



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ

# Статистика



Под редакцией **И. И. Елисеевой**

б а з о в ы й к у р с

Министерство  
образования  
и науки РФ  
рекомендует

**Учебник**



**БАКАЛАВР**

 **ЮРАИТ**



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ

# СТАТИСТИКА

УЧЕБНИК ДЛЯ БАКАЛАВРОВ

Под редакцией  
профессора, члена-корреспондента РАН  
**И. И. Елисеевой**

6  
8  
8  
9  
11  
18  
18  
19  
11  
2  
2  
;

*Рекомендовано Министерством образования и науки  
Российской Федерации в качестве учебника  
для студентов учреждений  
среднего профессионального образования*

Москва ■ Юрайт ■ 2012

31(07)

УДК 33  
ББК 65.051я723  
С78

**Авторы:**

**Боченина Марина Владимировна** — кандидат экономических наук, доцент СПбГУЭФ;

**Бурова Наталия Викторовна** — доктор экономических наук, доцент СПбГУЭФ;

**Елисеева Ирина Ильинична** — доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой статистики и эконометрики СПбГУЭФ, член-корреспондент РАН;

**Михайлов Борис Алексеевич** — кандидат экономических наук, доцент СПбГУЭФ.

С78 **Статистика** : учебник для бакалавров / М. В. Боченина [и др.] ; под ред. И. И. Елисеевой. — М. : Издательство Юрайт, 2011. — 483 с. — Серия : Бакалавр. Базовый курс.

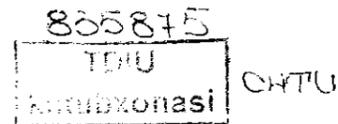
ISBN 978-5-9916-1863-2

Рассматриваются основные статистические методы, применяемые для сбора, обобщения, представления и анализа массовых данных, относящихся к социальным или экономическим явлениям и процессам. Излагаются основные методы статистического исследования с использованием пакета Microsoft Office Excel 2007. При рассмотрении всех вопросов приводятся многочисленные примеры, что повышает усвоение изучаемого материала. Каждая глава сопровождается контрольными вопросами и заданиями. В приложении даны статистико-математические таблицы.

Структура учебника соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения.

*Для студентов экономических специальностей высших и средних специальных учебных заведений.*

УДК 33  
ББК 65.051я723



ISBN 978-5-9916-1863-2

© Коллектив авторов, 2011  
© ООО «Издательство Юрайт», 2012

## Оглавление

Предисловие .....	6
<b>Глава 1. Предмет и метод статистики.....</b>	<b>8</b>
1.1. Понятие статистики.....	8
1.2. Предмет статистики. Особенности статистического метода.....	9
1.3. Некоторые сведения из истории статистики.....	11
1.4. В помощь студенту и преподавателю .....	18
1.4.1. <i>Решение типовых задач</i> .....	18
1.4.2. <i>Задачи для самостоятельного решения</i> .....	19
1.4.3. <i>Контрольные вопросы и задания</i> .....	21
<b>Глава 2. Статистическое наблюдение.....</b>	<b>22</b>
2.1. Понятие о статистическом наблюдении и этапах его проведения.....	22
2.2. Виды, формы и способы статистического наблюдения.....	26
2.3. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения .....	34
2.4. Ошибки статистического наблюдения и контроль его данных .....	41
2.5. В помощь студенту и преподавателю .....	44
2.5.1. <i>Решение типовых задач</i> .....	44
2.5.2. <i>Задачи для самостоятельного решения</i> .....	47
2.5.3. <i>Контрольные вопросы и задания</i> .....	51
<b>Глава 3. Статистические группировки и классификации .....</b>	<b>53</b>
3.1. Статистические группировки как особый этап статистического исследования. Виды и формы статистических группировок.....	53
3.2. Принципы построения статистических группировок .....	59
3.3. Применение группировок и классификаций в статистической практике.....	77
3.4. В помощь студенту и преподавателю .....	82
3.4.1. <i>Решение типовых задач</i> .....	82

3.4.2. Задачи для самостоятельного решения .....	94
3.4.3. Контрольные вопросы и задания .....	109
<b>Глава 4. Способы наглядного представления статистических данных .....</b>	<b>111</b>
4.1. Статистические таблицы .....	111
4.2. Графическое представление статистических данных .....	115
4.3. В помощь студенту и преподавателю .....	121
4.3.1. Решение типовых задач .....	121
4.3.2. Задачи для самостоятельного решения .....	126
4.3.3. Контрольные вопросы и задания .....	128
<b>Глава 5. Статистические показатели .....</b>	<b>130</b>
5.1. Понятие статистического показателя .....	130
5.2. Абсолютные показатели .....	132
5.3. Относительные показатели .....	134
5.4. Использование системы статистических показателей .....	143
5.5. В помощь студенту и преподавателю .....	150
5.5.1. Контрольные вопросы и задания .....	150
<b>Глава 6. Средние величины и показатели вариации .....</b>	<b>153</b>
6.1. Построение средних величин .....	153
6.2. Понятие вариации, задачи ее изучения .....	167
6.2.1. Представление исходных данных для изучения вариации в ранжированных и вариационных рядах .....	170
6.2.2. Абсолютные и относительные показатели вариации. Графики вариационного ряда .....	172
6.2.3. Показатели центра распределения — средняя, мода и медиана .....	178
6.2.4. Показатели формы распределения .....	180
6.2.5. Показатели структуры. Направления анализа различий структуры .....	186
6.2.6. Статистические показатели различий структуры: абсолютные и нормированные .....	190
6.2.7. Графики различий структуры .....	197
6.3. В помощь студенту и преподавателю .....	199
6.3.1. Решение типовых задач .....	199
6.3.2. Задачи для самостоятельного решения .....	223
6.3.3. Контрольные вопросы и задания .....	266
<b>Глава 7. Выборочное наблюдение .....</b>	<b>271</b>
7.1. Понятие выборочного наблюдения .....	271
7.2. Определение необходимой численности выборки .....	276
7.3. Малая выборка .....	281
7.4. В помощь студенту и преподавателю .....	284
7.4.1. Решение типовых задач .....	284
7.4.2. Задачи для самостоятельного решения .....	288
7.4.3. Контрольные вопросы и задания .....	291

<b>Глава 8. Статистическое изучение связи между явлениями .....</b>	<b>292</b>
8.1. Понятие о статистической и корреляционной связи .....	292
8.2. Парная корреляция .....	293
8.3. Уравнение парной линейной регрессии .....	297
8.4. Многофакторный регрессионный анализ .....	305
8.5. Показатели тесноты связи не количественных признаков .....	315
8.6. В помощь студенту и преподавателю .....	316
8.6.1. Решение типовых задач .....	316
8.6.2. Задачи для самостоятельного решения .....	327
8.6.3. Контрольные вопросы и задания .....	332
<b>Глава 9. Ряды динамики .....</b>	<b>334</b>
9.1. Понятие и виды рядов динамики. Их сопоставимость .....	334
9.2. Показатели изменения уровней рядов динамики .....	342
9.3. Средние характеристики ряда динамики .....	348
9.4. Методы выравнивания рядов динамики .....	358
9.5. В помощь студенту и преподавателю .....	375
9.5.1. Решение типовых задач .....	375
9.5.2. Задачи для самостоятельного решения .....	385
9.5.3. Контрольные вопросы и задания .....	392
<b>Глава 10. Основы индексного анализа .....</b>	<b>393</b>
10.1. Понятие об индексах и индексном методе анализа .....	393
10.2. Виды и классификация индексов .....	395
10.2.1. Индивидуальные и сводные индексы .....	396
10.2.2. Простые и аналитические индексы .....	398
10.2.3. Агрегатные индексы и индексы средние из индивидуальных .....	401
10.2.4. Цепные и базисные индексы .....	404
10.3. Системы простых и аналитических индексов .....	410
10.4. Индексный анализ взвешенной средней величины .....	415
10.5. В помощь студенту и преподавателю .....	420
10.5.1. Решение типовых задач .....	420
10.5.2. Задачи для самостоятельного решения .....	433
10.5.3. Контрольные вопросы и задания .....	442
<b>Глава 11. Основы социальной статистики .....</b>	<b>444</b>
11.1. Статистика уровня жизни населения .....	444
11.2. В помощь студенту и преподавателю .....	462
11.2.1. Решение типовых задач .....	462
11.2.2. Задачи для самостоятельного решения .....	464
11.2.3. Контрольные вопросы и задания .....	465
<b>Глоссарий .....</b>	<b>466</b>
<b>Приложения .....</b>	<b>478</b>

## Предисловие

Настоящий учебник предназначен для средних специальных учебных заведений экономического профиля. Все, кто намерен стать экономистом, бухгалтером, работником банка или финансового отдела производственной или торговой организации, экономической службы строительной корпорации или организации, осуществляющей грузовые и пассажирские перевозки, кто собирается работать в какой-либо иной сфере экономической деятельности, — в процессе обучения должны приобрести навыки работы с цифровыми данными. Нужно уметь собрать исходные сведения, обобщить их, представить цифровой материал в форме таблицы, построить график, рассчитать средние и относительные значения. Чтобы таблицы, графики, расчеты были понятны всем, кто захочет ими воспользоваться, они должны быть сделаны по определенным общепринятым правилам. Правила работы с числовыми характеристиками составляют содержание дисциплины «Статистика». Изучение статистики обязательно входит в подготовку экономиста любого профиля. Если вы решите продолжить свое образование и поступить в высшее учебное заведение, то вам вновь придется столкнуться с изучением статистики, но уже на другом уровне, предусматривающем усложненные статистические методы и более широкий обзор их применения.

Данный учебник подготовлен в соответствии с программой преподавания статистики в средних специальных учебных заведениях. Подробно рассмотрены те статистические методы, которые обязательно присутствуют в работе экономиста: табличный и графический методы, метод группировки. Большое внимание уделено статистическим показателям, их видам и порядку построения, особенно детально рассматриваются средние величины. Экономист должен уметь оценить степень риска, присущего соответствующему виду деятельности, а для этого необходимо владеть методами вариационного анализа, уметь провести выборочное наблюдение, выявить особенности развития за длительный

период времени, оценить подверженность влиянию сезонных колебаний, а также уметь выделить главные факторы и измерить их воздействие.

Перечисленные вопросы освещены в учебнике, подготовленном преподавателями кафедры статистики и эконометрики Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов (СПбГУЭФ). Все темы рассматриваются с привлечением числовых данных, содержатся указания по использованию программного средства Excel. В конце каждой главы даны вопросы для повторения, а также задачи.

## Глава 1

### ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИКИ

#### 1.1. Понятие статистики

Термин «статистика» используется в нескольких значениях. Во-первых, статистика может означать *результаты измерений и наблюдений* какого-то явления, т.е. числовые данные. Например, статистика рождаемости означает данные о числе родившихся на 1000 человек населения по отдельным территориям (районам, областям, странам), в городской и сельской местности. Эти сведения собираются за каждый месяц, квартал, год. То же можно сказать и о других характеристиках населения: смертности, числе вступивших в брак, расторгнувших брак, миграции, т.е. переезде на другую территорию. Чем больше данных будет собрано, т.е. чем полнее будет статистика, тем более надежными будут выводы об изучаемых процессах.

Во-вторых, статистикой называют *область знаний* (науку), обладающую своим предметом и методом. Статистика — это инструмент познания, используемый в естественных и общественных науках для выявления закономерностей массовых явлений.

В-третьих, статистика — это *вид деятельности людей*, занимающихся сбором массовых данных, их обработкой, представлением в виде таблиц, графиков, подготовкой выпусков статистических сборников. Тех, кто выбрал этот вид деятельности, называют статистиками. Прежде всего они входят в персонал учреждений государственной статистики. Они занимаются регистрацией цен и расчетом индексов цен: индекса потребительских цен, индекса цен производителей, индекса цен на сельскохозяйственную продукцию и на капитальные вложения, индекса на транспортные тарифы. Статистики рассчитывают валовой внутренний

продукт, валовой региональный продукт, индекс-дефлятор для экономики в целом, численность и структуру занятых и безработных; средний размер семьи, среднее число детей, рожденных одной женщиной, среднюю ожидаемую продолжительность жизни и множество других показателей, необходимых для текущего и стратегического управления территорией, страной, а также для сравнения состояния и развития разных стран. Статистики разрабатывают методы сбора, обработки и анализа массовых данных, предлагают критерии для статистического вывода о значимости или незначимости тех или иных факторов, о значениях оцениваемых параметров и т.д.

#### 1.2. Предмет статистики. Особенности статистического метода

Все в мире подчинено законам вариации, т.е. изменения. Практически невозможно встретить двух одинаковых людей или одинаковые хозяйства, предприятия, города и т.д. Всегда есть какие-то отличия. Даже если один и тот же рабочий производит детали одного вида, все равно они будут отличаться по размеру, плотности резьбы и т.д. — отличия, пусть микроскопические, невидимые глазу, обязательно существуют. Автомат, расфасовывающий сахарный песок в килограммовые упаковки, может насыпать в пакеты 1001 г; 999 г; 1000,5 г и т.д., т.е. даже в этом стандартизованном процессе будет вариация. Задача состоит в том, чтобы за этими различиями разглядеть устойчивые правильности. Закономерность, которая проявляется в массе явлений и может быть выявлена лишь при обобщении множества явлений, называется *статистической закономерностью*. Известно, например, что в мире проявляется тенденция к малодетности, т.е. сокращению числа детей, рожденных одной женщиной за период деторождения, 15–49 лет. В одном, частном случае, на примере одной семьи эту тенденцию уловить невозможно, тем более ее нельзя будет количественно охарактеризовать. На сколько человек уменьшилось число детей в расчете на одну женщину за ожидаемый период — на этот вопрос можно ответить, лишь обобщив данные по всему миру. На основе такого рода обобщений строятся демографические прогнозы. Последний демографический прогноз ООН разработан до 2050 г.

На рис. 1.1 представлены кривые изменения среднего числа детей, рожденных одной женщиной в развитых и развивающихся странах, а также во всем мире. Общий коэффициент фертильности (т.е. рождаемости) определяется как число родившихся детей, деленное на число женщин в возрасте 15–49 лет. Как видим, этот показатель снизился от 5 (в 1950 г.) до 2,5 ребенка (в 2006 г.). К 2050 г. ожидается, что его значение составит 2,0 ребенка. Такая тенденция объясняется рядом факторов, главными из которых являются сокращение младенческой смертности, рост уровня образования женщин, возрастание возможностей применения женского труда, успехи в планировании семьи.

Средняя ожидаемая продолжительность предстоящей жизни в целом в мире возросла с 47 лет в 1950–1955 гг. до 65 лет в 2000–2005 гг. Прогнозируется, что в середине XXI в. ожидаемая продолжительность жизни составит 75 лет, причем в развитых странах — 82 года, а в развивающихся — 74 года. Тот факт, что значение общей средней (75 лет) ближе к значению для развивающихся стран, нежели для развитых, свидетельствует об уменьшении доли последних в численности населения планеты. Снижение уровня рождаемости и рост продолжительности жизни приводят к постарению населения, т.е. увеличению доли лиц в возрасте 65 лет и старше.

Мы затронули всего лишь три демографических показателя, и сразу же обнаружилась их взаимосвязь и возможности

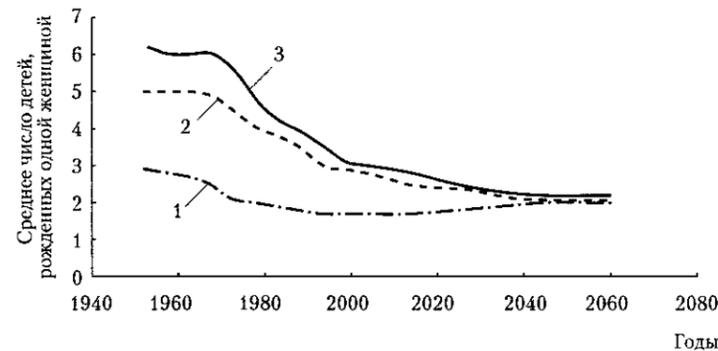


Рис. 1.1. Динамика коэффициента фертильности:  
1 — развитые страны; 2 — весь мир; 3 — развивающиеся страны

выявить закономерности в структуре населения Земли. Тот же путь исследования применим в отношении любого другого явления.

Итак, статистика — это способ изучения статистических закономерностей, которые проявляются во множестве случаев. Отсюда следует, что **предметом изучения статистики выступает статистическая совокупность — множество явлений, объединенных общим качеством, но различающихся (варьирующих) между собой.**

Совокупность состоит из отдельных явлений — единиц совокупности.

*Единица совокупности* — частный случай проявления статистической закономерности. Изучение статистической совокупности происходит через изучение свойств или признаков единицы совокупности. Например, изучая закономерности, складывающиеся на российском рынке труда, можно собрать данные о численности и структуре занятых и безработных по городам с населением 100 тыс. человек и более, затем обобщить их, выделив группы по численности населения: от 100 до 500 тыс. человек, от 500 тыс. до 1 млн человек и более. Выделение групп в данном случае основано на предположении, что в крупных городах экономика более развита, диверсифицирована и, соответственно, у людей имеется больше шансов найти место работы.

Статистическая закономерность, статистическая совокупность, единица совокупности, признак единицы совокупности, показатель (т.е. обобщение признака по многим единицам) — все это категории статистической науки. Эти понятия будут встречаться во всех главах учебника и прежде всего в разделах, посвященных группировке и сводке, т.е. получению обобщающих статистических показателей.

Особенность статистического метода состоит в сборе массовых данных, их обобщении (группировке и сводке), их анализе и получении статистических выводов.

### 1.3. Некоторые сведения из истории статистики

#### Возникновение и развитие статистики за рубежом

Зарождение статистики связано со становлением государства. Именно потребности государственной власти в сборе налогов, формировании армии, дележе завоеванных

науке, и в практике, является Адольф Кетле (1796–1874) — бельгийский астроном и статистик, основатель современной статистики. Его главная работа «Социальная физика, или Опыт исследования о развитии человеческих способностей» датирована 1836 г. (рус. пер. Киев, 1911–1913. Т. 1; 2.). Кетле использовал расчет вероятностей в изучении физических и моральных качеств людей и создал собственную систему науки и философии. Его следующая работа, вышедшая в 1848 г. под названием «Социальная система и законы, ею управляющие» (рус. пер. СПб., 1866), породила как сторонников, принявших ее с восторгом, так и противников, возражающих против количественного подхода в исследованиях моральных качеств людей. Кетле возглавлял астрономическую обсерваторию в Брюсселе и много сил отдавал астрономическим наблюдениям и измерениям. Вместе с тем он был прекрасным организатором и создал первую международную статистическую организацию — Международный статистический конгресс, первое заседание которого состоялось в 1853 г., а последнее — в 1876 г. (всего было проведено 9 заседаний, в том числе в 1872 г. в Петербурге).

К концу XIX — началу XX в. стала ясна общенаучная ценность статистического метода, возможность его применения как в естественных, так и в социальных исследованиях. Мощным толчком в развитии статистики стало создание биометрической школы в Англии усилиями сэра Ф. Гальтона (1822–1911) и его последователей — К. Пирсона (1857–1936) и У. Велдона (1832–1885). Последний не успел сделать все задуманное. Гальтон и Пирсон заслуживают признания и восхищения со стороны потомков. Оба они обладали выдающимися способностями. Коэффициент интеллектуальности Ф. Гальтона (IQ) составлял 200, тогда как у обычных людей он равен 80–90. Ф. Гальтон был двоюродным братом Ч. Дарвина — автора теории эволюции и происхождения видов. Среди его предков были Карл Великий, Ярослав Мудрый, Вильгельм Завоеватель и другие уникальные личности. Фантастическими способностями и эрудицией обладал и К. Пирсон. Все видные статистики либо были математиками, либо обладали ярко выраженными математическими способностями, что способствовало развитию статистического метода.

Сфера применения статистики постоянно расширялась — благодаря А. Кетле и А. Герри (1802–1866) стала развиваться криминальная статистика; исследование моральных

явлений привело к появлению моральной статистики, возникла психометрика, т.е. наука об измерении психики человека: в физике выделилась статистическая механика; в социологии — социометрика; в истории — историометрика, или клиометрика. Статистические методы нашли свое применение в генетике, ботанике и т.д.

Индуктивные исследования, т.е. исследования, основанные на обобщении отдельных наблюдений, начали проводиться в области экономики (В. Парето) и политики. Велись постоянные описания важнейших характеристик государства — как первая стадия политико-экономического исследования, включающая и демографию. Экономические исследования, выполняемые с помощью количественных методов, получили название *эконометрика*. В первой половине XX в. было опубликовано много фундаментальных работ по методологии статистики, в их числе работы Р. Бенини, Э. Дж. Юла, А. Боули, К. Джини, Р. А. Фишера, У. Снедекора, М. Кендалла и др.

В соответствии с современной концепцией статистика включает в себя, с одной стороны, статистическую методологию, развивающую статистический метод, а с другой — прикладную статистику, которая в свою очередь подразделяется на разделы, такие как: демография, биометрика, антропометрика, эконометрика, психометрика, социометрика и т.д. Статистика как наука делится на описательную и аналитическую. Описательная статистика рассматривается как первая стадия применения статистического метода, включающего собирание данных, их представление и описание. Значительная часть официальной статистики — это по сути дела описание процессов, происходящих в государстве, с помощью установленной системы статистических показателей.

#### Возникновение и развитие статистики в России

На Руси в X–XII вв. в период татаро-монгольского ига собирались различного рода сведения, связанные с налогообложением. По мере усложнения общественной жизни все более расширялся круг учитываемых явлений. Роль государства в собирании статистических данных проявилась в России в эпоху Петра I (1672–1725). Созданные им в 1719 г. коллегии, в первую очередь Коммерц-коллегия, Берг-коллегия, Мануфактур-коллегия, собирали данные о числе заведений и численности работников.

В России развитие статистической науки началось с описательного направления.

Первое статистико-экономическое обозрение России было подготовлено И. К. Кириловым (1689—1737). В написанной им книге «Цветущее состояние Всероссийского государства, в каковое начал, привел и оставил неизреченными трудами Петр Великий, отец отечества, император и самодержец всероссийский и прочая, и прочая, и прочая», завершенной в 1727 г., были широко использованы поступавшие в Сенат учетно-статистические данные, представленные в таблицах, а также обобщающие показатели. В книге использовались данные подворной переписи 1710 г. и первой ревизии 1718 г.

Первый в России научный труд по организации учета населения принадлежит В. Н. Татищеву (1686—1750). Основные идеи, высказанные ученым, — создание единого переписного документа, сокращение срока проведения переписей, повышение квалификации переписчиков.

Идеи Татищева были поддержаны М. В. Ломоносовым (1711—1765), который разработал в 1760 г. «Академическую анкету» с 30 вопросами для сбора статистических данных, характеризовавших отдельные районы России и всю страну в целом. Анкета была разослана в города и уезды. Материалы обследования поступали в течение длительного времени и были обработаны уже после смерти ученого.

После реформы 1861 г. в России были созданы органы местного самоуправления — земства. Для решения хозяйственных нужд уезда или губернии земства нуждались в статистических данных. Поэтому в 1870-е гг. во многих губерниях были созданы земские статистические бюро (отделы). Огромный статистический материал, собранный и разработанный земскими статистиками, стал надежной основой глубоких исследований экономики пореформенной России, в первую очередь русской деревни.

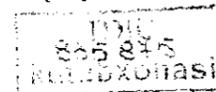
Начальный этап советской статистики (1918—1930 гг.) отличался исключительной интенсивностью: проводилось большое число специально организованных статистических переписей и обследований. Уже в 1918 г. было учреждено Центральное статистическое управление (ЦСУ). Значительным достижением этих лет явилось построение первого баланса народного хозяйства (1923—1924 гг.). Этот период характеризуют плюрализм мнений, концепций, идей, критическое использование достижений зарубежной статистики. К этому времени относится деятельность

статистиков, работавших в Институте конъюнктуры, созданном Н. Д. Кондратьевым (1892—1938), и в Институте сельскохозяйственной экономики, созданном А. В. Чаиновым (1888—1937). Это такие видные ученые, как Н. С. Четвериков, А. Л. Вайнштейн, А. А. Конюс и др.

Последующее развитие советской статистики тормозилось созданием в 1930-е гг. административно-бюрократической системы, массовыми репрессиями, затронувшими и лучших экономистов, и статистиков. Одним из поводов репрессий, обрушившихся на работников государственной статистики, явилось признание результатов переписи населения 1937 г. неудовлетворительными — якобы численность населения была занижена против ожидаемой. В 1939 г. перепись населения была проведена повторно, ее результаты были заведомо завышены.

Другим негативным фактором в развитии советской статистики было то, что в этот период ее подчинили решению оперативных задач. Это означало, что главной целью было показать, на сколько процентов выполнено плановое задание, провести анализ выполнения плана. Процессы и показатели, которые не входили в число планируемых, оказались неохваченными статистикой. Это привело к свертыванию моральной статистики (т.е. статистики правонарушений, самоубийств и других проявлений девиантного поведения, которые, конечно, не могут планироваться). Слабо разрабатывалась статистика смертности, не уделялось должного внимания статистическому измерению уровня жизни населения, вдобавок эти данные были недоступны, они предназначались лишь для служебного использования. Система государственной статистики СССР была подчинена плановой системе. Это положение сохранялось с 1930 по 1947 г., и оно негативно сказалось на статусе статистики, достоверности статистических данных и развитии методологии.

В годы Великой Отечественной войны статистика решала огромные задачи по оперативному учету трудовых и материальных ресурсов, перемещению производительных сил в восточные районы страны. После войны роль статистики возросла: развернулись работы по построению баланса народного хозяйства, углубилась теория индексного метода, получили развитие статистика материально-технического снабжения и окружающей среды. Статистики принимали участие в оценке ущерба, понесенного страной в результате Великой Отечественной войны.



В 1960-е гг. началось возрождение статистико-социологических исследований в области изучения образа жизни разных социально-профессиональных групп населения, структуры общества; стали появляться работы, связанные с изучением асоциальных проявлений; начали развиваться экономико-статистические модели (прежде всего межотраслевой балансе); стали внедряться математические методы. Мощным фактором развития прикладных статистических исследований выступили успехи вычислительной техники. Был создан ГВЦ ЦСУ СССР и появилась сеть вычислительных центров в столицах союзных республик, а также в краях и областях.

В 1991 г. с распадом СССР главным статистическим органом страны стал Государственный комитет по статистике Российской Федерации (Госкомстат России). В настоящее время — Федеральная служба государственной статистики (Росстат).

Российская государственная статистика решает не только текущие задачи обеспечения информационных потребностей общества, но и работает над комплексом проблем с целью ее адаптации к рыночной экономике. Первым шагом в этом направлении был переход к новой системе макроэкономических показателей, таких как: валовой внутренний продукт, индекс потребительских цен, показатели социальной дифференциации населения. В начале 1990-х гг. в России состоялось внедрение макроэкономической модели, принятой во всех странах рыночной экономики, — системы национальных счетов (СНС). Тем самым была создана информационная база для поэтапного вхождения России в мировую экономику. В этот же период значительно обновилась техническая база государственной статистики: был осуществлен переход на персональные компьютеры, созданы системы, позволяющие внедрять безбумажные технологии передачи, хранения и обработки данных.

## 1.4. В помощь студенту и преподавателю

### 1.4.1. Решение типовых задач

По заданию администрации крупного города научно-исследовательский институт должен провести исследование организации летнего отдыха детей школьного возраста.

Изучаемая совокупность включает в себя семьи с детьми школьного возраста.

Метод исследования — выборочное наблюдение.

Единица совокупности — семья с одним и более ребенком школьного возраста.

Признаки единицы совокупности: состав семьи, возраст матери, возраст отца, возраст первого ребенка, второго ребенка и т.д., пол первого ребенка, второго ребенка и т.д., в каком классе учатся, среднедушевой денежный доход в месяц, как был организован отдых первого ребенка, второго ребенка и т.д. прошлым летом.

Последний признак подразумевает получение следующих сведений:

— провели каникулы дома, провели вместе с родителями в отпускное время вне города, в летнем лагере, в черте города, в летнем лагере в пригороде, в летнем лагере на юге, у бабушки-дедушки, у прочих родственников, другое;

— наличие постоянного(-ых) внешкольного(-ых) занятия(-ий);

— возможность совпадения времени летних каникул с летним отпуском матери, отца;

— расположение жилища в городе: в центре города вне зеленой зоны, в периферийной части, вблизи лесопарка;

— наличие дачи и степень ее удаленности (в километрах);

— состояние здоровья первого ребенка, второго ребенка и т.д. (наличие хронических заболеваний);

— наличие постоянных друзей у первого ребенка, второго ребенка и т.д.;

— обладает ли первый ребенок, второй ребенок и т.д. всеми навыками самообслуживания;

— планы на проведение будущих летних каникул (использовать варианты, соответствующие проведению каникул прошлым летом).

Частные совокупности: семьи с разным уровнем среднедушевых денежных доходов:

1) среднедушевые денежные доходы ниже прожиточного минимума; 2) среднедушевые денежные доходы от 2 до 5 децилей; 3) от 5 до 7 децилей; 4) от 7 децилей и выше.

### 1.4.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** К каким видам (количественным или атрибутивным) относятся следующие признаки:

- количество работников на предприятии;
- социальное положение вкладчика в коммерческом банке;
- форма собственности;
- тарифный разряд рабочего;
- балл успеваемости студента;
- розничный товароборот торговых предприятий;
- рост студента?

**Задача 2.** К основным категориям статистики относится:

- статистическая совокупность;
- вариант признака;
- статистическая закономерность;
- статистическое наблюдение.

**Задача 3.** Какими количественными и атрибутивными признаками можно охарактеризовать совокупность студентов вуза, совокупность жителей города, совокупность предприятий области?

**Задача 4.** По статистическим сборникам Федеральной службы государственной статистики приведите статистические показатели, которыми можно было бы наиболее полно охарактеризовать следующие явления:

- а) население;
- б) потребительский рынок;
- в) промышленность.

**Задача 5.** К атрибутивным признакам относятся:

- а) заработная плата рабочих;
- б) национальность;
- в) рост студентов;
- г) ученое звание.

**Задача 6.** К количественным признакам относятся:

- а) образование;
- б) себестоимость продукции;
- в) возраст студентов;
- г) ученая степень.

**Задача 7.** Укажите первичные признаки предприятия:

- а) балансовая прибыль;
- б) уровень рентабельности;
- в) численность работников;
- г) фонд заработной платы;
- д) средняя заработная плата работника;
- е) процент работников со стажем 20 лет и более;
- ж) процент работников, имеющих инвалидность.

**Задача 8.** При изучении свободного времени студента единицей совокупности является:

- а) дискотека;
- б) кинотеатр;
- в) студент;
- г) студенческая группа.

**Задача 9.** При изучении безработицы основными частными совокупностями являются:

- а) городское и сельское население;
- б) население городов-миллионников;
- в) мужчины и женщины;
- г) занятые и безработные;
- д) работодатели и работающие по найму;
- е) работающие на постоянной работе, совместители, работающие на условиях временной занятости.

**Задача 10.** Основным органом государственной статистики Российской Федерации является:

- а) Госкомстат;

- б) Центральное статистическое управление;
- в) Федеральная служба государственной статистики;
- г) территориальный орган государственной статистики.

**Задача 11.** Статистика изучает:

- а) социальные явления;
- б) экономические явления;
- в) массовые явления и процессы.

**Задача 12.** Укажите неколичественные признаки:

- 1) собственный капитал банка;
- 2) организационно-правовая форма предприятия;
- 3) рейтинг коммерческого банка;
- 4) процент мужчин в численности работников банка.

**Задача 13.** Под термином признак понимается:

- 1) статистический показатель;
- 2) характеристика динамики;
- 3) показатель структуры совокупности;
- 4) свойство единицы изучаемой совокупности.

#### 1.4.3. Контрольные вопросы и задания

1. Каков смысл слова «статистика»?
2. Каково происхождение слова «статистика»?
3. Приведите пример статистической закономерности.
4. При изучении сезонности строительных работ в условиях Севера что следует считать единицей совокупности: строящийся объект или строительную фирму?
5. Назовите категории статистической науки и дайте определения каждой из них.
6. В чем состоит особенность статистического метода?
7. Почему нельзя ограничиться изучением какого-то одного социального явления: одной семьи или одного промышленного предприятия и т.д.?
8. Какой период можно считать временем зарождения статистики?
9. В чем состоят заслуги государственоведения?
10. Какова роль церкви в накоплении учетно-статистических данных?
11. Кто из европейских ученых сочетал в себе талант исследователя и организатора первой Международной статистической организации?
12. Когда зародилась статистика в России?
13. В каких организационных формах развивалась статистика в России после отмены крепостного права?
14. Как называется высший орган государственной статистики в современной России?
15. В чем состоят задачи государственной статистики?

## Глава 2

# СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

### 2.1. Понятие о статистическом наблюдении и этапах его проведения

*Статистическое наблюдение* — это планомерный научно обоснованный и тщательно организованный сбор сведений о социально-экономических явлениях и процессах<sup>1</sup>. Согласно Федеральному закону от 29.11.07 № 282-ФЗ «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики в Российской Федерации» федеральное статистическое наблюдение есть сбор первичных статистических данных и административных данных субъектами официального статистического учета, а именно федеральными органами государственной власти, осуществляющими формирование официальной статистической информации в установленной сфере деятельности в соответствии с законодательством РФ.

Сформированная таким образом информационная база официальной статистики призвана обеспечивать поддержку информационных процессов в обществе и государстве, предоставлять всестороннюю и объективную информацию для обоснования и принятия управленческих решений разного уровня. Для этих целей специально созданная служба Росстат занимается систематическим сбором сведений, их обработкой и представлением результатов в виде статистической информации государственным и общественным органам, научным организациям и коммерческим

<sup>1</sup> Явление — категория, отражающая внешние свойства и отношения предмета; форма выражения сущности предмета. Процесс — ход, развитие какого-либо явления; последовательная закономерная смена состояний в развитии явления. Например, рождаемость — это явление, рост или снижение рождаемости — процесс.

### 2.1. Понятие о статистическом наблюдении и этапах его проведения 23

пользователям. Огромный массив статистической информации представлен в открытом доступе на официальном сайте Росстата: <http://www.gks.ru>.

