa, xuddi shu davrda aksiyalar bozorining o'sish ehtimoli 0,8 ga teng. Kuzatuvchi shu davrda foiz me'yori pasayishi ehtimoli 0,4 ga teng deb hisoblaydi. Olingan ma'lumotlardan foydalanib, aytilgan davrda aksiyalar bozori rivojlangan holda foiz me'yori pasayishi ehtimolini toping.

7. Kredit bo'limi xizmatchisi bankdan kredit olgan firmalarning 12% i kasodga uchragani va kamida 5 yil davomida kreditlarni qaytara olmasliklarini biladi. U yana shuni biladiki, kredit olganlarning hammasi bo'lib 20% i kasodga uchragan. Agar bankning bitta mijozi kasodga uchragan bo'lsa, uning bankka qarzini qaytarib bera olmasligi ehtimolini toping.

8. Ma'lum bir tovarning bozordagi ulushi oshishining siri yangi iste'molchilarni jalb qilish va ulami ushlab turish yoki saqlashdan iborat. Yangi iste'molchilarni saqlash *brand loyalty* (iste'molchining ma'lum tovar belgisi yoki turiga ixlos qo'yishi) deb ataladi va bu bozorni o'rganishdagi eng

mas'uliyatli sohalardan hisoblanadi. Yangi turdagi tovar ishlab chiqarayotganlar iste'molchilarning tovarni darhol qabul qilishlari va *brand loyalty*ni yaratish kamida olti oy vaqt talab qilishi ehtimoli 0,02 ga tengligini biladilar. Shu bilan birga ishlab chiqaruvchi tasodifan tanlab olingan iste'molchining yangi tovari qabul qilish ehtimoli 0,05 ga tengligini biladi. Faraz qilaylik, iste'molchi hozirgina tovar belgisini o'zgartirdi. Uning ana shu belgiga ixlosi olti oy davomida saqlanib qolishi ehtimolini toping.

9. Investitsiyalar bo'yicha kuzatuvchi aksiyalar haqida ma'lumotlar yig'adi va quyidagilarni belgilab boradi: ular bo'yicha dividendlar to'langanmi; uni qiziqtirayotgan vaqt davomida aksiyalarning narxi oshdimi yoki yo'qmi. Yig'ilgan ma'lumotlar jadvalda keltirilgan:

Dividendlar	Narxi oshgan	Narxi oshmagan	Jami
To'langan	34	78	112
To'lanmagan	85	49	134
Jami	119	127	246

a) Agar 246 ta aksiya ichidan bittasi tasodifiy ravishda tanlab olingan bo'lsa, uning narxi oshgan aksiyalardan bo'lish ehtimolini toping;

b) Agar aksiya tasodifiy ravishda tanlab olingan bo'lsa, u bo'yicha dividendlar to'langanligi ehtimolini toping;

c) Agar aksiya tasodifiy ravishda tanlab olingan bo'lsa, uning narxi oshgan va u bo'yicha dividendlar to'langan bo'lishi ehtimolini toping;

d) Agar aksiya tasodifiy ravishda tanlab olingan bo'lsa, uning narxi oshmagan va u bo'yicha dividendlar to'lanmagan bo'lishi ehtimolini toping;

e) Aksiyaning narxi oshgan bo'lsa, u bo'yicha dividendlar to'langan bo'lishi ehtimolini toping;

f) Agar aksiya bo'yicha dividendlar to'lanmagan bo'lsa, uning narxi oshish ehtimolini baholang;

g) Agar aksiya bo'yicha dividendlar to'lanmagan bo'lsa, o'rganilayotgan davrda tasodifan olingan aksiyaning barcha ko'rsatkichlari yomonlashganligi ehtimolini baholang;

h) Tasodifiy ravishda tanlangan aksiyaning yoki narxi oshgan, yoki u bo'yicha dividendlar to'langan, yoki ham narxi oshib, ham dividend to'langan bo'lish ehtimolini toping.

10. A va B aksiyalar bir xil tarmoq tomonidan chiqarilganligi ma'lum. Ertasi kuniga A aksiya narxining oshish ehtimoli $0,2$ ga teng. Ertasi kuniga ham A ham B aksiyalarning narxi oshishi ehtimoli $0,12$ ga teng. Aytaylik, siz ertasi kuniga A aksiyaning narxi oshishini bilasiz. U holda B aksiyaning ham narxi oshishi ehtimoli qancha?

11. Moliya fakultetining bitiruvchisi diplom ishini "a'lo" bahoga himoya qilishi ehtimoli $0,6$ ga teng. Uning diplom ishini "a'lo" bahoga himoya qilib, nufuzli bankka ishga taklif qilinishi ehtimoli $0,4$ ga teng. Faraz qilaylik, talaba diplom ishini "a'lo" bahoga himoya qildi. Uning nufuzli bankka ishga taklif qilinishi ehtimolini toping.

12. Auditorlik firmasi reklamalarini "Tijoratchi" gazetasida e'lon qildi. Firma mutaxassislarining fikriga ko'ra, gazeta muhlislarining 60% i firmaning doimiy mijozlari. Gazeta muhlislarini tanlov asosida so'rov qilish natijasi shuni ko'rsatdiki, ularning 85% i gazeta yakunidagi firma tomonidan joylashtirgan reklamani eslab qoladi. Firmaning doimiy mijozlari bo'lib, uning reklamasini eslab qoladigan insonlar necha foizni tashkil etishini baholang.

13. Suv yo'llari orqali yuk tashish bilan shug'ullanadigan kompaniyaning ma'lum bir portga kirish uchun ruxsat olish ehtimoli buning uchun zarur bo'lgan qonunning qabul qilinishi yoki qilinmasligiga bog'liq. Kompaniya bu ikki

hodisa (ya'ni qonun qabul qilinishi va portga kirishga ruxsat olinishi) ning birgalikda ro'y berish ehtimolini 0,5 ga teng deb baholaydi. Zarur qonunning qabul qilinishi ehtimoli esa 0,75 ga teng. Aytaylik, kompaniya qonun qabul qilinganligi to'g'risida ma'lumot oldi. Portga kirishga ruxsat berilishi ehtimoli nimaga teng?

14. Ertaga iste'mol mollari narxlarining oshish ehtimoli 0,3 ga; kumush narxining oshish ehtimoli 0,2 ga; ham iste'mol mollarining, ham kumushning narxi oshishi ehtimoli 0,06 ga teng. Iste'mol mollari va kumushning narxlari o'zaro bog'liqmi? Javobingizni izohlab bering.

15. Bozorni o'rganishdagi eng qiyin muammolardan biri-bu iste'molchilarning savollarga javob berishdan bosh tortishlari yoki agar so'rov turar joylarida o'tkazilayotgan bo'lsa, bu vaqtda ularning uyda bo'lmashliklaridir. Respondent (so'rov ishtirokchisi) uyda bo'lsa, savollarga javob berishi ehtimoli 0,94 ga va uning uyda bo'lish ehtimoli 0,65 ga teng ekan. Mana shu ma'lumotlar asosida to'ldirilgan so'rovnomalar foizini baholang.

16. Har bir tajribada hodisaning ro'y berish ehtimoli bir xil va 0,2 ga teng. Tajribalar ketma-ket ravishda hodisa ro'y bergunga qadar o'tkaziladi. To'rtinchi marta tajriba o'tkazishga to'g'ri kelish ehtimolini toping.

17. Birinchi dastgohda tayyorlangan mahsulotning 1-navli bo'lish ehtimoli 0,7 ga teng. Xuddi shu mahsulot 2-dastgohda tayyorlanganda bu ehtimol 0,8 ga teng ekan. Agar 1-dastgohda ikkita, 2-dastgohda uchta mahsulot tayyorlangan bo'lsa, barcha mahsulotning 1-navli bo'lish ehtimolini toping.

18. Tasodifiy sonlar jadvalidan olingan sonlarning hech bo'lmaganda bittasi juft bo'lishi ehtimoli kamida 0,9 ga teng bo'lishiga kafolat berish uchun tasodifiy sonlar jadvalidan kamida nechta son olish kerak?

19. Lotereyada n ta bilet bo'lib, ularning m tasi yutuqli. k ta bilet sohibiga yutuq chiqish ehtimolini toping.

20. $2n$ kishidan iborat jamoada erkak va ayollarning soni teng ekan. Jamoa stol atrofidagi joylarni tasodifiy ravishda egalladi. Bir xil jinsli ikki shaxs yonma-yon o'tirmaslik ehtimolini toping.

21. Talaba dasturdagi 50 savoldan 40 tasiga to'g'ri javob bera oladi. Uning imtixonda tushgan 2 savolga to'g'ri javob bera olish ehtimolini toping.

22. Aytaylik, brokerlik firmasiga investitsiyalar bilan qiziquvchilarning 85%i aksiyalar sotib olmaydi, 33%i esa obligatsiyalar sotib olmaydi. Shu bilan birga, ana shu qiziquvchilarning 28%i qimmatbaho qog'ozlar-aksiya va obligatsiyalar-sotib olishni to'xtatadilar. Bir shaxs firmaning ishlari bilan qiziqmoqda. Uning yoki aksiya, yoki obligatsiya, yoxud ularning ikkalasini ham sotib olish ehtimoli nechaga teng

23. Firmada ishlaydigan 550 ishchining 380 tasi oliy, 412 tasi o'rta maxsus va 357 tasi ham oliy, ham o'rta maxsus ma'lumotli. Tasodifiy ravishda tanlab olingan ishchining yoki oliy, yoxud o'rta maxsus, yoki ham oliy, ham o'rta maxsus ma'lumotli bo'lish ehtimolini toping.

24. Iste'mol bozorini o'rganish uchun iste'molchilar orasida so'rov o'tkazildi. Savollardan biri iste'molchilar foydalanadigan tish pastasiga tegishli edi. Agar aholining 14%i A turdagi, 9%i esa B turdagi tish pastasidan foydalanishi ma'lum bo'lsa, tasodifiy ravishda tanlab olingan kishi (u hozirda faqat bitta pastadan foydalanadi, deb faraz qilinadi) A yoki B turdagi tish pastalaridan biridan foydalanishi ehtimolini toping.

25. Kompyuter va amaliy dasturlar paketini sotib olmoqchi bo'lgan xaridorning faqat kompyuter sotib olish ehtimoli 0,15 ga teng. Faqat amaliy dasturlar paketini sotib olish ehtimoli 0,10 ga teng. Ham kompyuter ham amaliy dasturlar paketini sotib olish ehtimoli 0,05 ga teng. Yoki kompyuter, yoki amaliy dasturlar paketi sotib olish ehtimolini toping.

26. Aeroportlar uchun terminallar quruvchi kompaniyaning A mamlakat bilan shartnoma tuzish ehtimoli $0,4$ ga, B mamlakat bilan shartnoma tuzish ehtimoli $0,3$ ga teng. Ikkala mamlakat bilan ham shartnoma tuzish ehtimoli $0,12$ ga teng. Kompaniyaning bu mamlakatlarning hech bo'lmaganda bittasi bilan shartnoma tuzish ehtimoli nechaga teng?

27. Ba'zi katta do'konlarda (supermarketlarda) unga kirayotgan xandorlarning sonini aniqlash uchun yashirin "elektron ko'z" o'rnatilgan. Agar ikkita xaridor supermarketga ketma-ket kirib kelsa, "elektron ko'z"ning ulardan birinchisini hisobga olish ehtimoli $0,98$ ga, ikkinchisini hisobga olish ehtimoli $0,94$ ga, ikkalasini ham hisobga olish ehtimoli $0,93$ ga teng. Qurilmaning ketma-ket kirib kelgan ikki xaridorning hech bo'lmaganda bittasini hisobga olish ehtimolini toping.

28. Avtopoygada uch avtomobil qatnashmoqda. Ulardan birinchisining yo'nalishdan chiqib ketish ehtimoli $0,15$; ikkinchisidiki $0,05$; uchinchisidiki esa $0,1$ ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping: Poyga oxirigacha: a) faqat bitta avtomobil; b) ikkita avtomobil; c) hech bo'lmaganda ikkita avtomobil.

29. n ta odamdan iborat jamoa doira shaklidagi stol atrofiga joylashdi. Ma'lum ikkita shaxs yonma-yon o'tirib qolish ehtimolini toping.

30. Tanga ketma-ket ikki marotaba bir tomoni bilan tushguniga qadar tashlanadi. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping: a) sinov oltinchi marta tashlanguncha tugaydi; b) tangani juft marta tashlash kerak bo'ladi.

31. r radiusli ikkita bir xil tanga R radiusli doira ichiga joylashtirilgan. Ular bir-biriga tegmaydi. Doiraga tasodifan nuqta tashlanadi. Nuqtaning tangalardan birining ustiga tushish ehtimolini toping.

32. 52 talik karta dastasidan ixtiyoriy turdagi figura (figura-bu valet, malika yoki qirol)ni yoki qarq'a turini olish ehtimoli qancha?

33. Yashikda 10 ta 20 tiyinlik, 5 ta 15 tiyinlik va 2 ta 10 tiyinlik tangalar bor. Tasodifan oltita tanga olinadi. Ularning yig'indisi 1 so'mdan oshmaslik ehtimolini toping.

34. Ikkita yashikda faqatgina rangi bilan farq qiladigan shartlar bor. Birinchisida 5 ta oq, 11 ta qora va 8 ta qizil shar, ikkinchisida esa 10 ta oq, 8 ta qora va 6 ta qizil shar bor. Ikkala yashikdan tasodifiy ravishda bittadan shar olinadi. Bu ikki shaming bir xil rangli bo'lish ehtimoli nechaga teng?

35. Garderobchi ayol shlyapalarini topshirgan 4 kishiga bir paytda jeton berdi. Shundan so'ng u shlyapalarni chalkashtirib yubordi va ularni tasodifiy ravishda ilib qo'ydi. Quyidagi hodisalarning ehtimollarini toping:

A- {garderobchi ayol har bir kishiga o'zining shlyapasini beradi};

B- {roppa-rosa uch kishi o'z shlyapasini oladi};

C- {roppa-rosa ikki kishi o'z shlyapasini oladi};

D- {roppa-rosa bir kishi o'z shlyapasini oladi};

E- {to'rt kishidan birortasi ham o'z shlyapasini olmaydi};

4-§. Bernulli sxemasi va limit teoremlar

Bernulli sxemasi. Binomial ehtimollar

Agar bir nechta sinash o'tkazilayotgan bo'lib, har bir sinashda A hodisaning ro'y berish ehtimoli boshqa sinash natijalariga bog'liq bo'lmasa, u holda bunday sinashlar A hodisaga nisbatan *erkli* deyiladi.

Faraz qilaylik, n ta o'zaro erkli sinash o'tkazilayotgan bo'lib, ularning har birida A hodisa yo ro'y berish, yoki ro'y bermasligi mumkin bo'lsin. A hodisaning ehtimoli har bir sinashda bir xil va p deylik. Demak, har bir sinashda ro'y bermaslik ehtimoli ham o'zgarmas va $q = 1 - p$ ga teng.

n ta sinashda A hodisaning rosa k marta ro'y berish va demak $n - k$ marta ro'y bermaslik ehtimoli quyidagiga teng:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

Bu formula *Bernulli formulasi* deyiladi.

Laplasning lokal va integral teoremlari

Laplasning lokal teoremasi. Agar har bir sinashda A hodisaning ro'y berish ehtimoli p o'zgarmas bo'lib, nol va birdan farqli bo'lsa, u holda n ta sinashda A hodisaning rosa k marta ro'y berish ehtimoli $P_n(k)$ taqriban

$$y = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x).$$

funksiyaning $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$ dagi qiymatiga teng (n qancha katta bo'lsa shuncha aniq).

$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ funksiyadagi x argumentning musbat qiymatlariga mos kelgan funksiyaning qiymatlaridan tuzilgan jadvallar mavjud (1-ilova). Funksiya juft bo'lgani uchun bu jadvallardan x ning manfiy qiymatlari uchun ham foydalanish mumkin. Shunday qilib, n ta erkli sinashda A hodisaning rosa k marta ro'y berish ehtimoli taqriban quyidagiga teng bo'ladi:

$$P_n \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \text{ bu yerda, } x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}} \text{ ga teng.}$$

Laplasning integral teoremasi. Agar har bir sinashda A hodisaning ro'y berish ehtimoli p o'zgarmas bo'lib, u nol va birdan farqli bo'lsa, u holda n ta sinashda A hodisaning k_1 dan k_2 martagacha ro'y berish ehtimoli $P_n(k_1, k_2)$ taqriban quyidagiga teng.

$$P_n(k_1, k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'}^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

bu yerda $x' = \frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}$ va $x'' = \frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}$ ga teng (n qancha katta bo'lsa shuncha aniq).

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \text{ uchun jadval mavjud (2-ilova).}$$

$\Phi(x)$ funksiyani Laplas funksiyasi deyiladi. Laplas funksiyasi jadvalidan foydalanish mumkin bo'lishi uchun formulani quyidagicha o'zgartiramiz.

$$\begin{aligned} P_n(k_1, k_2) &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'}^0 e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x'} e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \end{aligned}$$

Shunday qilib n ta erkli sinashda A hodisaning k_1 dan k_2 martagacha ro'y berish ehtimoli

$$P_n(k_1, k_2) \approx \Phi(x'') - \Phi(x')$$

ga teng. Bu yerda

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Puassonning limit teoremlari

Laplasning taqribiy formulalaridan $npq \geq 9$ bo'lgan hollarda foydalangan ma'qul. Agar sinovlar soni katta bo'lib, har bir sinovda hodisaning ro'y berish ehtimoli p juda kichik bo'lsa, u holda quyidagi *Puasson formulasidan* foydalaniladi:

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

Bu yerda k hodisaning n ta erkli sinovda ro'y berish soni, $\lambda = np$ (hodisaning n ta erkli sinovda ro'y berishlari o'rtacha soni).

Masalalar yechishga doir namunalari:

Masala. Ma'lum bir korxonada mahsulotlarining 5%i sifatsiz. Tasodifan olingan 5 ta mahsulot ichida ikkitasining sifatsiz bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Tasodifan olingan mahsulotning sifatsiz bo'lish ehtimoli $p = 0,05$. U holda Bernulli formulasiga asosan

$$P_5(2) = C_5^2 (0,05)^2 (0,95)^{5-2} = \frac{5!}{2!3!} (0,05)^2 (0,95)^3 = 0,02$$

Masala. Ikkita teng kuchli raqib shaxmat o'ynamoqda. To'rt partiyadan kamida ikkitasini yutish ehtimoli kattami yoki besh partiyadan kamida uchtasini yutish ehtimolimi?

Yechish: Raqiblar teng kuchli bo'lgani uchun yutish ehtimoli $p = 0,5$. To'rt partiyadan kamida ikkitasini yutish ehtimoli quyidagicha topiladi:

$$P_4(2) + P_4(3) + P_4(4) = 1 - P_4(0) - P_4(1) = 1 - C_4^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 - C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{11}{16}$$

Besh partiyada kamida uchtasini yutish ehtimoli

$$P_5(3) + P_5(4) + P_5(5) = C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{8}{16}$$

$\frac{11}{16} > \frac{8}{16}$, ya'ni to'rt partiyadan kamida ikkitasini yutish ehtimoli kattaroq ekan.

Masala. Mahsulot katta partiyasining 1%i sifatsiz. Hech bo'lmaganda bitta sifatsiz mahsulot uchratish ehtimoli 0,95 dan kichik bo'lmashligi uchun tasodifiy tanlanm a hajmi qancha bo'lishi kerak?

Yechish: Ma'lumki, $n \geq \frac{\ln(1-p)}{\ln(1-p)}$. Shartga ko'ra $P = 0,95, p = 0,01$.

Demak, $n \geq \frac{\ln 0,05}{\ln 0,99} \approx 296$. Ya'ni, tanlanma hajmi kamida 296 bo'lgan taqdirda tekshiruv davomida kamida bitta sifatsiz mahsulot uchrashi ehtimoli 0,95 dan kam bo'lmaydi.

Masala. Darslik 100 000 nusxada chop etilgan. Chop etilgan darslikning sifatsiz tikilgan ekanligining ehtimoli 0,0001 ga teng. Kitoblar ichida sifatsiz tikilganlari soni roppa-rosa 5 ta bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Bu holda $n = 100\,000$, $p = 0,0001$, $m = 5$. n katta, p ehtimol esa kichkina bo'lgani uchun Puasson formulasidan foydalanamiz:

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}.$$

λ ni hisoblaymiz: $\lambda = n \cdot p = 100000 \cdot 0,0001 = 10$. U holda

$$P_{100000}(5) \approx \frac{10^5}{5!} e^{-10} = \frac{10^5 \cdot 0,000045}{120} = 0,03575.$$

Mavzuga doir masalalar:

1. Qurilish kompaniyasida o'tkazilgan auditorlik tekshiruvi pavtida auditor tasodifiy ravishda 5 ta hisob varaqasini tanlaydi. Agar hisob varaqalarining 3%i da xatolarga yo'l qo'yilgan bo'lsa, auditorning a) faqat bitta hisob varaqasida xato topishi; b) hech bo'lmaganda bitta hisob varaqasida xato topishi ehtimolini toping.

2. Fakultetdagi talabalarining o'rtacha 10% i "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" fani bo'yicha imtihonda qoniqsiz baho olar ekan. Aytaylik, guruhda 20 ta talaba bor.

a) ikkita talabaning imtihon topshira olmaslik ehtimoli qancha?

b) to'rtta talabaning imtixon topshira olmaslik ehtimoli qancha?

d) kamida uchta talabaning imtihon topshira olmaslik ehtimoli qancha?

e) imtihon topshira olmaydigan talabalarining kutilayotgan o'rtacha soni qancha?

3. Avtomat dastgoh to'g'ri sozlangan bo'lsa, ishlab chiqarilayotgan detallarning faqat 1%i nosoz bo'ladi. Avtomat to'g'ri sozlangan bo'lsin.

a) ishlab chiqarilgan mahsulotning katta partiyasidan tasodifiy ravishda ikkitasi tanlab olindi. Ulardan bittasining nosoz bo'lish ehtimoli qancha?



b) ishlab chiqarilgan mahsulotning katta partiyasidan tasodifiy ravishda beshtasi tanlab olindi. Ularning hammasi sifatli bo'lish ehtimoli qancha?

d) bir kunlik ishlab chiqarilgan detallar soni 200 ta bo'ldi. Nosoz detallarning kutilayotgan o'rtacha soni qancha?

4. Savdo agenti bir kunda o'rtacha hisobda 8 ta doimiy xaridorlar bilan muloqotda bo'ladi. U tajribasidan doimiy xaridoming xarid qilish ehtimoli 0,1 ga teng ekanini biladi.

a) bir kun davomida 2 kishining xarid qilish ehtimoli nechaga teng?

b) bir kun davomida hech bo'lmaganda 2 kishining xarid qilish ehtimoli nechaga teng?

d) kun davomida hech kimning xarid qilmaslik ehtimoli nechaga teng?

e) bir kun davomida kutiladigan xaridlarning o'rtacha soni nechaga teng?

5. Firmada 500 kishi ishlaydi. 1-yanvarda k ta xizmatchining tug'ilgan kuni bo'lish ehtimoli nechaga teng? Bu ehtimolni $k = 0, 1, 2, 3$ qiymatlarda hisoblang.

6. Tanga 6 marta tashlanadi.

a) Tanga «gerb» tomoni bilan ikki martadan kam tushishi;

b) «gerb» tomoni kamida ikki marta tushishi ehtimolini toping.

7. Ko'chada birinchi duch kelgan avtomashinaning nomerida

a) 5 raqami uchramaslik ehtimolini;

b) ikkita va undan ortiq 5 raqami uchramaslik ehtimolini;

d) aynan ikkita 5 raqami uchramaslik ehtimolini toping.