Статистическое наблюдение может быть организовано и проведено федеральными и региональными органами государственной статистики либо выполняться исследователями, решающими поставленную научную задачу статистическими методами на основе специально собранных данных.

Статистическое наблюдение включает следующие *этапы*:

- подготовка статистического наблюдения;
- организация и осуществление массового сбора данных;
- контроль полученных данных.

*Подготовка статистического наблюдения* состоит в выполнении ряда программно-методологических работ, наиболее важными из которых являются:

- идентификация цели и объекта наблюдения;
- определение единицы наблюдения и отчетной единицы;
- определение состава признаков единицы наблюдения, подлежащих регистрации;
- разработка инструментария статистического наблюдения (программы наблюдения, формы бланков для заполнения);
- выбор методов и средств получения исходных данных;
- организационные вопросы статистического наблюдения.

*Организация и осуществление массового сбора данных* включает работы, связанные непосредственно с заполнением статистических формуляров: рассылку переписных листов, анкет, бланков или форм статистической отчетности; их заполнение и представление заполненных статистических формуляров в соответствующие органы (субъекты официального статистического учета) или в исследовательскую организацию, которая проводит данное статистическое наблюдение.

*Контроль полученных данных* выступает в качестве подготовительного этапа последующей обработки собранных данных в процессе группировки и сводки; он состоит из арифметического и логического контроля.

*Арифметический (счетный) контроль* — это проверка итогов (по строкам и столбцам формуляра) и проверка

взаимосвязей: например, итог первого раздела пассива бухгалтерского баланса «Капитал и резервы» есть сумма пяти статей: уставный капитал; собственные акции, выкупленные у акционеров; добавочный капитал; резервный капитал и нераспределенная прибыль. В случае если сумма данных пяти строк не совпадает со значением итоговой строки раздела, налицо допущенная ошибка.

*Логический контроль* — это сопоставление полученных в результате статистического наблюдения данных с другими признаками, полученными как в результате данного наблюдения, так и аналогичного, проведенного ранее. Например, при проведении переписи или обследования населения у каждого респондента сопоставляются данные о возрасте, образовании, семейном положении, занятии. Так, человек в возрасте девяти лет не может иметь высшего образования, и, если подобная запись имеет место в переписном листе, есть основание предполагать, что допущена ошибка либо в сведениях о числе исполнившихся лет, либо в ответе об уровне образования.

Поскольку ошибки имеются всегда, то не все сведения, собранные в процессе статистического наблюдения, могут быть и будут использованы на последующих этапах статистического исследования. К данным, собираемым в ходе статистического наблюдения, предъявляются определенные *требования*, наиболее важными из которых являются: достоверность, сопоставимость, полнота и своевременность.

*Достоверность* — точное отражение изучаемого явления — зависит от профессиональных качеств статистика, непосредственно участвующего в статистическом наблюдении; от полноты и точности учета информации и от подготовленности объекта исследования. Например, при проведении опросов населения, затрагивающих материальные вопросы (об уровне дохода или обеспеченности определенными материальными ценностями), без понимания цели опроса и наличия доверия к интервьюеру (человеку, который опрашивает) нельзя рассчитывать на достоверный ответ, а иногда и на ответ как таковой.

Достоверность данных тесно связана с их *полнотой*. Полнота собираемых данных обеспечивается наблюдением, во-первых, самых существенных сторон изучаемого явления, во-вторых, на всей территории подчинения; в-третьих, за максимально длительный период времени, для выявления тенденций в развитии изучаемого явления

и максимального понимания его сущности. Все это вместе взятое обеспечивает ту полноту данных, которая необходима для осуществления комплексного и системного статистического исследования.

*Сопоставимость (единообразие) данных* должна быть обеспечена по существу (единая методика сбора информации); по территории; во времени. Каждое явление, изучаемое во времени, должно быть сопоставимо. Для этого необходимо использовать единые территориальные границы и единые единицы измерения. Например, несмотря на тот факт, что страны Европейского союза начиная с 1 марта 2002 г. перешли на расчеты в евро, до настоящего времени банковские расчеты и расчеты потребительского характера проводятся в двух валютах: в евро и в той национальной валюте, какая применялась в стране ранее (германские марки, итальянские лиры или французские франки).

Еще одно важное требование — *своевременность* наблюдаемых данных. Под своевременностью информации, особенно в современном, быстро развивающемся и быстро меняющемся мире, понимают способность информации соответствовать нуждам потребителя в настоящий, а не будущий момент. Еще английский философ Френсис Бэкон (1561—1626), автор известного афоризма «знание — сила», высказал такую мысль: «Кто владеет информацией, тот владеет миром». Действительно, своевременное получение информации, владение ею, позволяет многое понять и вовремя предпринять соответствующие действия.

Статистическое наблюдение, как уже отмечалось, может проводиться не только органами государственной статистики, но и министерствами, ведомствами. Каждое из них имеет большие информационные ресурсы. Важно, чтобы данные государственной и ведомственной статистики были совместимыми. Например, при формировании статистики внешнеэкономической деятельности используются данные Федеральной таможенной службы и Банка России; при описании миграционных процессов — данные Росстата и статистика Федеральной миграционной службы; состояние правопорядка и общественной безопасности характеризуют данные МВД России; положение на рынке труда — данные Росстата и Роструда; институциональные преобразования в экономике описываются при помощи данных Федеральной антимонопольной службы; и т.п.

Преобразования, происходящие в обществе, развитие науки и информационно-коммуникационных технологий способствуют тому, что и российская статистика постоянно совершенствует теорию и методологию формирования статистической информации. В Федеральной целевой программе «Развитие государственной статистики России в 2007–2011 гг.»<sup>1</sup> среди направлений, требующих дальнейшего совершенствования, выделяются вопросы интеграции и гармонизации статистических информационных ресурсов, применение современных методов статистического наблюдения с целью минимизации информационной нагрузки на респондентов, модернизации системы сбора, обработки, хранения и распространения статистической информации.

## 2.2. Виды, формы и способы статистического наблюдения

Статистическое наблюдение подразделяется на виды и формы по следующим признакам: охвату единиц совокупности; времени регистрации фактов; способу организации (табл. 2.1).

Таблица 2.1  
Виды и формы организации статистического наблюдения

Вид статистического наблюдения		Способ организации
по времени регистрации фактов	по охвату единиц совокупности	
1.1. Непрерывное (текущее)	2.1. Сплошное	1. Отчетность
1.2. Прерывное	2.2. Несплошное	2. Специально организованное наблюдение
1.2.1. Периодическое	2.2.1. Способ основного массива	3. Регистр
1.2.2. Единовременное	2.2.2. Выборочное наблюдение	—
—	2.2.3. Монографическое наблюдение	—

<sup>1</sup> Полный текст данной программы см. на официальном сайте Росстата: <http://www.gks.ru/metod/fcp/program.htm>.

По времени регистрации фактов.

1.1. *Непрерывное (текущее)* наблюдение проводится систематически, постоянно, по мере возникновения явлений. К этому виду относятся например, *регистрация фактов рождений, смертей, браков и разводов органами ЗАГС, регистрация прибытий и выбытий граждан в связи с переездом на новое место жительства* органами Министерства внутренних дел РФ.

1.2.1. *Периодическое* наблюдение осуществляется через определенные, равные промежутки времени (ежемесячно, ежеквартально, ежегодно) — например, *отчетность предприятий об объемах отгруженной продукции, объеме пассажирских или грузовых перевозок, обороте розничной торговли, численности работников предприятий и т.л.*

1.2.2. *Единовременное* наблюдение проводится либо один раз, для решения конкретной задачи, либо через неопределенные промежутки времени, по мере возникновения необходимости, — например *переоценка основных фондов предприятий, перепись жилого фонда, наблюдение за деятельностью субъектов малого предпринимательства.*

По охвату единиц совокупности.

2.1. *Сплошное* наблюдение, при котором учету подвергаются все без исключения единицы совокупности, например *Всероссийская перепись населения* охватывает всех проживающих на территории РФ.

2.2. *Несплошное* наблюдение, при котором учету подвергается часть общей совокупности, например при изучении рынка труда собираются данные только о тех студентах дневного отделения, которые имеют занятие для заработка.

2.2.1. *Способ основного массива* — обследуется основной массив, т.е. часть единиц, которая вносит наибольший вклад в изучаемое явление. Например, вопросы о репродуктивных планах во время переписи населения задаются только женщинам фертильного возраста (15–49 лет).

2.2.2. *Выборочное* наблюдение — изучению подвергается часть совокупности, отобранная в определенном порядке, а результаты распространяются на всю совокупность. В качестве примера можно привести, выборочное обследование населения по проблемам занятости; обследование качества потребительской продукции отделами технического контроля, связанное с ее уничтожением (качество электрических лампочек на длительность горения, качество продовольственной продукции); выборочное обследование бюджетов денежных доходов и расходов домашних хозяйств; и т.п.

2.2.3. *Монографическое* наблюдение – подробное описание отдельных единиц совокупности с целью их углубленного изучения. Монографическому наблюдению подвергаются типичные единицы какого-либо явления (например, описание бюджета многодетной семьи или семьи безработного, либо изучение причин убыточности конкретного предприятия). Особенностью монографического наблюдения выступает более широкая программа обследования, тогда как сплошное и выборочное наблюдения проводятся по жестко очерченному кругу вопросов. Это означает, что в процессе статистического наблюдения конкретного предприятия или явления не только фиксируются ответы на поставленные вопросы, но и отмечаются признаки, стороны деятельности, представляющие попутный интерес, расширяющие возможный спектр анализа в рамках настоящего или будущего монографического исследования.

По способу организации.

Основными организационными формами организации статистического наблюдения являются: *отчетность* (предприятий, организаций) и *специально организованные наблюдения* (переписи, единовременные учеты и др.). Особое место среди организационных форм статистического обследования занимают *регистры*.

Основной формой статистического наблюдения является отчетность. Если первичный учет (первичный учетный документ) регистрирует различные факты, то отчетность является *обобщением* первичного учета. Отчетность бывает бухгалтерская и статистическая. *Бухгалтерская* отчетность обобщает данные первичного учета при помощи стоимостных показателей, представляемых в форме бухгалтерского баланса, отчета о прибылях и убытках и т.п.; *статистическая* отчетность обобщает данные первичного и бухгалтерского учета, используя не только стоимостные измерители, но и натуральные, условно-натуральные и др.; а также освещает самые разные стороны деятельности предприятия (показывая численность работников, объемы произведенной, отгруженной и реализованной продукции, привлеченные энерго- и водные ресурсы, и т.п.).

Отчетность – официальный документ, который скрепляется подписями лиц, ответственных за предоставление и достоверность собранных сведений, и утверждается органами государственной статистики. Отчетность может быть периодической и единовременной.

*Периодическая* отчетность представляется через одинаковые промежутки времени или в точно определенные даты (например, на восьмой рабочий день после отчетного месяца). Периодическая отчетность подразделяется на *текущую* (за неделю, месяц, квартал), период представления которой составляет менее года, и *годовую*, период представления которой равен календарному году.

*Единовременная* отчетность представляется по мере необходимости, без определенной периодичности или только один раз в год (например, баланс основного капитала или отчет об использовании топливно-энергетических и материальных ресурсов составляются один раз в год). Чем больше временной период, за который отчитывается предприятие (организация), тем более обширна программа отчетности. Так, месячная отчетность содержит более ограниченный круг показателей, чем годовая.

*Специально организованное* статистическое наблюдение проводится с конкретной целью, для получения данных, которые не собираются посредством отчетности, либо собираются для проверки и уточнения данных отчетности.

Примерами специально организованных статистических наблюдений являются бюджетные обследования домашних хозяйств, переписи населения и сельскохозяйственные переписи (не реже одного раза в десять лет), статистическое наблюдение за деятельностью субъектов малого предпринимательства (не реже одного раза в пять лет).

По времени проведения специально организованные наблюдения могут быть *единовременными* или *периодическими*. Перепись населения – пример периодического наблюдения, повторяющегося через равные промежутки времени, задачей которого является не только определение численности и состава исследуемой совокупности. Материалы переписи позволяют проводить анализ количественных изменений в период между двумя обследованиями. Единовременное наблюдение может проводиться по мере возникновения потребности. Потребность в наблюдении возникает в случае, когда иным путем необходимую информацию получить невозможно. Например, переоценка основных фондов предприятий, вызванная инфляцией, до перехода России на рыночные условия хозяйствования проводилась дважды – в 1972 и 1982 гг.; а вследствие высокого уровня инфляции, который наблюдался в России в период с 1990 по 1997 г., переоценка основных фондов проводилась

ежегодно. На основе этих данных определялись коэффициенты пересчета первоначальной стоимости фондов в восстановительную, т.е. отвечающую современному уровню цен. В настоящее время, в связи со стабилизацией инфляции, ежегодная процедура переоценки основных фондов предприятий не является обязательной и зависит от решения предприятия, отраженного в его учетной политике.

Формой непрерывного статистического наблюдения является *регистр, или регистровое наблюдение*, объектами которого выступают долговременные процессы, имеющие фиксированное начало, стадию развития и фиксированное время завершения. Регистр основан на системе слежения за состоянием переменных и постоянных показателей. В статистической практике применяются регистры населения и регистры предприятий.

*Регистр населения* представляет собой поименованный и регулярно актуализируемый перечень жителей страны. Программа наблюдения в рамках регистра ограничена такими признаками, как пол, дата и место рождения, дата вступления в брак. Эти данные остаются неизменными в течение всего периода наблюдения. А такие признаки, как, например, брачное состояние или образование, являются переменными. Как правило, регистры хранят информацию только по тем переменным признакам, изменение значений которых документально подтверждено.

Информация в регистр населения заносится на каждого родившегося или прибывшего из-за границы. Если человек умер или выехал на постоянное место жительства за пределы государства, информация о нем изымается из регистра. При перемене места жительства внутри страны (из региона в регион) информация передается в регистр соответствующей территории. До настоящего времени в России нет единого регистра населения, несмотря на массу схожих с ним ведомственных систем информации о населении (например, государственная автоматизированная система (ГАС) «Выборы» объединяет информацию о 100 млн избирателей, автоматизированная информационная система (АИС) Налоговой службы — о 100 млн налогоплательщиков, АИС Пенсионного фонда — почти о 50 млн пенсионеров, АИС Фонда обязательного медицинского страхования — о 30 млн застрахованных лиц). Практически все перечисленные автоматизированные информационные системы имеют территориально-распределенную архитектуру с ведением отдельных баз

данных на уровне регионов. Актуальной задачей совершенствования статистического наблюдения выступает создание российского регистра населения.

В настоящее время в России существует *Регистр государственного статистического юридического лиц, их обособленных подразделений и индивидуальных предпринимателей (ГОСТАР)*. ГОСТАР представляет собой трехуровневую распределенную систему и является развитием Единого государственного регистра предприятий и организаций всех форм собственности и хозяйствования (ЕГРПО), впервые введенного в российскую статистическую практику в 1994 г. Информационный фонд ГОСТАР содержит: регистровый код субъекта, сведения о территориальной и отраслевой принадлежности, форме подчиненности, виде собственности, справочные сведения и основные экономические признаки (среднесписочная численность работников; средства, направляемые на потребление; остаточная стоимость основных средств; балансовая прибыль или убыток; уставный фонд). В случае закрытия предприятия ликвидационная комиссия в десятидневный срок информирует об этом службу ведения регистра.

Внедрение ЕГРПО, впоследствии преобразованного в ГОСТАР, позволяет обеспечить сплошное наблюдение хозяйствующих субъектов на основе определенного набора признаков по всей совокупности объектов, проходящих государственную регистрацию на территории страны. В сочетании с информацией других информационных систем это обеспечивает разработку данных, необходимых для исследования социально-экономического положения страны, отдельных регионов и видов экономической деятельности. Включение субъектов хозяйствования в ГОСТАР требует определения квалификационных признаков и присвоения им идентификационных кодов в соответствии с действующими общероссийскими классификаторами технико-экономической информации.

*Источниками получения данных* при статистическом наблюдении выступают:

- *непосредственное наблюдение* — регистрация изучаемых единиц и их признаков на основе осмотра, подсчета, взвешивания; например, учет пассажиропотоков в метро при помощи подсчета пассажиров, поднимающихся на эскалаторе на выход, или инвентаризация продукции на складе торгового предприятия путем ее взвешивания и пересчета;

- *документальная информация* — различная отчетность предприятий и организаций, получаемая, как правило, на основании первичного учета или непосредственного наблюдения, выполненного служащими предприятий и организаций;
- *опрос* — сведения, которые дают сами опрашиваемые лица: это наименее точный из трех способов получения данных, так как последние не подтверждаются какими-либо документальными источниками; однако этот способ очень важен при исследовании общественного мнения населения с разными целями, например для изучения мнения молодежи о наркотиках, или отношений между населением и милицией, или при оценке репродуктивных планов молодых семей. Во всех этих случаях опрос представляется единственным возможным источником получения достаточно достоверной информации.

Иногда в качестве источников статистической информации выделяют *анкетирование* и *явочный способ*. *Анкетирование* производится с помощью специальных вопросников (анкет), которые рассылаются определенному кругу лиц (например, экспертам) или публикуются в периодической печати, и в этом случае отвечать на вопросы могут все, кто пожелает. После заполнения анкет, основанного на принципе добровольности и, как правило, анонимности (например, при изучении мнения студентов о преподавании той или иной учебной дисциплины), сведения обобщаются. Однако результаты не отличаются высокой точностью, поскольку заполненные анкеты в присутствии опрашиваемого (респондента) не проверяются.

*Явочный способ* получения данных — это представление сведений в органы, которые ведут наблюдение, в явочном порядке (именно так регистрируются факты рождений и смертей органами ЗАГС или явочная численность работников в таблице учета рабочего времени). Данные, получаемые этим способом, обеспечены документальным подтверждением (справкой из родильного дома или наличием листка о временной нетрудоспособности при неявке на работу), в отличие от анкетного способа, при котором никаких подтверждающих документов не требуется.

Статистические данные, имеющие различный источник происхождения, могут по-разному собираться статистическими органами. Чаще всего выделяют три *способа* сбора сведений: *экспедиционный*, *корреспондентский* и *самоисчисление*.

*Экспедиционным способом* собираются в первую очередь сведения от населения. На места нахождения единиц,

подлежащих наблюдению, посылаются (экспедируются) специальные регистраторы (интервьюеры, счетчики), которые и получают необходимые сведения. Например, именно экспедиционным способом собираются сведения при Всероссийской переписи населения.

Достоинствами экспедиционного способа выступает высокая достоверность сведений, собираемых в результате личного контакта квалифицированного работника статистических служб, что позволяет получать сведения по сложной программе (в частности, при проведении пробной переписи населения в октябре 2008 г. счетчики проводили опрос по форме, включающей 15 вопросов, каждый из которых подразделялся на подвопросы — всего 6 переписных листов). Недостатком экспедиционного способа получения информации выступает его затратность (необходимость обеспечения высокой квалификации статистиков, привлечения достаточно большого числа интервьюеров, чтобы минимизировать сроки сбора информации по огромному массиву наблюдаемых единиц и т.д.).

*Корреспондентский способ* получения информации дешевле и быстрее, чем экспедиционный, поскольку в этом случае обследуемая либо отчитывающаяся единица представляет сведения в органы статистики путем корреспондентской связи: электронной или обычной почтой, по телеграфу или путем курьерской доставки. Способ доставки материалов зависит от важности, срочности и конфиденциальности представляемых данных.

*Способ самоисчисления (саморегистрации)* занимает промежуточное место между экспедиционным и корреспондентскими способами сбора данных. Специальный регистратор выходит на место нахождения единицы наблюдения, вручает бланк и дает разъяснения по его заполнению. Представитель единицы наблюдения (если речь идет о предприятии) или сама единица (если речь идет об обследовании населения) заполняет оставленный бланк обследования. Затем организаторы обследования снова выходят на места, проверяют правильность заполнения бланков и собирают их, либо заполненные бланки высылаются в органы статистики по почте.

При самоисчислении получают более точные и полные сведения, чем при корреспондентском способе, хотя процесс самоисчисления более длительный и обходится дороже. Применение способа саморегистрации предполагает высокий уровень общей культуры населения или квалификации

работников предприятия, которые составляют отчетность. При проведении переписи населения предусмотрены два способа сбора данных: корреспондентский и самоисчисление, при этом программа самоисчисления содержит меньшее количество вопросов к респонденту (12 вместо 15; сокращены вопросы о занятости, миграции и репродуктивных планах). Принять участие в переписи населения методом саморегистрации можно, придя лично на переписные участки, которые организуются в каждом микрорайоне крупных городов, если по каким-то причинам нельзя принять счетчика у себя дома.

### 2.3. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения

Статистическое наблюдение (СН) проводится в строгом соответствии с планом. План статистического наблюдения включает ряд программно-методологических и организационных вопросов. Значительная часть вопросов находит решение при разработке инструментария статистического наблюдения, а именно при составлении программы наблюдения, другая — выходит за ее пределы.

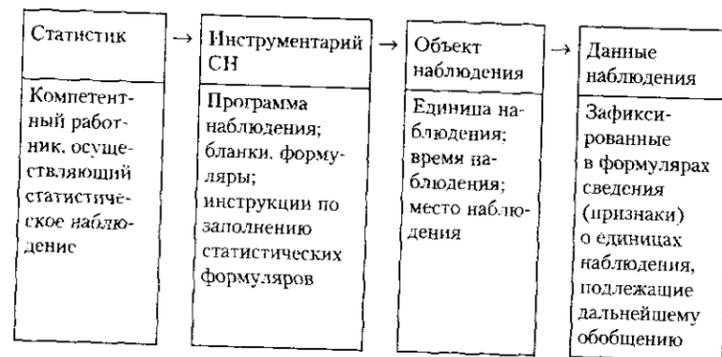


Рис. 2.1. Схема статистического наблюдения

Согласно схеме статистического наблюдения (рис. 2.1) качественная реализация статистического наблюдения возможна при наличии четырех элементов: квалифицированного специалиста-статистика, инструментария, объекта

наблюдения и данных, полученных в результате сбора информации.

На начальном этапе подготовки статистического наблюдения необходимо сформулировать его цель и основные гипотезы, которые должны быть проверены в процессе сбора данных.

**Цель статистического наблюдения.** Статистическое наблюдение может преследовать либо исследовательские цели, либо сугубо прикладные. Примером исследовательского статистического наблюдения могут быть анкетирование студентов по вопросам табакокурения или экспертные опросы о месте скрытой экономической деятельности в составе производственной деятельности предприятий того или иного региона. В качестве прикладного статистического наблюдения можно назвать проведение пробной переписи населения за год-два до осуществления Всероссийской переписи населения. Цель пробной переписи заключалась в том, чтобы, во-первых, подготовить общественное мнение и население к процедуре переписи, а во-вторых, чтобы проверить, насколько однозначно понимаются поставленные вопросы респондентами в случае саморегистрации и не нужно ли внести корректировку в тот или иной вопрос программы обследования. В частности, накануне Всероссийской переписи населения 2010 г. была проведена пробная перепись населения в одном из районов г. Хабаровска, г. Санкт-Петербурга и г. Балашиха Московской области. Было опрошено экспедиционным способом и методом самоисчисления около 300 тыс. человек. Руководству Росстата были представлены результаты, которые имели ценность, в том числе для качественной подготовки счетчиков-регистраторов к переписи 2010 г.

Определение целей статистического наблюдения и основных гипотез осуществляется на этапе подготовки, одновременно с определением объекта наблюдения и разработкой программы статистического наблюдения.

**Инструментарий** статистического наблюдения включает *программу наблюдения, бланки, анкеты, инструкции по заполнению.*

**Программа статистического наблюдения** содержит перечень признаков или вопросов, подлежащих регистрации по каждой единице наблюдения. Совокупность задач статистического наблюдения определяет программу его проведения. Программа наблюдения может определяться

правительственными заданиями, целями региональных органов власти, либо стратегией конкретного предприятия (организации). Содержание программы заключается в максимально полном информационном обеспечении того или иного управляющего органа о состоянии и произошедших изменениях в развитии объекта наблюдения.

Для получения полной и достоверной картины изучаемых явлений программа статистического наблюдения должна содержать такие вопросы, которые позволяют раскрыть все *существенные признаки* явлений. Наряду с этим в программу наблюдения включаются также *опознавательные и контрольные признаки*, не относящиеся к существу изучаемых явлений и процессов, то есть несущественные.

*Опознавательные признаки* образуют адресную часть программы наблюдения (наименование и адрес предприятия, фамилия, имя, отчество руководителя либо адресные и персональные данные переписываемого лица). При обобщении сохраняется конфиденциальность такой информации, и она используется лишь в случае обнаружения каких-либо ошибок с целью их исправления.

*Контрольные вопросы* не несут особой смысловой нагрузки, но включаются в программу для осуществления контроля за правильностью полученных ответов (как равенство итоговой строки сумме трех слагаемых, раскладываемых то или иное явления на три составляющие).

Программа статистического наблюдения не должна содержать сведений и, следовательно, вопросов, не относящихся к данному обследованию. Нельзя допускать включения таких вопросов, на которые могут быть даны заведомо ложные ответы (например, о наличии скрытых доходов от теневых видов деятельности).

Статистические данные, полученные по намеченной программе, представляются в так называемом *формуляре наблюдения*, или статистическом бланке. *Статистический бланк* — это лист бумаги (или несколько сброшюрованных листов) с перечнем вопросов, по которым подлежит собрать сведения, и со свободным местом для записи ответов. Статистические бланки могут называться по-разному: карточка, форма, переписной лист, отчет и др. Один из примеров статистического бланка приводится на рис. 2.2. Другим примером инструментария статистического наблюдения выступают переписные листы и инструкции к их заполнению общим объемом 169 листов в рамках реализации

The image shows a complex questionnaire form with multiple sections and checkboxes. Key sections include:

- 1. Пол (sex):** Options for male (мужской) and female (женский).
- 2. Дата Вашего рождения (Date of birth):** Fields for day, month, and year.
- 3. Место Вашего рождения (Place of birth):** Fields for region, district, and settlement type.
- 4. Ваше образование (Your education):** Multiple-choice options for various levels of education.
- 5. Ваше гражданство (Your citizenship):** Options for Russian Federation and other countries.
- 6. Ваше семейное положение (Your marital status):** Options for married, divorced, widowed, etc.
- 7. Ваше родное имя (Your birth name):** A field for the respondent's name at birth.

The form also includes a 'Службная зона' (Official zone) at the bottom and a 'Конфиденциально' (Confidential) warning.

Рис. 2.2. Фрагмент переписного листа Всероссийской переписи населения 2010 г.

Всероссийской сельскохозяйственной переписи 2006 (см., например, на сайте Росстата: <http://www.gks.ru/news/perepis2006>).

Поскольку вопросы статистического наблюдения не должны вызывать разных трактовок, рекомендуется предусматривать альтернативные варианты ответов (да, нет) либо все возможные варианты ответов (например, на вопрос о состоянии в браке или уровне образования даются все возможные варианты ответов, см. рис. 2.2). В случае когда вопрос может вызвать разные толкования, предусмотрены инструкции по заполнению формуляров наблюдения, с которыми предварительно знакомятся счетчики-регистраторы, чтобы избежать неясностей во время проведения опроса.

Под объектом статистического наблюдения понимают совокупность явлений, признаки которых подлежат регистрации. Например, объектом наблюдения могут выступать как все население страны или региона, так и определенная часть (молодежь, пенсионеры, население в трудоспособном возрасте, женщины, мужчины, лица, состоящие в браке, и т.п.). Объектом могут быть предприятия и организации определенного вида экономической деятельности, либо те из них, которые обладают определенными качествами (прибыльные, убыточные, малые, средние или крупные), либо все предприятия отдельного региона или страны в целом. Таким образом, объект наблюдения — это исследуемая статистическая совокупность. Если цель исследования — выявление контактов мужчин с детьми после развода, то в качестве объекта наблюдения будет взята совокупность мужчин старше 18 лет, в жизни которых был развод. Если цель — исследование факторов, влияющих на репродуктивное поведение женщин, то в качестве объекта наблюдения будет взята совокупность женщин в возрасте от 15 до 49 лет, т.е. в детородном (фертильном) возрасте.

**Единица наблюдения и отчетная единица.** Единица наблюдения, по аналогии с единицей совокупности, представляет собой частный случай объекта наблюдения, то есть составную часть совокупности, по которой осуществляется сбор необходимых данных. Единица наблюдения является носителем регистрируемых при наблюдении признаков. В качестве примера укажем, что при изучении репродуктивного поведения женщин объектом

наблюдения выступит совокупность женщин в фертильном возрасте, а единицей наблюдения будет женщина в возрасте от 15 до 49 лет. При изучении обеспеченности пенсионеров услугами здравоохранения в качестве объекта наблюдения выступят все женщины в возрасте 55 лет и старше и мужчины 60 лет и старше, а единицей наблюдения будет женщина или мужчина в возрасте старше трудоспособного.

Единицу наблюдения не следует путать с отчетной единицей. *Отчетной* (информирующей) *единицей* является такая единица, от которой получают в установленном порядке либо отчетные данные по утвержденным формам, либо информацию по опросным листам. Если статистическое наблюдение проводится путем представления отчетности, то отчетная единица совпадает с единицей наблюдения.

Возможны ситуации, когда отчетная единица не совпадает с единицей наблюдения. Например, при изучении качества высшего профессионального образования единицей наблюдения является студент; если исследователь обратится к нему с вопросами, то студент станет и информирующей единицей. Однако, за данными о качестве высшего образования можно также обратиться к преподавателям вузов, родителям студентов, работодателям, нанимающим выпускников вузов.

После определения объекта наблюдения исследователь должен определить *границы*, четко определяющие изучаемую совокупность явлений. Для определения границ объекта наблюдения нередко устанавливается *ценз*: значение признака, которое позволяет отделить единицы наблюдения от других явлений, не подлежащих наблюдению.

Например, если в качестве объекта наблюдения выбраны малые предприятия, то, в общем случае, малыми предприятиями будут считаться предприятия с численностью работников до 100 человек и соответственно любое предприятие с численностью свыше 100 работников не войдет в состав объекта наблюдения.

**Период (или момент) и место (территория) наблюдения.** Важным программно-методологическим вопросом статистического наблюдения выступает выбор момента или периода наблюдения. *Момент наблюдения* — это время, по состоянию на которое регистрируются данные. На практике его также называют *критическим моментом*. Обычно

критический момент статического наблюдения выбирается таким, когда изучаемая совокупность явлений (объект наблюдения) наименее подвижна. Например, критический момент переписи населения — *точный момент* времени — единый для всей страны, к которому приурочиваются собираемые при переписи населения сведения, обычно полночь накануне дня начала переписи. Установление критического момента переписи населения позволяет получить как бы моментальную фотографию населения (которое непрерывно изменяется), помогает точнее учесть численность наличного населения, уменьшить возможность пропусков и двойного счета людей. Родившиеся после критического момента переписи не учитываются, напротив, умершие после критического момента переписи населения записываются в переписные листы, так как на этот момент времени они были живы. Критическим моментом Всероссийской переписи населения 2010 г. было принято время 0 часов в ночь с 13 на 14 октября, именно в этот период население считается наименее подвижным (закончен период массовых летних отпусков, школьные осенние и студенческие зимние каникулы еще не наступили).

Решение вопроса о месте (территории) наблюдения зависит от определения объекта и единицы наблюдения. *Территорией статистического наблюдения* принимаются все места нахождения *единиц статистического наблюдения*.

Таковы основные программно-методологические вопросы статистического наблюдения. Не менее важными являются *организационные вопросы* проведения статического наблюдения. К основным вопросам организации наблюдения могут быть отнесены:

- определение состава служб, осуществляющих наблюдение;
- подбор и подготовка кадров (счетчиков, регистраторов) для проведения наблюдения;
- организация разъяснительной работы о целях и важности наблюдения перед объектом наблюдения;
- составление календарного плана работ по подготовке, проведению статистического наблюдения и обработке его материалов;
- осуществление тиражирования документов (статистических формуляров и бланков) в объеме, сопоставимом с численностью единиц наблюдения, с учетом запаса на испорченные в процессе опроса бланки.

## 2.4. Ошибки статистического наблюдения и контроль его данных

При проведении статистического наблюдения, независимо от вида, формы и способа получения сведений, неизбежно возникновение *ошибок*. *Ошибками статистического наблюдения* называются расхождения между установленными статистическим наблюдением и действительными значениями изучаемых величин.

Все ошибки, выявляемые в процессе оценки качества статистического наблюдения, называют ошибками регистрации. *Ошибки регистрации* возникают вследствие неверной регистрации наблюдаемых фактов или их ошибочной записи. По характеру возникновения ошибки регистрации могут быть *случайными* и *систематическими*.

*Случайными* называются ошибки, которые возникают вследствие действия различных причин, не имеющих строгой направленности, и допускаются как регистраторами при заполнении формуляров наблюдения, так и интервьюируемыми (опрашиваемыми) людьми. Примером первого типа случайных ошибок являются описки и перестановки цифр, примером второго типа случайных ошибок являются оговорки.

*Систематическими* называются ошибки регистрации, возникающие в силу определенных и постоянно действующих на протяжении статистического наблюдения причин. Например, при изучении уровня жизни населения опрашиваемые предпочитают занижать реальную величину своих доходов — как из-за боязни за свою собственность, так и с целью сокрытия неформальных, нерегистрируемых доходов. Другим примером систематических ошибок является неверное отражение осуществленных затрат или полученной прибыли отдельными коммерческими предприятиями, допускаемое, как правило, при наличии дополнительного, скрытого дохода, не охваченного налогообложением.

Систематические ошибки могут быть преднамеренными и непреднамеренными. *Преднамеренными систематическими ошибками* регистрации называются ошибки, возникающие вследствие сознательного искажения регистрируемых данных. Примером ошибок такого рода могут быть упомянутые выше искажения бухгалтерского отчетности на предприятиях, а также округление возраста населением на цифру, оканчивающуюся на 5 или 0, наблюдаемое при проведении переписи населения (по-видимому, юноша

семнадцати лет с удовольствием припишет себе три года и назовется двадцатилетним, тогда как женщина сорока двух лет назовет себя в лучшем случае сорокалетней).

*Непреднамеренными систематическими ошибками* регистрации называются ошибки, которые носят неумышленный характер и объясняются либо перегруженностью или невысокой квалификацией регистраторов, производящих статистическое наблюдение, либо неисправностью измерительных приборов, применяемых при наблюдении. Во избежание такого рода ошибок организаторам статистического наблюдения важно уделять особое внимание подготовке кадров для проведения регистрации, а также состоянию используемой при этом измерительной техники (в частности, при проведении наблюдения за соответствием качества продукции нормативам и стандартам).

Систематические ошибки регистрации опасны тем, что они чаще всего вносят искажения в одном направлении (либо в сторону завышения, либо в сторону занижения значений). При периодическом статистическом наблюдении такие ошибки накапливаются, то есть еще значительнее искажают изучаемую совокупность явлений. Случайные ошибки регистрации, возможные как в сторону завышения, так и занижения значений, менее опасны с точки зрения достоверности отражения изучаемой действительности, поскольку при статистическом наблюдении множества единиц совокупности имеют тенденцию к взаимопогашению.

Еще один вид ошибок статистического наблюдения выделяется при проведении выборочного (несплошного) наблюдения — это *ошибки репрезентативности* (представительности). Ошибкой репрезентативности называют расхождение между значениями изучаемого признака в генеральной (исходной) и выборочной (той части исходной совокупности, которая обследована) совокупностях. Поскольку выводы осуществляются по данным выборочного наблюдения, важно не допустить серьезных ошибок при его проведении и минимизировать ошибки репрезентативности.

Как было отмечено, к данным, собираемым в процессе статистического наблюдения, предъявляются определенные требования, главное из которых — достоверность, т.е. максимально точное отображение изучаемых явлений или процессов. Соблюдение данного требования оценивается при помощи процедуры контроля статистических данных. Оценка качества собранного статистического

материала осуществляется при помощи *логического и счетного контроля*.

*Логический контроль* заключается в сопоставлении ответов на взаимосвязанные вопросы статистического формуляра или другого документа, в котором фиксируются ответы на вопросы статистического, социологического или маркетингового наблюдения. Логический контроль основывается на знании логических взаимосвязей между показателями. Например, при опросе молодежи об отношении к наркотикам, логически невозможны в одной анкете отрицательный ответ на вопрос: «Имелся ли в Вашей жизни хотя бы единичный опыт потребления наркотиков?» и подробные комментарии о ценах на разные виды наркотиков. В случае обнаружения логически несовместимых ответов при оценке достоверности заполненных статистических формуляров или анкет, наиболее безопасным представляется удаление данного формуляра из последующего анализа, либо, если речь идет не об анонимной анкете, повторное обращение к интервьюируемой единице (предприятию, например) и уточнение выявленного несоответствия. В случае если в отчетности предприятия о произведенной продукции за предыдущие периоды фигурировали единицы измерения в миллионах рублей, а в настоящем периоде — в миллиардах рублей, логично будет предположить, что именно в последнем наблюдаемом периоде допущена ошибка и речь по-прежнему идет о миллионах рублей. Такой контроль предполагает наличие базы данных за предыдущие периоды и точной идентификации единицы наблюдения.

*Счетный контроль* сводится к проверке правильности арифметических расчетов по показателям, содержащимся в отчетности (статистическом формуляре), и основывается на знании количественных взаимосвязей и взаимозависимостей между показателями. Например, годовые отчеты предприятий о произведенных затратах, выпущенной продукции и полученной прибыли можно проверить путем суммирования соответствующих данных из квартальных отчетов, а выявить неправильно названный человеком возраст можно, сравнив дату рождения с числом полных лет, и т.п.

Проверка данных статистического наблюдения позволяет достичь максимальной достоверности собираемых данных и получить достаточно точное представление о состоянии и тенденциях развития изучаемых явлений и процессов в жизни общества.

## 2.5. В помощь студенту и преподавателю

### 2.5.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** В супермаркете покупателям раздают анкеты и просят ответить на вопросы о работе персонала и удовлетворенности предложенным ассортиментом продукции. Такой способ сбора данных называется:

- экспедиционный;
- корреспондентский;
- саморегистрация.

*Решение*

В теории статистического наблюдения выделяют три *способа* сбора сведений: экспедиционный, корреспондентский и саморегистрации.

*Экспедиционным способом* собираются в первую очередь сведения от населения. На места нахождения единиц, подлежащих наблюдению, посылаются специальные регистраторы (интервьюеры), которые и собирают необходимые сведения.

При *корреспондентском способе* обследуемая либо отчитывающаяся единица представляет сведения в органы статистики путем корреспондентской связи: электронной или обычной почтой, телеграфной или путем курьерской доставки.

*Способ саморегистрации* занимает промежуточное место между экспедиционным и корреспондентским способами сбора данных. Специальный регистратор выходит на место нахождения единицы наблюдения, вручает бланк и дает разъяснения по его заполнению.

Анкетирование в супермаркете больше всего подходит к определению способа саморегистрации.

**Задача 2.** В одном из переписных листов пробной переписи населения (2008 г.) были произведены следующие записи. Указать, какие ответы не согласуются между собой:

- фамилия, имя, отчество — Ястребова Лилия Борисовна;
- пол — женский;
- возраст — 49 лет, родилась 31 июля 1964 г.;
- состоит ли в браке в настоящее время — нет;
- национальность — русская;
- образование — высшее;
- наличие ученой степени — кандидат наук;
- место работы — школа № 341;
- занятие по месту работы — зам. директора по учебной работе;
- общественная группа — рабочая.

*Решение*

Первое несогласование записей наблюдается при ответе на вопрос о возрасте: человеку, рожденному в 1964 г., не может быть

в 2008 г. 49 лет. Поэтому неправильная информация содержится либо в числе полных лет, либо в дате рождения Л. Б. Ястребовой.

Второе несоответствие записей касается общественной группы: поскольку респондент имеет высшее образование и работает завучем школы, отнесение ее к группе рабочих неправомерно. Правильной записью будет: общественная группа — служащая.

**Задача 3.** Провести арифметический контроль данных о готовой продукции и полуфабрикатах по трем предприятиям фирмы «Берега» за отчетный год (табл. 1).

*Таблица 1*

Данные о стоимости готовой продукции и полуфабрикатов предприятий фирмы «Берега» за отчетный год, тыс. руб.

Номер предприятия	Стоимость готовой продукции	Стоимость полуфабрикатов	Всего
1	1020	300	1320
2	920	160	1080
3	1460	440	1900
Итого	3300	900	4300

Выбрать правильный ответ:

- ошибок нет;
- одна ошибка;
- две ошибки;
- три ошибки.

*Решение*

Для ответа на поставленный вопрос необходимо пересчитать информацию по столбцам и строкам табл. 1. В результате получим:

— Стоимость готовой продукции фирмы в целом:  $1020 + 920 + 1460 = 3400$  тыс. руб. (что не совпадает с данными табл. 1).

— Стоимость полуфабрикатов фирмы в целом:  $300 + 160 + 440 = 900$  тыс. руб. (совпадает с данными табл. 1).

Общая стоимость предприятия № 1:  $1020 + 300 = 1320$  — совпадает;

предприятия № 2:  $920 + 160 = 1080$  — совпадает;

предприятия № 3:  $1460 + 440 = 1900$  — совпадает;

фирмы в целом:  $3400 + 900 = 4300$  — совпадает.

Таким образом, в сводных данных наблюдается одна ошибка — в стоимости готовой продукции фирмы в целом, которая легко устраняется при помощи арифметического (счетного) контроля. Правильная информация представлена в табл. 2:

Таблица  
Данные о стоимости готовой продукции и полуфабрикатов предприятий фирмы «Берега» за отчетный год, тыс. руб.

Номер предприятия	Стоимость готовой продукции	Стоимость полуфабрикатов	Всего
1	1020	300	1320
2	920	160	1080
3	1460	440	1900
Итого	3400	900	4300

**Задача 4.** В отчетности за февраль предприятия «Горизонт» содержатся следующие данные: средняя списочная численность работников – 110 человек, численность штатных сотрудников – 8 человек, отработано человеко-дней – 200, отработано человеко-часов – 1744.

Указать, какой из показателей вероятнее всего является ошибочным.

**Решение**

Ответ на поставленный вопрос можно получить, применив приемы логического и счетного контроля. Вероятнее всего, ошибка наблюдается в численности сотрудников – общей и штатной, поскольку они отличаются значительно, в разы ( $110 : 8 = 13,75$ ). Можно предположить, что либо штатная численность составляет не 8, а 80 человек, либо общая численность составляет не 110, а 11 человек.

Найти истину помогут данные об отработанном рабочем времени. В феврале 28 календарных и примерно 20 рабочих дней. Это означает следующее: количество отработанного времени в человеко-днях, определяемое путем умножения численности фактически работавших работников на число рабочих дней, равно в примере 200 человеко-дням, предполагает, что численность фактически работавших работников составляет 10 человек. Если допустить, что средняя списочная численность работников предприятия равна 11 человек и один из них в феврале был болен, то, вероятнее всего, цифра 110 человек – ошибочна.

Уточнение получим, арифметически проверив сумму отработанных человеко-часов. Количество отработанных человеко-часов определяется путем умножения численности фактически работавших работников на количество рабочих дней и на продолжительность рабочего дня в часах. Предполагая, что количество рабочих дней в феврале равно 20 и средняя продолжительность рабочего дня составляет 8 ч, определим численность работников предприятия, фактически работавших в феврале:

$$1744 : 20 : 8 = 10,9 \text{ (человек).}$$

Полученный результат 10,9 ближе к 11, чем к 10. Если предположить, что один из 11 работников предприятия был болен один-два дня в феврале, то не возникает сомнения, что именно в средней списочной численности работников предприятия была допущена ошибка.

Знание логической взаимосвязи (численность штатных работников может быть меньше списочной, но не в 14 раз) и арифметических взаимосвязей (определение отработанных человеко-дней и человеко-часов) позволяет определить и исправить допущенные случайные ошибки.

### 2.5.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Сгруппируйте нижеперечисленные виды и формы статистического наблюдения:

- по времени регистрации фактов;
- по охвату единиц совокупности;
- по организационным формам.

Известны следующие виды и формы статистического наблюдения:

- способ основного массива;
- выборочное наблюдение;
- отчетность;
- регистровое наблюдение;
- периодическое наблюдение;
- единовременное наблюдение;
- монографическое наблюдение;
- специально организованное наблюдение;
- непрерывное (текущее) наблюдение;
- сплошное наблюдение.

**Задача 2.** Привести примеры текущего, единовременного и периодического наблюдения. Пояснить, в чем состоит их принципиальное отличие друг от друга.

**Задача 3.** Пояснить, в каких случаях применяют следующие источники получения данных при статистическом наблюдении:

- непосредственное наблюдение;
- документальная информация;
- опрос.

В чем заключаются преимущества и недостатки данных источников сбора статистических данных?

**Задача 4.** О каком инструменте статистического наблюдения идет речь в следующем тексте:

«...как все население страны или региона, или определенная ее часть (молодежь, пенсионеры, население в трудоспособном возрасте, женщины и мужчины, лица, состоящие в браке и т.п.), так и предприятия и организации определенного вида экономической деятельности, либо обладающие определенными качествами

(прибыльные, убыточные, малые, средние или крупные), либо все предприятия отдельного региона или страны в целом?»

**Задача 5.** Указать, к какому виду статистического наблюдения относится проведенная Росстатом в 2008 г. пробная перепись населения страны:

- сплошное;
- монографическое;
- обследование основного массива;
- выборочное.

**Задача 6.** К какому виду статистического наблюдения относится проведенная Росстатом в 2006 г. Всероссийская сельскохозяйственная перепись:

- сплошное;
- монографическое;
- обследование основного массива;
- выборочное?

**Задача 7.** При проведении пробной переписи населения 2008 г. ответы на вопросы переписного листа записывали со слов опрашиваемых или на основе документов? Что в данном случае выступало источником получения сведений?

Какого рода ошибки возможны при заполнении переписных листов и каково их влияние на сводные итоги переписи?

**Задача 8.** В одном из переписных листов Всероссийской переписи населения (2010 г.) были произведены следующие записи. Указать, какие ответы не согласуются между собой:

- фамилия, имя, отчество — Бутакова Олеся Васильевна;
- пол — женский;
- возраст — 32 года, родилась 17 апреля 1980 г.;
- состоит ли в браке в настоящее время — да;
- национальность — русская;
- образование — высшее;
- место работы — воинская часть № 34345;
- занятие по месту работы — зам. главного бухгалтера;
- общественная группа — рабочая.

**Задача 9.** В одном из переписных листов Всероссийской переписи населения (2010 г.) были произведены следующие записи. Указать, какие ответы не согласуются между собой:

- фамилия, имя, отчество — Кот Ирина Анатольевна;
- пол — женский;
- возраст — 39 лет, родилась 03 апреля 1959 г.;
- состоит ли в браке в настоящее время — да;
- национальность — русская;
- образование — бакалавр;
- наличие ученой степени — кандидат наук;
- место работы — агентство по подбору домашнего персонала;

- занятие по месту работы — зам. директора;
- общественная группа — служащая.

**Задача 10.** В одном из переписных листов Всероссийской переписи населения (2010 г.) были произведены следующие записи. Указать, какие ответы не согласуются между собой:

- фамилия, имя, отчество — Зотов Олег Аркадьевич;
- пол — мужской;
- возраст — 49 лет, родился 06 марта 1962 г.;
- состоит ли в браке в настоящее время — нет;
- национальность — русский;
- образование — специалист;
- место работы — ООО «Фотограф»;
- занятие по месту работы — генеральный директор;
- общественная группа — руководитель.

**Задача 11.** Выбрать правильный ответ.

Инструментарий статистического наблюдения включает в себя:

- опросные листы;
- предлагаемые варианты ответов;
- анкеты;
- макеты итоговых таблиц;
- инструкции по заполнению формуляров;
- схемы счетного и логического контроля.

**Задача 12.** Выбрать правильный ответ.

Логический контроль основан:

- на сравнении с данными прошлого периода;
- сравнении с данными аналогичных единиц совокупности;
- логической взаимосвязи между признаками;
- жесткой связи между признаками, которая может быть проверена арифметическими действиями;
- сопоставлении ответов на взаимосвязанные вопросы статистического формуляра или другого документа.

**Задача 13.** При каком наблюдении обследованию подвергается отобранная в определенном порядке часть единиц совокупности, а полученные результаты распространяются на всю совокупность:

- монографическом;
- выборочном;
- основного массива.

**Задача 14.** Выбрать правильный ответ.

Счетный контроль основан:

- на сравнении с данными прошлого периода;
- сравнении с данными аналогичных единиц совокупности;
- проверке правильности арифметических расчетов по показателям, содержащимся в отчетности (статистическом формуляре);

- жесткой связи между признаками, которая может быть проверена арифметическими действиями;
- знании количественных взаимосвязей и взаимозависимостей между показателями.

**Задача 15.** Указать, к случайным или систематическим относятся следующие ошибки регистрации:

- округление возраста в сторону цифр с окончанием на 0 или 5;
- занижение возраста женщинами;
- оговорки;
- цифровые перестановки — например, при указании даты рождения 1890 г. вместо 1980 г.;
- занижение суммы полученной предприятием прибыли;
- искажение стоимости произведенных затрат в сторону завышения;
- искажение информации о полученных доходах;
- завышение информации о произведенных расходах.

**Задача 16.** Указать группы населения, которые выступают объектом наблюдения в статистических исследованиях, имеющих целью раскрытие следующих тем:

- уровень жизни женщин после развода;
- репродуктивное поведение населения;
- молодежь и наркотики;
- население и милиция;
- свободное время студентов;
- электоральные предпочтения населения.

**Задача 17.** В качестве критического момента времени во Всероссийской переписи населения, проведенной 14–25 октября 2010 г., было принято время 0 часов 14 октября. Отметить наличие брачного состояния, если в бланках переписи на вопрос «Состоите ли в браке в настоящее время?» указано:

- брак расторгнут в 16 часов 13 октября;
- брак зарегистрирован 15 октября в 13 часов;
- брак зарегистрирован 12 октября в 18 часов;
- брак расторгнут 16 октября в 10 часов.

**Задача 18.** В качестве критического момента времени во Всероссийской переписи населения, проведенной 14–25 октября 2010 г., было принято 0 часов 14 октября. Переписчик пришел в квартиру домохозяйства Носовых 17 октября и узнал, что 15 октября у Носовых родился сын, а 7 октября скончался дедушка. Мама с новорожденным находится в родильном доме. Пояснить, каким образом будут учтены в переписном листе домохозяйства Носовых произошедшие события.

**Задача 19.** Основным источником информации об уровне жизни, доходах и расходах населения страны служат данные обследо-

вания бюджетов домашних хозяйств, которое ежегодно организуется Росстатом и охватывает свыше 45 тыс. домохозяйств. Указать, к какому виду статистического наблюдения оно относится:

- сплошное единовременное;
- обследование основного массива;
- сплошное текущее;
- выборочное единовременное;
- выборочное текущее.

**Задача 20.** Для проведения квартальных обследований населения по проблемам занятости годовой объем выборочного массива по России в целом устанавливается в размере около 270 тыс. лиц в возрасте 15–72 года (приблизительно 120 тыс. домашних хозяйств), что соответствует 0,24% численности населения данного возраста. Указать, к какому виду статистического наблюдения относится обследование:

- сплошное единовременное;
- обследование основного массива;
- сплошное текущее;
- выборочное единовременное.

### 2.5.3. Контрольные вопросы и задания

1. С чего начинается статистическое исследование?
2. Каковы цель и содержание статистического наблюдения?
3. Назовите виды и формы статистического наблюдения.
4. Укажите четыре элемента статистического наблюдения.
5. Раскройте содержание основных этапов статистического наблюдения.
6. В чем состоит особенность выборочного статистического наблюдения?
7. Опишите содержание метода сплошного массива.
8. Перечислите и охарактеризуйте требования, предъявляемые к собираемым данным.
9. Что понимается под программой статистического наблюдения?
10. Поясните различие между периодическим и единовременным наблюдением.
11. К каким видам и формам статистического наблюдения относятся Всероссийская перепись населения, ежемесячная отчетность предприятий, регистр ГОСТАР?
12. Раскройте содержание арифметического и логического контроля собираемых данных.
13. Какие элементы содержит инструментарий статистического наблюдения?
14. Перечислите и охарактеризуйте организационные формы статистического наблюдения.
15. Что такое «регистровое наблюдение» и каковы его цели?

16. В чем заключается различие между случайными и систематическими ошибками регистрации?
17. Перечислите основные организационные вопросы статистического наблюдения.
18. Перечислите источники получения сведений при статистическом наблюдении.
19. Поясните различие между экспедиционным и корреспондентским способами собирания сведений.
20. Приведите пример вопроса с возможными вариантами ответов (подсказками).

## Глава 3

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГРУППИРОВКИ И КЛАССИФИКАЦИИ

#### 3.1. Статистические группировки как особый этап статистического исследования. Виды и формы статистических группировок

Единицы статистической совокупности, имеющие определенное сходство между собой по определенным признакам, объединяются в группы при помощи метода *группировок*. Такой прием дает возможность «сжать» информацию, полученную в ходе статистического наблюдения, представить ее в более компактном виде, позволяющем установить закономерности, присущие изучаемому явлению.

*Статистические группировки* — это метод исследования массовых общественных явлений путем выделения и ограничения однородных групп, через которые раскрываются существенные особенности состояния и развития всей совокупности. Еще одно определение группировок. *Группировка* — это распределение единиц совокупности по группам в соответствии со следующим принципом: различия между единицами, отнесенными к одной группе, должны быть меньше, чем между единицами, отнесенными к разным группам. В ходе группировки обобщаются данные статистического наблюдения.

Статистическая группировка охватывает комплекс статистических операций, целью которых являются:

- объединение зафиксированных при статистическом наблюдении единичных случаев в группы, которые были бы сходными в том или ином отношении (поскольку целостную характеристику статистической совокупности

необходимо сочетать с детальным рассмотрением отдельных ее частей, *частных совокупностей*);

- подсчет промежуточных итогов по выделенным группам и по совокупности в целом;
- оформление результатов группировки (в виде статистических таблиц и аналитических записок).

Например, при всестороннем статистическом изучении предприятий определенного вида деятельности по группам прибыльных и убыточных предприятий можно понять, почему одни из них имеют прибыль, а другие — убыток. Другой пример: изучение признаков, характеризующих две разные группы студентов — успевающих на «хорошо» и «отлично» и плохо успевающих (обучающихся на «удовлетворительно» либо в результате пересдач), призвано объяснить, почему одни студенты обучаются успешно, а другие — нет. В качестве признаков для изучения могут быть рассмотрены: процент посещения студентами лекционных и практических занятий; время, затраченное на самоподготовку по предмету; изучение дополнительной литературы; наличие дополнительного занятия кроме учебы и т.п.

Целесообразность изучения совокупности явлений *по однородным группам* обусловлена, таким образом, тем, что именно в среднегрупповых показателях, построенных по достаточно большим группам, происходит погашение случайного и выявление общего, существенного в развитии изучаемых социально-экономических явлений.

Группировка является одним из наиболее сложных в методологическом плане этапов статистического исследования, залогом правильного исчисления сводных статистических показателей.

Примеры различных группировок представлены в табл. 3.1–3.4.

Таблица 3.1  
Состав экономически активного населения России,  
тыс. человек

Экономически активное население	2005 г.	2007 г.
Всего	73 811	75 050
В том числе:		
занятые в экономике	68 603	70 814
безработные	5208	4246

Согласно табл. 3.1 экономически активное население включает в себя две группы лиц: занятое население и население, находящееся в поиске работы, т.е. безработные. Условия отнесения к той или иной группе экономически активного населения рассматриваются в рекомендациях Международной организации труда (МОТ), которые применяются в российской статистике труда с 1991 г.<sup>1</sup>

Таблица 3.2  
Распределение численности занятого населения по статусу  
в 2006 и 2007 гг., %

Занятые в экономике	2006 г.	2007 г.
Всего	100	100
В том числе:		
работающие по найму	93,3	93,5
из них:		
у юридических лиц	84,6	84,3
у физических лиц	8,7	9,2
работающие не по найму	6,7	6,5
из них:		
работодатели	1,2	1,5
самостоятельно занятые	5,1	4,9
члены производственных кооперативов	0,3	0,1
помогающие на семейном предприятии	0,1	0,1

Согласно данным табл. 3.2, все население, занятое в экономике, делится на две группы: работающие по найму и работающие не по найму, при этом в числе работающих не по найму выделяются четыре группы занятых, самую многочисленную из которых составляют самостоятельно занятые. В числе работающих по найму россиян в 2007 г. 90% (84,3 : 93,5) составляли наемные работники на предприятиях и в организациях (у юридических лиц) и только около 10% работали у физических лиц.

<sup>1</sup> В 1991 г. в Российской Федерации был принят закон о занятости населения, который определил правовые и экономические основы занятости населения, гарантии государства в области защиты от безработицы. Безработица была официально признана как социально-экономическое явление. После принятия закона о занятости населения в 1991 г. был сформирован административный источник информации о безработице, зарегистрированной в органах государственной службы занятости.

Таблица 3.3  
Распределение населения России по величине  
среднедушевых денежных доходов, %

Население	2005 г.	2007 г.
Всего	100	100
В том числе со среднедушевым денежным доходом в месяц, руб.:		
до 2000,0	7,1	2,6
2000,1–4000,0	21,9	11,9
4000,1–6000,0	20,3	14,9
6000,1–8000,0	14,8	13,6
8000,1–10 000,0	10,3	11,3
10 000,1–15 000,0	13,9	19,1
15 000,1–25 000,0	8,6	16,5
более 25 000	3,1	10,1

Группировка населения страны по уровню среднедушевых доходов (см. табл. 3.3) служит основой для оценки степени дифференциации населения по уровню доходов, выявлению населения, живущего за «чертой бедности». Сравнение данных 2005 и 2007 гг. позволяет сделать вывод, что среднедушевые денежные доходы населения растут, поскольку в 2007 г. значительно увеличилась доля трех последних групп населения с доходами выше 10 000 руб. в месяц.

Таблица 3.4  
Характеристика зависимости разводимости (числа  
зарегистрированных разводов) от уровня безработицы  
по МОТ, по регионам РФ в 2007 г., % экономически  
активного населения

Группы субъектов РФ по уровню безработицы по МОТ (X), %	Число субъектов РФ	Число разводов, зарегистрированных в среднем в одном регионе (Y)
2,5–6,9	45	9055
6,9–11,3	24	6438
11,3–15,7	2	2752
15,7–20,2	3	1988
Итого	74	7749

По данным, приведенным в табл. 3.4, можно сделать вывод, что между уровнем безработицы и числом зарегистрированных разводов наблюдается обратная зависимость: чем выше процент безработицы в регионе (первая графа табл. 3.4), тем ниже среднее число зарегистрированных в одном регионе разводов (последняя графа табл. 3.4).

Группировки осуществляются с целью установления статистических связей и закономерностей, построения описания объекта, выявления структуры изучаемой совокупности. Различия в *целевом назначении* группировок выражаются в их классификации, принятой в отечественной статистике:

- *типологическая* группировка – служит для выделения социально-экономических типов (см. например, табл. 3.1, 3.2);
- *структурная* группировка – характеризует структуру совокупности по какому-либо одному признаку (см. например, табл. 3.3);
- *аналитическая* (факторная) группировка – характеризует взаимосвязь между двумя и более признаками, из которых один рассматривается как результат (Y), а другой (другие) как фактор (X) (факторы –  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) (см. например, табл. 3.4).

Различия в *основании* группировок делят их на следующие виды:

- *простые* – построенные на основе одного группировочного признака (например, деление всех предприятий на группы по форме собственности);
- *сложные (комбинационные)* – построенные на основе сочетаний (комбинаций) нескольких (двух-трех) группировочных признаков (например, деление профессорско-преподавательского состава учебного заведения по полу, возрасту и наличию ученой степени);
- *многомерные* – построенные на основе рассчитанного интегрального показателя (определяемого как средняя величина нескольких признаков для одной единицы совокупности), который называется *многомерная средняя*:

$$P_i = \frac{\sum x_{ij} : \bar{x}_i}{k}$$

где  $x_{ij}$  – значение признака  $x_i$  для  $j$ -й единицы совокупности;  $\bar{x}_i$  – среднее значение признака  $x_i$ , полученное

по  $n$  единицам совокупности:  $\bar{x}_i = \sum x_{ij}/n$ ;  $k$  — число зарегистрированных признаков, т.е.  $i = 1, \dots, k$ .

По используемой информации различают первичные и вторичные группировки. *Первичные группировки* производятся на основе исходных данных, полученных в результате статистических наблюдений.

*Вторичные группировки* — результат объединения или расщепления первичных группировок. Они позволяют преодолевать несопоставимость исходных данных в первичных группировках. Можно, например, перегруппировать информацию, слишком дробно представленную в первичной группировке.

Методология осуществления вторичной группировки достаточно проста. Вторичная группировка (или перегруппировка) осуществляется на основе уже выполненной типологической или структурной группировки, например, элементарным приемом *укрупнения интервалов* (табл. 3.5).

Таблица 3.5

**Вторичная группировка экономически неактивного<sup>1</sup> населения РФ по возрастным группам, % (по данным обследования, ноябрь 2008 г.)**

Группы экономически неактивного населения по возрасту, лет	Первичная группировка		Вторичная группировка	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
Всего	100	100	100	100
В том числе в возрасте:				
До 20	31,2	19,6	31,2	19,6
20–24	13,9	11,5	16,8	16,7
25–29	2,9	5,2		
30–34	2,1	3,4	3,7	5,7
35–39	1,6	2,3		

<sup>1</sup> Экономически неактивным населением называются следующие группы населения, не принимающие участия в экономической деятельности: учащиеся и студенты дневной формы обучения, пенсионеры, лица, ведущие домашнее хозяйство, некоторые др.

Окончание табл. 3.5

Группы экономически неактивного населения по возрасту, лет	Первичная группировка		Вторичная группировка	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
40–44	2,4	2,0	5,9	4,8
45–49	3,5	2,8		
50–54	4,4	4,6	11,0	16,5
55–59	6,6	11,9		
60–72	31,4	36,6	31,4	36,6

Результаты вторичной группировки (см. табл. 3.5) позволяют убедиться, что состав экономически неактивного населения по полу различен: мужчины до 20 лет в 1,6 раза (31,2 : 19,6) чаще предпочитают учебу работе, чем женщины; однако в возрасте старше 50 лет доля экономически неактивных женщин (пенсионерок, домохозяек) в 1,25 раза (53,1 : 42,4) превышает долю экономически неактивных мужчин.

### 3.2. Принципы построения статистических группировок

Основные этапы осуществления статистических группировок можно объединить в следующие.

- Определение группировочного признака (основания группировки).

*Группировочный признак* — это признак, по которому происходит определение единиц в группе. Его выбор зависит от цели группировки и существа данного явления.

- Выделение числа групп.

Число групп определяется с таким расчетом, чтобы в каждую группу попало достаточно большое (для обобщения) число единиц совокупности. Число групп должно быть рациональным: не слишком большим, чтобы состав групп был наполненным, но и не слишком малым, чтобы заметить качественное отличие одной группы от другой.

- Определение интервалов.

*Интервал* — значение количественного признака, отделяющее группы или подгруппы. Интервалы могут быть равными и неравными.

• Непосредственно проведение группировки статистического материала по намеченным признакам и интервалам. Рассмотрим подробнее четыре названных этапа группировки.

*Определение группировочного признака.* Основу для выбора группировочных признаков составляет раскрытие содержания изучаемых явлений. Например, при изучении демографической ситуации в стране одним из признаков, раскрывающих содержание проблемы, будет «наличие детей в семье».

Часто у явлений имеется множество существенных признаков, поэтому встает вопрос о выборе из них. Обычно для группировки отбирают рациональное, т.е. необходимое и достаточное, число признаков, которые определяют группу явлений, отображая ее важнейшие особенности. Например, если имеется несколько признаков, характеризующих явление с одной стороны, то из них следует взять только один. В частности, из трех признаков, характеризующих предприятие обрабатывающих производств с точки зрения затраченного труда (отработанные человеко-месяцы, человеко-дни и человеко-часы), для группировки достаточно воспользоваться одним из них.

*Выделение числа групп.* Выделение числа групп по атрибутивным и количественным признакам проводится по-разному. По *атрибутивным* (качественным) признакам число групп определяется просто: в зависимости от количества качественных градаций признака. Например, при группировке населения по брачному состоянию применяются четыре группы: никогда не состоявшие в браке; состоящие в браке (в том числе в зарегистрированном и незарегистрированном); вдовы; разведенные и разошедшиеся.

Выделение групп по *количественным* группировочным признакам связано с образованием интервалов по этим признакам. В случае, когда дискретный количественный признак изменяется в небольших пределах (например, число детей в семье — 0, 1, 2, 3, 4, 5, более), выделяемые группы совпадают со значениями признаков. В случае, когда количественный признак изменяется значительно (например, уровень начисленной заработной платы, рентабельность продукции, объем выполненных работ), число выделяемых групп зависит от степени колеблемости группировочного признака: чем больше колеблемость признака, тем больше можно выделить

групп. Тогда целесообразно рассмотреть размах вариации, который определяется как разность максимального и минимального значений признака:  $R = x_{\max} - x_{\min}$ . Чем больше размах вариации признака, положенного в основу группировки, тем больше может быть организовано групп. Ограничением здесь будет наполненность групп: чем больше единиц в группе, тем лучше, но, как правило, должно быть не менее трех наблюдений).

В каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени вариации признака, но и из особенностей объекта, цели и задач группировки. Определение оптимального числа групп основано на применении формулы Стерджесса:

$$m = 1 + 3,322 \lg N,$$

где  $m$  — число групп;  $N$  — число единиц совокупности.

Из формулы видно, что выбор числа групп зависит от объема совокупности. Недостаток формулы Стерджесса заключается в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц. При определении оптимального количества групп данным методом существует вероятность получения «пустых» или мало наполненных групп. «Пустыми» называются группы, которые не содержат ни одной единицы совокупности.

Если групп оказывается много и они включают малое число единиц, то групповые показатели могут стать ненадежными. Поэтому альтернативой комбинационной группировке, характеризующейся большим дроблением групп, является многомерная группировка, которая осуществляется по комплексу признаков одновременно. Ее применение требует использования специальных пакетов прикладных программ (например, SPSS). С помощью специально разработанных электронных программ формируются однородные группы на основании близости по всему комплексу признаков.

*Определение интервалов.* Определение числа групп тесно связано с понятием величины интервала: чем больше число групп, тем меньше величина интервала, и наоборот.

Каждый интервал имеет *нижнюю* (наименьшее значение признака) и *верхнюю* (наибольшее значение признака) границы или одну из них. Величина интервала есть разность между верхней и нижней границами интервала. Если у интервала указана лишь одна граница, такой

интервал называется *открытым*. У первого интервала часто известна только верхняя граница, у последнего — нижняя. Если у интервала имеются и нижняя, и верхняя границы, то это *закрытый* интервал. Закрытые интервалы подразделяются на равные и неравные (прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие), а также специализированные и произвольные. На примере табл. 3.3 открытыми интервалами группировки являются первый и последний, т.е. среднестатистические денежные доходы — до 2000,0 и свыше 25 000,0 руб. в месяц соответственно. Остальные интервалы табл. 3.3 являются закрытыми, неравными, прогрессивно возрастающими.

Группировку с равными интервалами строят тогда, когда исследуются количественные различия в величине признака внутри групп одинакового качества, а также если распределение носит более или менее равномерный характер. Если можно заранее установить определенное количество групп, то величина равного интервала вычисляется по формуле

$$i_x = (x_{\max} - x_{\min}) / m,$$

где  $i_x$  — величина равного интервала;  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  — наибольшее и наименьшее значения группировочного признака;  $m$  — число групп.

Если не требуется предварительного установления числа групп, то используется другой способ определения величины равного интервала — по формуле Стерджесса:

$$i_x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N},$$

где  $N$  — число наблюдений.

Если величина равного интервала рассчитывается по последней формуле, то следует знаменатель предварительно округлить до целого числа (как правило, всегда большего), так как количество групп не может быть дробным числом.