8. Korxonada 6 ta motor ishlaydi. Ularning har biri uchun ayni paytda ishlayotganligi ehtimoli 0,8 ga teng bo'lsa, ayni paytda

a) 4 ta motor ishlayotganligi;

b) hamma motor o'chirilganligi;

d) hamma motor ishlayotganligi ehtimollarini toping.

9. Agar har bir sinovda A hodisaning ro'y berish ehtimoli $0,3$ ga teng bo'lsa, uning 5 ta o'zaro erkli sinovning kamida 2 tasida ro'y berish ehtimolini toping.

10. Teng kuchli raqib bilan o'ynalganda to'rt partiyadan uchtasini yutish ehtimoli kattami yoki sakkiztadan beshtasinimi? Durang natija hisobga olinmaydi.

11. Teng kuchli raqib bilan o'ynalganda to'rt partiyadan kamida uchtasini yutish ehtimoli kattami yoki sakkiztadan kamida beshtasinimi? Durang natija hisobga olinmaydi.

12. Tasodifiy sonlar jadvalidan nechta son olinganida ularning orasida 7 bilan tugaydigan uchta son uchrashi ehtimoli eng katta bo'ladi?

13. Bir otishda nishon markaziga tekkizish ehtimoli $p = 0,2$. Nishon markaziga $0,9$ dan kichik bo'lmagan ehtimol bilan hech bo'lmaganda bir marta tekkizish uchun necha marta o'zaro erkli holda nishonga qarata o'q otish kerak?

14. Avtomat bir siklda 10 detal tayyorlaydi. Bu detallar har birining sifatsiz bo'lish ehtimoli $0,01$ ga teng. Necha sikldan so'ng hech bo'lmaganda bitta sifatsiz detal chiqarish ehtimoli $0,8$ dan kichik bo'lmaydi?

15. Agar har bir sinovda hodisaning ro'y berish ehtimoli $0,8$ ga teng bo'lsa, hodisa ro'y berishlarining eng ehtimolli soni 20 ga teng bo'lishi uchun nechta o'zaro erkli sinov o'tkazish ko'rak bo'ladi?

16. Fabrikada to'quvchi 1000 ta ip to'pini nazorat qiladi. Bir daqiqa davomida 1 ta to'pda ipning uzilish ehtimoli $0,004$. Bir daqiqa davomida 5 ta to'pda ipning uzilish ehtimolini toping.

17. Har bir o'q o'tishda nishonga tekkizish ehtimoli 0,001 ga teng. Agar 5000 marta o'q otilgan bo'lsa kamida ikkita o'qning nishonga tegish ehtimolini toping.

18. Bir soat davomida ixtiyoriy abonentning kommutatorga qo'ng'iroq qilish ehtimoli 0,01 ga teng. Telefon stansiyasining 800 ta abonent bor. Bir soat davomida 5 ta abonentning kommutatorga qo'ng'iroq qilish ehtimolini toping.

19. Bir jamoaning 500 ta a'zosi bor. Ulardan aynan ikkitasining tug'ilgan kuni yangi yil bayramiga to'g'ri kelish ehtimolini toping. Yilning ixtiyoriy bir kunida tug'ilish ehtimoli $\frac{1}{365}$ ga teng deb hisoblansin.

5-§. Tasodifiy miqdorlar va ularning taqsimot qonunlari

Tasodifiy miqdor tushunchasi. Diskret tasodifiy miqdorlar

Tasodifiy miqdor deb avvaldan noma'lum bo'lgan va oldindan inobatga olib bo'lmaydigan tasodifiy sabablarga bog'liq bo'lgan hamda sinash natijasida bitta mumkin bo'lgan qiymat qabul qiluvchi miqdorga aytiladi.

Tasodifiy miqdorlar diskret tasodifiy miqdorlar va uzluksiz tasodifiy miqdorlarga bo'linadi.

Diskret tasodifiy miqdor deb ayrim ajralgan qiymatlarni ma'lum ehtimol bilan qabul qiluvchi miqdorga aytiladi. Diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari soni chekli yoki cheksiz bo'lishi mumkin.

Uzluksiz tasodifiy miqdor deb chekli yoki cheksiz oraliqdagi barcha qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo'lgan miqdorga aytiladi.

Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deb, mumkin bo'lgan qiymatlar bilan ularning ehtimollari orasidagi moslikka aytiladi. Taqsimot qonunini jadval orqali, analitik usulda va grafik usulda berish mumkin.

Binomial va Puasson taqsimot qonunlari

Ehtimollarning binominal taqsimot qonuni deb, Bernulli formulasi bilan aniqlanadigan ehtimollar taqsimotiga aytiladi:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, n.$$

Ehtimollarning Puasson taqsimot qonuni deb, Puasson formulasi bilan aniqlanadigan ehtimollar taqsimotiga aytiladi:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$$

Masalalar yechishga doir namunalari:

Masala. 10 ta detal ichida 8 ta nostandarti bor. Tasodifiy ravishda 2 ta detal tanlab olindi. Tanlab olingan detallar orasidagi standart detallar sonining taqsimot qonunini tuzing. Taqsimot poligonini yasang.

Yechish: X tasodifiy miqdor-tanlangan 2 ta detal orasidagi standartlari soni. U quyidagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$. X ning mumkin bo'lgan qiymatlari ehtimollarini topamiz. Bunda

$$P\{X = k\} = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_n^m}$$

formuladan foydalanamiz. Bu yerda $N = 10$ -detallarning umumiy soni, $n = 8$ -standart detallar soni, $m = 2$ -tanlangan detallar soni, $k = 0, 1, 2$ -tanlangan detallar ichidagi bo'lishi mumkin bo'lgan standartlari soni.

$$P\{X = 0\} = \frac{C_8^0 \cdot C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}; \quad P\{X = 1\} = \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45};$$

$$P\{X = 2\} = \frac{C_8^2 \cdot C_2^0}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}$$

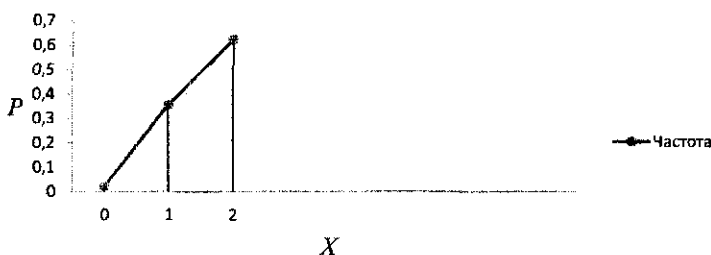
Izlanayotgan taqsimot qonunini topamiz:

X	0	1	2
P	$\frac{1}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{28}{45}$

Hisoblarimizni tekshirib ko'ramiz:

$$\sum_{k=1}^3 P\{X = k\} = \frac{1}{45} + \frac{16}{45} + \frac{28}{45} = 1$$

Taqsimot ko'pburchagini (poligon) yasaymiz. Buning uchun absissa o'qiga x_i , yani X tasodifiy miqdorning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlarini va ordinatalar o'qiga esa ularga mos ehtimollar P_i larni joylashtiramiz hamda mos ravishda $M_1\left(0; \frac{1}{45}\right)$, $M_2\left(1; \frac{16}{45}\right)$, $M_3\left(2; \frac{28}{45}\right)$, nuqtalarni topamiz. Bu nuqtalarni to'g'ri chiziqlar bilan tutashirsak, taqsimot ko'pburchagi hosil bo'ladi:



Masala. Bir shaharda 30% aholi ish joyiga shaxsiy avtotransportida borishni afzal ko'radi. Tasodifiy ravishda 8 ta odam tanlab olindi. X -shaxsiy avtomobilni afzal ko'radiganlar soni. Uning taqsimot qonunini toping.

Yechish: X ning mumkin bo'lgan qiymatlari 0, 1, 2, ..., 8; ularga mos kelgan ehtimollar $P(X = k)$ quyidagi Bernulli formulasi yordamida hisoblanadi:

$$P(X = k) = P_8(k) = C_8^k \cdot (0,3)^k \cdot (0,7)^{8-k}; \quad k = 0, 1, 2, \dots, 8$$

Masala. Bankka tashrif qiluvchi shaxslar soni Puasson taqsimotiga bo'ysunadi. O'rta hisobda bankka har 3 daqiqada bir mijoz kirar ekan.

a) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka bir mijoz kirishi ehtimolini toping.

b) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka kamida uch kishi kirish ehtimolini toping.

Yechish: Masalaning shartiga ko'ra o'rta hisobda bankka har 3 daqiqada bir mijoz kirar ekan. Puasson taqsimoti uchun matematik kutilma λ parametrغا teng ekanligini hisobga olsak, $\lambda = 1/3$ ekanligini hosil qilamiz.

a) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka bir mijoz kirishi ehtimolini topamiz:

$$P(X = 1) = \frac{\lambda^1}{1!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-1/3}}{3} = 0,2388$$

b) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka kamida uch kishi kirish ehtimolini topish uchun teskari hodisa, ya'ni ko'pi bilan ikki kishi kirish ehtimolini topamiz:

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = e^{-\lambda} \left(1 + \frac{\lambda^1}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} \right) \\ &= e^{-\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{18} \right) = 0,9952 \end{aligned}$$

Izlanayotgan ehtimol: $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,9952 = 0,0048$;

Masala. Radioapparat 1000 ta elementdan tashkil topgan. Bir yil davomida bitta elementning ishdan chiqish ehtimoli 0,001 ga teng va qolgan elementlarning holatiga bog'liq emas. Ikkita hamda kamida ikkita elementning ishdan chiqish ehtimollarini toping.

Yechish: X -ishdan chiqqan elementlar sonini bildiruvchi tasodifiy miqdor bo'lsin. Bu tasodifiy miqdor binomial taqsimotga ega. $n = 1000$ -sinovlar soni katta, bitta elementning ishdan chiqish hodisaning ro'y berish ehtimoli $p = 0,001$ esa yetarlicha kichkina bo'lgani uchun binomial taqsimotni Puasson

taqsimoti yordamida taqribiy hisoblash mumkin. U holda Puasson taqsimotga ko'ra:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} \approx P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \lambda = 1000 \cdot 0,001 = 1 \text{ va}$$

1) roppa-rosa ikkita elementning ishdan chiqish ehtimoli:

$$P(X = 2) = \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = \frac{1}{2e} = 0,184$$

2) kamida ikkita elementning ishdan chiqish ehtimoli:

$$P(X \geq 2) = \sum_{k=2} P_{1000}(k) = 1 - p_0 - p_1 \approx 1 - e^{-2}(1 + \lambda) = 1 - \frac{2}{e} \approx 0,264$$

Mavzuga doir masalalar:

1. Kompaniya o'zining moliyaviy hisoblarini tekshirib boradi va buxgalteriya hisoblarini tekshirish uchun muntazam ravishda auditorlar xizmatidan foydalanadi. Faraz qilaylik, kompaniya xizmatchilari hisoblarni tekshirishda 5% xatoga yo'l qo'yadilar. Auditor tasodifiy ravishda 3 ta hujjatni tanlab oladi.

a) X tasodifiy miqdor, ya'ni auditor topgan xatolar sonining taqsimot qonunini toping;

b) Taqsimot funksiyasini toping va uning grafigini yasang;

d) Auditor bittadan ziyod xato topishi ehtimolini toping.

2. Soliq nazoratiga «A» firma ro'yxatdagi tarkibining 20% i «mavhum jonlar» ekanligi haqida ma'lumot tushdi. Tekshiruvchi nazoratchi tasodifiy ravishda bajarilgan ishlar to'g'risidagi hujjatning 4 tasini tanlab oladi va unda ko'rsatilgan ishchilarni qidira boshlaydi. Tasodifan olingan hujjatlar orasida birorta ham qalbakisi bo'lmagligi ehtimoli qanday? Hech bo'lmaganda bitta qalbakisi bo'lishi-chi?

3. «Dengi» jurnali 1990 yilda Rossiya bozorida investitsiyalardan qaytish Amerika bozorida xuddi shunday investitsiyalardagidan ancha yuqori bo'lishi kutilganini e'lon qildi. Rossiya bozoriga investitsiyalar qilish bo'yicha maslahatchi ana shunday loyihalardan biriga investitsiyadan qaytishning taqsimoti (yiliga % hisobida) quyidagicha ko'rinishga ega:

x_i	9	10	11	12	13	14	15
$P(X = x_i) = p_i$	0,05	0,15	0,30	0,20	0,15	0,10	0,05

a) Haqiqatan ham-taqsimot qonuni berilganiga ishonch hosil qiling;

b) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;

d) Investitsiyalarning qaytishi hech bo'lmaganda 12% ni tashkil etish ehtimolini toping.

4. Ma'lum bir portga kuniga boshqa shaharlardan yuk ortish uchun keladigan kemalar soni quyidagi jadval bilan berilgan X tasodifiy miqdordan iborat:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i) = p_i$	0,1	0,2	0,4	0,1	0,1	0,1

a) Haqiqatan ham taqsimot qonuni berilganiga ishonch hosil qiling;

b) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;

d) Taqsimot funksiyasi $\Phi(x)$ dan foydalanib, ma'lum kunda 1 tadan 4 tagacha (1 va 4 ham kiradi) yuk kemalari kelish ehtimolini toping.

e) Agar ma'lum kunlari 3 tadan ortiq kema kelsa, qo'shimcha ishchi kuchi yollash uchun zarur bo'ladigan harajatlarni port o'z zimmasiga oladi. Biror belgilangan kunda port qo'shimcha harajatlar qilishiga to'g'ri kelishi ehtimolini toping.

f) Faraz qilaylik, turli kunlarda keladigan kemalar soni o'zaro erkli tasodifiy miqdorlar bo'lsin. Bu kemalarning hech biri xaftaning 5 ishchi kuni davomida portga kirmasligi ehtimolini toping.

g) Har xil kunlarda yuk ortishga keluvchi kemalar soni o'zaro erkli deb faraz qilib, port ketma-ket ikki kun davomida qo'shimcha harajat qilishi ehtimolini toping.

5. Kotibaning bir betlik matnda yo'l qo'yadigan xatolari soni quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan X tasodifiy miqdordan iborat bo'lsin:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i) = p_i$	0,01	0,09	0,3	0,2	0,2	0,10	0,10

a) taqsimot qonuni berilganiga ishonch hosil qiling;

b) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;

d) taqsimot funksiyasi $\Phi(x)$ dan foydalanib, kotiba bir betlik matnda ikkita ziyod xatoga yo'l qo'yishi ehtimolini toping;

e) kotiba bir betda ko'pi bilan 4 ta xatoga yo'l qo'yishi ehtimolini toping.

6. Televizion ko'rsatuvda bosh og'rishiga qarshi yangi davo vositaning reklamasini ko'rgandan so'ng uni sotib olganlar foizi quyidagicha aniqlangan tasodifiy miqdordan iborat:

x_i	0	10	20	30	4	5
$P(X = x_i) = p_i$	0,10	0,20	0,35	0,20	0,10	0,05

a) taqsimot qonuni berilganiga ishonch hosil qiling;

b) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;

d) $\Phi(x)$ dan foydalanib, reklamani ko'rgan 20% dan ortiq kishi bosh og'rishiga qarshi yangi vositani sotib olishi ehtimolini toping.

7. Har kuni soat 12 va 13 orasida ma'lumotlar bo'limiga tushadigan qo'ng'iroqlar soni quyidagicha taqsimlangan tasodifiy miqdordan iborat:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i) = p_i$	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,01

a) taqsimot qonuni berilganiga ishonch hosil qiling;

b) X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;

d) $\Phi(x)$ dan foydalanib, 12:34 va 12:35 orasida ma'lumotlar bo'limiga 2 tadan ortiq qo'ng'iroq bo'lishi ehtimolini toping.

8. Avtoda'konda kundalik sotilgan mashinalar ro'yxati olib boriladi. Ana shu yozuvlar asosida kundalik sotilgan mashinalar sonining taqsimoti tuzilgan:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i) = p_i$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

a) ertaga sotiladigan avtomobillar soni 2 va 4 (2 va 4 ham kiradi) orasida bo'lishi ehtimolini toping;

b) kundalik sotilayotgan avtomobillar sonining taqsimot funksiyasini toping.

9. Uchta lotereya bileti chiqarilgan. O'yinga 1 ta 5000 so'mlik, 10 ta 1000 so'mlik yutuq qo'yilgan. Bitta lotereya bileti egasi uchun X tasodifiy yutuq qiymatining taqsimot qonunini toping.

10. Uchta tanga tashlanmoqda. «Gerb» tomoni bilan tushgan tangalar sonini bildiruvchi X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini tuzing. Uning taqsimot ko'pburchagini yasang va taqsimot funksiyasini tuzing.

11. Ishlab chiqarilgan 25 ta mahsulotning 6 tasi sifatsizligi ma'lum bo'lsa, tasodifan tanlab olingan 3 ta mahsulot orasidagi X sifatsizlari sonining taqsimot qonunini toping.

12. Ikkita shoshqol (o'yin kubigi) ikki marta tashlann oqda. Ulaming ikkalasida ham juft ochkolar tushishlar sonidan iborat bo'lgan X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini yozing.

6-§. Umumiy ko'rinishdagi tasodifiy miqdorlar. Taqsimot funksiya

Ehtimollarning taqsimot funksiyasi. Taqsimot funksiyaning xossalari

Tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni har doim ham jadval ko'rinishida berilavermaydi. Masalan, uzluksiz tasodifiy miqdor uchun uning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarini sanab chiqish mumkin emas.

Har bir $x \in R$ uchun X tasodifiy miqdorning x dan kichik qandaydir qiymat qabul qilish ehtimolini beradigan

$$F(x) = P(X < x)$$

funksiya X tasodifiy miqdorning *taqsimot funksiyasi* yoki integral taqsimot funksiyasi deyiladi.

Agar X diskret tasodifiy miqdor bo'lib x_1, x_2, \dots qiymatlarini p_1, p_2, \dots ehtimollar bilan qabul qilsa, uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i$$

Taqsimot funksiyasi quyidagi xossalarga ega.

1. $0 \leq F(x) \leq 1$;
2. $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$;
3. Agar $x_1 < x_2$ bo'lsa, $F(x_1) \leq F(x_2)$;

$$4. F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1.$$

X uzluksiz tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasining differensial funksiyasi yoki *zichlik funksiyasi* deb:

$$f(x) = F'(x)$$

funksiyaga aytiladi.

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdor $f(x)$ zichlik funksiyaga ega bo'lsa, uning taqsimot funksiyasi quyidagiga teng:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Zichlik funksiya quyidagi xossalarga ega:

1. $f(x) \geq 0$;
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$;
3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$.

Uzluksiz tasodifiy miqdorlarni taqsimot qonunlari. Kesmadagi tekis taqsimot.

Normal taqsimot

Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari tegishli bo'lgan (a, b) oraliqda

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq a \text{ bo'lsa,} \\ \frac{1}{b-a}, & \text{agar } a < x \leq b \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x > b \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

zichlik funksiyaga ega bo'lsa, bunday tasodifiy miqdor (a, b) oraliqda *tekis taqsimlangan* tasodifiy miqdor deyiladi.

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

ko'rinishda berilgan bo'lsa, X tasodifiy miqdor *normal taqsimot* qonuniga bo'ysunadi deyiladi.

Normal taqsimlangan X uzluksiz tasodifiy miqdorning (α, β) oraliqqa tushish ehtimoli:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

formula bo'yicha hisoblanadi, bu yerda

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Laplas funksiyasi.

Masalalar yechishga doir namunalar:

Masala. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi quyidagicha berilgan:

$$f(x) = cx^2 e^{-kx}, (k > 0; 0 \leq x < +\infty)$$

- c koeffitsientni aniqlang;
- X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasini toping;
- X tasodifiy miqdorning $\left(0; \frac{1}{k}\right)$ oraliqqa tushish ehtimolini toping;

Yechish: a) c koeffitsientni $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ tenglikdan aniqlaymiz.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_0^{+\infty} cx^2 e^{-kx} dx = 1$$

Bundan $= \left(\int_0^{+\infty} x^2 e^{-kx} dx \right)^{-1}$. Ikki marta bo'laklab integrallasak $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-kx} dx = \frac{2}{k^3}$. Demak, $c = \frac{k^3}{2}$ va zichlik funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega $f(x) = \frac{k^3}{2} x^2 e^{-kx}$.

b) X ning taqsimot funksiyasini quyidagi formuladan topamiz:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_0^x \frac{k^3}{2} t^2 e^{-kt} dt = 1 - \frac{k^2 x^2 + 2kx + 2}{2} e^{-kx}, (0 \leq x < +\infty)$$

d) $P(0 < X < \frac{1}{k})$ ehtimol esa quyidagicha aniqlanadi:

$$P\left(0 < X < \frac{1}{k}\right) = F\left(\frac{1}{k}\right) - F(0) = 1 - \frac{5}{2e} \approx 0,086.$$

Masala. X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega (arcsinus qonuni):

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \geq a; \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{a}, & -a < x < a \\ 0, & x \leq -a \end{cases}$$

Quyidagilarni aniqlang:

a) X tasodifiy miqdorning $\left(-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$ oraliqqa tushish ehtimoli;

b) X tasodifiy miqdorning $f(x)$ zichlik funksiyasi;

Yechish: a) X tasodifiy miqdorning $\left(-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right)$ oraliqqa tushish ehtimoli quyidagiga teng:

$$P\left(-\frac{a}{2} < X < \frac{a}{2}\right) = F\left(\frac{a}{2}\right) - F\left(-\frac{a}{2}\right) = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

b) X tasodifiy miqdorning $f(x)$ zichlik funksiyasi quyidagicha:

1) $(-a; a)$ oraliqqa tegishli barcha x lar uchun

$$f(x) = F'(x) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{a} \right)' = \frac{1}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}}$$

2) qolgan x lar uchun nolga teng.

Mavzuga doir masalalar:

1. X tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasi bilan berilgan:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

a) $f(x)$ zichlik funksiyasini;

b) X ning (1; 2,5) oraliqqa tushish ehtimolini toping.

2. Soliq to'lovchilarning yillik daromadi taqsimot funksiyasi

berilgan:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^\alpha, & x \geq x_0, (\alpha > 0) \\ 0, & x < x_0 \end{cases}$$

Tasodifiy ravishda tanlab olingan soliq to'lovchi uchun 0,5 ehtimollik bilan oshiq bo'lishi mumkin bo'lgan yillik daromad hajmini aniqlang.

3. Kompyuter qurilmasini buzilmasdan ishlash vaqtining taqsimot funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega (eksponentsial taqsimot):

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}}, (t \geq 0)$$

a) T vaqt davomida buzilmasdan ishlash ehtimolini;

b) $f(t)$ zichlik funksiyasini toping.

4. Veybul taqsimot funksiyasi berilgan:

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^m}{x_0}}, x \geq 0$$

Ko'p hollarda bu taqsimot elektron apparatning ishlash muddatini xarakterlaydi. $f(x)$ - zichlik funksiyasini toping.

5. X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi (Koshi qonuni) berilgan:

$$F(x) = c + b \cdot \arctg \frac{x}{a}, \quad -\infty < x < \infty$$

- a) b va c o'zgarmlarini;
- b) zichlik funksiyasini;
- d) $P(\alpha < X < \beta)$ ehtimolni toping.

6. $f(x) = a \cdot e^{-x^2}$ funksiya barcha haqiqiy sonlar o'qida aniqlangan X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi bo'lishi uchun a parametr nechaga teng bo'lishi kerak?

7. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi berilgan:

$$f(x) = \frac{A}{1 + x^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

- a) A koeffitsientni;
- b) $F(x)$ taqsimot funksiyasini;
- d) $P(0 < X < 1)$ ehtimolni toping.

7-§. Tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalari

Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va uning xossalari

Ba'zan tasodifiy miqdorni yig'ma tasvirleydigan sonlardan foydalanishga to'g'ri keladi. Bunday sonlar tasodifiy miqdorning *sonli xarakteristikalari* deyiladi. Muhim sonli xarakteristikalarga matematik kutilma va dispersiyalar tegishlidir.

Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb uning mumkin bo'lgan barcha qiymatlarini bu qiymatlarning mos ehtimollariga ko'paytmalari yig'indisiga aytiladi, ya'ni:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Agar tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari sanoqli to'plam bo'lsa, u holda:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$$

bunda tenglikning o'ng tomonida turgan qator absolut yaqinlashuvchi deb faraz qilinadi va

$$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$$

Uzluksiz tasodifiy miqdor mumkin bo'lgan qiymatlarini butun son o'qida qabul qilsin, $f(x)$ funksiya uning zichlik funksiyasi bo'lsin.

Agar

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x|f(x)dx$$

integral mavjud bo'lsa, u holda

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

integral X uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deyiladi, ya'ni,

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari $(a; b)$ oraliqqa tegishli bo'lsa, u holda

$$M(X) = \int_a^b xf(x)dx$$

Matematik kutilma quyidagi xossalarga ega:

1-xossa. O'zgarmas miqdorning matematik kutilmasi shu o'zgarmaning o'ziga teng, ya'ni $M(C) = C$.

2-xossa. O'zgarmas ko'paytuvchini matematik kutilma belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin, ya'ni $M(CX) = CM(X)$.

3-xossa. X va Y erkli tasodifiy miqdorlar ko'paytmasining matematik kutilmasi ularning matematik kutilmalari ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$M(XY) = M(X) \cdot M(Y)$$

Natija. Bir nechta o'zaro erkli tasodifiy miqdorlar ko'paytmasining matematik kutilmasi ularning matematik kutilmalari ko'paytmasiga teng.

4-xossa. Ikkita tasodifiy miqdor yig'indisining matematik kutilmasi qo'shiluvchilar matematik kutilmalarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$M(X + Y) = M(X) + M(Y)$$

Natija. Bir nechta tasodifiy miqdorlar yig'indisining matematik kutilmasi qo'shiluvchilar matematik kutilmalarining yig'indisiga teng.

Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorning dispersiyasi va uning xossalari

Tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, tasodifiy miqdorni o'zining matematik kutilmasidan chetlanish kvadratning matematik kutilmasiga aytiladi, ya'ni:

$$D(X) = M[X - M(X)]^2$$

Diskret tasodifiy miqdor dispersiyasi quyidagicha hisoblanadi:

$$D(X) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - M(X))^2 p_i$$

Uzluksiz tasodifiy miqdor dispersiyasi quyidagicha hisoblanadi:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 f(x) dx$$

Dispersiyani hisoblashda ko'pincha quyidagi formulani qo'llash qulay bo'ladi:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X)$$

Dispersiya quyidagi xossalarga ega:

1-xossa. C o'zgarmas miqdorning dispersiyasi nolga teng, ya'ni $D(C) = 0$.

2-xossa. O'zgarmas ko'paytuvchini kvadratga ko'tarib dispersiya belgisidan tashqariga chiqarish mumkin, ya'ni

$$D(CX) = C^2 D(X).$$

3-xossa. 2 ta erkli tasodifiy miqdor yig'indisining dispersiyasi bu miqdorlar dispersiyalarining yig'indisiga teng. Ya'ni

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y)$$

$$1\text{-natija. } D(X + Y + Z) = D(X) + D(Y) + D(Z).$$

$$2\text{-natija. } D(C + X) = D(X).$$

4-xossa. 2 ta erkli tasodifiy miqdor ayirmasining dispersiyasi ularning dispersiyalari yig'indisiga teng. Ya'ni

$$D(X - Y) = D(X) + D(Y).$$

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ miqdor esa tasodifiy miqdorning o'rtacha kvadratik chetlanishi deyiladi.

Masalalar yechishga doir namunalari:

Masala. Quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi, dispersiyasi, o'rtacha kvadratik chetlanishini toping:

X	1	2	3	4	5
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Yechish: X va X^2 tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasini topamiz:

$$M(X) = 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,1 = 3,1;$$

$$M(X^2) = 1^2 \cdot 0,1 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,3 + 4^2 \cdot 0,3 + 5^2 \cdot 0,1 = 10,9.$$

Dispersiya formulasiga asosan quyidagi topamiz:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 10,9 - (3,1)^2 = 1,29.$$

X tasodifiy miqdorning o'rtacha kvadratik chetlashishi:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{1,29} = 1,1357.$$

Masala. X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasi berilgan: $M(X) = 5$; $D(X) = 7$. U holda $Z = 4X + 3$ tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

Yechish: Matematik kutilmaning 1-3-xossalariga asosan:

$$M(4X + 3) = M(4X) + M(3) = 4 \cdot M(X) + 3 = 4 \cdot 5 + 3 = 23$$

Dispersiyaning 1-3 xossalariga asosan esa:

$$D(4X + 3) = D(4X) + D(3) = 4^2 \cdot D(X) + 0 = 16 \cdot 7 = 112.$$

Masala. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Bu tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi, dispersiyasi va o'rtacha kvadratik chetlanishini hisoblang.

Yechish: Matematik kutilma ta'rifiga asosan:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{6} \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Dispersiyani hisoblash formulasidan:

$$\begin{aligned} D(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 x dx = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^2 \left(x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}\right) x dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \left(x^3 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{16}{9}x\right) dx = \\ &= \frac{1}{2} \left(4 - \frac{64}{9} + \frac{32}{9}\right) = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

O'rtacha kvadratik chetlashishni hisoblaymiz:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0,47.$$

Mavzuga doir masalalar:

1. Qurilish investitsiya kompaniyasi bitta aksiyasini 16 shartli pul birligi narxida sotmoqda. Investor aksiyalar paketini sotib olib, ularni bir yil davomida saqlamoqchi. X bitta aksiyaning bir yildan keyingi narxini bildiruvchi tasodifiy miqdor bo'lsin. X ning taqsimot qonuni quyidagi jadval ko'rinishida berilgan:

X -aksiya narxi	P -ehtimoli
16	0,35
17	0,25
18	0,25
19	0,10
20	0,05

a) Berilgan qatorning taqsimot qonuni barcha xossalriga ega ekanini ko'rsating. b) Bir yildan so'ng aksiyaning kutilayotgan o'rtacha qiymati nimaga teng?

d) Bir yildan so'ng aksiyadan kutilayotgan o'rtacha yutuq qanchaga teng?
Bu kutilayotgan qiymatda aks etgan investitsiyalardan qaytish foizi qancha?

e) Bir yildan keyingi aksiya narxining dispersiyasini aniqlang.

2. Ikkita qurilish shartnomasi uch firma o'rtasida tasodifiy ravishda taqsimlanadi. Har bir firma yoki bitta yoki ikkala shartnomani ham olishi mumkin. Har bir olingan shartnomadan firmaning oladigan daromadi 90000 shartli pul birligidan iborat.

a) 1-firmaning kutilayotgan foydasini hisoblang.

b) Agar 1-va 2-firmalar bir shaxsga tegishli bo'lsa, u holda uning kutilayotgan umumiy foydasi qancha?

3. Bir korxonani yangi mahsulot ishlab chiqarish maqsadida korxonani ta'mirlash va kengaytirishni rejalashtirgan. Rahbariyat kelajak ahvolni tahlil qilgan holda katta va o'rtacha xarajatlarni ko'zda tutuvchi ikki loyihadan birini tanlashi zarur. Muammo shundan iboratki, korxonani ishlab chiqarmoqchi bo'lgan yangi mahsulotga talab yaxshi o'rganilmagan. Talab past, o'rtacha va yuqori bo'lishi mumkin. Ehtimollar mos ravishda 0,2, 0,5 va 0,3 ga teng. X shartli ming pul birligidan daromadni bildirsin. Korxonani katta va o'rtacha xarajatli loyihalar uchun quyidagi daromadlarni rejalashtirgan:

Talab	Katta harajatlardagi daromad		O'rtacha harajatlardagi daromad	
	X	$P(X)$	X	$P(X)$
Past	0	0,20	50	0,20
O'rtacha	100	0,50	150	0,50
Yuqori	300	0,30	200	0,30

a) Ikki turdagi loyiha uchun kutilayotgan o'rtacha daromadni hisoblang. Bo'lajak daromadni maksimalashtirish uchun korxonaga qanday yechimni tanlashi kerak? b) Ikki turdagi loyiha uchun daromad dispersiyasini hisoblang. Noaniqlikni minimallashtirish uchun korxonaga qanday yechimni tanlashi kerak?

4. Tavakkalga asoslangan qandaydir biznes uchun daromad taxminan ming shartli pul birligiga teng va quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

x_i	-2000	-1000	0	1000	2000	3000
$P(X = x_i) = p_i$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1

Izoh: -2000, -1000 kamomadni bildiradi.

a) Bu biznesdan ehtimoli eng katta bo'lgan pul daromadi nimaga teng?

b) Ehtimol nuqtaiy nazaridan bu tavakkalchilik o'zini oqlaydimi? Tushuntirib bering.

d) Biznesdan uzoq muddatga mo'ljallangan o'rtacha daromad nimaga teng?

5. Quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan X -tasodifiy miqdorning matematik kutilmasini toping:

$$\begin{array}{l} X: 0,21 \quad 0,54 \quad 0,61 \\ p: 0,1 \quad 0,5 \quad 0,4 \end{array}$$

6. Agar $M(X) = 2$ va $M(Y) = 6$ bo'lsa, $Z = 3X + 4Y$ tasodifiy miqdorning matematik kutilmasini toping.

7. X va Y tasodifiy miqdorlar o'zaro erkli. Agar $D(X) = 4$ va $D(Y) = 5$ bo'lsa, $Z = 2X + 3Y$ tasodifiy miqdorning dispersiyasini toping.

8. Agar X -diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlari: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ va $MX = 2,3; MX^2 = 5,9$ ekanligi ma'lum bo'lsa, X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini aniqlang.

9. Savdo bazasida har birining narxi 100 shartli pul birligidan (sh. p. b) 10 ta motor sotishga tayyorlab qo'yilgan. Agar ularning orasidan hech bo'lmasa bitta nosoz motor chiqsa, xaridorga partiyaning ikki barobar miqdoridagi narxi qaytariladi. Har bir motorning nosoz bo'lish ehtimoli 0,08 ga teng bo'lsa, sotuvchining kutilayotgan daromadini toping.

10. Neft qidirish kompaniyasi 10 ta buyurtma oldi. Qidiruvning muvaffaqiyatli chiqish ehtimoli 0,1 ga teng. Aytaylik, har bir qidiruvni bir-biriga bog'liq bo'lmagan guruhlar olib boradi. Muvaffaqiyatli qidiruvlarning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

11. Semestr davomida o'qituvchilar talabalar tushunmagan mavzular bo'yicha qo'shimcha darslar olib boradilar. Statistika fani o'qituvchisi belgilangan vaqtda keladigan talabalar soni tasodifiy miqdor ekanini bilgan holda bu darslarning bir soatiga o'rtacha 8 ta talaba kelayotganiga e'tibor berdi. Puasson taqsimotidan foydalangan holda quyidagi savollarga javob bering:

a) Ma'lum soatda statistikadan mashg'ulotga roppa-rosa 8 ta talaba kelishi ehtimoli qancha?

b) Ma'lum yarim soatda statistikadan mashg'ulotga roppa-rosa 3 ta talaba kelishi ehtimoli qancha?

12. Tig'iz vaqt davomida shahar jamoat transportida o'rtacha soatiga ikkita yo'l hodisasi ro'y beradi. Ertalabki tig'iz vaqt 1,5 soat, kechkisi esa 2 soat davom etadi.

a) Ma'lum bir kunda ertalabki tig'iz vaqtda 3 ta yo'l hodisasi ro'y berish ehtimolini toping.

b) Kechki tig'iz vaqt davomida 2 ta yo'l hodisasi ro'y berish ehtimoli qancha?

d) Ma'lum bir kunda ertalabki va kechki tig'iz vaqt davomida birorta ham yo'l hodisasi ro'y bermasligi ehtimoli qancha?

13. Xalqaro aeroportda turli reyslarning kelish vaqti elektron tabloda yoritilib turladi. Bu ma'lumotlar ekranda tasodifiy ravishda va o'zaro erkli holda paydo bo'ladi. Aeroportga soatiga o'rtacha 10 ta reys keladi.

a) Bir soat davomida tabloda samolyotlarning kelgani haqida ma'lumot bo'lmashligi ehtimoli qancha?

b) Bir soat davomida kamida 3 ta samolyot kelishi ehtimoli qancha?

d) 15 daqiqa davomida birorta ham samolyot kelmasligi ehtimoli qancha?.

e) 15 daqiqa davomida hech bo'lmaganda 1 ta samolyot kelishi ehtimoli qancha?.

14. Ishlab chiqarilayotgan shisha idishlarning taxminan 10% i biror yeri yoritilgani sababli sifatsiz sanalib olib tashlanadi. Agar tasodifiy ravishda 2 ta idish tanlab olingan bo'lsa, ularning ichidagi sifatsizlarining matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

15. Balandlikka sakrash bilan shug'ullanuvchi sportchining sport ustasi sakraydigan balandlikni ishg'ol qilish ehtimoli $0 < p < 1$ ga teng. Sportchi ana shu balandlikni ishg'ol qilguniga qadar sakramoqchi. Agar o'rtacha urinishlar soni 5 ga teng bo'lsa, sportchining kamida 3-urinishda muvaffaqiyatga erishishi ehtimoli qancha?

16. Bir supermarketda cheklar tekshirilmoqda. Xaridorlar kassa yoniga taxminan Puasson taqsimoti bo'yicha soatiga o'rtacha 7 tadan keladilar ekan. Tekshiruv paytida supermarketga

a) ko'pi bilan 3 ta xaridor;

b) hech bo'lmaganda 2 ta xaridor;

d) 5 ta xaridor kirish ehtimolini toping.

17. Sug'urta kompaniyasining ma'lumotlariga ko'ra yoshi 50 dan oshgan sug'urta polisi egalarining 30%i sug'urta olishga jazm qiladilar. Tekshirish

uchun sug'urta polisiga ega bo'lgan 15 kishi tanlab olindi. Kelgusi yili kamida 10 kishining sug'urta olishi ehtimoli qancha?

18. Bir viloyat aholisining har bir fuqarosi rangli reklamani ko'rish ehtimoli 0,2 ga teng. Tasodifiy ravishda 10 kishi tanlab olindi. Ulardan

a) 5 tasining reklamani ko'rgan bo'lishi ehtimoli;

b) Hech bo'lmaganda 2 kishining reklamani ko'rgan bo'lishi ehtimoli qancha?

19. Kotibaning bir betlik matnda yo'l qo'yadigan xatolari soni o'rtacha 4 ta bo'lib bu son Puasson qonuniga bo'ysunar ekan. Agar kotiba 4 tadan ko'p xatoga yo'l qo'ysa, butun betni qayta yozib chiqishi kerak bo'ladi. Ma'lum bir betni qayta yozishga to'g'ri kelishi ehtimoli nechaga teng?

20. Imtihon testlarida 15 ta savol bo'lib, ularning har birida 5 tadan javob variantlari bor. Javoblarning faqat bittasi to'g'ri. Aytaylik, talaba birorta ham savolga to'g'ri javobni bilmaydi. Uning hech bo'lmaganda 10 ta savolga to'g'ri javob berish ehtimoli qancha?

21. Firma sotuvga 10 ta kompyuter taklif qilmoqda. Ulardan 4 tasining nosozligi bor. Xaridor mavjud nosozlikdan bexabar holda 5 ta kompyuter sotib oladi. Sotib olingan kompyuterlar ichida nosozi bo'lmaslik ehtimoli qancha? Bitta nosoz kompyuterni ta'mirlash \$50 ga tushadi. Ta'mirlashga ketadigan umumiy xarajat o'rtachasining matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

22. Zargarlik bo'limi sotuvchining kuzatishicha har bir xaridorning biror taqinchoq sotib olish ehtimoli 0,03 ga teng. Agar kun davomida magazinning shu bo'limiga 100 ta xaridor murojaat qilgan bo'lsa, hech bo'lmaganda bitta taqinchoq sotilganligi ehtimoli nechaga teng?

23. X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi quyidagicha aniqlangan:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Uning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

24. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi quyidagicha aniqlangan:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \lambda e^{-\lambda t}, & 0 \leq t. \end{cases} (\lambda > 0)$$

Uning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

25. X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi bilan berilgan (arksinus qonuni).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ a + b \arcsin x, & -1 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

a va b o'zgarmlarni aniqlang. X tasodifiy miqdorning matematik kutilma va dispersiyasini toping.

26. X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi quyidagi ko'rinishda:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^m}{m!} e^{-x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

27. X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi quyidagicha:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < x_0, \\ 1 - \frac{x_0^3}{x^3}, & x \geq x_0. \end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning matematik kutilma, dispersiyasi va o'rtacha kvadratik chetlanishini toping.

28. X tasodifiy miqdor $(0; -\frac{\pi}{2})$ oraliqda $f(x) = \cos x$ zichlik funksiyasi bilan berilgan. Undan tashqarida $f(x) = 0$ ga teng. $Y = \varphi(X) = X^2$ tasodifiy

miqdorning (Y ning zichlik funksiyasini topmay turib) matematik kutilmasini toping.

29. $B(n, p)$ binomial taqsimotga ega bo'lgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

30. Partiyadagi 100 ta mahsulotning 10 tasi nosoz. Tekshirish uchun partiyadan 5 ta mahsulot tasodifiy ravishda tanlab olinadi. Tanlanmadagi defekt mahsulotlarning matematik kutilmasini toping.

31. 10 ta o'zaro erkli sinovda biror qurilmaning ishdan chiqishlari sonini bildiruvchi X -diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasini toping. Har bir sinovda qurilmaning ishdan chiqish ehtimoli 0,9 ga teng.

32. 2 ta o'zaro erkli sinovlarda A hodisaning ro'y berishlar sonini bildiruvchi X diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasini toping. $M(X) = 0,9$ ekanligi ma'lum.

33. O'z taomlari bilan dong'i ketgan restoranning ish boshqaruvchisi shanba oqshomida yarim soat davomida restoranga 15 tagacha mijozlar guruhi kelishini aytib maqtandi. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping.

a) 5 minut davomida birorta ham mijoz kelmasligi ehtimoli qancha?

b) 10 minut davomida 8ta mijoz kelishining ehtimoli qancha?

d) 10 minut davomida kamida 3 ta mijoz kelishining ehtimoli qancha?

34. Bir element ishonchligini tekshirish maqsadida u birinchi marta ishdan chiqqunga qadar ketma-ket sinovlar o'tkazilmoqda. Har bir sinovda elementning ishdan chiqish ehtimoli 0,1 ga teng. X o'tkazilishi lozim bo'lgan sinovlar sonining matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

35. n ta o'yin soqqasi tashlangan. Yuqoriga qarab tushgan barcha yoqlaridagi ochkolar yig'indisining dispersiyasini toping.

36. Texnik nazorat bo'limi mahsulotlarni standartlikka tekshirmoqda. Mahsulotning standart bo'lishi ehtimoli 0,9 ga teng. Har bir partiyada 5 ta mahsulot bor. X har birida roppa-rosa 4 ta standart mahsulot bo'lgan partiyalar sonini bildirgan tasodifiy miqdor bo'lsin. Agar tekshirilayotgan partiyalar soni 50 ta bo'lsa, X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasini toping.

8-§. Katta sonlar qonuni va markaziy limit teorema

Chebisev tengsizligi

Chebisev tengsizligi. Agar X tasodifiy miqdor dispersiyasi uchun $D(X) < +\infty$ bo'lsa, u holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun

$$P(|X - M(X)| > \varepsilon) < \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

tengsizlik o'rinli.

Markov tengsizligi. Agar X tasodifiy miqdor musbat bo'lib, $M(X)$ matematik kutilmasiga ega bo'lsa, u holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun

$$P(X > \varepsilon) < \frac{M(X)}{\varepsilon}$$

tengsizlik o'rinli.

Faraz qilaylik, X_1, X_2, \dots, X_n tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin va bu tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmalari mavjud bo'lib, ular mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n bo'lsin.

Agar har qanday kichik $\varepsilon > 0$ soni uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

munosabat bajarilsa, X_1, X_2, \dots, X_n tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun *katta sonlar qonuni* o'rinli deyiladi.

Chebisev teoremasi

Chebichev teoremasi. X_1, X_2, \dots, X_n tasodifiy miqdorlar o'zaro erkli bo'lib, ularning har biri C soni bilan chegaralangan dispersiyaga ega bo'lsa, u holda berilgan ketma-ketlik uchun katta sonlar qonuni o'rinli bo'ladi.

Bernulli teoremasi

Bernulli teoremasi. n ta erkli tajribada A hodisaning ro'y berishlari soni m bo'lsin, har bir tajribada A hodisa o'zgarimas p ehtimol bilan ro'y bersin. U holda, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ soni uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{m}{n} - p \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Markaziy limit teorema

X_1, X_2, \dots tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsa, bu ketma-ketlik uchun markaziy limit teorema o'rinli deyiladi, agar qandaydir $\{A_n\}$ va $\{B_n\}$ ($B_n > 0, B_n \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$) sonli ketma-ketliklar uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - A_n}{B_n} < x \right) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

limit munosabat o'rinli bo'lsa.

Masalalar yechishga doir namunalari:

Masala. Ma'lum bir omonat kassasiga qo'yilgan jamg'armalar miqdori 20000000 so'm ga teng ekan. Tasodifiy tanlangan jamg'armaning miqdori 100000 so'mdan kichik bo'lish ehtimoli 0,8 teng bo'lsa, shu omonat kassasiga pul qo'ygan mijozlarning soni haqida nima deyish mumkin?

Yechish: X tasodifiy miqdor tasodifiy ravishda tanlangan jamg'armaning miqdori va n esa omonat kassasiga pul qo'ygan barcha mijozlarning soni bo'lsin. Masalaning shartiga ko'ra

$$M(X) = \frac{20000000}{n}; \quad P(X < 100000) = 0,8.$$

Markov tengsizligi $P(X < 100000) \geq 1 - \frac{M(X)}{100000}$ dan quyidagilarni hosil qilamiz:

$$0,8 \geq 1 - \frac{20000000}{n \cdot 100000}; \quad 200 \geq n \cdot 0,2; \quad n \leq 1000.$$

Masala. («Uch sigma» qoidasi). Chebishev tengsizligidan foydalanib, tasodifiy miqdor o'zining matematik kutilmasidan uch karra o'rtacha kvadratlik chetlashishdan kamroq miqdorga farq qilish ehtimolini baholang.

Yechish: Masalaning shartiga asosan $\varepsilon = 3 \cdot \sigma(X)$. Bu qiymatni Chebishev tengsizligiga qo'ysak,

$$P\{|X - M(X)| < 3 \cdot \sigma(X)\} \geq 1 - \frac{D(X)}{9 \cdot (\sigma(X))^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

Masala. Har birining dispersiyasi 3 dan katta bo'lmagan 1500 ta erkli tasodifiy miqdorlarning o'rtacha arifmetik qiymati ularning matematik kutilmalari o'rtacha arifmetigidan chetlashishi 0,6 dan katta bo'lmalik ehtimolini baholang.