В статистической практике довольно часто применяются неравные интервалы (прогрессивно возрастающие или прогрессивно убывающие). При этом исследуемая совокупность делится на группы примерно равного заполнения с большим числом единиц. Неравные интервалы могут использоваться, например, в таких случаях:

а) при исследовании группировки с применением нескольких признаков, дающих возможность составить несколько

подгрупп, где требуются и более длинные, и более короткие интервалы;

б) при образовании крупных групп с новым качеством на базе мелких групп при условии сохранения их однородности, что приводит к увеличению интервалов.

Могут использоваться также *специализированные* интервалы. Интервалы называют специализированными, если речь идет об установлении границ интервала в группах, схожих по типу и по признаку, но имеющих отношение, скажем, к разным видам деятельности. Например, понятие *малого предприятия* неоднозначно: в общем случае, малым называется предприятие, среднесписочная численность работников которого не превышает 200 человек. При этом установлены и специальные границы численности: в промышленности и строительстве — до 200 человек; в науке и научном обслуживании — до 100; в других отраслях производственной сферы — до 50; в отраслях непроизводственной сферы и розничной торговли — до 15 человек.

*Непосредственное проведение группировки статистического материала по намеченным признакам и группам.* Данный этап предполагает преобразование массива собранного материала в виде групп и подгрупп, каждая из которых характеризуется численностью единиц совокупности и набором сопутствующих признаков, которые также возможно обобщить. Например, при изучении состава семей по числу детей, кроме группировочного признака, семьи могут быть охарактеризованы по возрасту родителей и детей, уровню образования, среднему доходу, обеспеченности жильем и т.п.

Рассмотрим особенности осуществления статистических группировок на примерах построения типологических, структурных и аналитических группировок.

*Построение типологических группировок.* Задача типологической группировки — выявление социально-экономических типов или однородных в существенном отношении групп явлений.

Последовательность действий при проведении типологической группировки такова:

1) указываются те типы явлений, которые могут существовать в составе изучаемой совокупности;

2) выбираются группировочные признаки, формирующие описание типов;

3) устанавливаются границы интервалов, значений группировочных признаков, отделяющих один тип явлений от другого;

4) составляется таблица, в которой на основе одного признака или комбинации признаков единицы совокупности объединяются в намеченные типы и определяется численность каждого из них.

**Пример 3.1.** Примером осуществления типологической группировки на основе комбинации признаков выступает группировка населения страны по трудоспособности. Чтобы получить информацию о потенциале трудовых ресурсов отдельного региона или страны в целом, в составе всей численности населения необходимо выделить несколько групп или типов лиц с точки зрения способности к труду. Начальными условиями для формирования таких типов является определение группировочных признаков и их значений, позволяющих отнести ту или иную единицу совокупности к тому или иному типу (группе).

С точки зрения отношения к труду важными выступают два признака – возраст и пол человека, поскольку согласно Трудовому кодексу РФ возрастом трудоспособности<sup>1</sup> считается возраст 16–59 лет для мужчин и 16–54 года для женщин. Отметим, что в данной группировке мы не будем учитывать особые условия досрочного пенсионного возраста лиц определенных профессий и здоровье населения, по состоянию которого люди могут получать пенсии ранее наступления 55 лет для женщин и 60 лет для мужчин.

В соответствии с данными условиями все население страны подразделяется на три группы (типа) по отношению к труду:

- моложе трудоспособного возраста (мужчины и женщины в возрасте 0–15 лет включительно);
- трудоспособное население (мужчины в возрасте 16–59 лет и женщины в возрасте 16–54 года включительно);
- старше трудоспособного возраста (мужчины в возрасте 60 лет и старше и женщины в возрасте 55 лет и старше).

В данном случае речь пойдет о комбинационной группировке, где сначала все население будет поделено по полу, затем в каждой группе по полу будут выделены три возрастные группы, которые соответствуют каждому из запланированных к выделению типов (табл. 3.6). После этого производится объединение одноименных групп населения, принадлежащих к разному полу. В результате получена группировка населения по трудоспособности (табл. 3.7).

<sup>1</sup> Трудоспособный возраст – условная градация возраста человека в зависимости от возможности его участия в трудовой деятельности.

Таблица 3.6  
Формирование типов трудоспособного населения<sup>1</sup>

Группы населения по полу	Группы населения по возрасту трудоспособности, лет	Типы населения трудоспособного возраста	Численность населения РФ на 1 января 2008 г., человек
Мужчины	До 16	Моложе трудоспособного	11 520 956
	16–59	Трудоспособное население	45 928 693
	60 и старше	Старше трудоспособного	8 928 426
Женщины	До 16	Моложе трудоспособного	10 976 350
	16–54	Трудоспособное население	43 822 934
	55 и старше	Старше трудоспособного	21 492 479
Итого	×	×	142 008 838

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. М.: Росстат, 2008.

Данные табл. 3.6 могут служить основой для последующего анализа, выполнения сравнений: например, лица какого пола составляют подавляющее большинство населения в возрасте старше трудоспособного, в каком соотношении находятся мужчины и женщины трудоспособного возраста, какова иждивенческая нагрузка трудоспособного населения (сколько лиц моложе и старше трудоспособного возраста приходится на одного трудоспособного россиянина) и т.п.

Таблица 3.7  
Типы населения РФ по возрасту трудоспособности в 2008 г., человек<sup>2</sup>

Типы населения	Всего	В том числе:	
		мужчины	женщины
Все население	142 008 838	65 717 075	76 291 763
В том числе в возрасте:			
моложе трудоспособного	22 497 306	11 520 956	10 976 350
трудоспособном	89 751 627	45 928 693	43 822 934
старше трудоспособного	30 420 905	8 928 426	21 492 479

<sup>2</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008.

Данные табл. 3.7 представляют собой основу для выявления структуры населения страны по возрасту трудоспособности в разрезе половых групп. Представление аналогичной информации за два и более периода послужит основой для анализа динамических и структурных изменений.

**Построение структурных группировок.** Задача структурной группировки — охарактеризовать структуру совокупности по какому-либо признаку. Структурная группировка может быть построена как по качественному признаку, так и по количественному. Примерами группировки по качественному признаку могут быть: распределение населения по трудоспособности; распределение предприятий региона по формам собственности или организационно-правовым формам хозяйствования; распределение населения страны по состоянию в браке. Примерами группировки по количественному признаку могут быть: распределение населения страны по уровню среднедушевого денежного дохода; распределение семей в регионе по числу детей в семье; распределение строительных предприятий по размеру полученной прибыли. Понятие «структурная группировка» тесно связано с понятием «ряда распределения». Рядом распределения можно назвать структурную группировку по одному признаку, когда выделенные группы охарактеризованы одним показателем — их численностью. Группировки по количественному признаку иначе называются *вариационными рядами* и служат предметом специального изучения.

Для характеристики изменения структуры совокупности используют *обобщающие показатели структурных сдвигов*. Основными показателями структурных сдвигов являются средний *абсолютный* показатель изменения структуры, средний *квадратический* показатель изменения структуры и *индекс различий*.

Кроме анализа изменений в структуре одного явления с течением времени (*структурных сдвигов*), статистика позволяет оценить различия в составе структур двух (и более) совокупностей в один и тот же период времени (так называемые *территориальные различия*). Например, так можно изучить различие в составе семей России, Франции и Германии по числу детей в семье в 2008 г. либо оценить различия в составе валового внутреннего продукта России, США и Великобритании по элементам конечного использования в 2009 г. В этом случае названные обобщающие показатели будут трактоваться как *обобщающие показатели структурных различий*.

**Пример 3.2.** Оценим структурные изменения в составе российского населения по трудоспособности, произошедшие за два периода: в 2008 г. по сравнению с 2006 г. и в 2006 г. по сравнению с 2001 г. (табл. 3.8).

Таблица 3.8

Группировка населения РФ по возрастным группам (на начало года)

Население	Годы					
	2001		2006		2008	
	тыс. человек	% к итогу	тыс. человек	% к итогу	тыс. человек	% к итогу
Общая численность	146 304	100	142 754	100	142 008 838	100
В том числе в возрасте:						
моложе трудоспособного	28 387	19,4	23 317	16,3	22 497 306	15,8
трудоспособном	88 040	60,2	90 328	63,3	89 751 627	63,2
старше трудоспособного	29 877	20,4	29 109	20,4	30 420 905	21,0

Рассмотрим, например, изменение возрастной структуры россиян в 2006 г. по сравнению с 2001 г. при помощи индекса различий:

$$I_{\text{различий}} = \frac{1}{2} \sum |d_{j_1} - d_{j_0}| =$$

$$= \frac{1}{2} \sum (|0,163 - 0,194| + |0,633 - 0,602| + |0,204 - 0,204|) = 0,031.$$

Рассмотрим также изменение возрастной структуры россиян в 2008 г. по сравнению с 2006 г. при помощи индекса различий:

$$I_{\text{различий}} = \frac{1}{2} \sum |d_{j_1} - d_{j_0}| =$$

$$= \frac{1}{2} \sum (|0,158 - 0,163| + |0,632 - 0,633| + |0,21 - 0,204|) = 0,006.$$

Индекс различий принимает значения от 0 до 1, и чем он ближе к 0, тем меньшие структурные сдвиги имели место в составе изу-

чаемой совокупности, а чем ближе к 1 — тем более значительные. Поэтому можно констатировать, что за время обоих изучаемых периодов сдвиги в составе населения по возрасту трудоспособности были незначительными, однако в 2006 г. по сравнению с 2001 г. они были более заметными, чем в 2008 г. по сравнению с 2006 г.

**Пример 3.3.** Оценим структурные различия, наблюдаемые в структуре ВВП по доходам в России в сравнении с некоторыми странами мира (табл. 3.9).

Таблица 3.9  
Структура валового внутреннего продукта по доходам  
(в текущих ценах, % к итогу)

Страна	Год	ВВП — всего	В том числе:		
			оплата труда наемных работни- ков	валовая прибыль и сме- шанный доход	налоги на произ- водство и импорт за ми- нусом субсидий
Россия	2007	100	45,6	35,5	18,9
Германия	2007	100	36,5	52,8	10,7
Франция	2006	100	51,9	34,5	13,6
Япония	2005	100	51,7	40,5	7,8

С целью получения представления о различиях в структуре ВВП по доходам рассчитаем абсолютный показатель обобщающих структурных различий  $S_a$  (при этом  $m = 3$ , так как именно три вида первичных доходов выделяются в составе ВВП согласно системе национальных счетов<sup>1</sup>). Промежуточные вычисления оформим в виде таблицы (табл. 3.10).

<sup>1</sup> Система национальных счетов (СНС) — система макроэкономических расчетов, принятая в странах с рыночными условиями хозяйствования. Представляет собой определенный набор взаимосвязанных счетов и балансовых таблиц, отражающих разные стадии производственного процесса и важнейшие взаимосвязи в экономике страны. Ключевыми показателями СНС выступают валовой внутренний продукт и национальный доход. ВВП на душу населения — показатель, применяемый в межстрановых сравнениях как показатель уровня жизни населения.

Таблица 3.10  
Расчет обобщающих показателей структурных различий  
в составе ВВП

Виды первичных доходов в составе ВВП	Россия в сравнении с		
	Германией $ d_{j_1}^P - d_{j_0}^G $	Францией $ d_{j_1}^P - d_{j_0}^F $	Японией $ d_{j_1}^P - d_{j_0}^J $
Оплата труда наемных работников	9,1	6,3	6,1
Валовая прибыль и смешанный доход	17,3	1,0	5,0
Налоги на производство и импорт за минусом субсидий	8,2	5,3	11,1
$\sum  d_{j_1} - d_{j_0} $	35,2	12,6	22,2
Средний абсолютный показатель обобщающих структурных различий ( $S_a$ ), п.п.	11,7	4,2	7,4

Расчеты показывают, что наиболее значительные структурные различия в составе ВВП наблюдаются у России с Германией, абсолютный показатель обобщающих структурных различий между которыми составил 11,7 процентных пункта. Менее значительные различия мы видим между Россией и Японией, где  $S_a = 7,4$  п.п., наименьшие — между Россией и Францией, где  $S_a = 4,2$  п.п.

**Построение аналитических группировок.** Статистическая наука располагает большим набором приемов выявления связи между признаками. Одни приемы можно отнести к элементарным, другие, более сложные, предусматривают использование специального математического аппарата (гл. 8). Аналитическая группировка, как и предшествующий ей метод параллельных рядов, относится к простейшим методам выявления взаимосвязи признаков.

Задача аналитической группировки — выявление взаимосвязи и взаимозависимости между исследуемыми явлениями через их признаки, из которых один рассматривается как результат ( $Y$ ), другой (другие) — как фактор ( $X$ ), или факторы ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ). Суть аналитической группировки заключается в исследовании того, как с изменением одного признака (факторного) меняются значения другого признака (результативного). В случае обнаружения такой

зависимости применяется статистический инструментариум для измерения ее *силы и тесноты*.

Если рассматривается связь между признаком-результатом и одним признаком-фактором, речь идет об *однофакторной аналитической* группировке. Если рассматривается связь двух и более признаков-факторов с признаком-результатом, то строится *многофакторная* группировка.

Рассмотрим *метод параллельных рядов*. Метод параллельных рядов обычно используется для установления характера связи при относительно небольшом объеме исходного материала. В одной таблице приводятся упорядоченные значения факторного признака ( $X$ ) и соответствующие им значения результативного признака ( $Y$ ). Наличие и характер связи определяется по степени согласованности вариации данных рядов. В тех случаях, когда возрастание величины факторного признака влечет за собой возрастание величины результативного признака, говорят о возможном наличии прямой связи. Если же с увеличением факторного признака величина результативного признака имеет тенденцию к уменьшению, то можно предполагать обратную связь между этими признаками.

**Пример 3.4.** Предполагая, что между доходом и числом детей в семье имеет место связь, проверим это по данным федеральных округов РФ. В качестве результативного признака ( $Y$ ) возьмем общий коэффициент рождаемости (‰)<sup>1</sup>, в качестве факторного, т.е. признака, оказывающего влияние, возьмем показатель среднедушевых денежных доходов ( $X$ ). В табл. 3.11 распределим федеральные округа России<sup>2</sup> по возрастанию факторного признака и сравним, повышается или снижается при этом показатель рождаемости.

<sup>1</sup> Общий коэффициент рождаемости – один из показателей интенсивности процессов рождаемости, определяемый как отношение числа родившихся за период к средней численности населения за тот же период. После умножения на 1000 получаем промилле (‰). Коэффициент рождаемости показывает, сколько детей рождается на 1000 человек населения.

<sup>2</sup> В 2008 г. на территории Российской Федерации создан восьмой федеральный округ – Северо-Восточный. Статистические данные здесь и далее в учебнике приведены для семи федеральных округов, которые существовали до указанной даты, и ограничены 2007 г., поскольку начавшийся в это время глобальный мировой экономический кризис во многом изменил общие тенденции развития экономик многих стран, в том числе и России. Таким образом, указанное ограничение имеет целью избежать аномальных значений изучаемых процессов и явлений, вызванных воздействием кризиса, и тем самым не допустить снижения иллюстративности предлагаемых примеров.

Таблица 3.11

Характеристика зависимости рождаемости от уровня доходов по данным федеральных округов РФ в 2007 г.

Федеральный округ	Среднедушевой денежный доход, руб. в месяц	Общий коэффициент рождаемости, ‰
Южный	8713	13,0
Приволжский	9928	11,1
Сибирский	10 286	12,7
Северо-Западный	13 282	10,2
Дальневосточный	13 358	12,3
Уральский	15 025	12,4
Центральный	17 079	9,7

По данным табл. 3.10 можно сказать, что с увеличением уровня дохода нет четкой тенденции к росту или снижению уровня рождаемости. Однако отметим, что самый высокий уровень рождаемости наблюдается в Южном федеральном округе, где уровень дохода самый низкий, и, наоборот, самый низкий уровень рождаемости регистрируется в Центральном федеральном округе (9,7 новорожденных на 10 000 человек населения), где в 2007 г. наблюдался самый высокий среднемесячный душевой доход – 17 079 руб. Оценить, насколько сильно связаны эти два явления, можно при помощи аналитической группировки и других методов выявления связи, и обязательно по более массовому статистическому материалу (например, в разрезе краев и областей Российской Федерации, где число субъектов достигает 85).

*Недостатки метода параллельных рядов.* При большом объеме материала для сопоставления визуальное сравнение двух параллельных рядов трудно выполнить. В этом случае необходимо обращаться к графическому методу или к более сложным методам выявления связи между признаками. Кроме того, при наличии большого числа значений признака-фактора соответствует несколько различных значений результативного признака, восприятие параллельных рядов сильно затрудняется.

Последовательность действий при проведении *аналитической группировки* такова:

1) данные группируются в интервалы по признаку-фактору, затем для каждого интервала по  $X$  определяется середина;

2) значения признака-результата объединяются по соответствующим группам, рассчитывается среднее значение резуль- тативного признака для каждой группы;

3) на основе сопоставлений изменений средних значений признака-результата по группам с изменением фак- тора делаются выводы о наличии или отсутствии связи между признаками;

4) для обеспечения сравнимости данных изменений группировку проводят с равными закрытыми интервалами либо рассчитывают изменение результата на единицу изме- нения фактора.

Методологию однофакторных *аналитических* (фактор- ных) группировок рассмотрим на *примере* установления связи между уровнем безработицы и числом зарегистри- рованных разводов россиян по данным о 78 субъектах РФ (табл. 3.4). Прежде всего задумаемся, должна ли быть связь между этими показателями? Предварительный теоретический анализ показывает, что социальные и эконо- мические процессы находятся в тесной связи, безрабо- тица и разводимость — два негативных явления в жизни общества. Предположим, что факт безработицы негативно сказывается на брачном состоянии населения, т.е. между данными признаками наблюдается прямая связь, при этом не особенно тесная, поскольку причинами разводимости, помимо того что супруг(а) не работает, могут быть и мно- гие другие.

**Пример 3.5.** Для установления фактического существования этой связи возьмем данные по 78 субъектам РФ, в табл. 3.12 при- ведем первые 10 пар значений по Северо-Западному федеральному округу.

Таблица 3.12

**Уровень безработицы и число зарегистрированных разводов в Северо-Западном федеральном округе РФ в 2007 г.**

Субъект РФ	Уровень безрабо- тицы по МОТ, %	Число зареги- стриро- ванных разводов	Субъект РФ	Уровень безрабо- тицы по МОТ, %	Число зареги- стриро- ванных разводов
Респу- блика Каре- лия	6,2	3403	Ленин- градская обл.	4,0	8257

Окончание табл. 3.12

Субъект РФ	Уровень безрабо- тицы по МОТ, %	Число зареги- стриро- ванных разводов	Субъект РФ	Уровень безрабо- тицы по МОТ, %	Число зареги- стриро- ванных разводов
Республи- ка Коми	10,0	5005	Мурман- ская обл.	6,5	5742
Архан- гельская обл.	5,6	6213	Новгород- ская обл.	5,2	3179
Вологод- ская обл.	4,1	6647	Псковская обл.	4,9	3112
Калинин- градская обл.	3,4	4890	Санкт-Пе- тербург	2,1	25 794

Приведенные данные, по существу представляющие собой два параллельных ряда, позволяют сделать вывод о существова- нии связи между уровнем безработицы и числом разводов, и эта связь является, скорее, даже обратной: самый низкий процент безработицы и самое высокое число разводов зафиксированы в Санкт-Петербурге, самый высокий уровень безработицы в Рес- публике Коми сопровождается в 5 раз меньшим числом зареги- стрированных разводов. Однако не надо забывать о разной размерно- сти данных субъектов: численность населения Санкт-Петербурга в 4,7 раза превышает численность населения Республики Коми (4568 тыс. человек : 968 тыс. человек). Во избежание подобных за- труднений многие демографические характеристики исчисляются в расчете на 1000 человек населения (в промилле).

Отсутствие четкой тенденции к возрастанию или убыванию резуль- тативного признака с ростом факторного подтверждает наш тезис о том, что на разводимость влияет не только отсутствие работы у супруга, тем более, что безработица воспринимается как времен- ное состояние человека, находящегося в возрасте трудоспособности. Чтобы выяснить, влияет ли безработица на уровень разводимости, необходимо применить такой прием, который устранил или смяг- чит влияние прочих, помимо безработицы, факторов на изучаемое явление. Таким приемом является аналитическая группировка.

Устраним из анализа четыре региона (Москву, Санкт-Петер- бург, Московскую область и Ингушетию), руководствуясь теми соображениями, что в первых трех наблюдаются аномально высокие значения по числу разводов, объяснимые их густонаселенностью, а в Ингушетии уровень безработицы имеет аномально высокое

значение 47,3% при среднем значении по совокупности 6,8%. Приступим к построению аналитической группировки. После удаления данных по Ингушетии максимальный уровень безработицы составил 20,2%, минимальный — 2,5%. Для определения величины интервала по факторному признаку воспользуемся формулой

$$i = (x_{\max} - x_{\min})/m.$$

определившись, что число выделяемых групп будет равно 4 (поскольку 3 группы — это минимально возможная для выявления тенденции размерность группировки, а достаточное число наблюдений позволяет взять большее число групп), получим

$$i_x = (20,2 - 2,5)/4 = 4,425 \approx 4,4\%.$$

Теперь объединим регионы в группы по одинаковому уровню безработицы по следующим интервалам: 2,5–6,9; 6,9–11,3; 11,3–15,7; 15,7–20,2. При этом последний интервал чуть длиннее (4,5) за счет сделанных ранее округлений. Во всех интервалах, кроме последнего, нижняя граница является закрытой, верхняя — открытой. В последнем интервале обе границы закрыты.

Произведем группировку и подсчет единиц в группах по факторному признаку, обработаем данные по результативному признаку. Для каждой группы по названному признаку исчислим обобщающие показатели в виде средних или относительных величин, для этого предварительно определив суммарные значения данного показателя для каждой группы. В нашем примере определим среднее для региона число зарегистрированных разводов. Группировку и соответствующие расчеты оформим в табл. 3.13.

Таблица 3.13

**Зависимость разводимости (числа зарегистрированных разводов) от уровня безработицы по МОТ, по регионам РФ, % экономически активного населения**

Группы субъектов РФ по уровню безработицы ( $X_j$ ) по МОТ, %	Число субъектов РФ	Число зарегистрированных разводов	
		всего по группе регионов ( $\sum Y_j$ )	на 1000 человек ( $\bar{Y}_j$ )
2,5–6,9	45	407 460	5,8
6,9–11,3	24	154 506	4,2
11,3–15,7	2	5503	1,7
15,7–20,2	3	5963	1,1
Итого	74	573 432	5,0

Сопоставление первой и последней граф табл. 3.13 свидетельствует о наличии связи между уровнем безработицы и средним числом зарегистрированных разводов по регионам России. Поскольку с ростом признака-фактора признак-результат уменьшается, связь между признаками обратная (если бы с ростом признака-фактора признак-результат увеличивался, речь шла бы о прямой связи).

Для того чтобы сделать вывод связи (линейная или нелинейная), рассчитаем изменения признака результата на единицу изменения признака-фактора. Такие величины называются показателями *силы связи*. Показатель силы связи отвечает на вопрос, как изменится признак-результат при изменении признака-фактора на одну единицу, и для каждой группы рассчитывается так:

а) для группировок с равными интервалами

$$b_{xy_j} = \frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-1}}{i_x};$$

б) для группировок с неравными интервалами

$$b_{yx_j} = \frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-1}}{X_j - X_{j-1}},$$

где  $b_{xy_j}$  — показатель силы связи в  $j$ -й группе;  $\bar{Y}_j, \bar{Y}_{j-1}$  — средние значения признака-результата в  $j$ -й группе и в предыдущей ( $j-1$ ) группе;  $X_j, X_{j-1}$  — середины интервалов признака-фактора в  $j$ -й группе и в предыдущей ( $j-1$ ) группе;  $i_x$  — величина интервала группировки по признаку-фактору.

Если полученные показатели силы связи значительно отличаются по группам, делают вывод о наличии *нелинейной* связи, так как одинаковому приращению признака-фактора соответствуют разные приращения признака-результата. При близких по значению групповых показателях силы связи ( $b_{yx_1} \approx b_{yx_2} \approx b_{yx_3}$ ), когда одинаковому приращению признака-фактора соответствуют одинаковые приращения признака-результата, можно говорить о *линейной* связи между  $X$  и  $Y$ . В этом случае рассчитывают *средний показатель силы связи*, который показывает, на сколько в среднем единиц своего абсолютного измерения изменится признак-результат при изменении

признака-фактора на единицу своего абсолютного изменения:

$$b_{xy} = \frac{\bar{Y}_m - \bar{Y}_1}{X_m - X_1},$$

где  $m$  — число групп в изучаемой совокупности;  $\bar{Y}_m, \bar{Y}_1$  — средние значения признака-результата в последней ( $m$ ) и 1-й группах;  $X_m, X_1$  — середины интервалов признака-фактора в последней ( $m$ ) и 1-й группах.

В случае прямой связи показатели силы связи имеют положительные значения ( $b_{yx} > 0$ ), в случае обратной — отрицательные ( $b_{yx} < 0$ ).

Рассчитаем показатели силы связи для нашего примера (табл. 3.14).

Таблица 3.14

Расчет показателей силы связи

Группы субъектов РФ по уровню безработицы ( $X_j$ ) по МОТ, %	Число разводов на 1000 человек ( $Y_j$ )	Изменение уровня разводимости в среднем в одном регионе ( $Y_j - Y_{j-1}$ )	Сила связи, разводов на 1% безработицы ( $b_{xy}$ )
2,5–6,9	5,8	—	—
6,9–11,3	4,2	-1,6	-0,36
11,3–15,7	1,7	-2,5	-0,57
15,7–20,2	1,1	-0,6	-0,14

Поскольку при переходе от одной группы к другой сила влияния признака-фактора уменьшается (последняя графа табл. 3.14), можно предположить, что между исследуемыми явлениями наблюдается связь нелинейной формы. Отрицательные значения показателей силы связи подтверждают обратный характер связи между уровнем безработицы и числом разводов в регионе. Показатель силы связи имеет наибольшую амплитуду значения в группе регионов, где уровень безработицы варьирует между 11,3 и 15,7%. При увеличении уровня безработицы в этих регионах на 1% можно ожидать среднего снижения уровня разводимости на 0,57%.

Связи, выявленные в результате аналитических группировок, рекомендуется оценить с точки зрения их существенности (*тесноты связи*). Такую оценку можно дать посредством дисперсионного анализа<sup>1</sup>.

Для изучения влияния нескольких факторов на результат строится многофакторная аналитическая группировка в виде комбинационной группировки по признакам-факторам. Многофакторная группировка позволяет оценить влияние факторов на результат последовательно, т.е. путем закрепления прочих, помимо изучаемого, факторов на постоянном уровне. Метод многофакторной группировки, как и любой комбинационной, имеет в качестве недостатка большое дробление групп и наличие «пустых» групп.

Изучая связи между признаками на основе аналитических группировок, следует помнить, что надежность выводов при этом зависит от объема совокупности  $n$  (чем он больше, тем лучше) и количества выделенных групп  $m$  (от 3 до 6–8, определяемых путем пробы различных вариантов). При этом объем совокупности  $n$  должен в 6–10 раз превышать число выделяемых групп.

Три вида рассмотренных группировок, каждая из которых соответствует своей цели, тесно связаны между собой и переплетены. Выделяя типы явлений, мы одновременно изучаем и структуру совокупности по выделенным типам. Устанавливая те или иные взаимосвязи в структуре явлений, исследователь подходит к выявлению типов (классов) явлений.

### 3.3. Применение группировок и классификаций в статистической практике

Группировка как метод экономико-статистического исследования широко используется в статистической практике. Вхождение в мировое сообщество, интенсивное развитие негосударственного сектора, становление рыночной инфраструктуры, ускорение социальной стратификации населения и другие, качественно новые явления, которые Россия переживает в последние 20 лет, обуславливают

<sup>1</sup> Дисперсионный анализ — это анализ основанный на правиле разложения дисперсии. С помощью дисперсионного анализа исследуют влияние одной или нескольких независимых переменных на одну зависимую переменную (одномерный анализ) или на несколько зависимых переменных (многомерный анализ). Этот метод рассмотрен в параграфе 8.3.

необходимость применения статистикой новых методов наблюдения, разработки принципиально новых системобразующих признаков и состава экономических показателей.

*Классификации* в статистике представляет собой ус-  
тоявшуюся, апробированную группировку или система-  
тизированное распределение явлений и объектов на оп-  
ределенные группы, классы, виды на основании общих,  
существенных признаков, одного или нескольких. По эко-  
номическому содержанию классификация – это типо-  
логическая группировка, в которой отражены значения  
группировочного признака, но отсутствует численность  
единиц в группах.

В России зарегистрировано более 4,5 млн предприятий.  
Переход на рыночные условия сопровождается появле-  
нием предприятий новых форм собственности, органи-  
зационно-правовых форм хозяйствования, новых видов  
экономической деятельности и т.п. С целью рационализа-  
ции потоков статистической информации, поступающих  
от предприятий и организаций в органы государственной  
статистики, упорядочения, эффективного и многосторон-  
него обобщения полученной информации, а также с це-  
лью обработки массивов информации компьютерными  
технологиями статистики стремятся представить любое  
предприятие страны как совокупность кодов. В результа-  
те в статистическую практику вводятся новые *классифика-*  
*торы*, позволяющие получить представление о структуре  
экономики.

*Классификатор* в статистике – это систематизирован-  
ный перечень объектов (например, видов деятельности,  
продукции, предприятий, занятий и т.д., т.е. своего рода  
группировка), в котором каждому значению того или ино-  
го группировочного признака присвоен код. При этом *код*  
заменяет название объекта и служит средством его иденти-  
фикации. Таким образом, система экономических класси-  
фикаций является условием упорядочения, анализа и эф-  
фективного поиска информации.

Основное *назначение* классификаторов:

- обеспечивать адекватное описание институциональ-  
ных преобразований российской экономики;
- изучать структуру экономики в том или ином разрезе  
(предприятия – по формам собственности, по отрас-  
лям, ОПФ и т.д.);

- служить основой проведения государственной стати-  
стикой наблюдений социально-экономических явле-  
ний в заданных разрезах;
- обеспечивать максимальную сопоставимость при срав-  
нениях на международном уровне.

В настоящее время в России действует 29 классификато-  
ров. Все они входят в состав Единой системы классифика-  
ции и кодирования технико-экономической и социальной  
информации РФ (ЕСКК). Важнейшими из них являются:

- ОКВЭД – Общероссийский классификатор ви-  
дов экономической деятельности (с 2003 г. пришедший  
на смену ОКОНХ и ОКДП, где ОКОНХ – Общероссий-  
ский классификатор отраслей народного хозяйства (1976),  
ОКДП – общероссийский классификатор видов экономи-  
ческой деятельности, продукции и услуг (1994);
  - ОКФС – Общероссийский классификатор форм соб-  
ственности (2000);
  - ОКОПФ – Общероссийский классификатор органи-  
зационно-правовых форм (2000);
  - ОКЭР – Общероссийский классификатор экономи-  
ческих регионов (1997);
  - ОКСМ – Общероссийский классификатор стран мира  
(2002);
  - ОКПО – Общероссийский классификатор предпри-  
ятий и организаций (1994);
  - ОКОФ – Общероссийский классификатор основных  
фондов (1996);
  - ОКП – Общероссийский классификатор продукции  
(1994);
  - ОКВ – Общероссийский классификатор валют  
(2001);
  - ОКИСЗН – Общероссийский классификатор ин-  
формации по социальной защите населения;
  - ОКУД – Общероссийский классификатор управлен-  
ческой документации;
  - ОКЗ – Общероссийский классификатор занятий.
- Рассмотрим подробнее один из российских классифика-  
торов – ОКВЭД. С 1 января 2003 г. началось внедрение  
в российскую практику общероссийского классификатора  
видов экономической деятельности (ОКВЭД), пришедшего  
на смену классификаторам ОКДП и ОКОНХ.
- ОКВЭД разработан Министерством экономического  
развития РФ с целью гармонизации со Статистической

классификацией видов экономической деятельности Европейского союза (Statistical classification of economic activities in the European community (NACE rev.1)).

ОКВЭД используется Росстатом при решении следующих задач:

- определении основного и других фактически осуществляемых ВЭД хозяйствующих субъектов;
- осуществлении государственного статистического наблюдения по видам деятельности за развитием экономических процессов;
- подготовке статистической информации для сопоставлений на международном уровне;
- кодировании информации о ВЭД в информационных системах и ресурсах, статистических и других информационных регистрах.

Тем самым ОКВЭД служит для более полного отражения происходящих в экономике изменений и для разработки макроэкономических показателей в соответствии с мировой практикой макроэкономических расчетов.

Объектами классификации в ОКВЭД являются виды экономической деятельности (ВЭД). Экономическая деятельность имеет место тогда, когда ресурсы (оборудование, рабочая сила, технологии, сырье, материалы, энергия, информационные ресурсы) объединяются в производственный процесс, имеющий целью производство продукции (оказание услуг). Экономическая деятельность характеризуется затратами на производство, процессом производства и выпуском продукции.

В ОКВЭД использованы иерархический метод классификации и последовательный метод кодирования. Код группировок ВЭД состоит из двух—шести цифровых знаков, и его структура может быть представлена следующим образом:

XX. — класс  
 XX.X — подкласс  
 XX.XX — группа  
 XX.XX.X — подгруппа  
 XX.XX.XX — вид

Раздел и подраздел обозначаются буквами латинского алфавита, соответственно первая буква означает раздел, вторая — подраздел. Например:

раздел D — обрабатывающие производства;

подраздел DA — производство пищевых продуктов, включая напитки и табак;

далее класс — 15 — производство пищевых продуктов, включая напитки;

подкласс — 15.1 — производство мяса и мясопродуктов;

группа — 15.11 — производство мяса;

подгруппы: 15.11.1 — производство мяса и пищевых субпродуктов крупного рогатого скота, свиней, овец, коз, животных семейства лошадиных;

15.11.2 — производство щипаной шерсти, сырых шкур и кож крупного рогатого скота, свиней, овец, коз, животных семейства лошадиных;

15.11.3 — производство пищевых животных жиров;

15.11.4 — производство непищевых субпродуктов.

Примером другого подраздела ОКВЭД может служить подраздел SA — добыча топливно-энергетических полезных ископаемых;

класс 10 — добыча каменного угля, бурого угля и торфа;

подкласс 10.1 — добыча, обогащение и агломерация каменного угля;

группа 10.10 — добыча, обогащение и агломерация каменного угля;

подгруппа 10.10.1 — добыча каменного угля;

вид 10.10.11 — добыча каменного угля открытым способом;

вид 10.10.12 — добыча каменного угля подземным способом.

В соответствии с международной практикой в ОКВЭД не учитываются такие классификационные признаки как форма собственности, организационно-правовая форма и ведомственная подчиненность хозяйствующих субъектов, не делается различий между внутренней и внешней торговлей, рыночными и нерыночными, коммерческими и некоммерческими видами экономической деятельности.

Данные по всем классификаторам стекаются в Статистический регистр (ГОСТАР<sup>1</sup>), где каждое предприятие выступает как набор кодов.

<sup>1</sup> Гостар — Регистр государственный статистический — это информационная система, обеспечивающая сбор, обработку, накопление, хранение, поиск и распространение информации о юридических лицах, их обособленных подразделениях и индивидуальных предпринимателях с учетом данных годовой бухгалтерской отчетности и экономических показателей из статистической отчетности.

## 3.4. В помощь студенту и преподавателю

## 3.4.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** По данным за 2007 г. о распределении численности населения ряда стран из Содружества Независимых Государств по возрастным группам (табл. 1) выполнить следующее.

1. Выделить типы населения, находящегося в трудоспособном возрасте, в возрасте моложе и старше трудоспособного;

2. Рассчитать обобщающие показатели структурных различий; ответить на вопрос: возрастная структура населения какой страны максимально приближена к возрастной структуре населения России.

Таблица 1

Распределение населения ряда стран по возрастным группам в 2007 г., тыс. человек

Группы населения по возрасту, лет	Страна				
	Россия	Беларусь	Украина	Казахстан	Киргизия
Все население	142 221	9715	46 466	15 219	5190
В том числе, в возрасте					
0–4	7223	450	2090	1229	528
5–9	6376	454	1975	1088	488
10–14	7283	539	2541	1363	569
15–19	11 088	750	3393	1579	586
20–24	12 671	837	3873	1418	522
25–29	11 165	739	3452	1233	434
30–34	10 442	687	3347	1141	383
35–39	9459	670	3140	1058	348
40–44	10368	737	3311	1102	322
45–49	12 067	822	3672	1039	299
50–54	10 804	691	3274	814	212
55–59	8985	584	2949	619	149
60–64	4336	332	1845	340	67
65–69	7458	466	2886	531	99
70 и старше	12 496	953	4717	663	184

## Решение

1. Для ответа на поставленный вопрос необходимо знать границы возраста, который считается трудоспособным. С точки зрения отношения к труду важными выступают два признака — возраст и пол человека, поскольку согласно Трудовому кодексу РФ возрастом трудоспособности считается возраст 16–59 лет для мужчин и 16–54 года женщин. Отметим, что в данной группировке не учтены особые условия досрочного пенсионного возраста лиц определенных профессий и состояние здоровья населения, согласно которому люди могут получать пенсии ранее наступления 55 лет для женщин и 60 лет для мужчин.

В соответствии с данными условиями все население России подразделяется на три группы (типа) по отношению к труду:

- моложе трудоспособного возраста (мужчины и женщины в возрасте 0–15 лет включительно);
- трудоспособное население (мужчины в возрасте 16–59 лет и женщины в возрасте 16–54 года включительно);
- старше трудоспособного возраста (мужчины от 60 лет и старше и женщины в возрасте 55 лет и старше).

Решение задания осложняется тем, что в других странах СНГ могут быть иные границы трудоспособного возраста, а также тем, что в условии представлены данные обо всем населении каждой страны без деления по полу. Поэтому выполним задание со следующими оговорками:

- примем российские границы отнесения лиц того или иного возраста к трудоспособному для всех рассматриваемых стран;
- поскольку 4-й интервал (15–19 лет) включает 15-летних граждан, которые еще не являются трудоспособными, примем их численность равной 0,2 численности интервала и затем уберем ее из 4-го интервала, добавив в 3-й интервал;
- из численности лиц в возрасте 55–59 лет выделим 0,47 (как в России по данным 2007 г.) и найдем численность женщин в общей численности населения. Полученную численность женщин добавим к населению в возрасте старше трудоспособного, а оставшиеся 0,53 численности интервала (т.е. мужчин в возрасте 55–59 лет) отнесем к трудоспособному населению.

В результате три типа населения по возрасту трудоспособности определим следующим образом:

- моложе трудоспособного — от 0 до 15 лет (первые три интервала плюс 0,2 численности 4-го интервала);
- в трудоспособном возрасте — с 5-го по 11-й интервал плюс 0,8 численности 4-го интервала и 0,53 численности 12-го интервала (55–59 лет);
- старше трудоспособного — с 11-го по 15-й интервал плюс 0,47 численности 12-го интервала (женщин пенсионного возраста — от 55 до 59 лет). Результаты расчетов оформим в табл. 2.

Таблица 2

Распределение населения ряда стран по возрастным группам в 2007 г.

Группы населения по возрасту трудоспособности	Страна				
	Россия	Беларусь	Украина	Казахстан	Киргизия
Все население, тыс. человек	142 221	9715	46 466	15 219	5190
В том числе в возрасте:					
моложе трудоспособного	23 100	1594	7284	3996	1702
трудоспособном	90 608	6097	28 347	9398	3068
старше трудоспособного	28 513	2025	10 835	1825	420
Все население, %	100	100	100	100	100
В том числе в возрасте:					
моложе трудоспособного	16,2	16,2	15,7	26,2	32,8
трудоспособном	63,7	62,8	61,0	61,8	59,1
старше трудоспособного	20,0	20,8	23,3	12,0	8,1

По данным табл. 2 можно констатировать, что структуры населения России, Украины и Беларуси достаточно схожи между собой: 20–23% населения находятся в возрасте старше трудоспособного, 61–64% – в трудоспособном возрасте и около 16% – в возрасте моложе трудоспособного. Население Казахстана и Киргизии отличается по своей структуре от российского тем, что население этих стран характеризуется достаточно большим удельным весом молодого населения (от 0 до 15 лет), почти в два раза превышая аналогичный российский показатель, а также в два раза меньшей

долей пожилого населения. Последнее не является положительным моментом, поскольку косвенно свидетельствует о более низкой продолжительности жизни в Казахстане и особенно в Киргизии – по сравнению с продолжительностью жизни россиян, украинцев и белорусов.

Сравнивая абсолютные показатели табл. 2, можно отметить, что население России, составляющее 142,2 млн человек, значительно превышает численность других рассмотренных стран. Население Украины в 2007 г. составляло 32,6% населения России, население Казахстана – 10,7%, население Беларуси – 6,8% и, наконец, население Киргизии – 3,7%.

2. Для ответа на вопрос, какая из четырех представленных стран имеет возрастную структуру населения, близкую российской, достаточно определить один из показателей структурных различий. Та страна, при сравнении структуры населения России с которой будет наблюдаться самое низкое значение обобщающего показателя структурных различий, и будет той страной, с которой возрастная структура населения России максимально схожа.

Для расчета обобщающих показателей структурных различий (применяемых для анализа изменений в структуре разных совокупностей за один и тот же период времени), воспользуемся исходными данными табл. 3. Рассчитаем один из трех возможных обобщающих показателей структурных различий – *средний квадратический показатель изменения структуры*:

$$S_{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (d_j - d_{j_0})^2}{m}},$$

где  $m$  – число групп, выделенных в составе совокупностей;  $d_j$  – удельный вес  $j$ -й группы в общей численности одной совокупности в текущем периоде, %;  $d_{j_0}$  – удельный вес  $j$ -группы в общей численности второй совокупности в том же – текущем – периоде, %;

Поскольку число возрастных групп, выделенных в составе населения изучаемых стран достаточно велико (составляет 15), удобнее выполнить все расчеты при помощи пакета Microsoft Office Excel. Сначала сравним удельный вес каждой возрастной группы российского населения с соответствующей возрастной группы той страны, с которой проводится сравнение ( $d_{j1}^P - d_{j1}^C$ ); затем возведем данную разность в квадрат; суммируем 15 квадратов отклонений ( $\sum (d_{j1}^P - d_{j1}^C)^2$ ), разделим полученную сумму на 15 и извлечем квадратный корень полученного числа. Результаты вычислений представлены в табл. 3.

Таблица 3

Расчет обобщающих показателей структурных различий в составе населения изучаемых стран в 2007 г.

Группы населения по возрасту, лет	Россия в сравнении с			
	Беларусью ( $d_{j1}^P - d_{j1}^B$ ) <sup>2</sup>	Украиной ( $d_{j1}^P - d_{j1}^Y$ ) <sup>2</sup>	Казахстаном ( $d_{j1}^P - d_{j1}^{Ka}$ ) <sup>2</sup>	Киргизией ( $d_{j1}^P - d_{j1}^{Kp}$ ) <sup>2</sup>
0–4	0,201	0,339	8,973	25,943
5–9	0,037	0,053	7,123	24,233
10–14	0,183	0,121	14,714	34,145
15–19	0,006	0,248	6,632	12,187
20–24	0,087	0,330	0,166	1,317
25–29	0,059	0,177	0,063	0,262
30–34	0,072	0,019	0,025	0,002
35–39	0,061	0,012	0,091	0,003
40–44	0,088	0,027	0,002	1,179
45–49	0,000	0,333	2,732	7,393
50–54	0,237	0,307	5,069	12,357
55–59	0,095	0,001	5,075	11,896
60–64	0,135	0,848	0,666	3,094
65–69	0,197	0,943	3,066	11,105
70 и старше	1,040	1,854	19,657	27,507
$\sum (d_{j1}^P - d_{j1}^C)^2$	2,498	5,611	74,054	172,623
Средний квадратический показатель структурных различий ( $S_s$ ), п.п.	0,408	0,612	2,222	3,392

Обобщающие показатели структурных различий отражают, на сколько процентных пунктов в среднем отличается удельный вес отдельных структурных групп в общей численности одной совокупности в текущем периоде по сравнению от удельного веса отдельных структурных групп в общей численности другой совокупности в том же текущем периоде. По данным табл. 3 можно сделать вывод, что именно структура населения Беларуси по возрасту

трудоспособности ближе всего к соответствующей структуре российского населения, поскольку между ними наблюдается самый низкий средний квадратический показатель структурных различий – 0,408 п.п. Самые значительные различия в структуре населения по возрасту трудоспособности наблюдаются у России и Киргизии, средний квадратический показатель структурных различий между которыми равен 3,392 п.п.

Похожие выводы мы делали на основании абсолютных показателей, однако обобщающие показатели структурных различий позволили нам однозначно определиться в вопросе о том, возрастная структура какой страны максимально похожа и какая – максимально отлична от возрастной структуры населения России.

**Задача 2.** По данным о численности беженцев и вынужденных переселенцев за ряд лет, представленным в табл. 1, оценить изменение возрастного-полового состава данной категории лиц.

Таблица 1

Возрастно-половой состав беженцев и вынужденных переселенцев в Российской Федерации в 2002–2007 гг., человек

Возрастно-половые группы	2002 г.	2005 г.	2007 г.
Мужчины – всего	9209	4315	3281
В том числе в возрасте:			
моложе трудоспособного	2326	734	426
трудоспособном	5886	3170	2619
старше трудоспособного	997	411	236
Женщины – всего	11295	4599	3521
В том числе в возрасте:			
моложе трудоспособного	2181	685	437
трудоспособном	7099	3101	2742
старше трудоспособного	2015	813	342

1. Представить информацию о составе беженцев и вынужденных переселенцев в относительном выражении. Сделать выводы о различии состава данной категории населения по полу и возрасту.

2. Определить показатели структурных различий и структурных сдвигов. Прокомментировать полученные результаты.

#### Решение

1. Наилучший способ сравнения разновеликих совокупностей – это представление исходной абсолютной информации в относительном выражении. Для этого примем общую численность мужчин

и женщин (беженцев и вынужденных переселенцев) равной 100% для каждого отдельного периода. Структура беженцев по полу и возрасту представлена в табл. 2.

Таблица 2  
Структура возрастного-полового состава беженцев и вынужденных переселенцев в Российской Федерации в 2002–2007 гг., %

Возрастно-половые группы	2002 г.	2005 г.	2007 г.
Мужчины – всего	100	100	100
В том числе в возрасте:			
моложе трудоспособного	25,3	17,0	13,0
трудоспособном	63,9	73,5	79,8
старше трудоспособного	10,8	9,5	7,2
Женщины – всего	100	100	100
В том числе в возрасте:			
моложе трудоспособного	19,3	14,9	12,4
трудоспособном	62,9	67,4	77,9
старше трудоспособного	17,8	17,7	9,7

На основании табл. 2 можно сделать вывод о том, что основную долю беженцев и вынужденных переселенцев составляют мужчины и женщины трудоспособного возраста (порядка 63–79%). Известно, что лица моложе и старше трудоспособного возраста, неспособны содержать себя сами (полностью – как несовершеннолетние и дети, либо частично – как лица пожилого возраста), поэтому они считаются иждивенцами по отношению к трудоспособному населению. В изучаемой совокупности доля иждивенцев моложе трудоспособного возраста превышает долю иждивенцев в возрасте старше трудоспособного: почти в два раза для беженцев-мужчин и в 1,1–1,3 раза для женщин-беженцев. Объяснить такое расхождение можно тем, что, во-первых, несовершеннолетние подростки и дети всегда следуют за своими родителями, а во-вторых, средняя продолжительность жизни женщин превышает среднюю продолжительность жизни мужчин.

Анализ динамики структуры беженцев в 2007 г. по сравнению с 2002 и 2005 гг. свидетельствует также о том, что со временем доля трудоспособных мужчин и женщин в составе беженцев растет: с 63–64% в 2002 г. до 78–80% в 2007 г. Такой рост происходит на фоне снижения доли беженцев и вынужденных переселенцев в возрасте моложе и старше трудоспособного, наблюдаемого как для мужчин, так и для женщин.

2. Определим сначала показатели структурных различий, которые позволяют сравнивать состав двух совокупностей в один и тот же период (момент) времени. В данном задании сравнивается

состав беженцев и вынужденных переселенцев в разрезе по полу. Построим индексы различий: для 2002, 2005 и 2007 гг.:

$$I_{\text{различий, м./ж } 2002} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,253 - 0,193| + |0,639 - 0,629| + |0,108 - 0,178|) = 0,07;$$

$$I_{\text{различий, м./ж } 2005} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,170 - 0,149| + |0,735 - 0,674| + |0,095 - 0,177|) = 0,082;$$

$$I_{\text{различий, м./ж } 2007} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,130 - 0,124| + |0,798 - 0,779| + |0,177 - 0,097|) = 0,048.$$

Известно, что индекс различий принимает значения от 0 до 1, и чем он ближе к 0, тем меньшие структурные сдвиги имели место в составе изучаемой совокупности, а чем ближе к 1 – тем структурные сдвиги значительнее. Поэтому можно констатировать, что в изучаемые периоды сдвиги в составе беженцев-мужчин и беженцев-женщин по возрасту трудоспособности были незначительны, так как все индексы различий имеют значения менее 0,1.

Однако в 2005 г. наблюдались самые значительные различия в составе беженцев по возрастным группам, поскольку индекс различий имеет наибольшее значение из трех полученных – 0,082. В 2007 г. структура беженцев-мужчин менее всего отличается от структуры беженцев-женщин, так как индекс различий равен лишь 0,048.

Далее рассчитаем показатели структурных сдвигов, позволяющие оценивать изменения в составе (структуре) одной и той же совокупности, произошедшие с течением времени. Вычислим обобщающие показатели структурных сдвигов отдельно для совокупности беженцев-мужчин и совокупности беженцев-женщин, сравнив в каждом случае изменения за два периода – в 2005 г. по сравнению с 2002 г. и в 2007 г. по сравнению с 2005 г.:

$$I_{\text{различий, м } 2005, 2002} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,170 - 0,253| + |0,735 - 0,639| + |0,095 - 0,108|) = 0,096;$$

$$I_{\text{различий, м } 2007, 2005} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,130 - 0,170| + |0,798 - 0,735| + |0,072 - 0,095|) = 0,063;$$

$$I_{\text{различий, ж } 2005, 2002} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,149 - 0,193| + |0,674 - 0,629| + |0,177 - 0,178|) = 0,045;$$

$$I_{\text{различий, ж } 2007, 2005} = 1/2 \sum |d_{j1} - d_{j0}| = \\ = 1/2 \sum (|0,124 - 0,149| + |0,779 - 0,674| + |0,097 - 0,177|) = 0,105.$$

Сложившаяся структура беженцев и вынужденных переселенцев, в которой наибольший удельный вес (65–75%) составляют мужчины и женщины трудоспособного возраста, не меняется кардинально

во времени, поэтому индексы различий варьируют от 0,05 до 0,11. В структуре мужчин-беженцев периодом, в котором произошли более значительные изменения в возрастном составе, выступил период с 2002 по 2005 г., когда индекс различий составил 0,096. В структуре женщин-беженек таким периодом стал второй из рассматриваемых с 2005 по 2007 г., когда индекс различий достиг 0,105. Таким образом, в составе женщин-беженек в 2007 г. по сравнению с 2005 г. произошли в два и более раза более значительные сдвиги, чем за предыдущие три года (так как  $0,105 : 0,045 = 2,33$ ).

**Задача 3.** По странам, характеризующимся достаточной однородностью инфляции, изучается зависимость фактического конечного потребления домашних хозяйств от уровня индекса-дефлятора валового внутреннего продукта. Используя данные табл. 2 и применяя метод параллельных рядов и метод аналитической группировки, ответить на вопрос, есть ли связь между изучаемыми явлениями и насколько она значительна.

Таблица

**Данные об индексе-дефляторе и фактическом конечном потреблении домашних хозяйств в 2005 г.**

Страна	Индекс-дефлятор ВВП, % к предыдущему году	Фактическое конечное потребление домашних хозяйств по паритету покупательной способности (Россия = 100)
Россия	119,2	100
Латвия	110,2	123
Азербайджан	116,0	46
Литва	105,8	144
Украина	125,0	59
Румыния	112,3	92
Казахстан	118,0	69
Молдова	109,0	37
Беларусь	119,0	85
Эстония	106,8	142

Решение

Предполагая, что между уровнем инфляции и фактическим конечным потреблением домашних хозяйств имеет место связь, проверим это по представленным данным. В качестве результативного признака (Y) возьмем фактическое конечное потребление домашних хозяйств, в качестве факторного, т.е. признака, оказывающего влияние, возьмем показатель индекса-дефлятора ВВП (X).

В табл. 2 страны расположены по возрастанию факторного признака. Сравним, увеличивается или уменьшается при этом показатель фактического конечного потребления домашних хозяйств.

Таблица 2

**Распределение стран по уровню инфляции и фактическому конечному потреблению домашних хозяйств в 2005 г.**

Страна	Индекс-дефлятор ВВП, % к предыдущему году	Фактическое конечное потребление домашних хозяйств по паритету покупательной способности (Россия = 100)
Литва	105,8	144
Эстония	106,8	142
Молдова	109	37
Латвия	110,2	123
Румыния	112,3	92
Азербайджан	116	46
Казахстан	118	69
Беларусь	119	85
Россия	119,2	100
Украина	125	59

По данным табл. 2 можно сказать, что с увеличением уровня инфляции не наблюдается четкой тенденции к росту или снижению уровня фактического конечного потребления домашних хозяйств. Однако отметим, что самый высокий уровень фактического конечного потребления домашних хозяйств наблюдается в Литве, где уровень инфляции самый низкий, и наоборот, один из самых низких уровней фактического конечного потребления домашних хозяйств — на Украине (59 от российского уровня, принятого за базу сравнения и равного 100). Оценить, насколько сильно связаны эти два явления, можно при помощи аналитической группировки и других методов выявления связи, и обязательно по более значительному статистическому материалу (например, не по десяти, а по тридцати — пятидесяти странам). Более точным методом определения наличия связи и измерения ее силы выступает аналитическая группировка.

Для ее осуществления необходимо сгруппировать страны по факторному признаку. Определим величину интервала для факторного признака по формуле

$$i_x = (x_{\max} - x_{\min}) / n.$$

Примем число выделяемых групп равным 4 (поскольку 3 группы — это минимально возможное для выявления тенденции число групп). В данном случае число наблюдений позволяет взять большее число групп. Интервал равен

$$i_x = (125 - 105,8) / 4 = 4,8\%.$$

Объединим страны в группы по одинаковому уровню инфляции по следующим интервалам: 105,8–110,6; 110,6–115,4; 115,4–120,2; 120,2–125,0. Все интервалы закрыты.

После произведения группировки и подсчета единиц в группах по факторному признаку обобщим данные по результативному признаку. Для каждой группы исчисляются обобщающие показатели в виде средних или относительных величин. Для этого предварительно нужно рассчитать суммарные значения данного показателя для каждой группы. Определим средний для страны уровень фактического конечного потребления домашних хозяйств. Группировку и соответствующие расчеты оформим в табл. 3.

Таблица 3

**Зависимость фактического конечного потребления домашних хозяйств России от уровня индекса-дефлятора ВВП в 2005 г.**

Группы стран по индексу-дефлятору ВВП ( $X_j$ ), %	Число стран	Фактическое конечное потребление домашних хозяйств по паритету покупательной способности	
		всего по группе стран ( $\sum Y_i$ )	в среднем в одной стране ( $\bar{Y}_j$ )
105,8–110,6	3	323,0	107,7
110,6–115,4	2	215,0	107,5
115,4–120,2	4	300,0	75,0
120,2–125,0	1	59,0	59,0
Итого	10	897,0	89,7

Сопоставление первой и последней граф табл. 3 свидетельствует о наличии связи между уровнем инфляции и средним уровнем

фактического конечного потребления домохозяйств изучаемых стран. Поскольку с ростом признака-фактора признак-результат снижается, связь между признаками *обратная*.

Чтобы сделать вывод о форме связи (линейная или нелинейная), рассчитаем показатели силы связи. Показатель силы связи отвечает на вопрос, как изменится признак-результат при изменении признака-фактора на одну единицу. Этот показатель рассчитывается для каждой группы (для группировок с равными интервалами):

$$b_{xy_j} = \frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-1}}{i_x}.$$

Рассчитаем показатели силы связи для нашего примера (табл. 4).

Таблица 4

**Расчет показателей силы связи**

Группы стран по индексу-дефлятору ВВП ( $X_j$ ), %	Фактическое конечное потребление домашних хозяйств в среднем в одной стране ( $\bar{Y}_j$ )	Изменение фактического конечного потребления домашних хозяйств в среднем в одной стране ( $\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-1}$ )	Сила связи, фактическое конечное потребление домашних хозяйств на 1% инфляции ( $b_{xy_j}$ )
105,8–110,6	107,7	—	—
110,6–115,4	107,5	–0,2	–0,96
115,4–120,2	75,0	–32,5	–6,77
120,2–125,0	59,0	–16	–3,33

Поскольку при переходе от одной группы к другой сила влияния признака-фактора уменьшается (последняя графа табл. 4), можно предположить, что между исследуемыми явлениями наблюдается связь нелинейной формы. Отрицательные значения показателей силы связи подтверждают обратный характер связи между уровнем инфляции и фактическим конечным потреблением домашних хозяйств. Показатель силы связи имеет наибольшую амплитуду значения в группе стран, где уровень индекса-дефлятора ВВП варьирует между 115,4 и 120,2%. При увеличении уровня инфляции в этих странах на 1% можно ожидать среднего снижения уровня фактического потребления домохозяйств на 6,77.

3.4.2. Задачи для самостоятельного решения<sup>1</sup>

**Задача 1.** В приведенной ниже таблице представлены данные, характеризующие распределение студентов государственных и негосударственных вузов РФ по формам обучения.

**Распределение студентов высших учебных заведений по формам обучения, тыс. человек**

Форма обучения	Высшие учебные заведения			
	государственные и муниципальные		негосударственные	
	2000/01 учебный год	2007/08 учебный год	2000/01 учебный год	2007/08 учебный год
Очная	2442	3241	183	331
Очно-заочная	259	280	44	72
Заочная	1519	2532	243	835
Экстернат	51	155	1	14
Итого	4271	6208	471	1253

Дать характеристику изменений, произошедших в структуре высшего образования по формам обучения.

1. С помощью обобщающих структурных сдвигов оценить структурные изменения в распределении по формам обучения в государственных и негосударственных вузах.

2. Рассчитать обобщающие показатели структурных различий в 2000/01 и в 2007/08 учебных годах.

**Задача 2.** В приведенной ниже таблице представлены данные, характеризующие состав осужденных по возрастным группам.

**Возрастная структура осужденных, %**

Группы осужденных по возрасту, лет	1995 г.	2000 г.	2007 г.
14–17	11,2	12,6	9,1
18–24	24,0	31,3	30,0
25–29	15,6	16,3	18,8
30–49	43,3	34,9	35,4
50 и старше	5,9	4,9	6,7
Итого	100	100	100

<sup>1</sup> Источником числовых данных задач 1–20 является официальный сайт Росстата: www.gks.ru.

1. Проанализировать, в каком из двух периодов — в 1995–2000 или в 2000–2007 гг. — произошли более значительные структурные сдвиги в возрастном составе осужденных. Для анализа использовать обобщающие показатели структурных сдвигов.

2. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 3.** В приведенной ниже таблице представлены данные, характеризующие структуру населения России, занятого на предприятиях разных форм собственности.

**Распределение численности занятых в экономике по формам собственности, %**

Структура населения	1995 г.	2003 г.	2008 г.
Занято в экономике — всего	100	100	100
В том числе по формам собственности:			
государственная, муниципальная	42,2	36,3	31,4
частная	34,3	50,2	57,3
собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	0,7	0,7	0,5
смешанная российская	22,2	9,3	6,3
иностранная, совместная российская и иностранная	0,6	3,5	4,5

1. Проанализировать, в каком из двух периодов — в 1995–2003 или в 2003–2008 гг. — произошли более значительные структурные сдвиги в составе работников, занятых на предприятиях различных форм собственности. Для анализа использовать обобщающие показатели структурных сдвигов.

2. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 4.** В приведенной ниже таблице представлены данные, характеризующие возрастную структуру населения некоторых стран мира.

Распределение населения ряда стран по возрастным группам в *n*-м году, тыс. человек

Группы населения по возрасту, лет	Страна				
	Россия	Германия	Франция	Швеция	Великобритания
Все население	142 754	82 376	61 353	9081	60 623
В том числе в возрасте:					
0–4	7037	3538	3842	504	3507
5–9	6418	3935	3755	468	3482
10–14	7790	4073	3637	582	3749
15–19	11 825	4799	3919	609	4014
20–24	12 405	4851	3915	534	4063
25–29	11 049	4886	3885	546	3875
30–34	10 295	4897	4151	606	4029
35–39	9417	6544	4327	635	4588
40–44	10 949	7201	4395	646	4651
45–49	12 054	6441	4253	585	4149
50–54	10 645	5660	4137	580	3691
55–59	8590	4980	4131	622	3856
60–64	4407	4487	2885	589	3274
65–69	7609	5417	2509	4269	2693
70 и старше	12 264	10 668	7576	1147	7004

Расчитать обобщающие показатели структурных различий и определить, возрастная структура населения какой страны максимально приближена к возрастной структуре населения России.

**Задача 5.** В приведенной ниже таблице представлены данные по некоторым странам мира о распределении безработных по возрастным группам.

Распределение безработных по возрастным группам в 2006 и 1995 г., тыс. человек

Страна	15–24 года		25–49 лет		50 и более лет	
	1994	2006	1994	2006	1994	2006
Россия	1969	1556	4065	2768	652	676
Италия	1029	424	1434	1095	175	153
Норвегия	35	29	60	45	11	10
Финляндия	78	61	231	94	74	49

Окончание таблицы

Страна	15–24 года		25–49 лет		50 и более лет	
	1994	2006	1994	2006	1994	2006
Япония	540	610	970	1610	590	910
Испания	1136	443	2224	1150	356	244
США	2590	2353	3894	3415	920	1232
Бразилия	2145	3939	1824	3551	230	534

1. Рассчитать индексы различий по каждой стране в 2006 г. по сравнению с 1995 г. и определить, в какой из стран произошли более значительные изменения в структуре безработных по возрасту.

2. При помощи обобщающих показателей структурных различий, рассчитанных для каждой страны в 2006 г. по отношению к России, определите, с какой из рассмотренных стран возрастная структура российских безработных максимально близка, а с какой — максимально различна.

**Задача 6.** В приведенной ниже таблице представлены данные по ряду стран мира о структуре валового внутреннего продукта по доходам в 2007 г.

Структура валового внутреннего продукта некоторых стран мира по доходам в 2007 г., в текущих ценах, % к итогу

Страна	ВВП — всего	В том числе:		
		оплата труда наемных работников	валовая прибыль и смешанный доход	налоги на производство и импорт за минусом субсидий
Россия	100	45,6	35,5	18,9
Австрия	100	48,1	41,2	10,7
Беларусь	100	46,2	35,6	18,2
Германия	100	48,7	39,7	11,5
Греция	100	36,4	52,8	10,7
Дания	100	54,0	30,9	15,1
Италия	100	41,1	45,2	13,7
Украина	100	49,8	37,7	12,5

Расчитать индексы различий структуры ВВП России с каждой из рассмотренных стран и определить, с какой из них структура ВВП России по доходам максимально близка, а с какой — максимально различна.

**Задача 7.** В приведенной ниже таблице сгруппированы данные по некоторым странам мира о структуре валового внутреннего продукта по элементам конечного использования в 2006 г.

**Структура валового внутреннего продукта некоторых стран мира по элементам конечного использования в 2006 г., в текущих ценах, % к итогу**

Страна	ВВП – всего	В том числе:		
		расходы на конечное потребление	валовое накопление	чистый экспорт товаров и услуг
Россия (2007)	100	66,5	24,7	8,8
Франция	100	80,4	21,1	-1,4
Швеция	100	73,7	18,1	8,2
Великобритания	100	85,6	18,0	-3,7
Япония	100	74,7	24,1	1,3
Ирландия	100	61,8	27,3	10,8
Венгрия	100	76,5	22,9	0,6
Нидерланды	100	72,4	19,9	7,7

Рассчитать индексы различий структуры ВВП России и каждой из рассмотренных стран и определить, с какой из них структура ВВП России по расходам максимально схожа, а с какой – максимально различна. Прокомментируйте полученные результаты.

**Задача 8.** В приведенной ниже таблице представлены данные по некоторым странам мира о структуре доходов государственного бюджета в 2006 г.

**Структура доходов государственного (консолидированного) бюджета некоторых стран мира в 2006 г., % к итогу**

Страна	Налоги	Отчисления на социальное страхование	Официальные трансферты	Прочие доходы
Россия	65,7	13,9	–	20,4
Германия	52,5	39,4	0,5	7,6
Дания	85,3	3,4	0,1	11,1
Италия	64,2	28,5	0,6	6,6
Польша	55,2	31,2	1,7	12,0
Чешская Республика	51,9	38,5	2,9	6,7
Аргентина (2004)	77,9	10,2	0,0	11,9

Рассчитать индексы различий структуры доходов государственного бюджета России в 2006 г. с каждой из рассмотренных стран и определить, с какой из них структура государственного бюджета России по доходам максимально схожа, а с какой – максимально различна. Прокомментируйте полученные результаты.

**Задача 9.** Для установления связи между выпуском специалистов вузами и удельным весом занятого населения с высшим образованием проанализировать данные за 2007 г. по федеральным округам РФ, представленные в таблице.

**Данные по федеральным округам РФ**

Федеральный округ	Выпущено специалистов вузами, тыс. человек	Удельный вес работников с высшим образованием в общей численности занятого населения, %
Центральный	420,6	30,8
Северо-Западный	137,2	27,3
Южный	180,1	25,5
Приволжский	266,4	22,6
Уральский	106,6	23,7
Сибирский	168,5	24,2
Дальневосточный	56,1	25,5

Для решения задачи следует воспользоваться методом параллельных рядов и методом аналитической группировки, выделив три группы федеральных округов по численности специалистов с высшим образованием, выпущенных вузами в 2007 г.

**Задача 10.** Для установления связи между уровнем денежных доходов и потребительскими расходами населения проанализировать данные за 2007 г. по федеральным округам РФ, приведенные в таблице.

**Среднедушевой денежный доход и среднедушевой расход на покупку товаров и оплату услуг по федеральным округам РФ в 2007 г.**

Федеральный округ	Среднедушевой денежный доход, руб. в месяц	Среднедушевой расход на покупку товаров и оплату услуг, руб. в месяц
Центральный	17 089	11 583
Северо-Западный	13 282	8986
Южный	8713	6792
Приволжский	9928	7184

Окончание таблицы

Федеральный округ	Среднедушевой денежный доход, руб. в месяц	Среднедушевой расход на покупку товаров и оплату услуг, руб. в месяц
Уральский	15 025	10 182
Сибирский	10 286	7204
Дальневосточный	13 358	6886

Для решения задачи следует воспользоваться методом параллельных рядов и методом аналитической группировки, выделив три группы федеральных округов по уровню среднедушевых денежных доходов в 2007 г.

**Задача 11.** Для установления связи между уровнем электровооруженности труда и начисленной заработной платой проанализировать данные за  $n$ -год по различным видам экономической деятельности, отраженные в таблице.

**Электровооруженность труда и среднемесячная начисленная заработная плата по различным видам экономической деятельности**

Вид экономической деятельности	Электровооруженность труда, тыс. кВт · ч на 1 рабочего	Среднемесячная начисленная заработная плата работников, руб.
Добыча топливно-энергетических полезных ископаемых	120,3	30 125
Добыча полезных ископаемых, кроме топливно-энергетических	77,6	20 441
Производство пищевых продуктов, включая напитки и табак	13,6	13 409
Текстильное и швейное производство	11,5	8579
Производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	6,3	10 221
Обработка древесины и производство изделий из дерева	19,4	12 303

Окончание таблицы

Вид экономической деятельности	Электровооруженность труда, тыс. кВт · ч на 1 рабочего	Среднемесячная начисленная заработная плата работников, руб.
Целлюлозно-бумажное производство; издательская и полиграфическая деятельность	74,8	16 514
Производство кокса и нефтепродуктов	130,3	16 544
Производство прочих неметаллических минеральных продуктов	34,5	14 917
Металлургическое производство и производство готовых металлических изделий	128,8	17 696
Производство машин и оборудования	13,5	15 477
Производство электрооборудования, электронного и оптического оборудования	9,4	13 502
Производство транспортных средств и оборудования	14,4	14 499
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	74,5	15 857

Воспользуйтесь методом параллельных рядов и методом аналитической группировки для ответа на вопрос, есть ли между изучаемыми явлениями связь и насколько она значительна.