Yechish. N ta tasodifiy miqdorning o'rtacha arifmetik qiymati $\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ ham tasodifiy miqdor bo'ladi. Bu tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi $\frac{1}{n}(M(X_1) + M(X_2) + \dots + M(X_n))$ ga teng. Chebishev tengsizligi

$$P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \frac{C}{n\varepsilon^2}$$

ga asosan quyidagini hosil qilamiz:

$$P\left\{\left|\frac{1}{1500} \sum_{i=1}^{1500} X_i - \frac{1}{1500} \sum_{i=0}^{1500} M(X_i)\right| < 0,6\right\} \geq 1 - \frac{3}{1500 \cdot 0,6^2} = 0,998.$$

Masala. Qurilma 10 ta o‘zaro erkli elementdan tashkil topgan. Har bir elementning T vaqtda ishdan chiqish ehtimoli 0,05 ga teng. Chebishev tengsizligidan foydalanib, ishdan chiqqan elementlar soni va ularning T vaqt ichidagi o‘rtacha soni (matematik kutilmasi) orasidagi farq absolyut qiymati bo‘yicha a) 2 dan kichik; b) 2 dan kichik emas bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: a) $X - T$ vaqt ichida ishdan chiqqan elementlar soni $n = 10$ va $p = 0,05$ parametrlri binomial taqsimotga ega bo‘lgan diskret tasodifiy miqdor. Shuning uchun $M(X) = np = 10 \cdot 0,05 = 0,5$; $D(X) = npq = 10 \cdot 0,05 \cdot 0,95 = 0,475$. Chebishev tengsizligi

$$P\{|X - M(X)| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

dan foydalanib $M(X) = 0,5$; $D(X) = 0,475$ va $\varepsilon = 2$ qiymatlarni o‘miga qo‘ysak,

$$P\{|X - 0,5| < 2\} \geq 1 - \frac{0,475}{2^2} = 0,12$$

b) $|X - 0,5| < 2$ va $|X - 0,5| \geq 2$ hodisalar o‘zaro qarama-qarshi bo‘lgani uchun ularning ehtimollari yig‘indisi 1 ga teng. Demak,

$$P\{|X - 0,5| > 2\} \leq 1 - 0,12 = 0,88.$$

Masala. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o‘zaro erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

X_n	$-na$	0	na
p	$\frac{1}{2n^2}$	$1 - \frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

Berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

Yechish: Tasodifiy miqdorlar ketma-ketligiga Chebishev teoremasini qo‘llash uchun ularning juft-jufti bilan o‘zaro erkli bo‘lishi va tekis

chegaralangan dispersiyalarga ega bo'lishi yetarlidir. Berilgan tasodifiy miqdorlar o'zaro erkli bo'lgani uchun ular albatta juft-jufti bilan o'zaro erkli bo'ladi, ya'ni Chebishev teoremasining 1-sharti o'rinli bo'ladi.

Dispersiyalarning tekis chegaralanganlik shartining bajarilishini tekshiramiz. Avval X_n larning matematik kutilmasini topamiz:

$$M(X_n) = (-na) \cdot \frac{1}{2n^2} + 0 \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + (na) \cdot \frac{1}{2n^2} = 0.$$

Demak, X_n tasodifiy miqdorlarning dispersiyalari quyidagiga teng:

$$D(X_n) = M(X_n^2) - M^2(X_n) = (-na)^2 \cdot \frac{1}{2n^2} + 0^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + (na)^2 \cdot \frac{1}{2n^2} - 0^2 = a^2.$$

Shunday qilib, berilgan tasodifiy miqdorlar har birining dispersiyasi a^2 soni bilan tekis chegaralangan va Chebishev teoremasining 2-sharti ham o'rinli. Demak, barcha shartlar bajarilayotgani sababli, berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkin ekan.

Masala. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o'zaro erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

X_n	$-na$	0	na
p	$\frac{1}{2^n}$	$1 - \frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^n}$

Berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkinmi?

Yechish: Berilgan tasodifiy miqdorlar o'zaro erkli bo'lgani uchun ular albatta juft-jufti bilan ham o'zaro erkli bo'ladi, ya'ni Chebishev teoremasining 1-sharti o'rinli. X_n tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmalarini hisoblaymiz. Taqsimot simmetrik bo'lgani uchun $M(X_n) = 0$.

$$M(X_n) = (-na) \cdot \frac{1}{2^n} + 0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) + (na) \cdot \frac{1}{2^n} = 0.$$

Endi dispersiyalar tekis chegaralanganlik shartining bajarilishini tekshiramiz.

$$D(X_n) = M(X_n^2) - M^2(X_n) =$$

$$(-na)^2 \cdot \frac{1}{2^n} + 0^2 \cdot \left(\frac{1}{2^n}\right) + (na)^2 \cdot \frac{1}{2^n} - 0^2 = \frac{n^2 \cdot a^2}{2^{n-1}}$$

n ni vaqtincha uzluksiz o'zgaradi deb faraz qilib, $\varphi(x) = \frac{x^2}{2^{x-1}}$ funksiyani ekstremumga tekshiramiz. Bu funksiyaning birinchi tartibli hosilasini nolga tenglashtirib, $x_1 = 0$ va $x_2 = \frac{2}{\ln 2}$ kritik nuqtalarni topamiz. $n = 0$ qiymatni qabul qila olmaydi, shuning uchun 2-nuqtani qaraymiz $x_2 = \frac{2}{\ln 2}$ nuqtada $\varphi(x) = \frac{x^2}{2^{x-1}}$ funksiya maksimumga erishadi. $\frac{2}{\ln 2} \approx 2,9$ va n -butun musbat son. Demak, 2,9 ga (chapdan $n = 2$ va o'ngdan $n = 3$) eng yaqin turgan butun sonlarni $D(X_n) = \frac{n^2 \cdot a^2}{2^{n-1}}$ ifodaga qo'yib ko'ramiz. $D(X_2) = 2 \cdot a^2$ va $D(X_3) = 9 \cdot \frac{a^2}{4}$. Shubhasiz $\left(9 \cdot \frac{a^2}{4}\right) > 2a^2$. Demak, X_n tasodifiy miqdorlarning dispersiyalari $9 \cdot \frac{a^2}{4}$ son bilan tekis chegaralangan.

Shunday qilib, Chebishev teoremasining barcha shartlari o'ninli va berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkin.

Mavzuga doir masalalar:

1. Chebishev tengsizligidan foydalanib, tasodifiy miqdor o'zining matematik kutilmasidan kamida ikki karra o'rtacha kvadratik chetlashishga farq qilish ehtimolini baholang.

2. Agar $D(X) = 0,004$ bo'lsa, Chebishev tengsizligidan foydalanib, $|X - M(X)| < 0,2$ bo'lish ehtimolini baholang.

3. Agar $P\{|X - M(X)| < \varepsilon\} \geq 0,9$ va $D(X) = 0,009$ bo'lsa, Chebishev tengsizligidan foydalanib ε ning qiymatini toping.

4. A hodisaning har bir tajribada ro'y berish ehtimoli $0,5$ ga teng. Chebishev tengsizligidan foydalanib, 100 ta o'zaro erkli tajriba o'tkazilganda, A hodisaning ro'y berishlari soni X ning qiymati 40 dan 60 gacha bo'lgan oraliqqa tushish ehtimolini baholang.

5. Diskret tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

$$X: 0,1 \quad 0,4 \quad 0,6$$

$$P: 0,2 \quad 0,3 \quad 0,5$$

Chebishev tengsizligidan foydalanib, $|X - M(X)| < \sqrt{0,4}$ bo'lish ehtimolini baholang.

6. Diskret tasodifiy miqdor quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

$$X: 0,3 \quad 0,6$$

$$P: 0,2 \quad 0,8$$

Chebishev tengsizligidan foydalanib, $|X - M(X)| < 0,2$ bo'lish ehtimolini baholang.

7. A hodisaning har bir tajribada ro'y berish ehtimoli $0,25$ ga teng. Chebishev tengsizligidan foydalanib, 800 ta o'zaro erkli tajribalar o'tkazilganda, A hodisaning ro'y berishlari soni X ning qiymati 150 dan 250 gacha bo'lgan oraliqqa tushish ehtimolini toping.

8. Tayyorlanayotgan mahsulotlarning o'rta uzunligi (matematik kutilmasi) 90 sm ga teng bo'lgan tasodifiy miqdordan iborat. Uning dispersiyasi $0,0225$ ga teng. Chebishev tengsizligidan foydalanib, a) $|X - M(X)| < 0,4$ bo'lish ehtimolini; b) mahsulotning uzunligi $89,7$ dan $90,3$ gacha bo'lgan oraliqda bo'lish ehtimolini baholang.

9. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o'zaro erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan :

X_n	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Bu kema-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkinmi?

10. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o'zaro erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

X_n	$-a$	a
p	$\frac{n}{2n+1}$	$\frac{n+1}{2n+1}$

Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkinmi?

11. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan :

X_n	$-\sqrt{n}$	0	\sqrt{n}
p	$\frac{1}{n}$	$1 - \frac{2}{n}$	$\frac{1}{n}$

Berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkinmi?

12. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan:

X_n	-2^n	2^n
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Berilgan ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo'llash mumkinmi?

13. Aholi istiqomat qiladigan hududda kundalik o'rtacha suv sarfi 50000 litrni tashkil etadi. Shu joyda bir kunlik suv sarfi 120 000 litrdan oshmaslik ehtimolini baholang.

14. Kartoshkaning o'rtacha og'irligi 100 gr. Markov tengsizligidan foydalanib, tasodifiy ravishda olingan kartoshkaning og'irligi 300 gr. dan oshmaslik ehtimolini baholang.

15. Bir do'kon savdo faoliyatining tahlili natijalariga ko'ra bir oylik o'rtacha muomala xarajatlari 300 shartli pul birligi (sh.p.b.)ni tashkil etishi aniqlandi. Keyingi oyda bu harajatlar 280-320 pul birligi chegarasidan chiqmaslik ehtimolini toping. Xarajatlar dispersiyasi 16 sh.p.b. ga teng.

16. Stanokda ma'lum bir detal tayyorlanadi. Detal uzunligi tasodifiy miqdor bo'lib, o'lchanganda uning uzunligi 3 holda 20,1 sm, 2 holda 19,8 sm, 1 marta 20,5 sm va 4 holda 19,9 sm ga teng bo'lib chiqdi. Detalning uzunligi 19,7 va 20,3 sm oralig'iga tushish ehtimolining quyi chegarasini toping.

17. 10 000 gektar (ga) yerdagi o'rtacha hosildorlikni aniqlash maqsadida 100 ga lik maydonning har biridan tanlanma uchun 1 ga dan olingan. Agar 100 ga lik har bir maydondagi dispersiya 2 sr dan oshmasa, o'rtacha tanlanma hosildorlik butun maydondagi haqiqiy o'rtachasidan ko'pi bilan 0,5 sr ga farq qilishi ehtimolini baholang.

18. 10 000 ga yerdagi o'rtacha hosildorlikni aniqlash maqsadida 200 ga lik maydonning har biridan tanlanma uchun 1 ga dan olingan. Agar 200 ga lik har bir tanlanma maydondagi dispersiya 2,5 sr dan oshmasa, 0,8 dan kam bo'lmagan ishonchlilik bilan o'rtacha tanlanma hosildorlik butun maydondagi haqiqiy o'rtachasidan ko'pi bilan qanchaga farq qilishi mumkin?

19. Detallar 250 ta qutiga joylashtirilgan. Detalning o'rtacha massasini aniqlash uchun har bir qutidan bittadan detal olingan. Agar bir quti bo'yicha

hisoblangan dispersiya 4 dan oshmasa, tarlanmadagi detal o'rtacha massasining haqiqiy o'rtacha massadan ko'pi bilan qanchaga farq qilishini aniqlang. Ishonchlilik 0,9 dan kam bo'lmasin.

20. Bir zavod mahsulotining o'rtacha 70%i 1-navli ekani m a'lum. 10 000 ta mahsulot ichida birinchi navlilarining nisbiy chastotasi joylashadigan chegarani 0,9 dan kam bo'lmagan ehtimol bilan aniqlang.

21. 900 ta sinovning har birida m a'lum bir hodisaning ro'y berish ehtimoli 0,7 ga teng. Bernulli teoremasidan foydalanib, hodisaning ro'y berishlar soni 600 va 660 oraliqqa tushish ehtimolini baholang.

22. Qiz va o'g'il bola tug'ilish ehtimollarini bir xil deb olgan holda Bernulli teoremasi yordamida 1000 ta tug'ilgan bola orasida o'g'il bolalar soni 465 va 535 orasida bo'lishi ehtimolini baholang.

23. 400 ta rudadan sinov uchun olingan moddalar tekshirilishi kerak. Rudalarning har birida qazib olishni yo'lga qo'yish uchun rudada yetarli metal ulushi bor bo'lishi ehtimoli bir xil va 0,8 ga teng. Bernulli teoremasi yordamida qazib olishni yo'lga qo'yish uchun yetarli metal ulushi bor rudalar soni 290 va 350 orasida bo'lishi ehtimolini baholang.

2-BOB. MATEMATIK STATISTIKA

9-§. Matematik statistika elementlari

Taqsimotning empirik qomuni. Variatsion qator. Variatsion qator uchun poligon va gistogramma

Tanlanma to'plam, yoki oddiy qilib, *tanlanma* deb tasodifiy ravishda tanlab olingan obyektlar to'plamiga aytiladi.

Bosh to'plam deb tanlanma ajratiladigan obyektlar to'plamiga aytiladi.

To'plam (bosh yoki tanlanma to'plami) *hajmi* deb bu to'plamdagi obyektlar soniga aytiladi.

Takror tanlanma deb shunday tanlanmaga aytiladiki, bunda olingan obyekt (keyingisini olishdan oldin) bosh to'plamga qaytariladi.

Takrorsiz tanlanma deb tanlangan element bosh to'plamga qaytarilmaydigan tanlanmaga aytiladi.

Bosh to'plamdan tanlanma olingan deydik. Bunda x_1 qiymat n_1 marta, x_2 qiymat n_2 marta kuzatilgan va hokazo. $\sum n_i = n$ bo'lsin. Kuzatilgan x_i qiymatlar *variantalar*, variantalarning ortib borishi tartibida yozilgan ketma-ketligi esa *variatsion qator* deyiladi. Kuzatishlar soni chastotalar, ularning tanlanma hajmiga nisbati $\frac{n_i}{n} = \omega_i$ esa *nisbiy chastotalar* deyiladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti deb variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalar ro'yxatiga aytiladi. Statistik taqsimotni yana intervallar va ularga tegishli chastotalar ketma-ketligi ko'rinishida ham berish mumkin (intervalga mos chastota sifatida bu intervalga tushgan variantalar soni qabul qilinadi).

Taqsimotning empirik funksiyasi (tanlanmaning taqsimot funksiyasi) deb har bir x qiymati uchun $X < x$ hodisaning ehtimolini aniqlaydigan $F^*(x)$ funksiyaga aytiladi, ya'ni:

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

bu yerda n_x – x dan kichik variantalar soni, n tanlanma hajmi.

Empirik funksiya quyidagi xossalarga ega:

1) empirik funksiyaning qiymatlari $[0;1]$ kesmaga tegishli;

2) $F^*(x)$ – kamaymaydigan funksiya;

3) agar x_1 - eng kichik varianta bo'lsa, u holda $x \leq x_1$ da $F^*(x) = 0$; x_k – eng katta varianta bo'lsa, u holda $x > x_k$ da $F^*(x) = 1$.

Chastotalar poligoni deb, kesmalari (x_1, n_1) , (x_2, n_2) , ..., (x_k, n_k) nuqtalarni tutashtiradigan sinq chiziqqa aytiladi.

Chastotalar gistogrammasi deb asoslari h uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ nisbatlarga (chastota zichligi) teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy figuraga aytiladi.

Nuqtaviy va oraliq baholar

X belgili bosh to'planning taqsimot funksiyasi $F(x, n)$ bo'lib, n noma'lum parametr bo'lsin, x_1, x_2, \dots, x_n esa bosh to'plamdan olingan tanlanma bo'lsin. Tanlanmaning ixtiyoriy funksiyasi $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *statistika* deyiladi.

Statistikaning kuzatilgan qiymati $L = L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ n parametrning taqribiy qiymati sifatida olinadi. Bu holda $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *statistika* n parametrning *statistik bahosi* deyiladi.

Bitta son qiymat bilan aniqlanadigan statistik baho *nuqtaviy baho*, ikkita son qiymat, ya'ni interval chegaralari bilan aniqlanadigan statistik baho esa *intervalli baho* deyiladi.

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

qiymat *tanlanma o'rtacha* qiymat,

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_T)^2$$

qiymat *tanlanma dispersiya*,

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_T$$

qiymat esa *tuzatilgan tanlanma dispersiya* deyiladi.

Agar $M(L(x_1, x_2, \dots, x_n)) = n$ shart bajarilsa, L baho n parametrga uchun *siljimagan baho*, aks holda esa *siljigan baho* deyiladi.

Agar L baho va har qanday $\epsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|L - n| \leq \epsilon) = 1$$

munosabat bajarilsa, u holda L baho n parametrga uchun *asosli baho* deyiladi.

Berilgan n hajmli tanlanmada eng kichik dispersiyali baho *samarali baho* deyiladi.

\bar{x}_T - bosh to'plam o'rtacha qiymati uchun siljimagan, asosli va samarali baho bo'ladi.

D_T - bosh to'plam dispersiyasi uchun siljigan, asosli baho bo'ladi.

$S^2 = \frac{n}{n-1} D_T$ - bosh to'plam dispersiyasi uchun siljimagan, asosli baho bo'ladi.

X belgisi normal taqsimlangan bosh to'plam matematik kutilmasi a ni berilgan r ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqlar quyidagicha topiladi:

a) y - bosh o'rtacha kvadratik chetlanish berilgan bo'lsa:

$$\bar{x}_T - \frac{ty}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_T + \frac{ty}{\sqrt{n}}$$

bu yerda n - tanlanma hajmi, t - Laplas funksiyasi $\Phi(t)$ ning $\Phi(t) = \frac{t}{2}$ bo'ladigan qiymati (2-ilova).

b) y - noma'lum bo'lib, tanlanma hajmi $n < 30$ bo'lganda:

$$\bar{x}_T - \frac{t_r S}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_T + \frac{t_r S}{\sqrt{n}}$$

bu yerda S^2 - tuzatilgan tanlanma dispersiya, t_r - 3- ilovadan berilgan n va r lar bo'yicha topiladi.

Eslatma: $\mu = \frac{ty}{\sqrt{n}}$ va $\mu = \frac{t_r S}{\sqrt{n}}$ qiymatlar bahoning aniqligi deyiladi.

X belgisi normal taqsimlangan bosh to'plam dispersiyasi y^2 ni berilgan r ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqlar quyidagicha topiladi:

$$S^2(1 - q)^2 < y^2 < S^2(1 + q)^2$$

agar $q < 1$ bo'lsa va

$$0 < y^2 < S^2(1 + q)^2$$

agar $q > 1$ bo'lsa. Bu yerda q ning qiymati 4- ilovadan berilgan n va r lar bo'yicha topiladi.

Masalalar yechishga doir namunalar:

Masala. Hajmi $n = 20$ ga teng bo'lgan tanlanma chastotalar taqsimoti quyidagicha:

$$\begin{pmatrix} x_i & 1 & 5 & 7 & 8 \\ n_i & 4 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Nisbiy chastotalar taqsimotini toping.

Yechish: Nisbiy chastotalarni topish uchun chastotalarni tanlanma hajmiga bo'lamiz:

$$\omega_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{4}{20} = 0,2; \quad \omega_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{7}{20} = 0,35; \quad \omega_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{6}{20} = 0,3;$$

$$w_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{3}{20} = 0,15.$$

Tanlanmaning nisbiy chastotalar taqsimoti quyidagicha ko'rinishga ega:

$$\begin{pmatrix} x_i & 1 & 5 & 7 & 8 \\ w_i & 0,2 & 0,35 & 0,3 & 0,15 \end{pmatrix}$$

Hisoblashlarni tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^4 w_i = 0,2 + 0,35 + 0,3 + 0,15 = 1$$

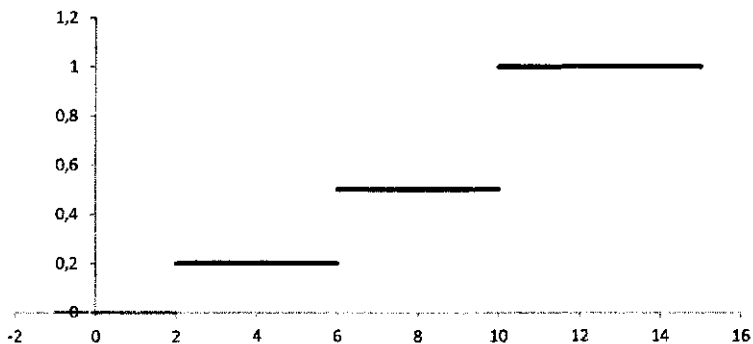
Masala. Quyidagi statistik qator orqali berilgan tanlanma uchun empirik taqsimot funksiyasini quring:

$$\begin{pmatrix} x_i & 2 & 6 & 10 \\ n_i & 12 & 18 & 30 \end{pmatrix}$$

Yechish: Tanlanmaning hajmi n ni topamiz: $n = 12 + 18 + 30 = 60$. Eng kichik varianta $x_1 = 2$, demak, $x \leq 2$ lar uchun $F^*(x) = 0, x \leq 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi variantalar birgina $x_1 = 2$ va u varianta 12 marta kuzatilgan, demak $2 < x \leq 6$ lar uchun $F^*(x) = \frac{12}{60} = 0,2$, $x \leq 6$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi variantalar ikkita $x_1 = 2$ va $x_2 = 6$ ular 12 + 18 marta kuzatilgan, demak, $6 < x \leq 10$ lar uchun $F^*(x) = \frac{30}{60} = 0,5$, $x_3 = 10$ eng katta varianta bo'lgani uchun $x > 10$ larda $F^*(x) = 1$.

Demak, izlanayotgan empirik taqsimot funksiyasi va uning grafigi quyidagi ko'rinishga ega:

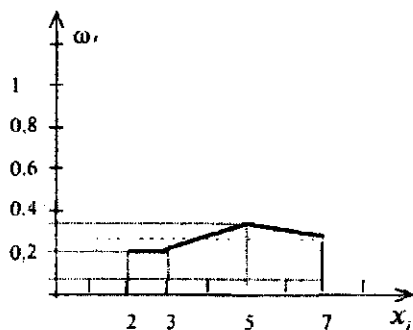
$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ 0,2, & 2 < x \leq 6; \\ 0,5, & 6 < x \leq 10; \\ 1, & x > 10. \end{cases}$$



Masala. Quyidagi statistik taqsimot uchun nisbiy chastotalar poligonini quring:

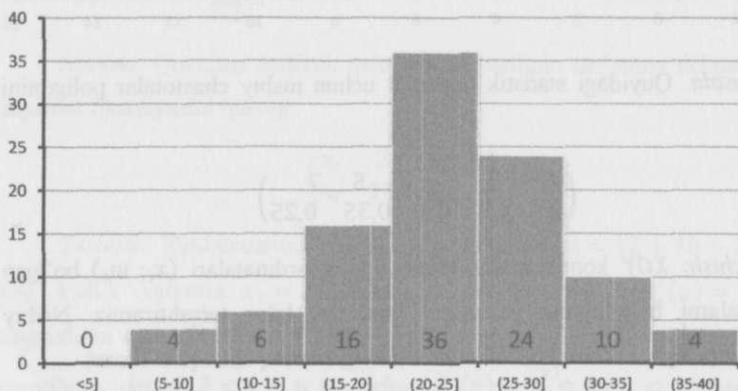
$$\begin{pmatrix} x_i & 2 & 3 & 5 & 7 \\ \omega_i & 0,2 & 0,2 & 0,35 & 0,25 \end{pmatrix}$$

Yechish: XOY koordinatalar tekisligida koordinatalari $(x_i; \omega_i)$ bo'lgan M_i nuqtalarni belgilaymiz va ularni kesmalar bilan tutashtiramiz. Nisbiy chastotalar poligoni ushbu yo'l bilan hosil bo'lgan siniq chiziqdan iborat.