**Задача 12.** В приведенной ниже таблице (стр. 102) представлена информация о численности экономически активного населения России по возрастным группам.

Отдельно для каждого года выполнить следующие задания.

1. Сформировать типы экономически активного населения в трудоспособном возрасте (трудоспособным считается возраст 16–54 года для женщин и 16–59 лет для мужчин; численность населения в возрасте 15 лет из первого возрастного интервала (до 20 лет) рекомендуется принять равной 10% общей численности населения до 20 лет).

Численность экономически активного населения РФ в 2005–2007 гг.  
в разрезе пола и возраста, тыс. человек

Экономически активное население	Всего	В том числе в возрасте, лет																			
		до 20	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60 и старше										
Мужчины																					
2005 г.	37 511	1141	4133	5071	4715	4303	5154	5009	4112	2490	1384										
2006 г.	37 627	996	4143	5073	4827	4299	4864	5121	4207	2839	1258										
2007 г.	37 975	931	4181	5266	4853	4367	4634	5227	4228	2965	1322										
Женщины																					
2005 г.	36 300	737	3457	4469	4369	4203	5382	5516	4636	2303	1228										
2006 г.	36 259	715	3464	4573	4504	4294	5094	5660	4777	2392	1058										
2007 г.	37 085	662	3577	4640	4468	4351	4849	5734	4876	2671	1259										

2. Оценить, какую долю экономически активного населения составляют люди старше трудоспособного возраста.

3. Оценить, насколько изменилась численность экономически активного населения всего и в трудоспособном возрасте в 2007 г. по сравнению с 2005 г.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 13.** В приведенной на стр. 104 таблице представлена информация о численности населения России, занятого в экономике в течение восьми лет, в разрезе возрастных групп.

Для каждого года выполнить следующие задания.

1. Сформировать типы занятого населения в трудоспособном возрасте.

2. Оценить, какую долю занятого населения составляют люди старше трудоспособного возраста.

3. Оценить, насколько изменилась численность занятого населения всего и в трудоспособном возрасте в 2007 г. по сравнению с 2004 г. и в 2004 г. по сравнению с 2000 г.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 14.** В приведенной на стр. 105 таблице представлена информация о численности безработного населения России в течение трех лет по возрастным группам.

Для каждого года выполнить следующие задания.

1. Определить численность безработных женщин на основе исходных данных.

2. Сформировать типы безработного населения в трудоспособном возрасте.

3. Оценить, какую долю безработного населения составляют люди старше трудоспособного возраста.

4. Оценить, насколько изменилась численность безработного населения всего и в трудоспособном возрасте в 2007 г. по сравнению с 2005 г.

5. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 15.** В приведенной на стр. 105 таблице представлена численность безработного населения России в разрезе групп по уровню образования в течение пяти лет.

1. Определить структуру безработного населения по уровню образования – для каждого года.

2. Оценить структурные сдвиги, произошедшие в составе безработного населения по уровню образования в 2007 г. по сравнению с 2005 г. и в 2005 г. по сравнению с 2003 г., при помощи известных показателей обобщающих структурных сдвигов.

3. Прокомментировать полученные результаты.

**Численность населения, занятого в экономике РФ,  
в 2000–2007 гг. в разрезе пола и возраста, тыс. человек**

Экономически активное население	Всего	В том числе в возрасте, лет										
		до 20	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60 и старше	
<b>Мужчины</b>												
2000 г.	33 754	939	3436	4249	4006	5016	5047	4486	3162	1679	1734	
2004 г.	34 177	779	3492	4606	4368	4040	4987	4706	3782	2040	1376	
2007 г.	35 704	717	3705	5001	4576	4148	4377	4975	4037	2879	1288	
<b>Женщины</b>												
2000 г.	31 519	658	2805	3663	3655	4824	5299	4796	3327	1170	1323	
2004 г.	32 958	493	2874	4071	3938	4016	5256	5192	4237	1680	1200	
2007 г.	35 110	494	3183	4408	4221	4188	4620	5488	4679	2608	1221	

**Численность безработного населения РФ в 2005–2007 гг. по возрастным группам, тыс. человек**

Категория населения	Всего	В том числе в возрасте, лет										
		до 20	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60 и старше	
<b>Безработные – всего:</b>												
2005 г.	5208	548	933	679	587	495	581	604	468	188	126	
2006 г.	4999	476	1079	694	467	499	498	610	421	192	63	
2007 г.	4246	382	870	496	523	382	487	499	390	149	68	
<b>Мужчины</b>												
2005 г.	2801	289	547	355	321	253	331	304	227	115	59	
2006 г.	2631	230	575	379	240	281	244	329	209	107	37	
2007 г.	2271	213	476	265	277	219	257	253	191	86	34	

**Распределение безработного населения РФ в 2003–2007 гг. по уровню образования, тыс. человек**

Группы населения Годы	Всего	В том числе по уровню образования:						
		высшее профессиональное	неполное высшее профессиональное	среднее профессиональное	начальное профессиональное	среднее (полное) общее	основное общее	начальное общее, не имеют начального общего
2003	5683	638	152	1177	919	1916	803	79
2005	5208	524	154	978	951	1687	856	59
2007	4246	487	106	800	790	1483	534	46

**Задача 16.** В приведенной ниже таблице представлена информация о распределении безработного населения России по продолжительности безработицы в течение шести лет.

**Распределение численности безработного населения РФ по продолжительности поиска работы в 2002–2007 гг., %**

Категория населения	Всего	В том числе ищут работу, месяцев				
		до 1	1–3	3–6	6–12	более 12
Безработные — всего						
2002 г.	100	9,7	17,1	15,2	19,1	38,8
2004 г.	100	9,0	19,6	16,0	17,1	38,4
2007 г.	100	10,6	19,6	14,4	16,4	38,9
Безработные студенты и учащиеся						
2002 г.	100	9,3	34,5	23,7	16,0	17,0
2004 г.	100	8,4	40,9	27,2	15,6	8,1
2007 г.	100	17,2	35,8	23,2	14,5	9,3

1. Оценить произошедшие структурные сдвиги в составе безработных всего и безработных студентов и учащихся в 2007 г. по сравнению с 2002 г., сравните результаты.

2. Оценить структурные различия в распределении по длительности поиска работы безработных всего и безработных учащихся и студентов соответственно в 2002, 2004 и 2007 гг. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 17.** В приведенной ниже таблице представлена информация о структуре платных услуг, оказанных населению РФ в течение шести лет.

**Удельный вес платных услуг, оказанных населению в 2002–2007 гг., %**

Услуги	2002 г.	2005 г.	2007 г.
Все оказанные услуги	100	100	100
В том числе:			
бытовые	11,7	10,1	9,6
транспортные	24,2	21,5	20,8
связи	14,8	18,5	20,2
жилищные	4,3	5,3	5,3

Окончание таблицы

Услуги	2002 г.	2005 г.	2007 г.
коммунальные	10,1	18,3	17,6
гостиниц и аналогичных средств размещения	3,0	2,6	2,7
культуры	2,0	2,3	1,7
туристские	1,4	1,5	1,6
физической культуры и спорта	0,4	0,7	0,6
медицинские	4,9	4,8	5,0
санаторно-оздоровительные	2,1	1,6	1,4
ветеринарные	0,3	0,2	0,2
правового характера	3,9	2,3	2,5
системы образования	6,7	6,7	7,0
другие	4,2	3,6	3,8

1. Проанализировать, какие платные услуги населению имеют наибольший удельный вес в составе всех услуг, оказанных населению, а какие — наименьший. Как меняется их удельный вес в динамике?

2. При помощи обобщающих показателей структурных сдвигов оценить, как изменилась структура платных услуг населению в 2005 г. по сравнению с 2002 г. и в 2007 г. по сравнению с 2005 г.

3. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 18.** Для установления связи между уровнем валового регионального продукта на душу населения и уровнем среднедушевых денежных доходов населения проанализировать данные по федеральным округам РФ, представленные в таблице.

**Среднедушевые денежные доходы и валовой региональный продукт на душу населения по федеральным округам РФ в 2006 г.**

Федеральный округ	Среднедушевой денежный доход, руб. в месяц	Валовой региональный продукт на душу населения, тыс. руб.
Центральный	13 883	210 518,1
Северо-Западный	10 970	159 570,7
Южный	6814	70 709,9
Приволжский	7996	115 648,6
Уральский	12 038	308 295,9
Сибирский	8346	121 764,6
Дальневосточный	11 097	150 271,0

1. Проранжировать федеральные округа по показателю ВРП на душу населения, применяя метод параллельных рядов, и оценить, как при этом меняется уровень среднедушевых доходов населения.

2. Применить метод аналитической группировки, выделив три группы федеральных округов по уровню валового внутреннего продукта на душу населения в 2006 г.

3. Рассчитать показатели силы связи между изучаемыми показателями.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 19.** Для установления связи между мощностью поликлинических учреждений и заболеваемостью населения проанализировать данные по федеральным округам РФ за 2007 г., представленные в таблице.

**Заболеваемость на 1000 человек и мощность  
врачебных амбулаторно-поликлинических учреждений  
на 10 000 человек по федеральным округам РФ**

Федеральный округ	Заболеваемость на 1000 человек (зарегистрировано больных с диагнозом, установленным впервые в жизни)	Мощность врачебных амбулаторно-поликлинических учреждений на 10 000 человек населения (посещений в смену)
Центральный	722,8	278,0
Северо-Западный	805,1	298,1
Южный	655,4	210,3
Приволжский	852,6	242,4
Уральский	813,1	274,1
Сибирский	809,1	266,1
Дальневосточный	784,5	260,9

1. Воспользовавшись методом параллельных рядов, проранжировать федеральные округа по показателю «мощность поликлинических учреждений» и оценить, как при этом меняется уровень заболеваемости населения.

2. Применить метод аналитической группировки, выделив три группы федеральных округов по показателю «мощность поликлинических учреждений» в 2007 г.

3. Рассчитать показатели силы связи между изучаемыми показателями.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 20.** Для установления связи между вводом в действие жилых домов и улучшением жилищных условий населения проанализировать данные по федеральным округам РФ за 2007 г., приведенные в таблице.

**Ввод в действие жилых домов и число семей,  
улучшивших жилищные условия населения,  
по федеральным округам РФ в 2007 г.**

Федеральный округ	Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади	Число семей, получивших жилые помещения и улучшивших жилищные условия за год, тыс.
Центральный	19 890	30,2
Северо-Западный	5658	18,2
Южный	9373	11,8
Приволжский	12 289	33,5
Уральский	5558	15,2
Сибирский	6915	21,0
Дальневосточный	1305	10,3

1. Воспользовавшись методом параллельных рядов, проранжировать федеральные округа по показателю «ввод в действие жилых домов» и оценить, как при этом меняется число семей, улучшивших свои жилищные условия.

2. Применить метод аналитической группировки, выделив три группы федеральных округов по показателю «ввод в действие жилых домов» в 2007 г.

3. Рассчитать показатели силы связи между изучаемыми показателями.

4. Прокомментировать полученные результаты.

### 3.4.3. Контрольные вопросы и задания

1. В чем состоит сущность метода группировки?
2. Какой комплекс операций выполняется при проведении статистической группировки?
3. В чем состоит отличие простых и сложных (комбинационных) группировок?
4. Какие виды задач решаются при помощи метода статистических группировок? Какие виды группировок им соответствуют?

5. Из каких этапов складывается порядок формирования групп при типологической (аналитической) группировке?
6. Чем различается порядок выделения групп по атрибутивным и количественным признакам?
7. В каких случаях для определения числа групп используется формула Стерджесса?
8. Ответы на какие вопросы можно получить посредством структурной группировки?
9. Какие показатели обобщающих структурных сдвигов вы знаете?
10. В каких границах принимает значения индекс различий?
11. В чем состоит суть метода параллельных рядов? Каковы его недостатки?
12. Дайте определение однофакторной и многофакторной аналитической группировки. Представьте макеты таблиц группировок.
13. Какие показатели можно рассчитать на основе аналитической группировки?
14. Какие правила рекомендуется применять при изучении связей посредством аналитической группировки?
15. Что такое классификации и классификаторы в статистике?
16. Приведите примеры классификаторов, применяемых в российской экономике.
17. Поясните назначение классификаторов на примере ОКВЭД.

## Глава 4

### СПОСОБЫ НАГЛЯДНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Наглядное представление данных облегчает проведение статистического анализа. К способам наглядного представления данных относятся статистические таблицы и графики.

#### 4.1. Статистические таблицы

*Статистическая таблица* — это система граф и строк, содержащая цифровые данные, иллюстрирующие изучаемую совокупность. Основные элементы статистической таблицы представлены на рис. 4.1.

Заголовок таблицы

А	Наименование граф		
	1	2	3
Наименование строк			

Рис. 4.1. Основные элементы статистической таблицы

Статистическая таблица должна иметь заголовок, в котором обязательно указывают объект, территорию и время, к которому относятся данные, или цель построения таблицы. Если все показатели в таблице имеют одну единицу измерения, то она указывается в заголовке таблицы. Разные

единицы измерения приводят в наименовании граф или строк.

Обычно таблица включает итоговую строку, содержащую данные по совокупности в целом. Итоговую строку делают первой или последней.

Под таблицей обязательно указывают источник данных, особенно в случае их заимствования.

Таблицу называют статистическим предложением, в котором *подлежащее* — это объект изучения, а *сказуемое* — его цифровая характеристика. Подлежащее чаще всего располагают в левой части таблицы, сказуемое — в ее верхней части в виде названий граф.

Анализ статистических таблиц позволяет выявить соотношения между признаками, сравнить объекты или группы, определить характер и направление связей, сформулировать выводы об изучаемом объекте или явлении.

В табл. 4.1 приведены данные о водных ресурсах России.

Таблица 4.1  
Водные ресурсы России, км<sup>3</sup>/год

Водные ресурсы	Объем в <i>n</i> -м году	Среднеголетний объем
1	2	3
Всего по рекам России	4883,6	4258,6
Волга	282,0	238,0
Дон	17,1	25,5
Амур	278,0	378,0
Лена	690,0	537,0
Енисей	777,0	635,0
Обь	492,0	405,0
Северная Двина	106,0	101,0
Печора	211,0	129,0

По данным табл. 4.1 можно получить представление о самых больших реках нашей страны. Кроме информации

о годовом объеме рек (гр. 2), в таблице имеются сведения о среднегодовом их объеме (гр. 3). Сравнивая значения этих граф, можно получить представление о том, как изменяются со временем водные ресурсы. Так, в *n*-м году объем вод Печоры увеличился в 1,64 раза, а Амура — снизился в 1,36 раза по сравнению со среднегодовым объемом.

Вид таблицы определяется по характеру подлежащего.

В *простой* таблице подлежащее представляет перечень отдельных единиц изучаемого объекта. Примером простой таблицы является табл. 4.1, где подлежащим является перечень наиболее крупных рек России, а сказуемым — объем водных ресурсов отдельной реки.

В *групповой* таблице статистическая совокупность, т.е. подлежащее, разбивается на отдельные группы по какому-то одному признаку. Например в табл. 4.2 подлежащим служат виды социальных выплат, а сказуемым — объем социальных выплат.

В *комбинационной* таблице подлежащее, т.е. объект исследования, разбивается на группы по нескольким признакам. Например, табл. 4.2 станет комбинационной, если получателей социальных выплат разделить по полу. При этом построение таблицы может быть простым, если характеризующие подлежащее группы (пол) располагаются параллельно друг другу. Схематично это представлено в табл. 4.3.

Таблица 4.2

Общий объем социальных выплат, млрд руб. (по данным баланса денежных доходов и расходов населения)

Социальные выплаты	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Всего	1040,5	1253,4	1407,4	1755,6	2080,4	2477,7
Из них:						
пенсии	722,6	879,9	1059,4	1254,6	1438,3	1669,7
пособия	128,4	140,9	141,0	314,9	467,5	639,5
стипендии	6,3	7,3	9,4	10,0	11,3	26,4

Таблица 4.3  
Общий объем социальных выплат, млрд руб.

Социальные выплаты	Пол	Годы					
		2004	2005	2006	2007	2008	2009
Всего	мужчины						
	женщины						
Из них:							
пенсии	мужчины						
	женщины						
пособия	мужчины						
	женщины						
стипендии	мужчины						
	женщины						

При сложном построении подлежащее располагают в левой и верхней частях таблицы (табл. 4.4).

Графы и строки в таблице иногда полезно нумеровать. Графы сказуемого нумеруются цифрами, а строки подлежащего — заглавными буквами в порядке алфавита. В графе может быть указан порядок расчета показателя: гр. 4 = гр. 3 : гр. 1.

Цифровые данные в таблицах следует располагать в середине графы друг под другом, четко соблюдая их разрядность: единицы под единицами, запятая под запятой.

Таблица 4.4  
Общий объем социальных выплат, млрд руб.

Социальные выплаты	2007 г.		2008 г.		2009 г.	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
Всего						
Из них:						
пенсии						
пособия						
стипендии						

Все клетки в таблице должны быть заполнены. В случае отсутствия данных применяют следующие обозначения:

- если какая-то позиция вообще не подлежит заполнению, то ставят крестик «X»;
- данные отсутствуют по какой-то причине, то ставят многоточие «...»;
- явление отсутствует вообще, то ставят прочерк «—».

При необходимости дополнительной информации к таблице делают примечания.

#### 4.2. Графическое представление статистических данных

Наглядное представление об изменении и соотношении статистических показателей можно получить с помощью графического изображения данных. *Графическое представление* статистических данных — это условное изображение числовых величин с помощью линий, геометрических фигур, рисунков или географических карт. В зависимости от способа построения различают *диаграммы, картограммы и картодиограммы*.

Чаще всего используют *диаграммы*, которые бывают *линейными, плоскостными, точечными, объемными*.

*Линейные* диаграммы применяют при изучении вариационных рядов, изменений явлений во времени (в динамике), взаимосвязи между переменными. Они строятся на координатных осях, где данные изображаются координатными точками, которые затем последовательно соединяют отрезками, образуя ломаную линию.

При изображении динамических рядов по оси абсцисс показывается время (годы, кварталы, месяцы); по оси ординат — значение показателя (рис. 4.2). Ось ординат должна иметь начало в точке «ноль».

Для построения линейной диаграммы можно воспользоваться пакетом Microsoft Office Excel 2007. Для этого надо произвести следующие действия.

1. На лист рабочей книги внести данные в виде таблицы в две строки или столбика (табл. 4.5) и выделить их с помощью мыши.

2. Выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **График**.

3. В раскрывшемся окне **График** выбрать вид графика и щелкнуть по нему мышью.

Таблица 4  
Средние цены на вторичном рынке жилья  
(на конец периода; руб. за м<sup>2</sup> общей площади)

Годы	2000	2001	2002	2003
Санкт-Петербург	10 045,9	11 435,8	13 387,8	19 267,2
Годы	2004	2005	2006	2007
Санкт-Петербург	27 728,3	32 223,8	48 678,6	58 994,7

4. На экране появится график – см. рис. 4.2.

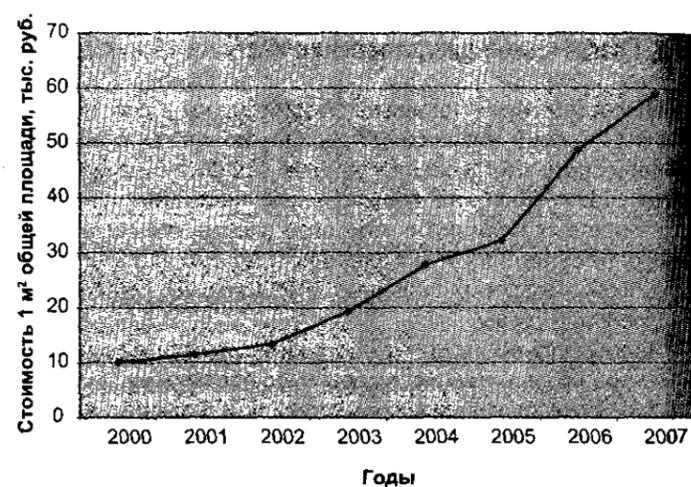


Рис. 4.2. Средние цены на вторичном рынке жилья в Санкт-Петербурге

При анализе связей используют *точечные* диаграммы — поле корреляции.

Для сравнения величин и отображения их структуры используют столбиковые и ленточные диаграммы, которые могут быть как плоскими, так и объемными. *Столбиковая* диаграмма представляет собой вытянутые по вертикали прямоугольники, высота которых соответствует значению показателя. Ленточная диаграмма строится в виде горизонтально вытянутых прямоугольников. В этом случае масштабной шкалой будет горизонтальная ось.

Для отображения уровней характеристик пригодны столбиковые и линейные диаграммы. Как правило, столбиковые

используются для интервальных характеристик, относящихся к отрезкам, периодам времени, а линейные — для моментных, значения которых фиксируются на определенную дату.

Например, численность занятых в экономике страны в среднем за год изобразится столбиковым графиком (рис. 4.3). В нем значения уровней занятых соотносятся с отрезками оси OX, изображающими период времени в один год.

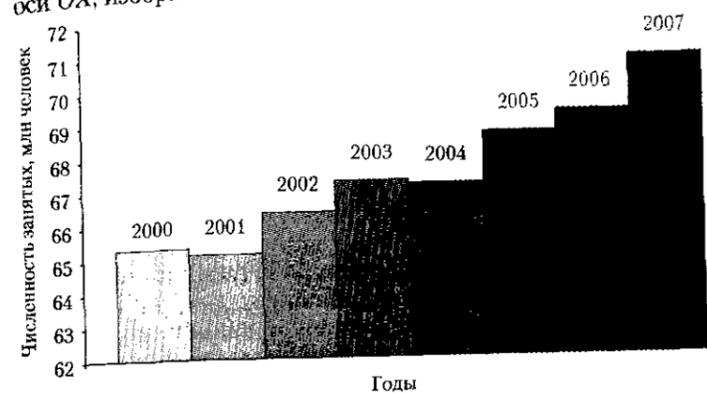


Рис. 4.3. Динамика численности занятых в экономике РФ в 2000–2007 гг.

Численность студентов на начало года изображается линейным графиком (рис. 4.4). При его построении значения

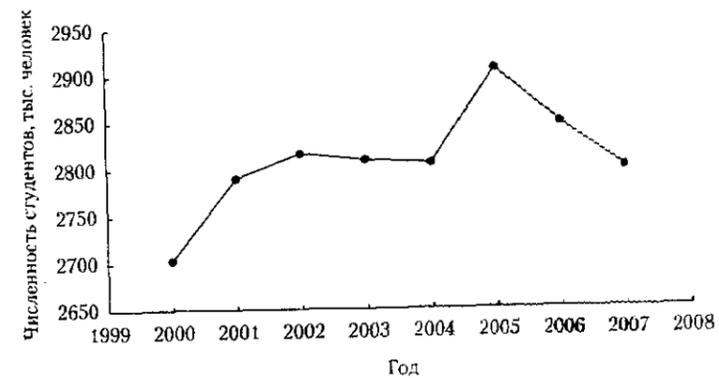


Рис. 4.4. Численность студентов средних специальных учебных заведений РФ (на начало года)

численности соотносятся с точной датой регистрации уровней, т.е. с началом учебного года.

Структуру совокупности хорошо отражают секторная диаграмма, которая имеет вид круга. Площадь круга соответствует всей совокупности, а площадь отдельных секторов — частям совокупности.

Рассмотрим построение круговой (или секторной) диаграммы с помощью Microsoft Office Excel 2007 на примере данных табл. 4.6. Для этого надо произвести следующие действия.

1. На лист рабочей книги надо внести данные таблицы в два столбика и выделить эти столбика с помощью мыши, пропустив строку «Всего».

2. Выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **Круговая**.

3. В диалоговом окне **Круговая** выбрать: **Круговая** или **Объемная круговая**.

4. В случае выбора **Круговая** на экране появится диаграмма (рис. 4.5).

Таблица 4.6  
Перевозки пассажиров Санкт-Петербурга городским пассажирским транспортом (млн человек)<sup>1</sup>

Вид пассажирского транспорта	2007 г.
Всего	2069
В том числе:	
маршрутный автобус	491
трамвай	474
троллейбус	272
метрополитен	832

<sup>1</sup> Источник: Санкт-Петербург в цифрах. 2008. СПб.: Петростат, 2008.

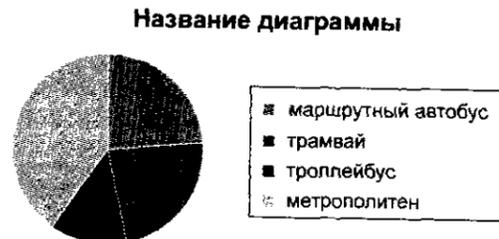


Рис. 4.5. Перевозки пассажиров Санкт-Петербурга городским пассажирским транспортом в 2007 г., млн человек

5. На вкладке **Конструктор** выбрать **Макеты диаграмм**. Из представленных макетов выбрать наиболее подходящий, например как на рис. 4.6.

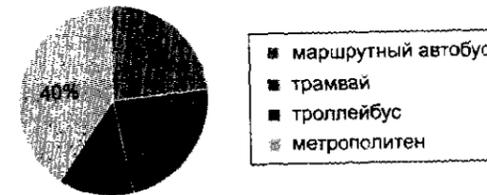


Рис. 4.6. Перевозки пассажиров Санкт-Петербурга городским пассажирским транспортом в 2007 г.

Выделив мышкой **Название диаграммы**, можно вписать необходимое: Перевозки пассажиров Санкт-Петербурга городским пассажирским транспортом.

Построение линейчатой диаграммы с помощью Microsoft Office Excel 2007 аналогично построению круговой диаграммы.

1. Выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **Линейчатая**.

2. В диалоговом окне **Линейчатая** выберем, например, **Линейчатая объемная**; на экране появится диаграмма (рис. 4.7).

3. На вкладке **Конструктор** в меню **Макеты диаграмм** можно выбрать необходимый макет.

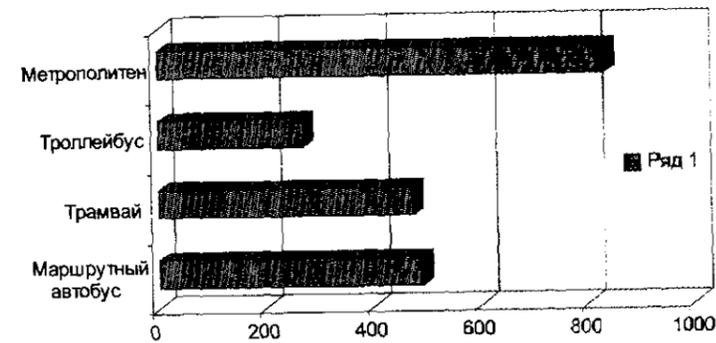


Рис. 4.7. Перевозки пассажиров Санкт-Петербурга городским пассажирским транспортом в 2007 г. (млн чел.)

При необходимости выявить различия структуры применяются столбиковые диаграммы с зоной перехода от одной структуры к другой. Например, для сравнения особенностей распределения студентов государственных и негосударственных средних учебных заведений по формам обучения построим столбиковую диаграмму и сравним характеристики двух структур (рис. 4.8).

График выявляет различия в использовании прежде всего очной формы обучения, а также заочной и экстерната. Изменения изучаемого показателя в зависимости от времени года, т.е. под влиянием сезонности, иллюстрирует лепестковая диаграмма (рис. 4.9).

В данном случае график показывает изменения от квартала к кварталу года величины фактического прожиточного минимума по сравнению с его теоретическим значением. Если в первом и во втором кварталах фактическое значение прожиточного минимума больше теоретического, то в третьем и, особенно, в четвертом — меньше.

*Фигурные* диаграммы представляют собой графическое изображение фигур, отражающее содержание статистических данных. Различия фигур по величине соответствуют различиям в значениях. Например, для изображения динамики жилищного строительства используют изображение

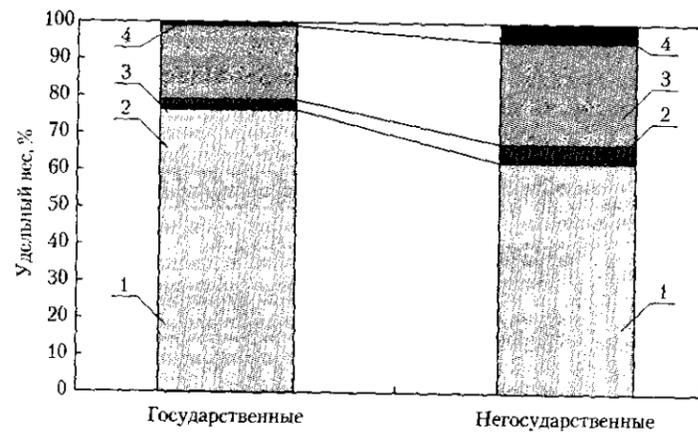


Рис. 4.8 Распределение студентов средних специальных учебных заведений России по формам обучения в 2007 г.: 1 — очное; 2 — вечернее; 3 — заочное; 4 — экстернат

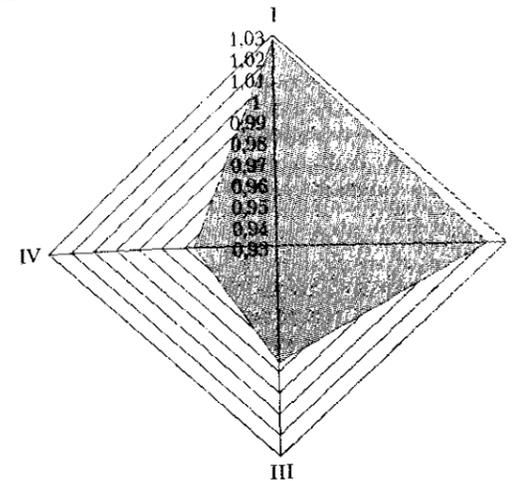


Рис. 4.9. Изменение величины прожиточного минимума населения РФ по кварталам года (2002–2007 гг.)

дома (маленького, затем побольше и т.д.), а для численности населения — фигуру человека и т.д.

*Картограммы* применяют, когда необходимо показать территориальное распределение статистического признака между отдельными районами. Они бывают фоновыми и точечными. Например, используя фоновую картограмму, можно проиллюстрировать объем жилищного строительства по областям страны.

*Картодиаграмма* представляет собой сочетание диаграммы с географической картой.

Различные виды графиков можно построить с помощью пакетов прикладных программ для ПК Statistica, SPSS, Statgraphics, Excel и др.

### 4.3. В помощь студенту и преподавателю

#### 4.3.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** Численность населения России по переписи 1989 г. составляла 147,0 млн человек, в том числе городского — 108,0 млн, сельского — 39 млн, что соответственно равно 73 и 27% общей

численности. По данным переписи населения 2002 г., общая численность населения снизилась до 145,2 млн человек, из которых на городское население приходилось 106,4 млн и на сельское — 38,8 млн, или в процентах к общей численности соответственно 73 и 27%. На 1 января 2009 г. зарегистрировано всего 141,9 млн населения, в том числе городского — 103,7 млн и сельского — 38,2 млн, соответственно равно 73 и 27% общей численности.

Представить эти данные в виде таблицы.

**Решение**

При построении таблицы целесообразно слева разместить года в вертикальных графах — показатели (сначала абсолютные, затем относительные). При таком расположении легко проследить закономерности динамики и изменения структуры населения, просматривая цифры в отдельных столбцах.

**Численность населения<sup>1</sup>**

Год	Численность населения, млн человек	В том числе		% ко всему населению	
		городское	сельское	городское	сельское
1989 (на 12 января)	147,0	108,0	39,0	73	27
2002 (на 09 октября)	108,0	106,4	38,8	73	27
2009 (на 01 января)	145,2	103,7	38,2	73	27

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009 : крат. стат. сб. М. : Росстат, 2009.

**Задача 2.** Имеются данные, представленные в таблице, приведенной ниже.

**Структура инвестиций в основной капитал по видам основных фондов в 2008 г., % к итогу<sup>1</sup>**

Инвестиции в основной капитал — всего	100,0
В том числе по видам основных фондов:	
жилища	16,3
здания (кроме жилых) и сооружения	45,1
машины, оборудование, транспортные средства	29,9
прочие	8,7

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009.

- 1) Построить круговую диаграмму.
- 2) Построить линейчатую диаграмму.

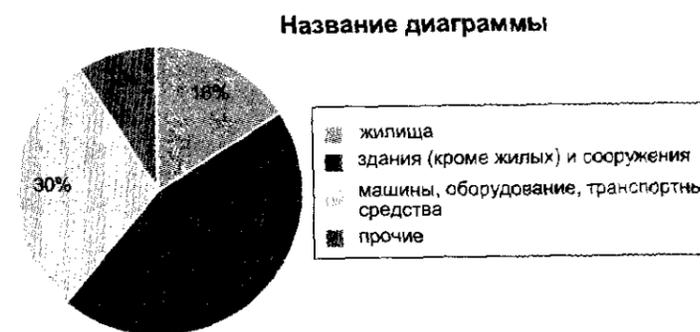
**Решение**

1. Построим круговую диаграмму с помощью Microsoft Office Excel 2007. Для этого надо произвести следующие действия:
  - 1) на лист рабочей книги внести данные таблицы в два столбика и выделить эти столбики с помощью мыши;
  - 2) выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **Круговая**;
  - 3) в диалоговом окне **Круговая** выбрать: **Круговая** или **Объемная круговая**;
  - 4) в случае выбора **Круговая** на экране появиться рисунок круга, в котором секторы разного цвета будут отображать долю инвестиций в основной капитал по видам основных фондов (рис. 1).



**Рис. 1. Вид круговой диаграммы**

- 5) на вкладке **Конструктор** в меню **Макеты диаграмм** из представленных макетов выбрать наиболее подходящий. Например, как на рис. 2.