Masala. Quyidagi jadvalda keltirilgan tanlanma uchun chastotalar gistogrammasini quring (tanlanma hajmi $n = 100$).

i -qism interval	i -qism intervalga tushgan variantalar chastotasi n_i	i - to'g'ri to'rtburchak balandligi $\frac{n_i}{h}$
5-10	4	0,8
10-15	6	1,2
15-20	16	3,2
20-25	36	7,2
25-30	24	4,8
30-35	10	2,0
35-40	4	0,8



Chastotalar gistogrammasi

Masala. Tanlanma 5,4,4,2,5,5,4,2,4,6,5,2,4,2,6,5,2,4,5,5,4,4,5,2,2,5,5,4,2,6 elementlardan tashkil topgan. Tanlanmaning statistik taqsimoti, o'rtqa qiymati, tanlaaimaviy va «tuzatilgan» dispersiyalarini, tanlanmaviy va «tuzatilgan» o'rtacha kvadratik chetlashishlarini, tanlanmaning modasi, medianasi hamda kengligini toping.

Yechish: Tanlanmaning statistik taqsimotini topamiz:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_k \\ n_1 & n_2 & n_3 & \dots & n_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i & 2 & 4 & 5 & 6 \\ n_i & 8 & 9 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

Tanlanma hajmi: $n = \sum_{i=1}^4 n_i = 8 + 9 + 10 + 3 = 30$

Tanlanma o'rtqa qiymati:

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i = \frac{1}{30} (2 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 3) = \frac{120}{30} = 4.$$

Tanlanma dispersiyasi:

$$\begin{aligned} D_T &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_T)^2 \cdot n_i \\ &= \frac{1}{30} ((2 - 4)^2 \cdot 8 + (4 - 4)^2 \cdot 9 + (5 - 4)^2 \cdot 10 + (6 - 4)^2 \cdot 3) \\ &= \frac{54}{30} = 1,8 \end{aligned}$$

U holda «tuzatilgan» dispersiya:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_T = \frac{30}{29} \cdot \frac{54}{30} = \frac{54}{29} = 1,862$$

Tanlanma va «tuzatilgan» o'rtacha kvadratik chetlashishlarni topamiz:

$$y_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{1,8} = 1,341 \text{ va } S = \sqrt{\frac{n}{n-1} D_T} = \sqrt{1,862} = 1,364$$

Tanlanmada $x_3 = 5$ varianta eng ko'p uchraydi ($n_3 = 10$), shuning uchun tanlanmaning modasi $mod_T = 5$. Tanlanma hajmi $n = 30$ - juft son, shuning uchun tanlanmaning o'rta elementlari ikkita: $X_{15} = X_{16} = 4$. Demak, tanlanmaning medianasi quyidagiga teng

$$med_T = \frac{X_{15} + X_{16}}{2} = 4$$

Variatsion qator kengligi eng katta va eng kichik variantalar ayirmasiga teng, ya'ni $R = x_{max} - x_{min} = 6 - 2 = 4$

Masala. Olma sharbati 200 ml. hajmli idishlarga quyiladi. Quyuqchi avtomat shunday sozlanganki, uning to'ldirish xatoligi $a \pm 10$ ml ga teng. Idishlar karton qutilarga 25 donadan qadoqlanadi. Xaridor qadoqlangan qutining o'rtacha og'irligi ko'rsatilgandan kam bo'lmasligini talab qiladi. Xaridor ishlab

chiqarilgan mahsulotni qabul qilishi uchun ishlab chiqaruvchi avtomatni 205 ml. quyadigan qilib sozlab qo'ydi. Tasodifan tanlangan qadoqlangan qutining og'irlik tekshiruvidan o'tmaslik ehtimolini toping.

Yechish: Idishning o'rtacha to'ldirilishi 205 ml., o'rtacha kvadratik og'ishi 10 ml. Tasodifiy tanlanma sharbat bilan to'ldirilgan 25 ta idishlardan iborat. $p = 25$ hajmli mumkin bo'lgan barcha tanlanmalar uchun o'rtacha og'irlikning taqsimoti

- normal qonunga bo'ysunadi;
- o'rtacha to'ldirilishi 205 ml. ga teng;
- o'rtacha kvadratik og'ishi $\frac{y}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = 2$ ml.

Agar qadoqlangan qutidagi idishlarning o'rtacha to'ldirilganligi 200 ml dan kam bo'lsa, quti sifat nazoratidan o'tmaydi. Demak, qidirilayotgan ehtimol

$$\begin{aligned} P\{\bar{x}_T < 200\} &= P\{0 < \bar{x}_T < 200\} = \Phi\left(\frac{200 - 205}{2}\right) - \Phi\left(-\frac{205}{2}\right) \\ &= \Phi(-2,5) - \Phi(-102,5) = -0,4938 - 0,5 = 0,0062 \end{aligned}$$

Masala. X bosh to'plamda ma'lum $y = 0,40$ parametr bilan normal taqsimlangan. Agar $n = 20$, $\bar{x}_T = 6,34$ bo'lsa, tanlanma ma'lumotlari bo'yicha $r = 0,99$ ishonchlilik bilan α parametr uchun ishonch oralig'ini toping.

Yechish:

$$\bar{x}_T - \frac{ty}{\sqrt{n}} < \alpha < \bar{x}_T + \frac{ty}{\sqrt{n}}$$

ishonch oralig'ini topish talab qilinmoqda. Bu formulada t dan boshqa hamma kattaliklar ma'lum. t ni aniqlaymiz.

$$\Phi(t) = \frac{r}{2} = \frac{0,99}{2} = 0,495$$

bo'lgani uchun Laplasning integral funksiyasining qiymatlari keltirilgan 2-ildovadan $t = 2,58$ ni topamiz. Demak,

$$\mu = \frac{ty}{\sqrt{n}} = \frac{2,58 \cdot 0,40}{\sqrt{20}} \approx 0,23$$

$(\bar{x}_T - \frac{ty}{\sqrt{n}}; \bar{x}_T + \frac{ty}{\sqrt{n}})$ ishonch oralig'ining chegaralarini aniqlaymiz:

$$6,34 - 0,23 = 6,11 \text{ va } 6,34 + 0,23 = 6,57.$$

Shunday qilib, $(6,11; 6,57)$ ishonch oralig'i α param etrni 0,99 ishonchlilik bilan qoplaydi va bahoning aniqligi 0,23 ga teng bo'ladi..

Masala. Agar normal taqsimlangan bosh to'plamning o'rtacha kvadratik og'ishi $y = 1,2$ ma'lum bo'lsa, 0,975 ishonchlilik bilan bosh to'plam matematik kutilmasi α ning tanlanma o'rtqa qiymat bo'yicha bahosining aniqligi $y = 0,3$ ga teng bo'ladigan minimal tan lanma hajmini toping.

Yechish: Bosh to'plam matematik kutilmasining o'rtqa qiymat orqali bahosining aniqligini bildiruvchi ifodadan foydalanamiz:

$$y = \frac{t \cdot y}{\sqrt{n}}$$

Bu tenglikdan n ning qiymatini aniqlaymiz: $n = \left(\frac{t \cdot y}{\alpha}\right)^2$. Shartga ko'ra $t = 0,975$ yoki $\Phi(t) = \frac{r}{2} = \frac{0,975}{2} = 0,4875$. Laplas funksiyasining qiymatlari keltirilgan 2-ildovadan $t = 2,24$ ekanini topamiz. Topilgan qiymatni hisobga olib quyidagini hosil qilamiz:

$$n = \left(\frac{t \cdot y}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{2,24 \cdot 1,2}{0,3}\right)^2 = (8,96)^2 = 80,2816 \approx 81.$$

Masala. Jang'arma bozorining analitigi ma'lum bir aksiyalarning o'rtacha daromadlilikini o'rganmoqda. 15 kunlik tasodifiy tanlanma o'rtacha kvadratik og'ishi $S = 3,5\%$, o'rtacha (yillik) daromadlilik $\bar{x} = 10,37\%$ ga teng ekanini ko'rsatdi. Aksiyalarning daromadlilik normal taqsimot qonuniga

bo'ysunadi deb faraz qilaylik. Analitik qiziqayotgan aksiyalar turi uchun 95% li ishonch oralig'ini toping.

Yechish: Bosh to'plam o'rtacha kvadratik og'ishi y noma'lum bo'lgani uchun

$$P\left(\bar{x}_T - t_r \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_T + t_r \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = r$$

formuladan foydalanamiz.

3-ilovadan $t_r = t(r; n) = t(0,95; 15) = 2,15$ ni topamiz.

Undan foydalanib, $(\bar{x}_T - t_r \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x}_T + t_r \frac{S}{\sqrt{n}})$ ishonch oralig'ini yasaymiz.

$$\bar{x}_T + t_r \frac{S}{\sqrt{n}} = 10,37 \pm 2,15 \frac{3,5}{\sqrt{15}} = 10,37 \pm 1,9 \rightarrow (8,43; 12,31).$$

Demak, analitik 95% ishonch bilan uni qiziqtirgan aksiyalarning o'rtacha yillik daromadliligi (8,43%; 12,31%) oralig'ida yotar ekan.

Masala. Korxonada kofeni 100 grammlik bankalarga qadoqlaydigan avtomat qurilma ishlab turibdi. Agar to'ldirilayotgan bankaning o'rtacha og'irligi 100 grammdan farq qilsa, qurilma o'rtacha og'irlikni o'zgartirish uchun ishlab turgan holatida qayta sozlanadi. Agar og'irlik dispersiyasi berilgan qiymatdan oshib ketsa, qurilma qayta sozlash uchun to'xtatiladi. Vaqti-vaqti bilan kofeli bankalar o'rtacha og'irligi va undan og'ishlarni tekshirish uchun tasodifiy ravishda tekshirib turiladi. Aytaylik, konveyerdan tasodifiy ravishda 30 ta kofeli banka tanlab olindi va siljimagan dispersiyaning bahosi $S = 18,540$ bo'lsin. Bosh to'plam dispersiyasi uchun 95%li ishonch oralig'ini yasang. (Bosh to'plam normal taqsimlangan deb faraz qilinadi).

Yechish: 4-ilovadan $n = 30$ tanlanma hajmi va $\gamma = 0,95$ ishonchlilikka mos q ning qiymatini topamiz: $q = q(30; 0,95) = 0,28$. $q < 1$ bo'lgani uchun bosh to'plam dispersiyasi uchun ishonch oralig'ini quyidagicha topamiz:

$$S(1 - q) < y < S(1 + q)$$

$$18,54(1 - 0,28) < y < 18,54(1 + 0,28)$$

$$13,348 < y < 23,731$$

Mavzuga doir masalalar:

1. Quyidagi tanlanma berilgan: 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2,4. Tanlanmani *a)* variatsion qator, *b)* chastotalar statistik taqsimoti; *d)* nisbiy chastotalar statistik taqsimoti ko‘rinishida tasvirlang.

2. Quyidagi statistik qator ko‘rinishida berilgan tanlanma uchun chastotalar poligonini quring:

x_i	1	4	5	7
n_i	20	10	14	6

3. Quyidagi statistik qator ko‘rinishida berilgan tanlanma uchun chastotalar poligonini quring:

x_i	1	3	6	8	9
n_i	10	15	30	33	12

4. Jadvalda bir oy davomida xususiy shaxslarning bankka qo‘ygan omonat hajmi taqsimoti berilgan. Taqsimot poligonini quring.

5	Omonat hajmi (ming so‘m)	100	250	500	600	750	800	900	1000
	Omonatchilar soni	1	2	5	8	17	21	18	8

Quyidagi statistik taqsimoti orqali berilgan tanlanmalar uchun empirik taqsimot funksiyalami toping:

a) x_i 1 4 6
 n_i 10 15 25

b) x_i 2 5 7 8
 n_i 1 3 2 4 ; d)

x_i 4 7 8
 n_i 5 2 3

6. Quyidagi jadvalda berilgan tanlanma uchun chastotalar gistogrammasini quring. Tanlanma hajmi $n = 55$.

qism interval nomeri	i - qism interval chegarasi	i -qism intervalga tushgan variantalar soni
i	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	10-12	2
2	12-14	4
3	14-16	8
4	16-18	12
5	18-20	16
6	20-22	10
7	22-24	3

7. Jadvalda chorvachilik bilan shug'ullanadigan fermer xo'jaligidagi sigirlar sutining yog'lilik darajasi bo'yicha taqsimoti berilgan. Chastotalar gistogrammasini quring.

Sut yog'liligi, %	Sigirlar soni
3,45-3,55	1
3,55-3,65	1
3,65-3,75	3
3,75-3,85	4
3,85-3,95	7
3,95-4,05	5
4,05-4,15	2
4,15-4,25	1
4,25-4,35	1

8. Quyidagi jadvalda berilgan tanlanma uchun chastotalar gistogrammasini quring. Tanlanma hajmi $n = 100$.

i -qism interval nomeri	i -qism interval chegarasi	i -qism intervalga tushgan variantalar soni
i	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	0-2	20
2	2-4	30
3	4-6	50

9. Quyidagi jadvalda sement sanoatining 1996-yil uchun ko'rsatkichlari keltirilgan:

Yillik ishlab chiqarish hajmi (ming tonna)	Korxonalar soni
500 gacha	27
500-1000	11
1000-2000	8
2000-3000	8
3000 dan ziyod	2

Chastotalar gistogrammasini quring.

10. Keltirilgan jadvalga asosan quyidagilar uchun chastotalar poligonini quring:

- Aholi umumiy daromadlari;
- Aholi jon boshiga umumiy daromadlar;
- Aholi real umumiy daromadlari;
- Aholi jon boshiga real umumiy daromadlar.

Yillar bo'yicha aholining pul daromadlari

№	Ko'rsatkichlar nomi	2015 y.	2016 y.	2017 y.	2018 y.	2019 y.	2020 y.
1.	Aholi umumiy daromadlari, mlrd.so'm	158699,8	185036,5	220811,8	282762,5	346461,5	401501,5
2.	Aholi jon boshiga umumiy daromadlar, ming so'm	5070,5	5810,0	6817,6	8580,0	10317,4	11728,8
3.	Aholi real umumiy daromadlari, mlrd.so'm	150397,8	175273,8	201709,9	240587,5	302507,2	355531,3
4.	Aholi jon boshiga real umumiy daromadlar, ming so'm	4805,2	5503,5	6227,8	7300,2	9008,4	10385,9

11. Keltirilgan jadvalga asosan quyidagilar uchun chastotalar poligonini quring:

- Sanoat;
- Qurilish;
- Bandlik;
- Savdo;

- Qishloq, o'rmon va baliq xo'jaligi;
- Yuk tashish;
- Yuk aylanmasi;
- Yo'lovchi tashish;
- Yo'lovchi aylanmasi.

Kichik biznes va xususiy tadbirkorlikning iqtisodiyot tarmoqlaridagi asosiy

ko'rsatkichlari hajmi

Yillar	Sanoat (mlrd.so' m)	Qurilish (mlrd.so' m)	Bandlik (munga kishi)	Savdo (mlrd.so' m)	Qishloq, o'rmon va baliq xo'jaligi (mlrd.so' m)	Yuk tashish (mln. tonna)	Yuk aylanma si (mln.ton na - km)	Yo'lovchi i tashish (mln.yo'l ovchi)	Yo'lovchi i aylanma si (mln.pas s.km)
2000	244,0	149,0	4467,1	760,3	1021,0	46,8	2304,3	972,9	10181,9
2001	355,1	230,4	4733,0	1148,5	1568,6	54,7	2708,5	1083,8	11963,0
2002	690,6	306,9	4994,1	1500,8	2439,6	75,5	3338,1	1231,9	14053,0
2003	659,6	331,9	5436,7	1818,5	3196,9	87,4	4419,7	1507,0	18410,7
2004	892,1	556,6	5974,9	4237,9	3669,4	118,6	5935,8	1895,0	23368,6
2005	1104,8	739,2	6602,5	4918,9	5019,7	156,8	8249,9	2490,4	29971,5
2006	1589,3	1009,8	7234,1	6638,2	7089,8	187,3	10393,0	2803,0	33902,0
2007	2432,4	1514,2	7743,1	8410,8	9078,2	258,7	12782,0	3412,3	41019,4
2008	3489,5	2090,0	8071,1	10724,2	11052,1	315,3	15700,9	4017,8	47252,6
2009	5072,3	2996,0	8370,1	13672,9	13328,1	379,2	16945,8	4358,8	51472,0
2010	10132,9	4163,2	8643,9	18616,1	31900,4	255,2	6084,5	3084,5	67874,1
2011	13586,8	6188,3	8950,7	24741,9	46704,5	292,0	6894,3	3416,2	74320,7
2012	17114,6	7925,5	9239,7	32242,9	56926,6	304,3	7271,9	3687,9	80210,0
2013	23312,0	10377,7	9604,0	40564,5	67510,7	352,8	7919,1	3953,8	86183,3
2014	30907,0	13944,9	9950,8	50197,8	82957,2	416,1	8632,9	4224,5	93024,7
2015	39643,5	16954,0	10170,4	61972,3	101197,5	472,8	9225,1	4486,3	99872,8
2016	50654,5	19671,0	10397,5	78935,6	118011,4	538,6	10072,4	4866,5	107789,7
2017	61367,8	22469,4	10541,5	92973,0	152010,5	548,8	10444,4	5037,5	111435,0
2018	87962,0	37451,7	10128,8	114896,4	191759,2	611,7	11657,7	5242,6	115335,2
2019	83344,2	53960,9	10313,4	138920,7	219466,9	641,0	12152,3	5345,0	117412,7
2020	100796,9	63614,9	9938,2	160085,3	252485,7	652,6	12232,2	4874,0	107269,8

12. Fermerlik xo'jaligida kartoshka hosildorligi tahlili asosida quyidagi ma'lumotlar olindi:

Hosildorlik, sr/ga	Maydon, ga
18	10
20	20
21	30

Tanlanmaning o'rtachasi, «tuzatilgan» o'rtacha kvadratik chetlashishi, modasi, medianasi va kengligini toping.

13. Bir asbob yordamida sistematik xatolarsiz (ya'ni d_1 o'lchashlarning matematik xatosi uzunlikning asl qiymatiga teng deb olinadi) steijenning uzunligi besh marta o'lchandi. Natijalar quyidagicha (mm larda):

$$d_1 = 92; d_2 = 94; d_3 = 103; d_4 = 105; d_5 = 106.$$

Sterjen uzunligining o'rtachasi, dispersiyasi va «tuzatilgan» dispersiyasini toping.

14. Quyidagi tanlanmaning dispersiyasi va «tuzatilgan» dispersiyasini toping:

$$\begin{pmatrix} x_i & 1 & 2 & 5 & 8 & 9 \\ n_i & 3 & 4 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

15. Jadvalda tasodifan tanlab olingan 100 ta talabaning bo'yi uzunligi (sm.larda) berilgan. Tanlanma asosida talabalar bo'yining o'rtachasi va dispersiyasini toping. (Ko'rsatma: x_i sifatida intervallarning o'rt qiymatlari olinsin)

Bo'yi	154	158	162	166	170	174	178
	-	-	-	-	-	-	-
	158	162	166	170	174	178	182
Talabalar soni	10	14	26	28	12	8	2

16. Bir soat davomida telefon stantsiyasida bir daqiqada noto'g'ri ulanishlar soni qayd qilindi va quyidagi natijalar olindi:

3; 1; 3; 4; 2; 1; 2; 4; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 2; 1; 4; 3; 3; 1; 4; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 0; 3; 4; 1; 3; 2; 7; 2; 0; 0; 1; 3; 3; 1; 2; 4; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5; 1; 1; 0; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 5.

Bir minut davomida noto'g'ri ulanishlar sonining o'rtachasi va matematik kutilmasini toping.

17. Sistematik xatolari bo'lmagan o'lchash asbobi yordamida besh marta bir kattalik o'lchandi. O'lchash natijalari quyidagicha: 2781, 2836, 2807, 2763, 2858.

a) o'lchanayotgan kattalikning aniq qiymati 2800 ga teng ekanligi ma'lum bo'lsa, o'lchash xatoligi dispersiyasini toping;

b) o'lchanayotgan kattalikning aniq qiymati noma'lum bo'lsa, tanlanmaning o'rtachasi, dispersiyasi va «tuzatilgan» dispersiyasini toping

18. Bosh to'plamdan hajmi $n = 10$ ga teng tanlanma olingan. Uning o'rtachasi, dispersiyasi, modasi va medianasini toping.

x_i	0,1	0,4	0,6
n_i	3	2	5

19. Bosh to'plamdan hajmi $n = 50$ ga teng tanlanma olingan. Uning o'rtachasi, dispersiyasi, «tuzatilgan» dispersiyasi, o'rtacha kvadratik chetlashishi va «tuzatilgan» o'rtacha kvadratik chetlashini toping.

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

20. Quyida 15 ta turli aktsiya narxlarning yillik o'sish ko'rsatkichlari berilgan: 12,2, 13, 14,8, 11, 16,7, 9, 8,3,-1,2, 3,9, 15,5, 16,2, 18, 11,6, 10, 9,5. Bu ma'lumotlar asosida mediana va o'rtacha qiymatni toping.

21. Rivojlanayotgan mamlakat hukumati yangi dengiz porti qurish shartnomasini berish uchun chet ellik investorlar orasida tanlov e'lon qildi. Tanlovga javoban investorlar quyidagi narxlardagi loyihalar taklif etishdi (mlrd. doll.): 2; 3; 2,4; 3; 5,1; 1; 6; 4,7; 2,5; 1,6. Tanlanmaning o'rtachasi, medianasi va kengligini toping.

22. Quyida berilgan ma'lumotlar 2009-yildan to 2020-yilga qadar mamlakatimizdagi chet el avtomobillari foizi bo'lsin (shartli ravishda): 9,5; 9,3;

12,3; 12,0; 16,6; 21,3; 21,8; 22,6; 20,9; 18,3; 20,1; 22,8. Bu ma'lumotlar uchun o'rtacha, mediana va o'rtacha kvadratik chetlashish qiymatlarini toping.

23. Tasodifiy ravishda tanlab olingan 20 ta o'spiringa sport anjomlarining reklamasi tasvirlangan telerolik ko'rsatildi va ulardan bu reklamani 0 dan 100 ballgacha baholab berish so'raldi. Natijada quyidagi ballar olindi: 89, 75, 59, 96, 88, 71, 43, 62, 80, 92, 76, 72, 67, 60, 79, 85, 77, 83, 87. 53. Bu reyting natijalarining o'rtachasi, dispersiyasi va o'rtacha kvadratik chetlashishlarini toping.

24. Yuk tashish bilan shug'ullanadigan korxonaning haftalik tashilgan yuklar hajmi (tonnada) quyidagicha: 398, 412, 560, 474, 544, 690, 587, 600, 613, 457, 504, 477, 530, 641, 559, 566, 452, 633, 474, 499, 580, 606, 344, 455, 505, 396, 347, 441, 390, 632, 400, 582. Haftalik tashilgan yukning o'rtachasi, o'rtacha kvadratik chetlashishi va kengligini toping.