**Рис. 2. Макет диаграммы**

Выделив мышкой **Название диаграммы**, можно вписать в обходимо: *Структура инвестиций в основной капитал по видам основных фондов в 2008 г.*

2. Построение линейчатой диаграммы с помощью Microsoft Office Excel 2007 аналогично построению круговой диаграммы:

- 1) выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **Линейчатая**;
- 2) в диалоговом окне **Линейчатая** выберем, например, **Линейчатая объемная**.

Тогда на экране появится рисунок (рис. 3);

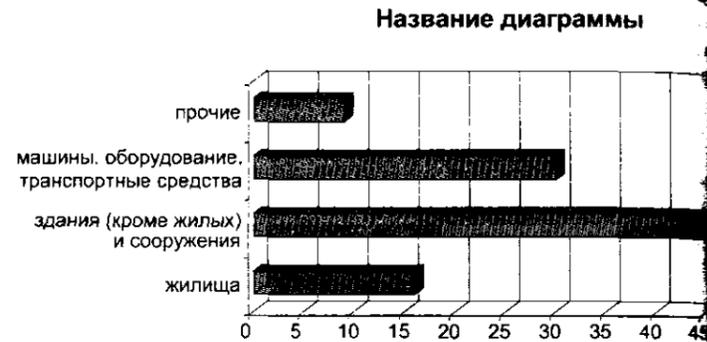


Рис. 3. Вид линейчатой объемной диаграммы

3) на вкладке **Конструктор** в меню **Макеты** диаграмм можно выбрать необходимый макет.

**Задача 3.** По данным о строительстве жилья в Российской Федерации, приведенным ниже, построить график, где на оси Y будут отражаться количество построенных квартир за год, в тысячах, а по оси X будут показываться годы.

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Построено квартир, тыс.	373	382	396	427	477	515	609	721

**Решение**

Построим график с помощью Microsoft Office Excel 2007. Для этого произведем следующие действия.

1. На лист рабочей книги внесем данные таблицы в две строки и выделим эти строки с помощью мыши.
2. Выберем **Вставка** → **Диаграммы** → **График**.
3. В диалоговом окне **График** выберем **График** или **Объемный график**.
4. В случае выбора **График** на экране появится рисунок (рис. 1).

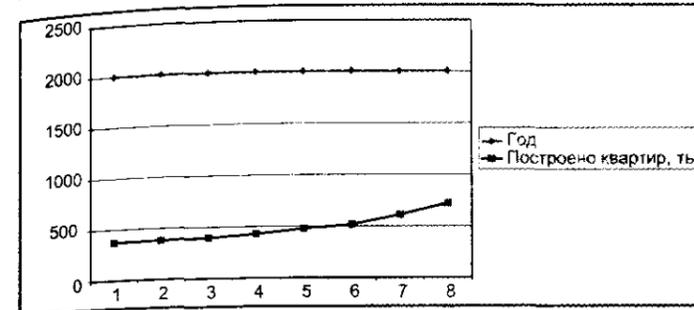


Рис. 1. Вид графика на экране

5. На вкладке **Конструктор** выберем **Данные** → **Выбрать данные**.

Появится диалоговое окно:

– Поставим курсор в окно **Диапазон данных для диаграммы**. После этого мышкой пометим строку «Построено квартир, тыс.» вместе с данными. В окне будет указан адрес расположения ячеек с данными на рабочем листе Excel.

– В окне **Подписи горизонтальной оси (категории)** мышкой нажмем клавишу **Изменить**. Появится окно **Диапазон подписей оси**, где надо указать диапазон, в котором находятся данные о годах на рабочем листе Excel. Для этого можно поставить курсор в окно, а мышкой пометить строку «Год» вместе с данными. Нажмем клавишу **ОК**.

6. Появится диалоговое окно **Выбор источника данных**, в котором нажмем клавишу **ОК**, после чего появится рисунок (рис. 2).



Рис. 2. Вид графика на экране

Эту задачу можно решить другим способом.

1. На лист рабочей книги внести данные таблицы в две строки и выделить эти столбики с помощью мыши.

2. Выбрать **Вставка** → **Диаграммы** → **Точечная**.
3. В диалоговом окне **Точечная** выбрать вид желаемого графика, нажав мышкой на картинку. Получим рисунок (рис. 3).



Рис. 3. Вид графика на экране

#### 4.3.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** В приведенной ниже таблице представлены данные о затратах на производство продукции двух заводов в отчетном периоде.

**Затраты на производство продукции металлургического и машиностроительного заводов в отчетном периоде, млн руб.**

Вид затрат	Металлургический завод	Машиностроительный завод
Сырье и основные материалы	25,1	47,3
Вспомогательные материалы	2,6	3,3
Топливо	4,9	1,2
Энергия	1,7	1,8
Амортизация	3,1	3,7
Заработная плата	3,5	18,8
Прочие расходы	3,1	5,9
Итого	44,0	82,0

1. Построить столбиковую диаграмму по видам затрат в абсолютных единицах для каждого завода.
2. Определить относительные величины структуры затрат на производство продукции по каждому заводу и построить секторную диаграмму.

**Задача 2.** В приведенной ниже таблице представлены данные об инвестициях стран СНГ в экономику России.

**Объем инвестиций стран СНГ в экономику России в 2008 г.**

Страны	Объем инвестиций	
	тыс. долл. США	% общего объема
Всего	4 878 611	100
В том числе:		
из Азербайджана	116 842	2,4
Армении	63 897	1,3
Беларуси	2 141 495	43,9
Грузии	11 276	0,2
Казахстана	1 258 990	25,8
Киргизии	476 025	9,8
Республики Молдова	24 590	0,5
Таджикистана	18 727	0,4
Туркмении	3344	0,1
Узбекистана	73 985	1,5
Украины	689 440	14,1

1. Построить столбиковую диаграмму объема инвестиций стран СНГ в экономику России в 2008 г. в абсолютных единицах.
2. Построить секторную диаграмму объема инвестиций стран СНГ в экономику России в 2008 г. в относительных единицах.

**Задача 3.** Сберегательный банк в течение месяца проводит опрос о степени удовлетворенности клиентов качеством обслуживания в банке. Результаты опроса 300 клиентов представлены в таблице.

**Количество клиентов, удовлетворенных и неудовлетворенных качеством обслуживания в банке**

Вид услуг и условия их получения	Количество клиентов	
	удовлетворенных	неудовлетворенных
Работа банкомата	198	8
Консультации по кредитам	46	12
Консультации по инвестициям	24	2
Сейфинг	98	4
Обслуживание счетов	112	6
Время ожидания в очереди	134	86

Количество ответов в каждой строке разное, поскольку клиенты не могут воспользоваться всеми услугами одновременно.

1. Построить таблицу процентных долей по строкам.
2. Построить таблицу процентных долей по столбцам.
3. Построить линейчатую диаграмму, характеризующую степень удовлетворенности клиентов банка каждым видом услуг.

**Задача 4.** Построить графики динамики официальных курсов иностранных валют по отношению к рублю по данным, приведенным в таблице.

Год	Руб./долл.	Руб./евро
2000	28,16	26,14
2001	30,14	26,49
2002	31,78	33,11
2003	29,45	36,82
2004	27,75	37,81
2005	28,78	34,19
2006	26,33	34,70
2007	24,55	35,93
2008	29,38	41,44

**Задача 5.** Опрос 200 менеджеров по персоналу выявил основные причины, по которым отказывают соискателям работы в ходе собеседования: слабое представление о дальнейшей карьере — 37%; готовность работать сверхурочно — 17%; бегаящий взгляд — 9%; отсутствие необходимых навыков — 14%; недостаточный опыт работы — 13%; другие причины — 10%.

1. Представить данные в виде таблицы.
2. Построить диаграмму:
  - а) линейчатую;
  - б) круговую

#### 4.3.3. Контрольные вопросы и задания

1. С какой целью строятся графики в статистических исследованиях?
2. Статистической таблицей является:
  - а) таблица умножения;
  - б) таблица расписания поездов;
  - в) таблица, в которой обобщаются итоги экзаменационной сессии по техникуму;
  - г) таблица логарифмов.
3. Три точки (...) в статистической таблице означают:
  - а) нет сведений;
  - б) явление отсутствует;

в) данная позиция в таблице заполнению не подлежит;  
г) значение находится за пределами точности, принятой в таблице.

4. В группе 8 юношей и 14 девушек. Постройте круговую диаграмму, показывающую доли юношей и девушек в общем числе студентов.

5. Постройте столбиковую диаграмму, показывающую численность населения Санкт-Петербурга в разные годы по состоянию на 1 января, тыс. человек: 2005 г. — 4600; 2006 г. — 4581; 2007 г. — 4571; 2008 г. — 4568. Сделайте вывод о характере динамики населения.

6. Чем диаграмма удобнее таблицы?

7. Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов вашей группы от посещаемости. Сформулируйте название таблицы. Укажите подлежащее и сказуемое.

8. По данным о водных ресурсах РФ (см. табл. 4.1) постройте:

- а) круговую диаграмму;
- б) столбиковую диаграмму.

9. По данным рис. 4.4 составьте таблицу, характеризующую численность студентов средних специальных учебных заведений России (на начало учебного года). Укажите подлежащее, сказуемое и определите вид таблицы.

## Глава 5

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

#### 5.1. Понятие статистического показателя

Группировка единиц изучаемой совокупности выявляет подмножества однородных объектов, которые необходимо количественно охарактеризовать. С этой целью проводится сводка. На этом этапе рассчитываются значения обобщающих характеристик или показателей. Выполняются операции обобщения индивидуальных  $i$ -х значений каждого  $j$ -го признака  $x_{ij}$ , в результате получают сводные показатели. *Показатель* – это обобщающая характеристика множества, которая сочетает в себе количественную оценку и ее смысловое содержание.

Например, по субъектам РФ, входящим в Уральской федеральной округ, имеются сведения, которые представлены в табл. 5.1.

Значения характеристик приведены по каждой из четырех областей федерального округа, а в результате их обобщения получены сводные характеристики по федеральному округу в целом, показанные в строке «Итого по федеральному округу». Все они получены как суммы значений по субъектам.

Но на основе суммарных характеристик могут быть получены производные показатели, такие, например, как «проценты к итогу», «процент занятых», «в среднем на одного жителя», «в среднем на одного занятого». Каждый из этих показателей имеет особый смысл и особый порядок расчета. Каждый показатель имеет ряд особенностей, которые позволяют относить его к той или иной группе к тому или иному виду. Зная вид показателя, легче понять его смысл, порядок его расчета, не допустить ошибок при его анализе.

Таблица 5.1  
Социально-экономические характеристики территорий Уральского федерального округа в 2007 г.<sup>1</sup>

Территория федерального округа	Среднегодовая численность населения в 2007 г.		Численность занятых в экономике в 2007 г., млн человек	Процент занятых в численности всего населения	Оборот розничной торговли за год		Инвестиции в экономику региона за год	
	млн человек	% к итогу			всего, млрд руб.	в среднем на одного жителя, тыс. руб.	всего, млрд руб.	в среднем на одного занятого, тыс. руб.
А	1	2	3	4	5	6	7	8
Курганская обл.	1,0	8,1	0,4	40,0	18,4	46,0	18,4	46,0
Свердловская обл.	4,4	35,8	2,1	47,7	187,2	89,1	187,2	89,1
Тюменская обл.	3,4	27,6	1,9	55,9	761,2	400,6	761,2	400,6
Челябинская обл.	3,5	28,5	1,7	48,6	122,7	72,2	122,7	72,2
Итого по федеральному округу	12,3	100,0	6,1	—	1089,5	—	1089,5	—
В среднем по федеральному округу	3,1	—	1,5	49,6	—	178,6	—	178,6

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2009 : крат. стат. сб. М. : Росстат, 2009. С. 46; Россия в цифрах. 2008. М. : Росстат, 2008. С. 48–49.

Смысл показателя определяют его шесть основных элементов<sup>1</sup>. Во-первых, это *указание признака*, на обобщении которого построен показатель. Например, численность населения, численность занятых, оборот розничной торговли и т.п.

Второй особенностью показателя является описание *способа его расчета*. Например, оборот розничной торговли в среднем на одного жителя, инвестиции в экономике региона в среднем на одного занятого и т.п.

Третья отличительная черта — это *наименование объекта*, к которому относится данный показатель. Например, Курганская обл., Свердловская обл., т.е. конкретная область федерального округа или федеральный округ в целом.

Четвертая особенность — *характеристика времени* показателя. Ею может быть либо конкретная дата, например, начало года; либо период времени — год, квартал, месяц.

Пятым элементом показателя выступает его *числовое значение*, которое может быть определено с той или иной точностью.

Точность значения показателя определяется шестым элементом его описания, т.е. используемой *единицей измерения*. Ими могут выступать как разнообразные натуральные измерители (килограммы — кг, метры — м, километры — км), так и стоимостные оценки (рубли — руб., доллары США — \$, евро — €).

Каждый из показателей, приведенных в табл. 5.1, имеет названные элементы, которые позволяют отнести их к абсолютным или относительным, к показателям типического уровня или оценкам структуры и т.п.

## 5.2. Абсолютные показатели

Показатели разделяются на две крупные группы: *абсолютные* и *относительные*.

*Абсолютные* показатели оценивают размеры объекта изучения и позволяют отличать единицы по величине: крупные от средних по размеру, мелкие от наиболее мелких. Значения абсолютных показателей получают при измерении, при подсчете суммированием с использованием натуральных единиц измерения.

<sup>1</sup> Михайлова Т. М. Новое в теории статистических показателей и систем. СПб. : СПбГУЭФ, 2007. С. 22–24.

В перечень абсолютных показателей входят *перечневые подсчеты* (ПП), *итоговые подсчеты* (ИП) и *категорные подсчеты* (КП).

*Перечневой подсчет* — это число единиц в данной группе, частной совокупности или во всем множестве. В приведенном примере существует единственный перечневой подсчет, который определяет число территорий в Уральском федеральном округе — это четыре области.

*Итоговый подсчет* оценивает общее значение конкретной характеристики у единиц данной группы, частной совокупности или всего множества. В табл. 5.1 итоговыми подсчетами являются численность населения, численность занятых, оборот розничной торговли и инвестиции в экономику (гр. 1, 3, 5, 7).

*Категорный подсчет* используется при изучении распределения единиц данной группы по значениям конкретного признака. Например, распределение численности населения каждой области на городское и сельское население, по уровню образования, по семейному положению или по укрупненным возрастным группам (табл. 5.2).

Таблица 5.2  
Распределение занятого населения по уровню образования по областям Уральского федерального округа, млн человек<sup>1</sup>

Область	Средне- годовая числен- ность занятого насе- ления в 2007 г.	В том числе имеющих образо- вание:			
		высшее про- фессио- нальное	среднее про- фессио- нальное	об- щее	на- чаль- ное
А	1	2	3	4	5
Курганская	0,42	0,08	0,18	0,15	0,01
Свердловская	2,09	0,48	1,01	0,59	0,01
Тюменская	1,88	0,53	0,94	0,40	0,01
Челябинская	1,69	0,44	0,89	0,35	0,01
Итого по федерально- му округу	6,08	1,53	3,02	1,49	0,04

<sup>1</sup> Источник: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008 : стат. сб. М. : Росстат. 2008. С. 103, табл. 4.2; С. 125, табл. 4.9.

Категорный подсчет определяет абсолютные размеры категорий, по которым распределяются объекты данной группы или значения их признака. В данном примере численность населения каждой области и всего федерального округа распределена по категориям уровня образования «высшее профессиональное», «среднее профессиональное», «общее» и «начальное».

### 5.3. Относительные показатели

Наиболее представительной является группа относительных показателей. В нее входят показатели разного вида: интенсивности, сравнения объектов, планового задания и его выполнения, структуры и координации, динамики и некоторые из специальных показателей.

*Относительные показатели* представляют собой результат сопоставления или сравнения значений двух абсолютных оценок. В зависимости от того, какие абсолютные величины сопоставляются, формируются относительная оценка того или иного вида и единицы ее измерения.

*Показатель интенсивности* есть отношение двух разных характеристик, которые связаны по смыслу; его значение количественно определяет степень их связи и зависимости. В табл. 5.1 к показателям интенсивности относятся «Оборот розничной торговли на одного жителя» и «Инвестиции в экономику региона в среднем на одного занятого» (гр. 6, 8). Правильно сформулированное наименование показателя точно указывает на его смысл и на способ расчета. К показателям интенсивности относятся, например, следующие: «выработка продукции на одного занятого», «стоимость основного капитала на одного занятого» (фондовооруженность труда), «прибыль на 100 рублей стоимости продукции» (рентабельность продукции), «стоимость продукции на 100 рублей основного капитала» (фондоотдача основного капитала) и т.п. Единицы измерения показателей интенсивности являются сложными составными характеристиками, так как зависят от единиц измерения сравниваемых оценок. Единицы измерения числителя «приходятся в среднем» на единицы измерения знаменателя: обычно на 1, 100 или 1000 единиц. Например, показатели естественного и механического движения населения: рождаемость

смертности, прибытия и выбытия — измеряются в промилле (‰), т.е. на 1000 жителей.

*Показатель сравнения двух объектов* — это отношение одной характеристики двух объектов на разных территориях в одинаковое время. Результат измеряется в процентах, в долях единицы или в разгах: выбор единицы измерения зависит от величины результата. Примером показателя сравнения двух объектов будет численность населения каждой области Уральского федерального округа в процентах от численности населения, например, Свердловской области, которую принимаем за базу сравнения или за 100% (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Сравнительная оценка численности населения областей Уральского федерального округа в 2007 г.<sup>1</sup>

Область	Среднегодовая численность населения	
	млн человек	% от численности населения Свердловской области
А	1	2
Курганская	0,96	21,8
Свердловская	4,40	100,0
Тюменская	3,36	76,4
Челябинская	3,51	79,8
Итого по федеральному округу	12,23	—

<sup>1</sup> Источник: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008. С. 103, табл. 4.2; С. 125, табл. 4.9.

*Показатели выполнения договорных обязательств*, норматива или планового задания представляют собой отношение фактического значения характеристики к ее договорной, нормативной или плановой величине. Примером может служить соотношение денежного дохода с величиной прожиточного минимума в областях Уральского федерального округа (табл. 5.4).

Таблица 5.4  
Денежные доходы и прожиточный минимум и их соотношение по областям Уральского федерального округа за IV квартал 2007 г.

Область	Среднедушевой денежный доход, тыс. руб. в месяц	Величина прожиточного минимума в среднем на душу населения, тыс. руб. в месяц	Соотношение среднедушевого денежного дохода и величины прожиточного минимума, %
А	1	2	3
Курганская	8,5	3,5	242,9
Свердловская	14,2	3,9	364,1
Тюменская	22,5	4,0	562,5
Челябинская	10,6	3,6	294,4
Итого по федеральному округу	15,0	...	...

<sup>1</sup> Источник: Регионы России. Социально-экономические показатели 2008. С. 158, табл. 5.2; С. 176, табл. 5.10.

К группе относительных величин принадлежат *отношение структуры* и *отношение координации*. Они измеряются в долях единицы (*w*) или в процентах (*p*) и оценивают строение изучаемого множества, принимая во внимание размеры составляющих его элементов – структурных групп. *Отношение структуры* – это удельный вес, выраженный в долях единицы или в процентах. Он определяет какую часть составляет размер данной структурной группы, т.е. единицы или группы единиц, от величины всего множества. Обычно отношение структуры имеет в своем наименовании слова «в процентах к итогу». Примером отношения структуры являются показатели гр. 2, 4, 6 и 8 табл. 5.5.

Показатели отношения структуры указывают, что по численности населения, занятых в экономике и обороту розничной торговли вклад Свердловской, Челябинской и Тюменской областей примерно одинаков. Инвестиции концентрируются в Тюменской области. Показатели структуры выявляют гораздо меньшую роль Курганской области нежели других субъектов Уральского федерального округа.

Таблица 5.5  
Социально-экономические характеристики областей Уральского федерального округа в 2007 г.<sup>1</sup>

Область	Среднегодовая численность населения		Численность занятых в экономике за год		Оборот розничной торговли за год		Инвестиции в экономику региона за год	
	млн чел.	% к итогу	млн чел.	% к итогу	млрд руб.	% к итогу	млрд руб.	% к итогу
А	1	2	3	4	5	6	7	8
Курганская	0,96	7,8	0,42	6,9	54,6	4,8	18,4	1,7
Свердловская	4,40	36,0	2,09	34,4	401,3	35,6	187,2	17,2
Тюменская	3,36	27,5	1,88	30,9	421,2	37,3	761,2	69,8
Челябинская	3,51	28,7	1,69	27,8	251,7	22,3	122,7	11,3
Итого по федеральному округу	12,23	100,0	6,08	100,0	1128,8	100,0	1089,5	100,0

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2009. С. 44–45; Россия в цифрах. 2008. С. 48–49.

Показатель *отношение координации* оценивает иной аспект структуры изучаемого объекта. В отличие от удельного веса во всем множестве он устанавливает соотношения между отдельными составными частями этого множества и выражает эти соотношения в разгах, долях единицы или в процентах. Расчет показателя возможен в двух вариантах: когда числитель и знаменатель отношения меняются местами. В этом случае показатели представляют собой обратные величины:  $p_i = \frac{1}{w_i}$ , а  $w_i = \frac{1}{p_i}$ . Обозначив отно-

шение координации ОК, рассмотрим численность населения каждой области и сравним ее с численностью жителей Свердловской области, которая является наибольшей:

$$\text{ОК}_{\frac{\text{Курганская}}{\text{Свердловская}}} = \frac{0,96}{4,40} \cdot 100\% = 21,8\%;$$

$$\text{ОК}_{\frac{\text{Свердловская}}{\text{Свердловская}}} = \frac{4,40}{4,40} \cdot 100\% = 100,0\%;$$

$$\text{ОК}_{\frac{\text{Тюменская}}{\text{Свердловская}}} = \frac{3,36}{4,40} \cdot 100\% = 76,4\%;$$

$$\text{ОК}_{\frac{\text{Челябинская}}{\text{Свердловская}}} = \frac{3,51}{4,40} \cdot 100\% = 79,8\%.$$

Полученные результаты показывают, что численность жителей Челябинской и Тюменской областей более или менее сравнима с населением Свердловской области, тогда как жители Курганской области составляют менее четверти.

Аналогичный расчет может быть выполнен с использованием в качестве основы сравнения численности населения любой области (табл. 5.6).

В результате получаем набор показателей отношения координации, которые позволяют заключить, что население Курганской области не превышает 30% населения любой из областей региона, а население трех других территорий отличается в значительно меньшей степени — примерно  $\pm 30\%$ .

Таблица 5.6  
Сравнительная оценка численности населения областей Уральского федерального округа в 2007 г.<sup>1</sup>

Область	Среднегодовая численность населения				
	млн человек	% численности жителей данной области, принятой за 100%			
		Курганская обл. = 100%	Свердловская обл. = 100%	Тюменская обл. = 100%	Челябинская обл. = 100%
А	1	2	3	4	5
Курганская	0,96	100,0	21,8	28,6	27,4
Свердловская	4,40	458,3	100,0	131,0	125,4
Тюменская	3,36	350,0	76,4	100,0	95,7
Челябинская	3,51	365,6	79,8	104,5	100,0

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2009. С. 44–45. Россия в цифрах. 2008. С. 48–49.

Еще одной характеристикой структуры является *отношение распределения*. Оно позволяет оценить строение конкретной единицы, группы, частного подмножества или всей совокупности по значению данного признака. Величина отношения распределения определяется на основе упоминавшегося ранее категориального подсчета. Например, по данным о распределении занятого населения по уровню образования (см. табл. 5.2) рассчитаем для каждой территории численность занятых в процентах от всего населения этой территории:

$$P_{\text{высшее}} = \frac{Z_{\text{вп}}}{Z} \cdot 100\%; \quad P_{\text{среднее}} = \frac{Z_{\text{сп}}}{Z} \cdot 100\%;$$

$$P_{\text{общее}} = \frac{Z_{\text{общ}}}{Z} \cdot 100\%; \quad P_{\text{начальное}} = \frac{Z_{\text{нач}}}{Z} \cdot 100\%;$$

где  $Z$  — численность занятых в экономике;  
 $Z_{\text{вп}}$  — численность занятых с высшим профессиональным образованием;  
 $Z_{\text{сп}}$  — численность занятых со средним профессиональным образованием;

$Z_{\text{общ}}$  – численность занятых с общим средним образованием;

$Z_{\text{нач}}$  – численность занятых с начальным образованием.

Показатель отношения распределения получим, если величину категорного подсчета выразим в процентах от его общего значения для всего множества объектов.

Для занятого населения Курганской области рассчитаем значения показателей отношения распределения:

$$P_{\text{высшее}} = \frac{Z_{\text{вп}}}{Z} \cdot 100\% = \frac{0,08 \text{ млн чел.}}{0,42 \text{ млн чел.}} \cdot 100\% = 19,0\%;$$

$$P_{\text{среднее}} = \frac{Z_{\text{сп}}}{Z} \cdot 100\% = \frac{0,18 \text{ млн чел.}}{0,42 \text{ млн чел.}} \cdot 100\% = 42,9\%;$$

$$P_{\text{общее}} = \frac{Z_{\text{общ}}}{Z} \cdot 100\% = \frac{0,15 \text{ млн чел.}}{0,42 \text{ млн чел.}} \cdot 100\% = 35,7\%;$$

$$P_{\text{начальное}} = \frac{Z_{\text{нач}}}{Z} \cdot 100\% = \frac{0,01 \text{ млн чел.}}{0,42 \text{ млн чел.}} \cdot 100\% = 2,4\%.$$

При точном расчете сумма процентов отношения распределения должна составлять 100%. Именно так получилось для Курганской области:  $19,0 + 42,9 + 35,7 + 2,4 = 100,0\%$ .

Сравнительный анализ показателей отношения распределения устанавливает, что доля занятых со средним профессиональным и общим средним образованием составляет почти 80% ( $42,9 + 35,7 = 78,6$ ), а доля лиц с высшим профессиональным образованием не превышает 20%.

Сравнение аналогичных показателей по областям федерального округа выявляет особенности и общие черты каждой из территорий (табл. 5.7).

Особую группу показателей представляют *оценки динамики*, которые характеризуют изменения во времени. При их расчете выполняется сравнение двух состояний одной характеристики, значения которой относятся к разным моментам или периодам времени. Показатели динамики рассчитываются как в абсолютной, так и в относительной форме.

Покажем порядок расчета показателей динамики на примере Курганской области (табл. 5.8):

$$\begin{aligned} \text{абсолютный прирост} &= d_{N_{2007}-N_{2000}} = N_{2007} - N_{2000} = \\ &= 0,97 - 1,05 = -0,09 \text{ (млн человек);} \end{aligned}$$

Таблица 5.7  
Распределение занятого населения областей Уральского федерального округа по уровню образования, млн чел.<sup>1</sup>

Область	Среднегодовая численность занятого населения в 2007 г.	В том числе в % от численности занятых данной территории:			
		высшее профессиональное	среднее профессиональное	общее	начальное
А	1	2	3	4	5
Курганская	100,0	19,0	42,9	35,7	2,4
Свердловская	100,0	23,0	48,3	28,2	0,5
Тюменская	100,0	28,2	50,0	21,3	0,5
Челябинская	100,0	26,0	52,7	20,7	0,6
Итого по федеральному округу	100,0	25,2	49,6	24,5	0,7

<sup>1</sup> Источник: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008. С. 103, табл. 4.2; С. 125, табл. 4.9.

$$\text{темп роста} = T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}} = \frac{N_{2007}}{N_{2000}} = \frac{0,97}{1,05} = 0,924 \text{ (раза)};$$

$$\text{темп роста, \%} = T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}, \%} = \frac{N_{2007}}{N_{2000}} \cdot 100\% = \frac{0,97}{1,05} \cdot 100\% = 92,4\%;$$

$$\begin{aligned} \text{темп прироста, \%} &= \Delta T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}, \%} = \frac{N_{2007} - N_{2000}}{N_{2000}} \cdot 100\% = \\ &= \frac{0,97 - 1,05}{1,05} \cdot 100\% = -7,6\%. \end{aligned}$$

С помощью показателей динамики оценим изменения численности населения территорий Уральского федерального округа (см. табл. 5.8).

Таблица 5.8  
Динамика численности населения областей Уральского федерального округа за 2000–2007 гг.<sup>1</sup>

Область	Среднегодовая численность населения, млн человек		Абсолютный прирост, млн человек	Темп роста		Темп прироста, %
	2000 г.	2007 г.		разы	%	
	$N_{2000}$	$N_{2007}$	$d_{N_{2007}-N_{2000}}$	$T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}}$	$T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}, \%}$	$\Delta T_{\frac{N_{2007}}{N_{2000}}, \%}$
А	1	2	3	4	5	6
Курганская	1,05	0,97	-0,08	0,924	92,4	-7,6
Свердловская	4,56	4,40	-0,16	0,965	96,5	-3,5
Тюменская	3,23	3,36	0,13	1,040	104,0	4,0
Челябинская	3,65	3,51	-0,14	0,962	96,2	-3,8
Итого по федеральному округу	12,49	12,24	-0,25	0,980	98,0	-2,0

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2009. С. 44–45; Россия в цифрах. 2008. С. 48–49.

Результаты расчета выявили общую тенденцию снижения численности населения федерального округа на 2% за семь лет. По областям процент снижения колебался от -3,5 до -7,6%. Только в Тюменской области отмечался прирост численности населения на 4%, или на 0,13 млн человек.

Выделяется группа специальных показателей, которые призваны решать особые задачи, используя более сложные приемы сравнительного анализа. В эту группу показателей входят индексы, показатели сезонности, оценки тесноты и силы вероятностных зависимостей, показатели случайных ошибок конкретных характеристик, оценки результатов выборочного наблюдения. Использование тех или иных специальных показателей диктуется содержанием поставленной задачи и условиями ее решения, исходной информацией, требованиями к точности и надежности результата. Применение широкого перечня разнообразных статистических показателей позволяет решать задачу статистического описания и анализа с предельной точностью и подробностью.

#### 5.4. Использование системы статистических показателей

Возможности статистических показателей разного вида покажем на примере данных о системе среднего специального образования РФ, приведенных в табл. 5.9 (все расчеты сделаны на основе данных статистического сборника «Россия в цифрах. 2009». С. 136–138).

Перечневой подсчет (гр. 1) определяет распространенность двух типов учебных заведений, а отношение структуры указывает на их относительные размеры: государственные составляют 91,7% общего числа учебных заведений, а негосударственные – 8,3%.

Итоговые подсчеты определяют суммарные значения характеристик в гр. 3, 4, 5, 6 и 7. Они подчеркивают решающую роль государственных учебных заведений по сравнению с негосударственными. Но более точную оценку дает расчет по каждому из итоговых подсчетов показателей отношения структуры (см. табл. 5.9, гр. 8–17).

**Характеристика среднего специального образования РФ  
в 2000/01 и 2007/08 учебных годах**

Тип учебного заведения	Число учебных заведений на начало 2007/08 учебного года		Численность студентов на начало учебного года, тыс. человек		Численность преподавателей на начало 2007/08 учебного года, тыс. человек	Принято студентов в 2007/08 учебном году, тыс. человек	Выпущено специалистов в 2007/08 учебного года, тыс. человек
	Всего	% к итогу	2000/01	2007/08			
А	1	2	3	4	5	6	7
Государственные	2566	91,7	2589	2289	137,2	730	657,0
Негосударственные	233	8,3	114	120	11,0	40	41,5
Итого	2799	100,0	2803	2409	148,2	770	698,5

Продолжение табл. 5.9

Тип учебного заведения	Численность студентов на начало учебного года, тыс. человек				Численность преподавателей на начало 2007/08 учебного года		Принято студентов в 2007/08 учебном году		Выпущено специалистов в 2007/08 учебном году	
	2000/01		2007/08		всего, тыс. человек	% к итогу	всего, тыс. человек	% к итогу	всего, тыс. человек	% к итогу
	всего	% к итогу	всего	% к итогу						
А	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Государственные	2589	92,4	2289	95,0	137,2	92,6	730	94,8	657,0	94,1
Негосударственные	114	7,6	120	5,0	11,0	7,4	40	5,2	41,5	5,9
Итого	2803	100,0	2409	100,0	148,2	100,0	770	100,0	698,5	100,0

Показатели отношения структуры определяют решающее место государственных учебных заведений, чей удельный вес по важнейшим характеристикам превышает 90%.

Похожую задачу решают показатели отношения координации: они оценивают соотношение значений признаков у государственных и негосударственных учебных заведениях (см. табл. 5.9, гр. 18–21). Если принять за базу сравнения данные по негосударственным учебным заведениям, то преимущества государственных учебных заведений будут весьма внушительными: по приведенным характеристикам их значения больше 10–19 раз.

Продолжение табл. 5.9

Тип учебного заведения	Соотношение государственных и негосударственных учебных заведений по численности, разы:			
	студентов на начало 2007/08 учебного года	преподавателей на начало 2007/08 учебного года	принятых студентов в 2007/08 учебного года	выпущенных специалистов в 2007/08 учебного года
А	18	19	20	21
Государственные	19,1	12,5	18,3	15,8
Негосударственные	1,0	1,0	1,0	1,0

Показатели интенсивности устанавливают соотношение двух взаимосвязанных характеристик и позволяют судить о степени их взаимодействия. По имеющимся данным рассчитаем значения двух показателей интенсивности: приходится студентов в среднем на одного преподавателя и приходится принятых в среднем на одного выпускника (см. табл. 5.9, гр. 22–27).

Соотношение численности преподавателей и студентов в негосударственных заведениях заметно лучше, чем в государственных. Это указывает на возможности улучшения процесса обучения. Показатель численности принятых студентов на одного выпускника свидетельствует о том, что в государственных учебных заведениях расширяется контингент учащихся, а в негосударственных этот процесс замедляется.