25. Ijtimoiy bo'lim tahliliga ko'ra korxonaning 50 ta ishchi-xizmatchisining oila a'zolari soni quyidagicha: 3, 2, 1, 4, 6, 3, 7, 9, 1, 3, 2, 5, 6, 8, 2, 5, 2, 3, 6, 8, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 7, 5, 6, 4, 8, 7, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 7, 5, 6, 6, 7, 3, 4, 6, 5, 4, 5, 4. Ma'lumotlar uchun statistik qator tuzing. Korxonada ishchi-xizmatchilari oila a'zolari sonining modasi va medianasini toping.

26. Ma'lum hududda joylashgan korxonalarining mahsulotlariga bo'lgan talab tahlil qilinib, natijalar quyidagi jadvalda jamlandi:

Mahsulotga bo'lgan talab, %	Korxonalar soni
50,0 gacha	4
50,1-60,0	8
61,1-70,0	9
70,1-80,0	11
80,1-90,0	28
91,1-100,0	32
100,1-110,0	25
110,1-120,0	21
120,1-130,0	10
130,1-140,0	9
140,1 dan ziyod	3

Tanlanma uchun o'rtacha, o'rtacha kvadratik chetlashish, mediana va modani toping. Gistogramma quring (Ko'rsatma: Variantalar sifatida intervallarning o'rtacha qiymatini oling).

27. Bosh to'planning o'rtachasi $X = 1,065$ ga va o'rtacha kvadratik chetlashishi $y = 500$ ga teng. Bosh to'plamdan hajmi 100 ga teng bo'lgan tanlanma olingan bo'lsa, bu tanlanmaning o'rtachasi \bar{x}_T uchun kutilayotgan qiymati va uning o'rtacha kvadratik chetlashishi nimaga teng?

28. Bosh to'planning o'rtachasi $X = 53$ ga va o'rtacha kvadratik chetlashishi $y = 10$ ga teng. Bosh to'plamdan hajmi 400 teng bo'lgan tanlanma olingan bo'lsa, bu tanlanmaning o'rtachasi \bar{x}_T uchun kutilayotgan qiymati va uning o'rtacha kvadratik chetlashishi nimaga teng?

29. Statistik ma'lumotlarga ko'ra, o'rtahol oila bir hafta davomida maishiy-madaniy dam olish uchun 19,50 shartli pul birligi ishlatar ekan. Bu kattalikning o'rtacha kvadratik chetlashishi 5,53 ga teng ekan. Tasodifiy olingan 100 ta oila uchun bir hafta davomida maishiy madaniy dam olish ishlatilgan pul miqdori o'rtachasi 20,00 shartli pul birligidan ko'p bo'lish ehtimolini toping.

30. Siyosiy tahlilchi bo'lajak prezident saylovlarida oppozitsion so'l qanot uchun ovoz bermoqchi bo'lgan saylovchilarning ulushini baholamoqchi. Bu ulushning 90% ishonchlik bilan bosh to'plam ulushining $\pm 0,04$ aniqligida hisoblash uchun so'rov uchun tanlangan saylovchilar soni qancha bo'lishi kerak?

31. Akademiyaning o'ttiz sakkiz foiz talabasi statistika fanidan imtihonlarini yaxshi va a'lo baholarga topshirishdi. Tasodifiy tanlab olingan 100 ta talabadan kamida 30 tasi fandan yaxshi va a'lo baho olganligi ehtimolini toping.

32. Ulgurji savdo bilan shug'ullanadigan kitob sotuvchisi bir kunda o'rtacha hisobda 1000 dona kitob sotar ekan. Bir kunlik o'rtacha savdo hajmi o'rtacha kvadratik chetlashishi $s = 100$ ga teng bo'lgan normal taqsimotga ko'ra taqsimlangan bo'lsa, besh kunlik savdoning o'rtachasi 900 va 1100 dona kitob orasida bo'lish ehtimolini toping.

33. Aloqa kompaniyasi shaharlararo soʻzlashuvlar uchun yakshanba kunlari imtiyozli toʻlovlar belgilagan. Bu kompaniya imtiyozli soʻzlashuvlarning oʻrtacha vaqtini baholamoqchi. 50 ta tasodifiy qoʻngʻiroqdan iborat tanlanma shuni koʻrsatdiki, soʻzlashuvlarning oʻrtacha vaqti $\bar{x}_T = 14,5$ minut va ularning oʻrtacha kvadratik chetlashishi $s = 5,6$ minutga teng. Yakshanba kunidagi imtiyozli soʻzlashuvlarning oʻrtacha vaqti uchun 95% li ishonch intervalini quring.

34. Sugʻurta kompaniyasi bemorlarning shifokorlik xatosi tufayli uzatgan davolarining oʻrtacha pul miqdorini baholamoqchi. Kompaniya tasodifiy ravishda tanlab olingan 165 davolar boʻyicha oʻtkazgan tahlili natijasida davolarning oʻrtacha pul miqdori $\bar{x}_T = 16,530$ va oʻrtacha kvadratik chetlashishi $S = 5,542$ ga teng ekanligini aniqladi. Davolarning oʻrtacha pul miqdori uchun 95% va 99%li ishonch intervallarini quring.

35. Batareykalar ishlab chiqaruvchi korxonada batareykalarining oʻrtacha ishlash vaqtini baholamoqchi. Tasodifan tanlangan 12 batareyka uchun oʻrtacha xizmat vaqti $\bar{x}_T = 34,2$ soat va oʻrtacha kvadratik chetlashishi $S = 5,9$ soatga tengligi maʼlum boʻldi. Batareykalarining oʻrtacha xizmat vaqti uchun 95% li ishonch intervalini quring.

36. Ishga joylashtirish byurosi maʼlum bir sanoat tarmogʻidagi ishchi vakansiyalarining oʻrtacha stavkalarini baholamoqchi. Tasodifan tanlangan 60 ta vakansiya uchun oʻrtacha stavka $\bar{x}_T = 2,539$ pul birligi va oʻrtacha kvadratik chetlashishi $S = 11,690$ pul birligiga tengligi maʼlum boʻldi. Sanoat tarmogʻidagi ishchi vakansiyalarining oʻrtacha stavkalari uchun 95% li ishonch intervalini quring.

37. Bank yangi hududda ochilayotgan filiali uchun kassa operatsiyalarining avtomatlashtirish zaruriyatini oʻrganmoqda. Shu niyatda kishi boshiga bir kunda oʻtkaziladigan tranzaksiyalarning oʻrtacha pul miqdorini baholamoqchi. Yangi kassa avtomatlaridan oʻtkazilgan va tasodifan tanlangan

10 ta transaksiyalarning pul miqdori 53, 40, 39, 10, 12, 60, 72, 65, 50, 45 shartli pul birligiga teng ekan. Tranzaksiyalarning o'rtacha pul miqdori uchun 95% li ishonch intervalini quring.

38. Avtotransport kompaniyasi poytaxtdan shimoliy hududlarga bo'lgan yuk tranzitining o'rtacha vaqtini baholamoqchi. Tasodifiy tanlangan 20 ta tovar partiyasining tahlilidan ma'lum bo'ldiki, yukning o'rtacha tranzit vaqti $\bar{x}_T = 2,6$ kun va o'rtacha kvadratik chetlashishi $S = 0,4$ kunni tashkil etar ekan. Yukning o'rtacha tranzit vaqti uchun 99% li ishonch intervalini quring.

39. Kir yuvish mahsulotlari bilan ulgurji savdo qiluvchi firma ma'lum bir sovun navining kundalik sotilish o'rtacha hajmini baholamoqchi. Tasodifiy kuzatilgan 13 kun natijalari quyidagicha: 123, 110, 95, 120, 87, 89, 100, 105, 98, 88, 75, 125, 101 quti sovun. Kundalik sotilish o'rtacha hajmi uchun 90% li ishonch intervalini quring.

40. Hisobchi maishiy xizmat ko'rsatadigan kompaniya to'lov qog'ozlarining o'rtacha pul miqdorini baholamoqchi. Tasodifiy tanlangan 46 ta to'lov qog'ozlari tahlilining natijalari quyidagicha: $\bar{x}_T = 16,50$ shartli pul birligi, $S = 2,00$. To'lov qog'ozlarining o'rtacha pul miqdori uchun 90% lik ishonch intervalini quring.

41. San'at asarlari auktsionida ishtirok etuvchi xususiy galereya ma'lum bir davrga va uslubga tegishli san'at asarlarining o'rtacha narxini baholamoqchi. Galereya mutaxassislari tomonidan tasodifiy tanlangan 20 ta asar o'rganilib, narxleri baholandi. Natijalar quyidagicha bo'ldi: bitta asarining o'rtacha baholanish narxi $\bar{x}_T = 5139$ va o'rtacha kvadratik chetlashishi $S = 640$ shartli pul birligi. Bitta san'at asarining o'rtacha baholanish narxi uchun 95% li ishonch intervali quring.

42. Ish bilan ta'minlash firmasi ma'lum bir sanoat tarmog'i uchun menejrlarning o'rtacha ish stajini baholamoqchi. Shu maqsadda tasodifiy

ravishda tanlab olingan 28 ta menejerdan iborat tanlanmaning tahlili shuni ko'rsatdi: $\bar{x}_T = 6,7$ yil, $S = 2,4$ yil. O'rtacha ish staji uchun 99%li ishonch intervalini quring.

43. Katta do'kon menejeri uchun sut mahsulotlari bo'limida sotilayotgan bir kunlik sut hajmi haqida ma'lumot kerak bo'lib qoldi. Tasodifiy tanlangan kunlar tahlilidan ushbu ma'lum bo'ldi: kundalik sotilgan bir litrlik terrapaklar soni-48, 59, 45, 62, 50, 68, 57, 80, 65, 58, 79, 69. Olingan natijalar asosida har kuni do'konga keltirilishi kerak bo'lgan sut hajmi uchun 95%li ishonch intervalini quring.

44. Kam ta'minlangan oilalarda oziq-ovqat mahsulotlari uchun ketadigan harajatlarning narxini aniqlash niyatida tahlil o'tkazilmoqda. Oziq-ovqat mahsulotlari harajatlarining o'rtacha kvadratik chetlashishi 25,75 pul birligiga teng ekanligi ma'lum. Tahlil o'tkazayotgan iqtisodchi oziq-ovqat mahsulotlari harajatlari uchun 95% li ishonch bilan interval baho qurganda bahoning aniqligi 3,95 pul birligidan oshmasligi uchun tanlanmaning hajmini qanday olishi kerak.

45. Audit tekshiruvchi tasodifiy ravishda 50 dona to'lov hisoblarini tahlil qilib, ularning o'rtacha miqdori 100 va o'rtacha kvadratik chetlashishi 287 pul birligiga tengligini aniqladi. O'rtacha to'lov hisoblari uchun 90%li ishonch intervali quring.

46. Non mahsulotlari bilan savdo qiluvchi do'kon egasi har kuni sotilmasdan qolayotgan batonlarni ko'rib, shu mahsulotga bo'lgan haqiqiy kundalik ehtiyojni baholamoqchi. Bir oy davomida do'kon egasi kundalik sotilgan baton nonlar sonini qayd qildi va 30 kundan so'ng bir kunda o'rtacha hisobda 120 dona baton 10 dona o'rtacha kvadratik chetlashishi bilan sotilishini aniqladi. Agar egasi kundalik sotilgan baton nonlar soni normal taqsimotga bo'ysungan bo'lsa, zarur bo'lgan batonlar soni uchun 90%li ishonch intervalini quring.

47. Yangi turdagi ekskursiya xizmatini tashkil qilayotgan turistik firma bu xizmat haqida odamlarning fikrini bilish maqsadida tasodifan tanlangan 120 ta odamni so'rov qildi. Natija so'rov o'tkazilganlarning 28% i uchun yangi turdagi ekskursiya xizmati ma'qul kelganligini ko'rsatdi. Turistik firma mijozlari orasida yangi xizmat turidan foydalanadiganlar ulushi uchun 95% li ishonch intervalini quring.

48. Ajinlarga qarshi yangi kosmetik krem yaratgan mutaxassislar m'alum bir yoshdagi aholining necha foiziga ular yaratgan krem yordam berishini o'rganishmoqchi. Bu maqsadda ular shu yoshdagi 68 nafar kishiga o'z mahsulotini tarqatishdi. Tadqiqotlar tanlangan odamlardan 42 tasida yaxshi natijalar kuzatilganini ko'rsatdi. Yangi krem qoniqarli ta'sir qiluvchi aholi foizi uchun 99%li ishonch intervalini quring.

49. Yangi havo yo'nalishini ochgan aviakompaniya shu yo'nalishdan xizmat yuzasidan foydalanadigan passajirlarning ulushini baholamoqchi. Shu yo'nalishda tasodifiy tanlangan 347 passajirdan 121 tasi tadbirkor ekanligi aniqlandi. Yo'nalishdan xizmat ishlari uchun foydalanadigan odamlarning ulushi uchun 99% li ishonch intervalini quring.

50. Jamg'arma bankining filialida 1253 ta hisob ochilgan ekan. U lar orasidan tasodifiy tanlangan 200 tasining tahlili shuni ko'rsatdiki, hisoblarning o'rtacha qiymati 648,32 pul birligiga va o'rtacha kvadratik chetlashishi 210,00 pul birligiga teng ekan. Jamg'arma banki filialidagi hisoblarning o'rtacha qiymati uchun 99%li ishonch intervalini quring.

51. Ma'muriyat tomonidan korxonada o'tkazilgan tashkiliy qayta qurishga korxonada ishchi xizmatchilarining munosabatlarini aniqlash maqsadida tashkilot sotsiologik so'rov o'tkazdi. Korxonada 1242 ishchi-xizmatchi faoliyat ko'rsatar ekan. So'rov uchun tasodifiy tanlangan 160 ta odamdan 85 tasi o'tkazilgan tashkiliy qayta qurishdan mamnun ekanligini bildirishdi. O'tkazilgan

tadbirlardan qanoatlangan ishchi-xizmatchilarning ulushi uchun 95% li ishonch intervalini quring.

52. Qandolatchilik korxonasining realizatsiya bo'limi shahar oziq ovqat do'konlarida sotiladigan ma'lum bir turdagi konfet qutilarining ulushini aniqlamoqchi. Shaharda 538 ta oziq-ovqat do'koni bor ekan. Tasodifiy tanlangan 100 ta do'kon tekshiruvi natijalari shuni ko'rsatdiki, bir oyda o'rtacha hisobda shu xildagi 1220 ta konfet qutisi sotilar ekan va bunda o'rtacha kvadratik chetlashishi 550 qutini tashkil etar ekan. Oylik sotiladigan konfet qutilari uchun 90%li ishonch intervalini quring.

53. Katta oziq-ovqat do'konida bir haftada o'rtacha hisobda 1520 ta karton qutida tuxum sotilar ekan. Do'konga sotish uchun keltirilgan partiyalardagi singan tuxumlar uchun kompensatsiya olish maqsadida har hafta tasodifan 100 ta karton quti tekshirilgan ekan. Agar sotish uchun qabul qilingan partiyada 12 ta karton qutida singan tuxumlar borligi aniqlangan bo'lsa, 0,95 ehtimol bilan 1520 ta qutidan iborat partiyadagi singan tuxumlari bor qutilar ulushini aniqlang.

54. Hududning mahalliy boshqaruv organlariga saylovlarda qatnashadigan aholining o'rtacha soni 40% ni tashkil etar ekan. 400 ta mahalliy aholidan iborat tanlanmada saylovda qatnashmoqchi bo'lganlar 35% ni tashkil etishi ehtimolini baholang.

55. Do'kon menejeri o'z tajribasidan do'konga kirganlarning 25% xarid qilishini bilar ekan. Do'konga 200 ta xaridor kirdi.

- Ularning orasida xarid qilganlar ulushi qancha?
- Tanlanma ulushining dispersiyasi nimaga teng?
- Tanlanma ulushining o'rtacha kvadratik chetlashishi nimaga teng?
- Tanlanma ulushining 0,25 va 0,30 oralig'ida qiymat qabul qilish

ehtimoli qancha?

56. Bo'lim xodimlarining yoshi 23, 19, 25, 32 va 27 ga teng. Agar ikki xodimdan iborat takrorlanmaydigan tanlanma olingan bo'lsa, tanlanmaning o'rtacha yoshi taqsimoti qanday? Bu taqsimotning o'rtachasi va dispersiyasi nimaga teng?

57. Past nominalga ega bo'lgan aksiyalarning katta hajmdagi bosh to'plamidan broker to'rt dona aksiya tanlab oldi. Bosh to'plamdagi aksiyalar narxi normal taqsimotga ega. Tanlanmadagi aksiyalar narxi: 5, 12, 17 va 10 pul birligini tashkil etdi.

- Bosh to'plam o'rtachasining nuqtaviy bahosini toping.
- Bosh to'plam dispersiyasining nuqtaviy bahosini toping. Bosh to'plam o'rtacha kvadratik chetlashishi bahosi qanday?
- Bosh to'plamdagi aksiyalar orasida narxi 10 pul birligi va undan ziyod bo'lgan aksiyalar ulushining nuqtaviy bahosini toping.

58. Shahar sotsiologik tadqiqodlar markazi saylov ro'yxatlarining tanlanma tahliliga ko'ra 48% saylovchilar hozirda faoliyat ko'rsatayotgan shahar hokimiga qarshi ovoz berishmoqchi ekan. Agar tanlanmaning hajmi 789 saylovchidan iborat bo'lsa, qarshi ovoz bermoqchi bo'lgan saylovchilar soni uchun 99%li ishonch intervalini quring.

59. Tasodifan tanlangan 300 nafar shaharlik so'rovi natijasidan ma'lum bo'ldiki, ulardan 55%i yangi saylangan shahar hokimining ish faoliyatidan mamnun ekan. Shaharliklar orasida hokimga xayrixohlik bildiruvchilar ulushi uchun 95%li ishonch intervalini quring.

60. Tahlil shuni ko'rsatdiki, shahar bandlik xizmatiga murojaat qilganlar orasidan tasodifiy tanlangan 225 nafar odamdan 100 nafari bandlik xizmati yordamida o'zlariga ma'qul bo'lgan ish topibdilar. Shahar bandlik xizmatiga murojaat qilganlar orasida mamnun qolganlar ulushi uchun 95% li ishonch intervalini quring.

10-§. Korrelyatsiya nazariyasi elementlari

Agar X va Y tasodifiy miqdorlar (belgilar) ustida kuzatishlar otkazilgan bo'lib, kuzatishlar natijalari mos ravishda $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ lardan iborat bo'lsa, u holda X va Y orasidagi bog'lanishni ushbu jadval ko'rinishida tasvirlash mumkin.

x_i	x_1	x_2	...	x_n
y_i	y_1	y_2	...	y_n

Agar kuzatishlar natijasida hosil bo'lgan (x_i, y_i) juftlarining soni katta bo'lsa, hamda ularning ayrimlari takrorlanadigan bo'lsa, u holda yuqoridagi jadval o'miga quyidagi ikki o'lchovli jadvalni keltirish mumkin.

$Y \backslash X$	y_1	y_2	...	y_s	M_x
x_1	m_{11}	m_{12}	...	m_{1s}	M_{x1}
x_2	m_{21}	m_{22}	...	m_{2s}	M_{x2}
.
x_k	m_{k1}	m_{k2}	...	m_{ks}	M_{xk}
M_y	M_{y1}	M_{y2}	...	M_{ys}	n

Bu jadval *korrelyatsion jadval* yoki korrelyatsion panjara deb ataladi.

Aytaylik, X va Y belgilar orasidagi bog'lanish o'rganilayotgan bo'lsin, X ning har bir qiymatiga Y ning bir necha qiymati mos kelsin. Masalan, $x_1 = 8$ da $y_1 = 2, y_2 = 3, y_3 = 7$ qiymatlar olgan bo'lsin. Bularning arifmetik o'rtachasini topsak:

$$\bar{y}_8 = \frac{2 + 3 + 7}{3} = 4$$

U holda, \bar{y}_8 - shartli o'rtacha qiymat deb ataladi.

\bar{y}_x - *shartli o'rtacha qiymat* deb Y ning $X = x$ qiymatga mos qiymatlarining arifmetik o'rtachasiga aytiladi.

Y ning X ga korrelyatsion bog'liqligi deb \bar{y}_x shartli o'rtachaning x ga funksional bog'liqligiga aytiladi:

$$\bar{y}_x = f(x)$$

Bu tenglama Y ning X ga *regressiya tenglamasi* deb ataladi. Bu tenglama grafigi esa Y ning X ga *regressiya chizig'i* deb ataladi.

X ning regressiya tenglamasi va regressiya chizig'i ham yuqoridagiga o'xshash aniqlanadi.

$$\bar{x}_y = u(y)$$

Agar Y ning X ga va X ning Y ga regressiya chizig'ining ikkalasi ham to'g'ri chiziqlar bo'lsa, u holda korrelyatsiya *chiziqli korrelyatsiya* deyiladi.

Y ning X ga regressiya to'g'ri chizig'ining tanlanma tenglamasi:

$$\bar{y}_x - \bar{y}_T = r_T \frac{y_y}{y_x} (x - \bar{x}_T)$$

ko'rinishida bo'ladi. Bu yerda \bar{y}_x - shartli o'rtacha qiymat, \bar{x}_T va \bar{y}_T tekshirilayotgan X va Y belgilarining tanlanma o'rtacha qiymatlari, y_x va y_y lar esa mos ravishda X va Y belgilarining o'rtacha kvadratik chetlanishlari, r_T *tanlanma korrelyatsiya koeffitsiyenti* bo'lib, u quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$r_T = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x y_y}$$

Tanlanma korrelyatsiya koeffitsiyenti alohida muhim ahamiyatga ega bo'lib, u belgilar orasidagi chiziqli korrelyatsion bog'lanishning zichligini baholash uchun xizmat qiladi. Tanlanma korrelyatsiya koeffitsiyenti uchun $|r_T| \leq 1$ munosabat har doim o'rinli bo'lib, r_T kattalik birga qancha yaqin bo'lsa, bog'lanish shuncha kuchli, 0 ga qancha yaqin bo'lsa, bog'lanishi shuncha kuchsiz bo'ladi.

X ning Y ga regressiya to'g'ri chizig'ining tanlanma tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{x}_y - \bar{x}_T = r_T \frac{y_x}{y_y} (y - \bar{y}_T)$$

Masalalar yechishga doir namunalar:

Masala. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar asosida chiziqli regressiya tenglamasi $\bar{y}_x = kx + b$ ni tuzing.

Korxonalar nomeri	Ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi, X, ming birlik	Ishlab chiqarish harajatlari Y, mln. so'm
1	1	30
2	2	70
3	4	150
4	3	100
5	5	170
6	3	100
7	4	150

Yechish: Regressiya chizig'i tenglamasini tuzish uchun avval jadvalni quyidagicha to'ldirib olamiz:

Y \ X	1	2	3	4	5	n_y
30	1					1
70		1				1
100			2			2
150				2		2
170					1	1
n_x	1	1	2	2	1	$n = 7$

Jadval elementlari bo'yicha $\bar{x}_T, \bar{y}_T, y_x, y_y, r_T$ larni hisoblaymiz. Buning uchun jadvaldan foydalanamiz:

Y \ X	1	2	3	4	5	n_y	$n_y y$	$n_y y^2$	$n_{xy} x$	$n_{xy} xy$
30	1					1	30	900	1	30
70		1				1	70	4900	2	140
100			2			2	200	20000	6	600
150				2		2	300	45000	8	200
170					1	1	170	28900	5	850

n_x	1	1	2	2	1	$n = 7$	$\sum n_y y = 770$	$\sum n_y y^2 = 99700$		$\sum n_{xy} xy = 2820$
$n_x x$	1	2	6	8	5	$\sum n_x x = 22$				
$n_x x^2$	1	4	18	32	25	$\sum n_x x^2 = 80$				
$n_{xy} y$	30	70	200	300	170					
$n_{xy} xy$	30	140	600	1200	850	$\sum n_{xy} xy = 2820$				

$$\bar{x}_T = \frac{\sum n_x x}{n} = \frac{22}{7},$$

$$\bar{y}_T = \frac{\sum n_y y}{n} = \frac{770}{7},$$

$$\bar{x}_T^2 = \frac{\sum n_x x^2}{n} = \frac{80}{7},$$

$$\bar{y}_T^2 = \frac{\sum n_y y^2}{n} = \frac{99700}{7},$$

$$y_x = \sqrt{\bar{x}_T^2 - \bar{x}_T^2} = \frac{\sqrt{7 \cdot 80 - 22^2}}{7} = \frac{\sqrt{76}}{7},$$

$$y_y = \sqrt{\bar{y}_T^2 - \bar{y}_T^2} = \frac{\sqrt{7 \cdot 99700 - 770^2}}{7} = \frac{\sqrt{105000}}{7},$$

$$r_T = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x y_y} = \frac{2820 - 7 \cdot \frac{22 \cdot 770}{7}}{7 \cdot \frac{\sqrt{76}}{7} \cdot \frac{\sqrt{105000}}{7}} \approx 0,991.$$

Bu kattalik bir soniga ancha yaqin bo'lib, ishlab chiqarish harajatlari va ishlab chiqarish hajmi orasida kuchli chiziqli bog'lanish borligidan dalolat beradi.

$$\bar{y}_x - \bar{y}_T = r_T \frac{y_y}{y_x} (x - \bar{x}_T)$$

$$\text{dan } \bar{y}_x = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} x + \bar{y}_T - \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} \bar{x}_T \text{ bo'lib,}$$

$$k = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} \text{ va } b = \bar{y}_T - \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} \bar{x}_T \text{ bo'ladi.}$$

$$k = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} = \frac{2820 - 7 \cdot \frac{22 \cdot 770}{7}}{7 \cdot \frac{76}{49}} \approx 36,84,$$

$$b = \bar{y}_T - \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} \bar{x}_T = \frac{770}{7} - \frac{2820 - 7 \cdot \frac{22 \cdot 770}{7}}{7 \cdot \frac{76}{49}} \cdot \frac{22}{7} \approx -5,79.$$

Chiziqli regressiya tenglamasi quyidagicha $\bar{y}_x = 36,84x - 5,79$ bo'lar ekan.

Masala. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar asosida Y ning X ga bog'liq chiziqli regressiya tenglamasini tuzing.

$Y \setminus X$	5	15	25	35	45	55	65	n_y
4	2		2					4
8		1	4					5
12		4	3	10				17
16		2		2	3	6		13
20					5	4		9
24						1	1	2
n_x	2	7	9	12	8	11	1	$n = 50$

Yechish: Jadval elementlari bo'yicha $\bar{x}_T, \bar{y}_T, y_x, y_y, r_T$ larni hisoblaymiz.

Buning uchun jadvaldan foydalanamiz:

$Y \setminus X$	5	15	25	35	45	55	65	n_y	$n_x \cdot y$	$n_y \cdot y^2$	$n_{xy} \cdot x$	$n_{xy} \cdot y$
4	2		2					4	16	64	60	240
8		1	4					5	40	320	115	920
12		4	3	10				17	204	2448	485	5820
16		2		2	3	6		13	208	3328	565	9040
20					5	4		9	180	3600	445	8900
24						1	1	2	48	1152	120	2880
n_x	2	7	9	12	8	11	1	$n = 50$	$\sum n_x \cdot y = 696$	$\sum n_y \cdot y^2 = 10912$		$\sum n_{xy} \cdot y = 27800$
$n_x \cdot x$	10	105	225	420	360	605	65	$\sum n_x \cdot x = 1790$				
$n_y \cdot x^2$	50	1575	5625	14700	16200	33275	4225	$\sum n_x \cdot x^2 = 75650$				
$n_{xy} \cdot y$	8	88	76	152	148	200	24					
$n_{xy} \cdot x \cdot y$	40	1320	1900	5320	6660	11000	1560	$\sum n_{xy} \cdot x \cdot y = 27800$				

$$\bar{x}_T = \frac{\sum n_x x}{n} = \frac{1790}{50},$$

$$\bar{y}_T = \frac{\sum n_y y}{n} = \frac{696}{50},$$

$$\overline{x^2}_T = \frac{\sum n_x x^2}{n} = \frac{75650}{50},$$

$$\overline{y^2}_T = \frac{\sum n_y y^2}{n} = \frac{10912}{50},$$

$$y_x = \sqrt{\overline{x^2}_T - \bar{x}_T^2} = \frac{\sqrt{50 \cdot 75650 - 1790^2}}{50} = \frac{\sqrt{578400}}{50},$$

$$y_y = \sqrt{y^2_T - \bar{y}_T^2} = \frac{\sqrt{50 \cdot 10912 - 696^2}}{50} = \frac{\sqrt{61184}}{50}$$

$$r_T = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x y_y} = \frac{27800 - 50 \cdot \frac{1790}{50} \cdot \frac{696}{50}}{50 \cdot \frac{\sqrt{578400}}{50} \cdot \frac{\sqrt{61184}}{50}} \approx 0,7663.$$

So'ngra regressiya tenglamasining koeffitsientlarini hisoblaymiz:

$$k = \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} = \frac{27800 - 50 \cdot \frac{1790}{50} \cdot \frac{696}{50}}{50 \cdot \frac{578400}{50^2}} \approx 0,249,$$

$$b = \bar{y}_T - \frac{\sum n_{xy} x_i y_i - n \bar{x}_T \bar{y}_T}{n y_x^2} \bar{x}_T = \frac{696}{50} - \frac{27800 - 50 \cdot \frac{1790}{50} \cdot \frac{696}{50}}{50 \cdot \frac{578400}{50^2}} \cdot \frac{1790}{50} \approx 4,98.$$

Chiziqli regressiya tenglamasi quyidagicha $\bar{y}_x = 0,249x + 4,98$ bo'lar ekan.

Mavzuga doir masalalar:

1. Turistik firma dengizbo'yi kurorti hududidagi mehmonxonalardan o'rinlar taklif etmoqda. Firma menejerini mehmonxona ommabopligining mehmonxona binosining dengiz sohilidan uzoq-yaqinligiga qanday bog'liqligi qiziqtirar ekan. Shu maqsadda shaharning 14 ta mehmonxonasi tahlil qilinib quyidagilar aniqlandi. Yil davomida mehmonxona o'rinlarining bandligi va mehmonxona binosidan dengiz sohiligacha bo'lgan masofalar ushbu jadvalda keltirilgan:

masofa, km	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9
Bandlik, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76	72	75

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

2. Avtomashinalar prokati bilan shug'ullanadigan kompaniyani avtomashina bosib o'tgan yo'l (prober) X va unga xizmat ko'rsatishning oylik harajatlari Y orasidagi bog'liqlik qiziqtiradi. Shu maqsadda 15 dona avtomashina tanlab olindi va natijalar ushbu jadvalda keltirildi.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

3. Radioapparatlarga savdosi bilan shug'ullanadigan kompaniya ma'lum bir rusumdagi videomagnitofon uchun turli hududlarda turli narx belgiladi. Quyida keltirilgan ma'lumotlar 8 ta hudud bo'yicha shu rusumdagi videomagnitofonlarning sotilish hajmi va narxlari berilgan.

Sotuv hajmi (dona)	420	380	350	400	440	380	450	420
Narxi (ming so'm)	5.5	6	6.5	6	5	5.6	4.5	5

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

4. Universitet yotoqxonasida yashovchi 10 ta talaba tasodifan tanlab olindi va so'rov o'tkazildi. Maqsad talabalarning oxirgi sessiya natijalari bo'yicha o'rtacha balining hafta davomida mustaqil o'qish uchun sarflangan vaqtiga bog'liqligi tahlil qilish edi:

O'rtacha ball	4,6	4,3	3,8	4,2	4,3	3,8	4	3,1	3,9	3,7
Vaqt (soat)	25	22	9	15	15	30	20	30	10	21

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

5. Firma o'zining yangi yuvish vositasining reklama kompaniyasini o'tkazdi: do'konlarda xaridorlarga yuvish vositasining effektivligi namoyish etildi. 10 haftadan so'ng firma bunday reklamani maqsadga muvofiqligini aniqlash maqsadida haftalik sotuv hajmi va reklama harajatlari tahlil qildi:

Sotuv hajmi, (ming so'm)	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Reklama harajatlari (ming so'm)	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

6. Faraz qilaylik, bizda 10 ta uy xo'jaliklaridan iborat tanlanma bor va biz uy xo'jaliklari a'zolari soni X va undagi sovutish uskunalari soni Y orasidagi bog'lanishni o'rganmoqchimiz.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	11	2	2

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

7. Quyidagi jadvalda ish staji (X , yil) va ishchining kundalik ishlab chiqargan mahsulotlar soni (Y , dona) keltirilgan:

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

8. Brokerlik kompaniyasiga ishga qabul qilingan yetti xodim sinov muddati yakunida attestatsiyadan o'tkazildi. Ularning ish faoliyati maxsus malakaviy mutanosiblik testlari yordamida va har bir investitsiyalangan so'mdan olingan daromad miqdoriga asosan baholandi. Yosh xodimlarning ish faoliyati ko'rsatkichlari quyidagicha:

Test natijasi	3	2	6	4	1	7	5
Daromad	1	3	5	2	4	6	7

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

9. Quyida keltirilgan jadvalda yillik sotuv hajmi va birlik mahsulot narxi ko'rsatilgan:

Sotuv hajmi (ming dona)	12,20	18,60	29,20	15,70	25,40	35,20	14,70	11,14
Narxi (so'm)	29,20	30,50	29,70	31,30	30,80	29,90	27,80	27,00

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

10. Semestr yakunida imtihonlar boshlanishidan avval universitetning 20 ta talabasi orasida so'rov o'tkazildi. So'rovdan ko'zlangan maqsad talabalar sessiya davomida fandan topshiriladigan imtihonlarda qanday ballar olishni

mo'ljallaganliklarini aniqlash. Sessiyadan so'ng olingan ballarning o'rtachasi va mo'ljallangan ballarning o'rtachasi solishtirildi va natijalar quyidagi jadvalda keltirildi:

Kutilgan ballar o'rtachasi	3,40	3,10	3,00	2,80	3,70	3,50	2,90	3,70	3,50	3,20
Olingan ballar o'rtachasi	4,10	3,40	3,30	3,00	4,70	4,60	3,00	4,60	4,60	3,60
Kutilgan ballar o'rtachasi	3,00	3,50	3,30	3,10	3,30	3,90	2,90	3,20	3,40	3,40
Olingan ballar o'rtachasi	3,50	4,00	3,60	3,10	3,30	4,50	2,80	3,70	3,80	3,90

Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

11. Quyida keltirilgan ma'lumotlar bir xil turdagi 14 ta korxonaga uchun ishlab chiqarishning mexanizatsiyalanganlik darajasi $X(\%)$ va ishlab chiqarish unumdorligi $Y(\text{tonna/soat})$ tahlili asosida olingan:

X	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
Y	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

• Korrelyatsiya koeffitsienti yordamida mexanizatsiyalanganlik darajasi va unumdorlik orasidagi bog'liqlik haqida xulosalar chiqaring;

• Regressiya tenglamasini tuzing.

12. 20 ta korxonaga ish faoliyati o'rganilib, bu korxonalariga qilingan investitsiya miqdori X (mln. so'm) va ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi Y (mln. so'm) uchun quyidagi regressiya tenglamalari topilgan:

$$Y = 1,2X + 2 \text{ va } X = 0,7Y + 2.$$

• X va Y miqdorlari uchun korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang;

• Investitsiyalar miqdorining o'rtachasi va ishlab chiqarilgan mahsulot hajmining o'rtachasini aniqlang.

13. Neft narxi X va neft kompaniyalari indeksi Y orasidagi bog'liqlik tahlili natijasida quyidagi kattaliklar topildi: $\bar{x} = 16,2$ (pul birligi), $\bar{y} = 400$ (shartli birlik), $y_x^2 = 4$, $y_y^2 = 400$, $cov(X, Y) = 40$.

• $Y = Y(X)$ va $X = X(Y)$ regressiya tenglamalarini tuzing;

• Regressiya tenglamasidan foydalanib, neft narxi 16,5 pul birligiga teng boʻlganidagi oʻrtacha indeks qiymatini baholang.

14. 10 ta shaxtada bir smena davomida koʻmir qazib olish koʻrsatkichlari tahlili natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

Shaxta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
Y	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8

Bir ishchi tomonidan qazib olingan koʻmir oʻrtacha hajmi $Y(t)$ va plast qalinligi $X(m)$. Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va tenglama koeffitsientlariga izoh bering.

15. Quyidagi korrelyatsion jadvalda keltirilgan maʼlumotlar asosida $Y = Y(X)$ va $X = X(Y)$ regressiya tenglamalarini tuzing.

X/Y	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	-	-	-	-	-	-	3
120	3	4	3	-	-	-	-	-	8
140	-	-	5	10	8	-	-	-	23
160	-	-	-	1	-	6	1	1	9
180	-	-	-	-	-	-	4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$N = 50$

16. Quyidagi korrelyatsion jadvalda keltirilgan maʼlumotlar asosida $Y = Y(X)$ va $X = X(Y)$ regressiya tenglamalarini tuzing.

X/Y	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	-	1	-	-	-	-	-	1
150	1	2	5	-	-	-	-	8
175	-	3	2	12	-	-	-	17
200	-	-	1	8	7	-	-	16
225	-	-	-	-	3	3	-	6
250	-	-	-	-	-	1	1	2
n_y	1	6	8	20	10	4	1	$N = 50$

17. Quyidagi korrelyatsion jadvalda keltirilgan maʼlumotlar asosida $Y = Y(X)$ va $X = X(Y)$ regressiya tenglamalarini tuzing.

X	5	10	15	20	25	30	35	n_y
100	-	-	-	-	-	6	1	1
120	-	-	-	-	-	4	2	6
140	-	-	8	10	5	-	-	23
160	3	4	3	-	-	-	-	10
180	2	1	-	1	-	-	-	4
n_x	5	5	11	11	5	10	3	$N = 50$

MAVZUGA DOIR MASALALAR JAVOBLARI

1-§.

1. a) $\Omega = \{(G, G, G), (G, G, R), (G, R, G), (G, R, R), (R, G, G), (R, G, R), (R, R, G), (R, R, R)\}$; b) $A = \{(G, G, G), (G, G, R), (G, R, G), (R, G, G)\}$ 2. b) agar A hodisa B hodisani ergashтира; d) birgalikda emas. 8. a) \overline{ABC} ; b) ABC ; c) ABC ; d) $A + B + C$; e) $\overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$; f) $\overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$ g) $\overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$; h) \overline{ABC} . 10. 30. 11. 180.

2-§.

1. 362880. 2. 120. 3. 12. 4. 450450. 5. 380; 190. 6. 0,75. 7. a) 0,3; b) 0,7. 8. 0; $\frac{1}{3}$. 9. $\frac{3}{8}$. 10. $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$. 11. $\frac{5}{18}$; $\frac{11}{36}$. 12. $\frac{7}{9}$. 13. $\frac{1}{60}$. 14. $\frac{7}{15}$. 15. $\frac{2(k-1)(n-k)}{n(n-1)}$. 16. $\frac{1}{6}$. 17. $\frac{1}{20}$. 18. $\frac{2}{15}$. 19. $1 - \frac{C_{n-m}^k}{C_n^k}$. 20. $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, $P(C) = \frac{1}{30}$. 21. $\approx 0,0938$. 22. $\frac{12!}{12^{12}}$. 23. $P(A) = \frac{1}{216}$, $P(B) = \frac{1}{36}$, $P(C) = \frac{5}{54}$. 24. $\frac{2^4 C_{10}^4}{C_{20}^4}$. 25. a) $\frac{n}{2n-1}$, b) $\frac{n-1}{2n-1}$. 26. 0,5. 27. $P = \frac{r^2}{R^2}$. 28. $P = \frac{(a-2r)^2}{a^2}$. 29. $\frac{11}{36}$. 30. $\frac{1}{4}$. 31. $\frac{1}{12}$. 32. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. 33. $P \approx 0,2$.

3-§.

1. 0,9844. 2. 0,6513. 3. 0,524. 4. 0,0199. 5. 0,94; 0,9964. 6. 0,32. 7. 0,6. 8. 0,4. 9. a) 0,4837; b) 0,4553; c) 0,1382; d) 0,1992; e) 0,2857; f) 0,6343; g) 0,1992; h) 0,8008. 10. 0,6. 11. 0,6667. 12. 51%. 13. 0,6667. 14. Iste'mol mollari va kumush narxлари o'zaro bog'liq emas. 15. 61%. 16. 0,512. 17. 0,251. 18. 4 ta. 19. $1 - \frac{(n-m)!(n-k)!}{n!(n-m-k)!}$. 20. $\frac{2(n!)^2}{(2n)!}$. 21. 0,6367. 22. 0,72. 23. 0,791. 24. 0,23. 25. 0,2. 26. 0,58. 27. 0,99. 28. a) 0,02525; b) 0,24725; c) 0,974. 29. $2/(n-1)$. 30. a) $15/16$; $2/3$. 31. $2(r/R)^2$. 32. $11/26$. 33. $p = 1 - \frac{C_{10}^6 + C_{10}^5 C_3^1 + C_{10}^4 C_3^2 + C_{10}^3 C_3^3 + C_{10}^2 C_3^4 + C_{10}^1 C_3^5 + C_{10}^0 C_3^6}{C_{17}^6} \approx 0,4$. 34. 0,323. 35. $P(A) = \frac{1}{24}$, $P(B) = 0$, $P(C) = \frac{1}{4}$, $P(D) = \frac{1}{3}$, $P(E) = \frac{3}{8}$.

4-§.

1. a) 0,1328; b) 0,1413. 2. a) 0,270; b) 0,0898; d) 0,3231; e) 2. 3. a) 0,0198; b) 0,9510; d) 2. 4. a) 0,1488; b) 0,1869; d) 0,43; e) 4. 5. 0,2541; 0,3481; 0,2385; 0,108. 6. a) $\frac{7}{64}$; b) $\frac{57}{64}$. 7. a) 0,656; b) 0,948; d) 0,951. 8. a) $P_6(4) = 0,246$; b) $P_6(0) = 0,000064$; d) $P_6(6) = 0,26$. 9. $p = 0,472$. 10. $P_4(3) = \frac{1}{4}$; $P_8(5) = \frac{7}{32}$. 11. $P_4(3) = \frac{5}{16}$; $P_8(k \geq 5) = \frac{93}{256}$. 12. $n = 29$. 13. $n \geq 10$. 14. $n \geq 16$. 15. 24 yoki 25 ta. 16. 0,1563. 17. $1 - 6e^{-5} \approx 0,9596$. 18. $\frac{8^5 e^{-8}}{5!} \approx 0,0916$. 19. $\approx 0,2385$.

5-§.

1. a) $P(0) = 0,857375$; $P(1) = 0,135375$; $P(2) = 0,007125$; $P(3) = 0,000125$; d) $0,00725$. 2. $0,4096$; $0,5904$. 3. d) $0,5$. 4. d) $0,8$; e) $0,2$;

f) $0,00001$; g) $0,04$. 5. d) $0,6$; e) $0,8$. 6. d) $P(X > 20) = 0,35$. 7. d) $P(X >$

2) = $0,3$. 8. a) $0,7$. 9. $\begin{matrix} X & 0 & 1000 & 5000 \\ P & 0,89 & 0,1 & 0,01 \end{matrix}$ 10. $\begin{matrix} X: & 0 & 1 & 2 & 3 \\ P: & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{matrix}$

11. $\begin{matrix} X: & 0 & 1 & 2 & 3 \\ P: & 0,42 & 0,458 & 0,12 & 0,01 \end{matrix}$ 12. $\begin{matrix} X: & 0 & 1 & 2 \\ P: & \frac{9}{16} & \frac{6}{16} & \frac{1}{16} \end{matrix}$

6-§.

1.a) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x < 2 \text{ yoki } x > 3 \\ 2(x-2), & \text{agar } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ b) $p = 0,25$. 2. $2\frac{1}{\alpha}$. 3.a) $p =$

$\frac{1}{e}$;

b) $f(t) = \frac{1}{t} e^{-\frac{t}{t}}$, ($t \geq 0$). 4. $f(x) = \frac{m}{x_0} \cdot x^{m-1} \cdot e^{-\frac{x}{x_0}}$, $x \geq 0$. 5. a) $b = \frac{1}{p}$, $c = \frac{1}{2}$;

b) $f(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$, d) $P(\alpha < X < \beta) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctg \frac{a(\beta-\alpha)}{a^2+\alpha\beta}$. 6. $a = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ 7. a) $A = \frac{1}{p}$;

b) $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin x$; d) $P(0 < X < 1) = \frac{1}{4}$.

7-§.

1. b) $17,25$; d) $1,25$; e) $1,3875$. 2. M (σ 'rtacha foyda) = 60000 ;

M (umumiy foyda) = 120000 . 3. A) $M(X) = 145$; 140 ; b) $D(X) = 2725$;

12400 . 4. d) 800 . 5. $M(X) = 0,535$. 6. $M(Z) = 30$. 7. $D(Z) = 61$. 8. $P_1 = 0,2$;

$p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,5$. 9. 840 sh. p. b. 10. $M(X) = 1$; $D(X) = 0,9$.

11. a) $0,1396$; b) $0,1954$. 12. a) $0,2240$; b) $0,14656$; d) $0,000912$.

13. a) $0,000045$; b) $0,010245$; d) $0,0521$; e) $0,9179$. 14. $M(X) = 0,2$; $D(X) =$

$0,18$. 15. $0,64$. 16. a) $0,0817$; b) $0,863$; d) $0,1277$. 17. $0,0037$. 18. a) $0,026$;

b) $0,6242$. 19. $0,629$. 20. $0,0001$. 21. $0,0238095$; $M(X) = 100$, $D(X) =$

$16,667$. 22. $1 - 0,97^{100}$. 23. $M(X) = 0$; $D(X) = \frac{4}{3}$. 24. $M(X) = \frac{1}{\lambda}$; $D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$.

25. $M(X) = 0$; $D(X) = \frac{1}{2}$. 26. $M(X) = D(X) = m + 1$. 27. $M(X) = \frac{3}{2} x_0$;

$D(X) = \frac{3}{4} x_0^2$; $\sigma(X) = \frac{\sqrt{3}}{2} x_0$. 28. $M(X) = \frac{\pi^2-8}{4}$. 29. $M(X) = np$; $D(X) = npq$.

30. $M(X) = 0,5$. 31. $D(X) = 0,9$. 32. $D(X) = 0,495$. 33. a) $0,0835$; b) $0,0675$;

c) $0,871$. 34. $M(X) = 10$; $D(X) = 90$. 35. $D(X) = \frac{35n}{12}$.

36. $M(X) = 50 \cdot C_5^4 \cdot (0,9)^4 \cdot 0,1 \approx 16$.

8-§.

1. $P\{|X - M(X)| \geq 2 \cdot \sigma\} \leq \frac{1}{4}$. 2. $P\{|X - M(X)| < 0,2\} \geq 0,9$. 3. $\epsilon = 0,3$.
 4. $P\{40 < X < 60\} \geq 0,75$. 5. $P\{|X - 0,44| < \sqrt{0,4}\} \geq 0,909$.
 6. $P\{|X - 0,54| < 0,2\} \geq 0,64$. 7. $P\{150 < X < 250\} \geq 0,94$. 8. a) $P \geq 0,86$,
 b) $P \geq 0,75$. 9. Qo'llash mumkin. $M(X_n) = 0$ va $D(X_n) = 1$. 10. Qo'llash
 mumkin. $M(X_n) = -\frac{a}{2n+1}$ va $D(X_n) < a^2$. 11. Qo'llash mumkin: $M(X_n) = 0$ va
 $D(X_n) = 2$. 12. Qo'llash mumkin emas: $M(X_n) = 0$ va $D(X_n) = 2^{2n}$.
 13. $P \geq 0,583$. 14. $P \geq 0,66$. 15. $P > 0,96$. 16. $P \geq 0,555$. 17. $P \geq 0,92$.
 18. $\epsilon = 0,5$. 19. $\epsilon = 0,4$. 20. $P\left(0,686 < \frac{m}{n} < 0,714\right) \geq 0,9$. 21. $P > 0,79$.
 22. $P > 0,796$. 23. $P > 0,928$.

9-§.

1. a) 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 1, 10, 10; b) $\begin{matrix} x_i & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ n_i & 3 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 \end{matrix}$
- d) $\begin{matrix} x_i & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 10 \\ \omega_i & \frac{1}{5} & \frac{1}{15} & \frac{2}{15} & \frac{1}{5} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \end{matrix}$. 5. a) $F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ 0,2, & 1 < x \leq 4; \\ 0,5, & 4 < x \leq 6; \\ 1, & x > 6. \end{cases}$ b) $F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ 0,1, & 2 < x \leq 5; \\ 0,4, & 5 < x \leq 7; \\ 0,6, & 7 < x \leq 8 \\ 1, & x > 8. \end{cases}$ d) $F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4; \\ 0,5, & 4 < x \leq 7; \\ 0,7, & 7 < x \leq 8; \\ 1, & x > 8. \end{cases}$ 12. $\bar{x}_T = 20$ sr; $S \approx 1,1$ sr.; $\text{mod}_T = 21$; $\text{med}_T = 20,5$; $R = 20$. 13. $\bar{x}_T = 100$; $D_T = 34$; $S^2 = 42,5$. 14. $D_T = 8,4$; $S^2 = 8,84$. 15. $\bar{x}_T = 166$, $D_T = 33,44$. 16. $\bar{x}_T = 2$, $D_T \approx 2,1$. 17. a) $D_T = 1287,8$ b) $\bar{x}_T = 2809$; $D_T = 1206,8$; $S^2 = 1508,5$. 18. $\bar{x}_T = 0,41$; $D_T = 0,01469$; $\text{mod}_T = 0,6$; $\text{med}_T = 0,5$. 19. $\bar{x}_T = 2$; $D_T = 1$; $S^2 = 1,111$; $\sigma_T = 1$; $S = 1,054$. 20. $\text{med}_T = 11,6$; $\bar{x}_T = 11,233$. 21. $\bar{x}_T = 3,13$; $\text{med}_T = 2,75$; $l = 5$. 22. $\bar{x}_T = 17,29$; $\text{med}_T = 19,2$; $\sigma_T = 4,96$. 23. $\bar{x}_T = 74,7$; $D_T = 184,71$; $\sigma_T = 13,59$. 24. $\bar{x}_T = 510,875$; $\sigma_T = 91,29$; $l = 346$. 25. $\text{mod}_T = 5$; $\text{med}_T = 5$. 27. 1,065; 2,500. 28. 53; 0,5. 29. 0,1727. 30. (0,2284; 0,3716); $n = 214$. 31. 0,9503. 32. 0,975. 34. (15,68437; 17,37563), (15,4186; 17,6414). 37. (29,87; 59,33). 38. (2,34; 2,86). 39. (93,75; 108,71). 40. (15,86; 17,14). 42. (5,44; 7,96). 44. $N = 164$. 45. (1033,4; 1166,6). 46. (117; 123). 47. (0,158; 0,309). 49. (0,536; 0,623). 51. (0,459; 0,603). 53. (0,058; 0,182). 54. 0,9793. 55. 25%; 0,0009375; 0,031; 0,4463. 56. o'rtachasi 25,2; dispersiyasi 6,96. 59. (0,494; 0,606). 60. (0,38; 0,50).

10-§.

4. $\bar{y}_x = -0,014x + 4,25$. 5. $\bar{Y}_x = 2,43x + 58,48$. 6. $\bar{Y}_x = 0,32x + 2,235$.
7. $\bar{Y}_x = 1,8857x + 10,83$. 8. $\bar{Y}_x = 0,57x + 1,7$. 9. $\bar{Y}_x = 0,074x + 28,03$.
10. $\bar{Y}_x = 1,848x - 2,325$. 11. $\bar{Y}_x = 0,5435x + 7,036$. 12. $r_T = 0,916515$;
 $\bar{x}_T = 21,25$; $\bar{y}_T = 27,5$. 13. $\bar{y}_x = 10x + 238$; $\bar{x}_y = 0,1y - 23,8$; $\bar{y}_{16,5} = 403$.
14. $\bar{y}_x = 1,016x - 2,754$. 15. $\bar{y}_x = 1,92x + 101,6$; $\bar{x}_y = 0,12y + 3,7$. 16. $\bar{y}_x =$
 $4x + 57,8$; $\bar{x}_y = 0,19y - 3,1$. 17. $\bar{y}_x = -2,15x + 181,8$; $\bar{x}_y = -0,33y + 65,7$.

ILOVALAR

1-Ilova.

$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ funksiya qiymatlari jadvali.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.3989	0.3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0.1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0.2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0.3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0.4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0.5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0.6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0.7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0.8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0.9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1.0	0.2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1.1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1956
1.2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1.3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1.4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1.5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1.6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1.7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1.8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1.9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2.0	0.0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2.1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290

2.3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2.4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2.5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2.6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2.7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2.8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2.9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3.0	0.0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3.1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3.2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3.3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3.4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3.5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3.6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3.7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3.8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3.9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \text{ funksiya qiymatlari jadvali.}$$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.0000	0.26	0.1026	0.52	0.1985	0.78	0.2823
0.01	0.0040	0.27	0.1064	0.53	0.2019	0.79	0.2852
0.02	0.0080	0.28	0.1103	0.54	0.2054	0.80	0.2881
0.03	0.0120	0.29	0.1141	0.55	0.2088	0.81	0.2910
0.04	0.0160	0.30	0.1179	0.56	0.2123	0.82	0.2939
0.05	0.0199	0.31	0.1217	0.57	0.2157	0.83	0.2967
0.06	0.0239	0.32	0.1255	0.58	0.2190	0.84	0.2995
0.07	0.0279	0.33	0.1293	0.59	0.2224	0.85	0.3023
0.08	0.0319	0.34	0.1331	0.60	0.2257	0.86	0.3051
0.09	0.0359	0.35	0.1368	0.61	0.2291	0.87	0.3078
0.10	0.0398	0.36	0.1406	0.62	0.2324	0.88	0.3106
0.11	0.0438	0.37	0.1443	0.63	0.2357	0.89	0.3133
0.12	0.0478	0.38	0.1480	0.64	0.2389	0.90	0.3159
0.13	0.0517	0.39	0.1517	0.65	0.2422	0.91	0.3186
0.14	0.0557	0.40	0.1554	0.66	0.2454	0.92	0.3212
0.15	0.0596	0.41	0.1591	0.67	0.2486	0.93	0.3238
0.16	0.0636	0.42	0.1628	0.68	0.2517	0.94	0.3264
0.17	0.0675	0.43	0.1664	0.69	0.2549	0.95	0.3289
0.18	0.0714	0.44	0.1700	0.70	0.2580	0.96	0.3315
0.19	0.0753	0.45	0.1736	0.71	0.2611	0.97	0.3340
0.20	0.0793	0.46	0.1772	0.72	0.2642	0.98	0.3365
0.21	0.0832	0.47	0.1808	0.73	0.2673	0.99	0.3389
0.22	0.0871	0.48	0.1844	0.74	0.2703	1.00	0.3413
0.23	0.0910	0.49	0.1879	0.75	0.2734	1.01	0.3438
0.24	0.0948	0.50	0.1915	0.76	0.2764	1.02	0.3461
0.25	0.0987	0.51	0.1950	0.77	0.2794	1.03	0.3485

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1.04	0.3508	1.33	0.4082	1.62	0.4474	1.91	0.4719
1.05	0.3531	1.34	0.4099	1.63	0.4484	1.92	0.4726
1.06	0.3554	1.35	0.4115	1.64	0.4495	1.93	0.4732
1.07	0.3577	1.36	0.4131	1.65	0.4505	1.94	0.4738
1.08	0.3599	1.37	0.4147	1.66	0.4515	1.95	0.4744
1.09	0.3621	1.38	0.4162	1.67	0.4525	1.96	0.4750
1.10	0.3643	1.39	0.4177	1.68	0.4535	1.97	0.4756
1.11	0.3665	1.40	0.4192	1.69	0.4545	1.98	0.4761
1.12	0.3686	1.41	0.4207	1.70	0.4554	1.99	0.4767
1.13	0.3708	1.42	0.4222	1.71	0.4564	2.00	0.4772
1.14	0.3729	1.43	0.4236	1.72	0.4573	2.02	0.4783
1.15	0.3749	1.44	0.4251	1.73	0.4582	2.04	0.4793
1.16	0.3770	1.45	0.4265	1.74	0.4591	2.06	0.4803
1.17	0.3790	1.46	0.4279	1.75	0.4599	2.08	0.4812
1.18	0.3810	1.47	0.4292	1.76	0.4608	2.10	0.4821
1.19	0.3830	1.48	0.4306	1.77	0.4616	2.12	0.4830
1.20	0.3849	1.49	0.4319	1.78	0.4625	2.14	0.4838
1.21	0.3869	1.50	0.4332	1.79	0.4633	2.16	0.4846
1.22	0.3883	1.51	0.4345	1.80	0.4641	2.18	0.4854
1.23	0.3907	1.52	0.4357	1.81	0.4649	2.20	0.4861
1.24	0.3925	1.53	0.4370	1.82	0.4656	2.22	0.4868
1.25	0.3944	1.54	0.4382	1.83	0.4664	2.24	0.4875
1.26	0.3962	1.55	0.4394	1.84	0.4671	2.26	0.4881
1.27	0.3980	1.56	0.4406	1.85	0.4678	2.28	0.4887
1.28	0.3997	1.57	0.4418	1.86	0.4686	2.30	0.4893
1.29	0.4015	1.58	0.4429	1.87	0.4693	2.32	0.4898
1.30	0.4032	1.59	0.4441	1.88	0.4699	2.34	0.4904
1.31	0.4049	1.60	0.4452	1.89	0.4706	2.36	0.4909
1.32	0.4066	1.61	0.4463	1.90	0.4713	2.38	0.4913

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2.40	0.4918	2.60	0.4953	2.80	0.4974	3.00	0.49865
2.42	0.4922	2.62	0.4956	2.82	0.4976	3.20	0.49931
2.44	0.4927	2.64	0.4959	2.84	0.4977	3.40	0.49966
2.46	0.4931	2.66	0.4961	2.86	0.4979	3.60	0.499841
2.48	0.4934	2.68	0.4963	2.88	0.4980	3.80	0.499828
2.50	0.4938	2.70	0.4965	2.90	0.4981	4.00	0.499968
2.52	0.4941	2.72	0.4967	2.92	0.4982	4.50	0.499997
2.54	0.4945	2.74	0.4969	2.94	0.4984	5.00	0.499997
2.56	0.4948	2.76	0.4971	2.96	0.4985		
2.58	0.4951	2.78	0.4973	2.98	0.4986		

$t_\gamma = t(\gamma, n)$ qiymatlar jadvali.

$\gamma \backslash n$	0.95	0.99	0.999	$n \backslash \gamma$	0.95	0.99	0.999
5	2.78	4.60	8.61	20	2.093	2.861	3.883
6	2.57	4.03	6.86	25	2.064	2.797	3.745
7	2.45	3.71	5.96	30	2.045	2.756	3.659
8	2.37	3.50	5.41	35	2.032	2.729	3.600
9	2.31	3.36	5.04	40	2.023	2.708	3.558
10	2.26	3.25	4.78	45	2.016	2.692	3.527
11	2.23	3.17	4.59	50	2.009	2.679	3.502
12	2.20	3.11	4.44	60	2.001	2.662	3.464
13	2.18	3.06	4.32	70	1.996	2.649	3.439
14	2.16	3.01	4.22	80	1.001	2.640	3.418
15	2.15	2.98	4.14	90	1.987	2.633	3.403
16	2.13	2.95	4.07	100	1.984	2.927	3.392
17	2.12	2.92	4.02	120	1.980	2.617	3.374
18	2.11	2.90	3.97	∞	1.960	2.576	3.291
19	2.10	2.88	3.92				

$q_\gamma = q(\gamma, n)$ qiymatlar jadvali

$n \backslash \gamma$	0.95	0.99	0.999	$n \backslash \gamma$	0.95	0.99	0.999
5	1.37	2.67	5.64	20	0.37	0.58	0.88
6	1.09	2.01	3.88	25	0.32	0.49	0.73
7	0.92	1.62	2.98	30	0.28	0.43	0.63
8	0.80	1.38	2.42	35	0.26	0.38	0.56
9	0.71	1.20	2.06	40	0.24	0.35	0.50
10	0.65	1.08	1.80	45	0.22	0.32	0.46
11	0.59	0.98	1.60	50	0.21	0.30	0.43
12	0.55	0.90	1.45	60	0.188	0.269	0.38
13	0.52	0.83	1.33	70	0.174	0.245	0.34
14	0.48	0.78	1.23	80	0.161	0.226	0.31
15	0.46	0.73	1.15	90	0.151	0.211	0.29
16	0.44	0.70	1.07	100	0.143	0.198	0.27
17	0.42	0.66	1.01	150	0.115	0.160	0.211
18	0.40	0.63	0.96	200	0.099	0.136	0.185
19	0.39	0.60	0.92	250	0.089	0.120	0.162

GLOSSARIY

№	Tushuncha nomi O'zbek tilida (Рус тилида, Ingliz tilida)	Ma'nosi
1	Baho (Оценка, Estimation)	Statistikaning kuzatilgan qiymati
2	Bahoning aniqligi (Точность оценки, Precision of estimate)	Baholanayotgan parametr va statistik bahoning farqi
3	Bayes teoremasi (Теорема Байеса, Bayes rule / theorem)	Bayes formulalari sinash natijasida hodisa ro'y berganligi ma'lum bo'lgandan so'ng gipotezalar ehtimollarini qayta baholashga imkon beradi
4	Binomial taqsimot (Биномиальное распределение, Binomial distribution)	Ehtimollarning binominal taqsimot qonuni deb, Bemulli formulasi bilan aniqlanadigan ehtimollar taqsimotiga aytiladi
5	Bosh to'plam (Генеральная совокупность, Population)	Bosh to'plam deb tanlanma ajratiladigan obyektlar to'plamiga aytiladi
6	Chetlanish (Отклонение, Variance)	Dispersiyadan olingan kvadrat ildiz
7	Diskret tasodifiy miqdor (Дискретная случайная величина, Discrete random variable)	<i>Diskret tasodifiy miqdor</i> deb ayrim ajralgan qiymatlarni ma'lum ehtimol bilan qabul qiluvchi miqdorga aytiladi
8	Dispersiya (Дисперсия, Dispersion)	Tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, tasodifiy miqdorni o'zining matematik kutilmasidan chetlanish kvadratning matematik kutilmasiga aytiladi
9	Ehtimol (Вероятность, Probability)	Hodisaning ro'y berishiga qulaylik tug'diruvchi elementar hodisalar sonining ularning umumiy soniga nisbati
10	Ehtimollar taqsimoti (Распределение вероятностей, Probability distribution)	Tasodifiy miqdor mumkin bo'lgan qiymatlari bilan ularning ehtimollari orasidagi moslik
11	Elementar hodisalar fazosi	Biror tajribaning barcha elementar

	(Пространство элементарных событий, Sample space)	hodisalari to'plami shu tajribaning elementar hodisalar fazosi deyiladi
12	Gistogramma (Гистограмма, Histogram)	Chastotalar gistogrammasi deb asoslari h uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ nisbatlarga (chastota zichligi) teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy figuraga aytiladi
13	Ishonchli interval (Доверительный интервал, Confidence interval)	Baholanayotgan parametрни berilgan r ishonchlilik bilan qoplaydigan oraliq
14	Katta sonlar qonuni (Закон больших чисел, Law of large numbers)	Agar har qanday kichik $\epsilon > 0$ soni uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \right < \epsilon \right\} = 1$ munosabat bajarilsa, X_1, X_2, \dots, X_n tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni o'rinli deyiladi.
15	Korrelyatsiya (Корреляция, Correlation)	Y tasodifiy miqdorning X tasodifiy miqdorga korrelyatsion bog'liqligi deb \bar{y}_x shartli o'rta xaning x ga funksional bog'liqligiga aytiladi
16	Korrelyatsiya koeffitsiyenti (Коэффициент корреляции, Correlation coefficient)	Tasodifiy miqdorlar orasidagi chiziqli korrelyatsion bog'lanishning zichligini baholash uchun xizmat qiladi
17	Markaziy limit teorema (Центральная предельная теорема, Central limit theorem)	X_1, X_2, \dots tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsa, bu ketma-ketlik uchun markaziy limit teorema o'rinli deyiladi, agar qandaydir $\{A_n\}$ va $\{B_n\}$ ($B_n > 0, B_n \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$) sonli ketma-ketliklar uchun

		$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - A_n}{B_n} < x\right)$ $= \Phi(x)$ $= \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ <p>limit munosabat o'rinli bo'lsa.</p>
18	<p>Matematik kutilma (Математическое ожидание, Expected value)</p>	<p>Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb uning mumkin bo'lgan barcha qiymatlarini bu qiymatlarning mos ehtimollariga ko'paytmalari yig'indisiga aytiladi.</p> $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ <p>integral X uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deyiladi</p>
19	Mediana (Медиана, Median)	Variatsion qatorning o'rtasi
20	Moda (Мода, Mode)	Eng ko'p uchraydigan varianta
21	<p>Normal taqsimot (Нормальное распределение, Normal distribution)</p>	<p>Agar X uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi</p> $f(x) = \frac{1}{y\sqrt{2p}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2y^2}}$ <p>ko'rinishda berilgan bo'lsa, X tasodifiy miqdor <i>normal taqsimot</i> qonuniga bo'ysunadi deyiladi.</p>
22	<p>O'rtacha kvadratik chetlanish (Среднеквадратическое отклонение, Standard deviation)</p>	Dispersiyadan olingan kvadrat ildiz
23	<p>O'rtacha qiymat (Средняя величина, Average)</p>	Tanlanma variantalarining arifmetik o'rtacha qiymati
24	<p>Regressiya (Регрессия, Regression)</p>	Tasodifiy miqdorlar korrelyatsion bog'liqlik tenglamasi regressiya tenglamasi. uning grafigi esa regressiya chizig'i deyiladi
25	<p>Shartli ehtimol (Условная вероятность, Conditional)</p>	B hodisaning A hodisa ro'y berdi degan farazda hisoblangan ehtimoliga

	probability)	<i>shartli ehtimol deyiladi</i>
26	Siljimgagan baho (Несмещенная оценка, Unbiased estimator)	Agar $M(L(x_1, x_2, \dots, x_n)) = \mu$ shart bajarilsa, L baho μ parametrlar uchun <i>siljimgagan baho</i> deyiladi.
27	Tanlanma (Выборка, Sample)	Bosh to'plamdan tasodifiy ravishda tanlab olingan obyektlar to'plami
28	Taqsimot funksiyasi (Функция распределения, Distribution function)	X tasodifiy miqdorning x dan kichik qiymatlarni qabul qilish ehtimoli shu tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deyiladi
29	Tasodifiy tanlanma (Случайный отбор, Random sampling)	Bosh to'plamdan tasodifiy ravishda tanlab olingan obyektlar to'plami
30	Tekis taqsimot (Равномерное распределение, Even distribution)	Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari teng ehtimollik bilan (a, b) oraliqda $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq a \text{ bo'lsa,} \\ \frac{1}{b-a}, & \text{agar } a < x \leq b \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x > b \text{ bo'lsa.} \end{cases}$ zichlik funksiyaga ega bo'lsa, bunday tasodifiy miqdor (a, b) oraliqda <i>tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor</i> deyiladi
31	Uzluksiz tasodifiy miqdor (Непрерывная случайная величина, Continuous random variables)	<i>Uzluksiz tasodifiy miqdor</i> deb chekli yoki cheksiz oraliqdagi barcha qiymatlarni qabul qilishi mumkin bo'lgan miqdorga aytiladi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A.Abdushukurov, T.M.Zuparov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. T.: "Tafakkur bo'stoni", 2015.-416 b.
2. A.A.Abdushukurov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. T.: "Universitet", 2010.-141 b.
3. A.S.Rasulov, G.M.Raimova, X.K.Sarimsakova. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. T.: O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, 2006.-272 b.
4. E.Mamurov, T.Adirov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent. Moliya instituti, 2005, 152 b.
5. Prasanna Sahoo, Probability and Mathematical Statistics, Department of Mathematics, University of Louisville, Louisville, KY 40292 USA 2013.
6. Sh.Sharaxmetov, O.Kurbanov. Iqtisodchilar uchun matematika. T.: O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, 2017.-384 b.
7. А.А.Боровков «Теория вероятностей», Москва, «Наука», 1987 г.
8. Андронов А.М., Копытов Е.А., Гринглаз Л.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Питер, 2004.-461 с.
9. Б.А.Севастьянов, В.И.Чистяков, А.М.Зубков «Сборник задач по теории вероятностей», Москва, «Наука», 1989 г.

MUNDARIJA

SO'Z BOSHI.....	3
1-BOB. EHTIMOLLAR NAZARIYASI	4
1-§. Hodisalar va ularning ehtimollari.....	4
2-§. Elementar hodisalar fazosi.....	9
3-§. Hodisalarning erkliligi va eng sodda formulalar.....	16
4-§. Bernulli sxemasi va limit teoremlar.....	29
5-§. Tasodifiy miqdorlar va ularning taqsimot qonunlari.....	36
6-§. Umumiy ko'rinishdagi tasodifiy miqdorlar. Taqsimot funksiya.....	44
7-§. Tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalari.....	49
8-§. Katta sonlar qonuni va markaziy limit teorema.....	62
2-BOB. MATEMATIK STATISTIKA.....	72
9-§. Matematik statistika elementlari.....	72
10-§. Korrelyatsiya nazariyasi elementlari.....	97
Mavzuga doir masalalar javoblari.....	108
ILOVALAR.....	112
GLOSSARIY.....	119
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.....	123

T.S.NISHONOV

AMALIY MATEMATIKA

EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKA

O'quv qo'llanma

Toshkent - "Innovatsiya-Ziyo" - 2022

Muharrir: Xolsaidov F. B.

Nashriyot litsenziyasi AI №023, 27.10.2018.

Bosishga 14.06.2022. da ruxsat etildi. Bichimi 60x90. "Times New Roman" garniturası.

Ofset bosma usulida bosildi. Shartli bosma tabog'i 8. Nashr bosma tabog'i 7,75.

Adadi 200 nusxa.

"Innovatsiya-Ziyo" MCHJ matbaa bo'limida chop etildi.

Manzil: Toshkent shahri, Farhod ko'chasi, 6-a uy.



+99893 552-11-21



ISBN 978-9943-7266-6-6



9 789943 726666