Продолжение табл. 5.9

Тип учебного заведения	Численность на начало 2007/08 учебного года, тыс. человек		Принято студентов в 2007/08 учебном году, тыс. человек	Принято студентов	Приходится в среднем, человек	
	студентов	преподавателей			студентов на одного преподавателя на начало 2007/08 учебного года	принятых студентов на одного выпускника
А	22	23	25	24	26 = гр. 22 : гр. 23	27 = гр. 24 : гр. 25
Государственные	2289	137,2	657,0	730	16,7	1,11
Негосударственные	120	11,0	41,5	40	10,9	0,96
Итого	2409	148,2	698,5	770	16,3	1,10

Продолжение табл. 5.9

Тип учебного заведения	Принято студентов в 2007/08 учебном году								
	тыс. человек				%				
	всего	в том числе на отделения			Всего, 29 : 29 × 100	%			
очное		вечернее	заочное	экс-тернат		очное, 30 : 29 × 100	вечернее, 31 : 29 × 100	заочное, 32 : 29 × 100	экс-тернат, 33 : 29 × 100
А	28	29	30	31	32	34	35	36	37
Государственные	730	558	19	146	7	76,4	2,6	20,0	1,0
Негосударственные	40	25	2	11	2	62,5	5,0	27,5	5,0
Итого	770	583	21	157	9	100,0	2,7	20,4	1,2

Характеристику особенностей внутреннего строения или структуры государственных и негосударственных учебных заведений дают категорные подсчеты (гр. 29–32) и отношения распределения (гр. 34–37). Покажем различия в использовании разных форм обучения государственными и негосударственными заведениями (см. табл. 5.9, гр. 28–37). Наиболее заметные различия прослеживаются в использовании очной формы обучения. В государственных заведениях на дневной форме обучаются 76,4% студентов, а в негосударственных – 62,5%. Вечерняя, заочная формы и экстернат в негосударственных учебных заведениях используется чаще, чем в государственных.

Показатели динамики оценивают изменения характеристик во времени. Рассмотрим, как изменилась численность студентов на начало 2007/08 по сравнению с началом 2000/01 учебного года (см. табл. 5.9, гр. 38–43).

Окончание табл. 5.9

Тип учебного заведения	Численность студентов на начало учебного года, тыс. человек		Абсолютный прирост, тыс. человек	Темп роста		Темп прироста, %
	2000/01	2007/08		разы	%	
А	38	39	40	41	42	43
Государственные	2589	2289	-300	0,884	88,4	-11,6
Негосударственные	114	120	6	1,053	105,3	5,3
Итого	2703	2409	-294	0,891	89,1	-10,9

Численность студентов средних специальных учебных заведений в России за семь лет сократилась на 294 тыс. человек, или на 10,9%; по сравнению с 2000/01 учебным годом она составила 89,1%. В государственных заведениях отчетливо проявилась тенденция к сокращению численности студентов: контингент учащихся уменьшился на 11,6%. В негосударственных учебных заведениях отмечался рост численности студентов на 5,3%.

Использование разнообразных статистических показателей позволило выявить тенденции в развитии системы среднего специального образования и особенности их проявления в государственных и негосударственных учреждениях.

## 5.3. В помощь студенту и преподавателю

## 5.3.1. Контрольные вопросы и задания

1. Статистический показатель — это результат:
  - а) наблюдения;
  - б) группировки;
  - в) сводки;
  - г) оценки и анализа.
2. Показатель — это:
  - а) характеристика индивидуального значения признака;
  - б) характеристика индивидуальных значений нескольких признаков;
  - в) обобщающая оценка одного признака у множества единиц;
  - г) обобщающая оценка нескольких признаков у нескольких единиц.
3. Абсолютный показатель — это:
  - а) простая средняя;
  - б) отношение координаций;
  - в) отношение интенсивности;
  - г) оценка размера единиц множества, полученная суммированием;
  - д) категорный подсчет.
4. Натуральные единицы измерения абсолютных показателей — это:
  - а) метр, килограмм, баррель, тысячи кубических метров;
  - б) тонно-километр, человеко-час, пассажиро-километр;
  - в) процент, промилле;
  - г) центнер с гектара, тысячи рублей на одного занятого;
  - д) тонны условного топлива, килограммы молока условной жирности, тонны удобрений с 100%-ным содержанием питательных веществ;
  - е) верно а), б), д).
5. Относительный показатель — это:
  - а) простая средняя;
  - б) отношение координаций;
  - в) отношение интенсивности;
  - г) итоговый подсчет.
6. Относительный показатель — это:
  - а) итоговый подсчет;
  - б) отношение координаций;
  - в) отношение интенсивности;
  - г) категорный подсчет;
  - д) отношение структуры;

- е) перечневой подсчет;
  - ж) отношение распределения;
  - з) верно б), в), е), ж);
  - к) верно а), г), е).
7. Показатель «Средняя стоимость продукции на одного занятого» — это:
    - а) простая средняя;
    - б) отношение координаций;
    - в) отношение интенсивности;
    - г) итоговый подсчет;
    - д) категорный подсчет.
  8. Для школы как единицы совокупности показатели «Число классов», «Численность учеников», «Численность учителей» — это:
    - а) перечневой подсчет;
    - б) итоговый подсчет;
    - в) категорный подсчет.
  9. Для школы как единицы совокупности показатель «Приходится в среднем учеников на одного учителя» — это:
    - а) отношение структуры;
    - б) отношение распределения;
    - в) простая средняя;
    - г) отношение интенсивности;
    - д) отношение координаций.
  10. Для школы как единицы совокупности показатель «Соотношение женщин и мужчин среди учителей школы» — это:
    - а) отношение структуры;
    - б) отношение распределения;
    - в) простая средняя;
    - г) отношение интенсивности;
    - д) отношение координаций.
  11. Для школы как единицы совокупности показатели «Процент отличников среди всех учащихся», «Процент неуспевающих среди всех учащихся» — это:
    - а) отношение структуры;
    - б) отношение распределения;
    - в) простая средняя;
    - г) отношение интенсивности;
    - д) отношение координаций.
  12. Для магазина розничной торговли показатель «Соотношение численности работников со специальным образованием и без специального образования» — это:
    - а) отношение структуры;
    - б) отношение распределения;
    - в) простая средняя;

- г) отношение интенсивности;
- д) отношение координаций.

13. Для магазина розничной торговли показатель «Удельный вес (процент) работников со специальным образованием среди всех работников магазина» — это:

- а) отношение структуры;
- б) отношение распределения;
- в) простая средняя;
- г) отношение интенсивности;
- д) отношение координаций.

14. Для магазина розничной торговли показатель «Средняя заработная плата одного работника магазина» — это:

- а) отношение структуры;
- б) отношение распределения;
- в) простая средняя;
- г) отношение интенсивности;
- д) отношение координаций.

## Глава 6

### СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

#### 6.1. Построение средних величин

Понятие средней величины большинству людей хорошо известно. Обычно среднюю величину воспринимают как отражение общего в значениях признака у множества единиц. Так, например, средний возраст жителя страны, средний размер семьи в районе, средний размер прибыли предприятия.

Действительно, *средняя величина* — это обобщающая оценка признака у множества объектов, которая отражает его характерное значение. Характерное значение фиксирует типическую величину признака, в котором находит выражение своеобразие данной группы объектов и ее отличие от значений признака у других групп.

Например, средняя заработная плата работников в разных видах деятельности в 2007 г. в России составила, тыс. руб.<sup>1</sup>:

сельское хозяйство	— 6,1;
добыча полезных ископаемых	— 28,3;
обрабатывающие производства	— 12,9;
строительство	— 14,2.

В разном уровне оплаты, т.е. в разной средней заработной плате работника, проявляются особенности организации труда в разных видах деятельности и в конечном счете общественное признание того или иного труда.

В приведенном примере даны средние, которые рассчитаны по группам, состоящим из объектов одного вида деятельности, и которые в этом смысле могут быть названы однородными. Подобные *средние* называются *групповыми*.

<sup>1</sup> См.: Россия в цифрах : крат. стат. сб. М. : Росстат, 2008. С. 122–123.

Они интересны тем, что связаны с конкретными объектами и условиями их существования. Когда производится расчет групповых средних, то при одинаковых, например, условиях труда происходит взаимное погашение влияния случайных причин на заработную плату. В то же время при расчете *групповой средней* усиливается влияние особых, специфических условий, поскольку они действуют постоянно и в одном направлении. В групповой средней отражаются особенности однородных объектов и погашается случайность. Именно по этим причинам групповые средние находят широкое практическое применение.

Когда речь заходит об общей средней по множеству, включающему несколько однородных групп, то при ее расчете погашается действие не только случайных, но и групповых особенностей. Так, общая средняя заработная плата занятых в экономике страны в 2007 г. составила 13,5 тыс. руб. В ней не отражаются особенности оплаты труда в разных видах деятельности, а показывается лишь общий уровень оплаты труда занятых в экономике.

Сравним среднюю заработную плату работников разных видов деятельности в 2002 и 2007 гг. в экономике РФ (табл. 6.1).

Таблица 6.1  
Средняя заработная плата в разных видах деятельности и ее изменения<sup>1</sup>, тыс. руб.

Средняя заработная плата	2002 г.	2007 г.	Темп роста, разы
По экономике в целом	4,4	13,5	3,2
В том числе по видам деятельности:			
сельское хозяйство	1,9	6,1	3,2
добыча полезных ископаемых	11,1	28,3	2,5
обрабатывающие производства	4,4	12,9	2,9
строительство	4,8	14,2	3,0

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2008. С. 122–123.

В темпах изменения средних по видам деятельности, т.е. в групповых средних, проявляются частные закономерности изменения заработной платы: в интервале от 2 до 3,2 раза. Сравнивая изменение общей средней, устанавливаем общую закономерность изменения уровня заработной платы в экономике страны: увеличение в 3,2 раза.

Всесторонний анализ предполагает совместное использование общих и групповых средних: это позволяет характеризовать общие закономерности развития и особенности их проявления в конкретных условиях.

Расчет средней выполняется в два этапа. На первом этапе производится *обобщение* индивидуальных значений изучаемого признака  $x_i$  у множества, состоящего из  $n$  единиц:  $\{x_i\}$ . На втором этапе полученный результат *распределяется* между множеством этих  $n$  единиц:  $\{x_i\} + n = \bar{x}$ .

При обобщении значений признака у  $n$  объектов множества  $\{x_i\}$  происходит взаимное погашение влияния случайных причин и усиливается действия неслучайных систематических факторов. При распределении обобщенного значения признака между  $n$  единицами множества  $\{x_i\} + n$  определяется средняя типичная его величина  $\bar{x}$  у одной абстрактной единицы. В результате имеем либо групповую среднюю по группе однородных объектов:  $\{x_i\} + n = \bar{x}$ , либо общую среднюю для всего изучаемого множества  $\{x_i\} + n = \bar{x}$ .

Для расчета средних существуют несколько способов, которые отличаются порядком обобщения и распределения.

*Средняя арифметическая* обобщает индивидуальные значения  $x_i$  суммированием, а равномерное распределение — делением суммы  $x_i$  на число единиц, участвующих

$$\text{в расчете: } \bar{x}_{\text{арифм}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Частое использование арифметической средней объясняется ее особыми свойствами, которые делают ее расчет более простым, а результат — легко проверяемым.

Сумма отклонений значений признака от арифметической средней равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{\text{арифм}}) = 0.$$

Если значения признака  $x_i$  изменить на число  $A$ , то арифметическая средняя изменится на это же число:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \pm A)}{n} = \bar{x}_{\text{арифм}} \pm A.$$

Если значения признака  $x_i$  увеличить в  $A$  раз, то арифмети-

ческая средняя увеличится в  $A$  раз:  $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot A)}{n} = \bar{x}_{\text{арифм}} \cdot A$ .

Если значения признака  $x_i$  уменьшить в  $A$  раз, то арифметическая средняя также уменьшится в  $A$  раз:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{A}\right)}{n} = \frac{\bar{x}_{\text{арифм}}}{A}.$$

*Средняя гармоническая* используется в тех случаях, когда расчет выполняется по значениям признака, который связан с изучаемым признаком обратной зависимостью, т.е. при условии, что  $\bar{V}$  определяется по значениям признака  $t = \frac{1}{V}$ .

Например, показатель выработки продукции на работника:  $V = \frac{\text{Продукция}}{\text{Работники}} = \frac{Q}{T}$ . Показатель трудоемкости единицы продукции:  $t = \frac{\text{Работники}}{\text{Продукция}} = \frac{T}{Q}$ .

Показатели выработки и трудоемкости находятся в обратной зависимости:  $V = \frac{1}{t}$ , а  $t = \frac{1}{V}$ . Поэтому при расчете средней выработки по значениям трудоемкости следует применять гармоническую среднюю

по значениям трудоемкости следует применять гармоническую среднюю

$$\bar{V} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{V_i}}.$$

*Средняя квадратическая* применяется в случаях, когда при обобщении значений признака  $M_i$  необходимо избежать нулевого результата, так как  $\sum_{i=1}^n M_i = 0$ . Для этого значения признака возводят в квадрат:  $M_i^2$ , из суммы квадратов

рассчитывают среднюю:  $M^2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^2}{n}$ , а из полученной средней извлекают квадратный корень:

$$\bar{M} = \sqrt{M^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n M_i^2}{n}}.$$

Наиболее часто квадратическая средняя применяется при расчете показателей вариации и оценок различий структур множества.

Средняя геометрическая обобщает значения признака путем расчета их произведения:  $K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \cdot K_n = \prod_{i=1}^n K_i$ ,

а из результата извлекается корень  $n$ -й степени:  $\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \cdot K_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_i}$ .

Наиболее логически оправдано применение геометрической средней при расчете из цепных темпов роста среднего темпа роста:

$$\bar{K} = \sqrt[4]{1,012 \cdot 1,045 \cdot 1,097 \cdot 2,122} = \sqrt[4]{2,4618} = 1,2526.$$

Разный порядок расчета средних объясняет разные значения результата. Свойство мажорантности средних величин устанавливает зависимость величины средней от показателя ее степени: чем выше показатель степени средней, тем больше ее значение. Каждая из рассмотренных средних представляет собой разновидность степенной средней (табл. 6.2).

Таблица 6.2

Формы средних величин

Форма средней	Расчетная формула	Показатель степени средней, $c$
Квадратическая	$\bar{M} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n M_i^2}{n}}$ (6.1)	$c = 2$
Арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ (6.2)	$c = 1$

Окончание табл. 6.2

Форма средней	Расчетная формула	Показатель степени средней, $c$
Геометрическая	$\bar{K} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_i}$ (6.3)	$c = 0$
Гармоническая	$\bar{V} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{V_i}}$ (6.4)	$c = -1$

В качестве иллюстрации свойства мажорантности выполним по данным о численности населения федеральных округов РФ расчет разных средних (табл. 6.3).

Приведенный пример подтверждает, что с увеличением степени средней: от наименьшей — для гармонической, до наибольшей — для квадратической, величина средней увеличивается. Свойство мажорантности средних можно представить в виде неравенств:  $\bar{V} < \bar{K} < \bar{x} < M$ .

Из свойства мажорантности следует вывод о том, что выбор способа расчета средней не может быть произвольным. Он должен основываться на смысловом содержании исходных данных и на условиях применения конкретной формы средней.

Известно, что геометрическая средняя используется для обобщения темпов роста, а квадратическая — в тех случаях, когда сумма значений признака равна нулю. Поэтому наиболее востребованными практикой являются арифметическая и гармоническая формы средних.

По особым правилам проводится расчет средних из абсолютных и относительных значений изучаемых характеристик. Рассмотрим особенности расчета средних на примере данных по федеральным округам РФ за 2007 г. (табл. 6.4).

В табл. 6.4 использованы следующие признаки и их обозначения.

Численность занятых в экономике федерального округа, млн человек —  $P_i$ .

Численность занятых в процентах от численности всего населения федерального округа, % —  $C_i$ .

Приходится оборота розничной торговли за год в среднем на одного жителя федерального округа, тыс. руб. —  $T_i$ .

Приходится инвестиций в среднем на одного занятого в экономике федерального округа, тыс. руб. —  $R_i$ .

Таблица 6.3

Расчет средней численности населения федеральных округов РФ с применением различных средних<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность населения на 01.01.2008 ( $N_i$ ), млн человек	$N_i^2$ ( $c = 2$ )	$N_i$ ( $c = 1$ )	$\prod_{i=1}^7 N_i$ ( $c = 0$ )	$\frac{1}{N_i}$ ( $c = -1$ )
Центральный	37,2	1383,8	37,2	37,2	0,027
Северо-Западный	13,5	182,3	13,5	502,2	0,074
Южный	22,8	519,8	22,8	11 450,2	0,044
Приволжский	30,2	912,0	30,2	345 794,8	0,033
Уральский	12,2	148,8	12,2	4 218 697,0	0,082
Сибирский	19,6	384,2	19,6	82 686 460,2	0,051
Дальневосточный	6,5	42,3	6,5	537 461 991,5	0,154
Итого	142,0	3573,2	142,0	537 461 991,5	0,465
Квадратическая средняя (см. формулу (6.1.))	—	22,593	—	—	—
Арифметическая средняя (см. формулу (6.2.))	—	—	20,286	—	—
Геометрическая средняя (см. формулу (6.3.))	—	—	—	17,668	—
Гармоническая средняя (см. формулу (6.4.))	—	—	—	—	15,061

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2008.

Особенность абсолютных значений признака в том, что непосредственно относятся к единице совокупности и определяют ее абсолютные размеры. Например, для федерального округа как единицы множества абсолютными значениями будут численность населения, численность занятых, стоимость произведенной продукции, стоимость основного капитала, прибыль от реализации продукции и т.п. Приведенные признаки относятся непосредственно к федеральному округу, называются *первичными* и по их значениям можно определить размеры каждого изучаемого объекта. При обработке абсолютных значений этих признаков точно учитывается размер каждой единицы и поэтому нет никаких ограничений обобщения их значений путем непосредственного суммирования. Средняя, при расчете которой обрабатываются значения единственного признака, называется простой. Например, простая средняя применяется для расчета средней численности занятых в экономике одного федерального округа (табл. 6).

Таблица  
Расчет средних значений экономических показателей по федеральным округам РФ, 2007 г.

Федеральный округ	Численность занятых в экономике, млн человек	Численность занятых, % численности всего населения	Приходится оборота розничной торговли за год в среднем на одного жителя, тыс. руб.	Приходится инвестиций в среднем на одного занятого в экономике, тыс. руб.
	$P_i$	$C_i$	$T_i$	$R_i$
Центральный	18,5	49,7	100,5	86,5
Северо-Западный	6,8	50,2	75,3	118,2
Южный	9,0	39,5	58,3	73,3
Приволжский	14,6	48,3	64,1	73,8
Уральский	6,1	50,0	92,6	178,5
Сибирский	8,9	45,4	65,3	77,0
Дальневосточный	3,3	50,8	64,6	125,8
Итого	67,2	×	×	×
Среднее значение	9,6	47,3	76,4	94,2

<sup>1</sup> Рассчитано по: Россия в цифрах. 2008. С. 46–50; Россия в цифрах. 2007. С. 40–47.

Примечания: Знак «×» означает, что данная ячейка не подлежит заполнению.

Расчет выполняется по следующей формуле

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n=7} P_i}{n} = \frac{67,2}{7} = 9,6 \text{ (млн человек).}$$

В экономике федерального округа в среднем за год занято 9,6 млн человек.

Средние из относительных значений определяются по более сложной схеме. Особенность относительных значений в том, что они не связаны непосредственно с размерами изучаемых единиц, а без этого учета подсчет точной средней обычно невозможен. В подобных случаях в расчет должны включаться дополнительные значения характеристик, которые отражают абсолютные размеры каждой из изучаемых единиц. В расчете средней помимо изучаемой участвует дополнительная характеристика или *вес*, поэтому средняя называется взвешенной. При расчете взвешенной средней в качестве веса всегда выступает абсолютная характеристика или первичный признак. Вес позволяет учесть абсолютные размеры каждой единицы и обеспечивает расчет точного значения средней.

В приведенном примере характеристики  $C_i$ ,  $T_i$  и  $R_i$  являются относительными, поэтому прямое суммирование их значений недопустимо. Для определения схемы расчета их средних значений установим порядок расчета их индивидуальных значений.

Расчет процента занятых от численности всего населения выполняется по следующей формуле:  $C_i = \frac{\text{Занятые}}{\text{Население}} \cdot 100\%$ .

В расчетной формуле неизвестна по условию задачи численность населения. Для определения ее значения выразим численность населения через численность занятых  $P_i$  и известные значения процента занятых от численности всего населения  $C_i$ :

$$\text{Население} = \frac{\text{Занятые в экономике}}{\text{Процент занятых от численности всего населения}}$$

или,

$$\text{Население, млн человек} = \frac{P_i}{C_i / 100\%}$$

Чтобы определить численность населения в млн человек, необходимо разделить численность занятых в экономике  $P_i$  на их долю в численности всего населения  $C_i$ . Поэтому необходимо значения  $C_i$  перевести из процентов в доли единицы:  $\frac{C_i}{100\%}$ .

Рассчитаем неизвестное значение численности населения в дополнительной расчетной графе (табл. 6.5, гр. 2). При известных значениях численности занятых  $P_i$  и численности всего населения

$$\left( \frac{P_i}{C_i} \cdot 100\% \right)$$

расчет процента занятых

в буквенной форме имеет вид

$$C_i = \frac{P_i}{\left( \frac{P_i}{C_i} \cdot 100\% \right)} \cdot 100\%.$$

Общая средняя  $\bar{C}$  рассчитывается по той же схеме, что и индивидуальные значения характеристики  $C_i$ . Разница лишь в том, что при расчете общей средней  $\bar{C}$  используются итоговые значения сравниваемых признаков: численности занятых, млн человек  $\sum P_i$  и численности всего населения, млн человек  $\sum \left( \frac{P_i}{C_i} \cdot 100\% \right)$ . То есть расчет общей средней  $\bar{C}$  по семи федеральным округам выполняется по формуле

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{n=7} P_i}{\sum_{i=1}^{n=7} \left( \frac{P_i}{C_i} \cdot 100\% \right)} \cdot 100\% = \frac{67,2}{142,1} \cdot 100\% = 47,3\%.$$

В экономике России в 2007 г. доля занятого населения составляла в среднем 47,3% численности всего населения.

Таблица 6.5

Расчет средних значений относительных характеристик по экономике РФ в 2007 г.

Федеральный округ	Среднегодовая численность занятых в экономике, млн человек	Численность занятых, % от численности всего населения	Численность всего населения, млн человек	Приходится оборота розничной торговли за год в среднем на одного жителя, тыс. руб.	Оборот розничной торговли за год, млрд руб.	Приходится инвестиций в среднем на одного занятого, тыс. руб.	Инвестиции в экономику за год, млрд руб.
	$P_i$	$C_i$	$\frac{P_i \cdot 100\%}{C_i}$	$T_i$	$\frac{P_i \cdot T_i \cdot 100\%}{C_i}$	$R_i$	$\frac{R_i \cdot P_i}{P_i}$
А	1	2	3	4	5	6	7
Центральный	18,5	49,7	37,2	100,5	3738,6	86,5	1600
Северо-Западный	6,8	50,2	13,55	75,3	1020,3	118,2	804
Южный	9,0	39,5	22,8	58,3	1329,2	73,3	660
Приволжский	14,6	48,3	30,25	64,1	1939,0	73,8	1077
Уральский	6,1	50,0	12,2	92,6	1129,7	178,5	1089
Сибирский	8,9	45,4	19,6	65,3	1279,9	77,0	685
Дальневосточный	3,3	50,8	6,5	64,6	419,9	125,8	415
Итого	67,2	×	142,1	×	10 856,6	—	6330
Средняя арифметическая (см. формулу (6.1))	9,6	—	—	76,4	—	94,2	—
Средняя гармоническая (см. формулу (6.2))	—	47,3	—	—	—	—	—

Расчет выполнен по гармонической средней взвешенной, в которой весом выступил первичный признак  $P_i$  — численность занятых в экономике.

Аналогичные рассуждения лежат в основе расчета средних значений двух других относительных характеристик: средней стоимости оборота розничной торговли на одного жителя,  $\bar{T}$  тыс. руб., и средней стоимости инвестиций на одного занятого,  $\bar{R}$  тыс. руб.

Индивидуальные значения стоимости оборота розничной торговли на одного жителя, тыс. руб., рассчитываются как результат сравнения оборота розничной торговли за год, млрд руб., с численностью всего населения, млн человек:

$$T_i = \frac{\text{Оборот розничной торговли, млрд руб.}}{\text{Численность всего населения, млн человек}}$$

По условию задачи неизвестна стоимость оборота розничной торговли. Поэтому выразим неизвестные значения оборота розничной торговли через известные значения численности всего населения и заданные в условии задачи значения  $T_i$ . Искомый оборот розничной торговли (товарооборот) есть произведение численности всего населения и величины товарооборота на одного жителя:

Оборот розничной торговли, млрд руб. =

$$= \left( \frac{P}{C} \right) \cdot T = \frac{P \cdot T}{C}$$

Величина оборота розничной торговли измеряется в млрд руб., так как при его расчете численность жителей в млн человек умножаем на товарооборот на одного жителя в тыс. руб.

Определим неизвестные значения оборота розничной торговли за год в гр. 5 табл. 6.5.

Расчет общего среднего значения оборота розничной торговли на одного жителя, тыс. руб.,  $\bar{T}$ , выполним с итоговым значением суммы оборота розничной торговли, млрд руб.,  $\sum \left( \frac{P \cdot T}{C} \right)$ , и суммарной численности всего

населения, млн человек,  $\sum \left( \frac{P}{C} \right)$ . Расчетная формула имеет вид

населения, млн человек,  $\sum \left( \frac{P}{C} \right)$ . Расчетная формула

имеет вид

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n=7} \frac{P_i \cdot T_i}{C_i}}{\sum_{i=1}^{n=7} \frac{P_i}{C_i}} = \frac{10\,856,6 \text{ (млрд руб.)}}{142,1 \text{ (млн чел.)}} = 76,4 \text{ (тыс. руб.)}$$

В 2007 г. на одного жителя в Российской Федерации приходилось в среднем 76,4 тыс. руб. оборота розничной торговли. При расчете использована арифметическая взвешенная средняя, а весом выступают абсолютные значения

общей численности населения:  $\frac{P_i}{C_i}$ .

Для расчета стоимости инвестиций на одного занятого необходимо стоимость инвестиций, млрд руб., сравнить с численностью занятых в экономике, млн человек:

Инвестиции на одного занятого,  $R_i$  тыс. руб. =  $\frac{\text{Инвестиции, млрд руб.}}{\text{Занятые, млн человек}}$

По условию неизвестна стоимость инвестиций, поэтому для расчета ее значений следует выразить инвестиции через известные значения численности занятых  $P_i$  и через заданные в условии задачи величины инвестиций на одного занятого  $R_i$ :

Инвестиции, млрд руб. =

= Численность занятых · Инвестиции на одного занятого, или

Общая сумма инвестиций, млрд руб. =  $P_i \cdot R_i$ .

Подсчет неизвестного значения общей суммы инвестиций выполним в гр. 7 табл. 6.5.

Рассчитанные значения общей суммы инвестиций позволяют определять индивидуальные значения инвестиций на одного занятого по формуле

$$R_i = \frac{R_i \cdot P_i}{P_i}$$

Для РФ в целом среднее значение инвестиций в расчете на одного занятого  $\bar{R}$  рассчитаем как отношение суммы инвестиций за год  $\sum R \cdot P$  к сумме численности занятых  $\sum P$ :

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n=7} R_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^{n=7} P_i} = \frac{6330 \text{ (млрд руб.)}}{67,2 \text{ (млн человек)}} = 94,2 \text{ (тыс. руб.)}$$

В 2007 г. инвестиции в расчете на одного занятого составили в среднем 94,2 тыс. руб. При расчете использована средняя арифметическая взвешенная, весом являются абсолютные значения численности занятых.

Завершающим этапом расчета средних является проверка правильности результата. Логическая проверка основана на анализе схемы расчета индивидуальных значений характеристики и на определении смысла признака-веса. Счетный контроль устанавливает, находится ли средняя в интервале от минимального до максимального значения изучаемого признака. Если выполняется условие  $X_{\min} < \bar{X} < X_{\max}$ , расчет средней выполнен верно. Если данное условие не выполняется, то в расчете допущены ошибки, которые необходимо выявить и исправить.

В нашем примере (см. табл. 6.5) для всех значений рассчитанных средних данное условие выполняется:

$$\text{простая арифметическая } \bar{P} = 9,6 \quad 6,1 < \bar{P} < 18,5;$$

$$\text{взвешенная гармоническая } \bar{C} = 47,3 \quad 39,5 < \bar{C} < 50,8;$$

$$\text{взвешенная арифметическая } \bar{T} = 76,4 \quad 58,3 < \bar{T} < 100,5$$

$$\text{взвешенная арифметическая } \bar{R} = 94,2 \quad 73,3 < \bar{R} < 178,5$$

Это означает, что в определении средних значений допущено расчетных ошибок, а использование взвешенных средних для расчета средних из относительных величин позволило учесть размеры изучаемых единиц — федеральных округов РФ.

Подводя итог, напомним основные правила построения средних величин.

По абсолютным значениям признака допустим расчет простой средней. Как правило, в большинстве случаев применяется арифметическая средняя. Например, расчет  $\bar{P}$ .

По относительным значениям расчет выполняется по взвешенной средней, в которой весом являются абсолютные значения первичного признака, связанного по смыслу с изучаемым признаком. Например, расчет  $\bar{C}$ ,  $\bar{T}$  и  $\bar{R}$ .

В качестве веса используются значения признака, по отношению к которому рассчитаны относительные значения вторичного признака. Вес может отображаться весьма просто, как, например, при расчете  $\bar{C}$  и  $\bar{R}$ , где в качестве веса использована численность занятых  $P_i$ . Но он может иметь и сложное отображение, как, например, при расчете  $\bar{T}$ , у которого весом была численность всего населения  $\frac{P_i}{C_i}$ . Каким бы образом ни отображался признак-вес, он всегда должен представлять собой абсолютную оценку изучаемого объекта.

Выбор формы средней в большинстве случаев ограничен арифметической или гармонической, так как квадратическая и геометрическая применяются лишь в строго определенных случаях.

Арифметическая форма средней применяется в тех случаях, когда в условии поставленной задачи отсутствуют значения признака, который связан с изучаемым признаком прямой зависимостью, т.е. когда в расчетной формуле индивидуальных значений отсутствуют сведения о ее числителе. Примером могут быть расчеты  $\bar{P}$ ,  $\bar{T}$  и  $\bar{R}$ .

Если в расчетной формуле отсутствуют данные о знаменателе отношения, то используется гармоническая средняя. В этом случае изучаемый признак связан с неизвестным признаком обратной зависимостью, как, например, при расчете  $\bar{C}$ .

Правильно выполненные расчеты позволяют получить точные средние значения, которые отражают характерную величину признака и представляют интерес при решении аналитических и прогнозных задач.

## 6.2. Понятие вариации, задачи ее изучения

Решение многих задач анализа и прогноза основано на применении средних величин. Но далеко не всегда и не

каждую среднюю характеристику можно использовать. Лишь в тех случаях, когда средняя достоверна и устойчива, отражает типическое значение признака у множества объектов, когда индивидуальные значения  $x_i$  слабо отличаются от  $\bar{x}$ , тогда анализ и прогноз будут точными и надежными.

Об устойчивости средней можно судить по величине разностей, которые получены при ее сравнении с индивидуальными значениями признака:  $x_i - \bar{x}$ . Чем больше подобных различия, тем менее устойчива средняя, тем меньше ее типичность, тем менее пригодна она для применения. Например, при анализе заработной платы  $W_i$  и назначенных пенсий  $U_i$  по федеральным округам РФ наблюдаются отличия их индивидуальных значений от средних (табл. 6.6).

Таблица 6  
Сравнительная оценка уровня заработной платы и пенсий по федеральным округам РФ, 2007 г., тыс. руб.

Федеральный округ	Заработная плата за месяц	Отклонение индивидуальной заработной платы от средней	Размер ежемесячной пенсии	Отклонение индивидуальной пенсии от средней
	$W_i$	$dW_i$	$U_i$	$dU_i$
Центральный	15,9	2,0	3,7	-0,1
Северо-Западный	15,3	1,4	4,2	0,4
Южный	9,2	-4,7	3,4	-0,4
Приволжский	10,3	-3,6	3,5	-0,3
Уральский	17,8	3,9	3,9	0,1
Сибирский	12,3	-1,6	3,7	-0,1
Дальневосточный	16,7	2,8	4,3	0,5
Итого	97,5	0,0	26,7	0,0
Средняя арифметическая	13,9	—	3,8	—

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 126–128, табл. 4.18.

Величина отклонений по заработной плате  $dW_i$  заметно больше, чем величина отклонений по пенсиям  $dU_i$ . Поэтому можно предположить, что средняя по размеру пенсии более

устойчива и более типична, чем средняя по заработной плате. Факт существования отличий  $x_i - \bar{x} = dx_i$  отражает качество средней величины признака  $\bar{x}$  и индивидуальные особенности значений  $x_i$  или их вариацию.

**Вариация** — это способность объекта формировать и развивать свои особенности, проявлять склонность к изменениям, к движению в том или ином направлении.

Например, высокая вариация указывает на наличие регионов с резко отличающейся заработной платой: с высокой — в Уральском и Дальневосточном и низкой — в Южном и Приволжском федеральных округах. Незначительная вариация размера пенсий говорит об отсутствии подобных территориальных различий.

В вариации, в ее величине и в направлении проявляется внутренняя сущность изучаемого объекта, его способность реагировать на окружающие условия и их изменения. Отсутствие больших различий в размере пенсий говорит о примерно одинаковых условиях ее формирования и назначения. Большие отличия в уровнях заработной платы отражают как социально-экономические и природно-климатические различия в условиях труда, так и различия в квалификации работников и в формах оплаты их труда. Чем резче отличия, тем очевиднее присутствие территорий с предельно большой и с предельно малой заработной платой.

Изучение вариации дает ответы на многие сложные вопросы и позволяет принимать обоснованные решения. Размеры вариации указывают на однородность множества, присутствие в его составе более однородных подмножеств, частных совокупностей или групп с минимальной вариацией внутри каждой группы; на направления возможного развития множества, формирование групп с предельно близкими минимальными или максимальными либо средними значениями. Вариация определяет форму распределения объектов по значениям признака, указывает на ее схожесть с нормальным, равномерным или иным распределением, определяет роль случайных и существенных причин в формировании индивидуальных и средних значений признака.

Широкий перечень задач, возникающих при принятии решений, которые связаны с рисками, объясняет интерес к изучению вариации.

### 6.2.1. Представление исходных данных для изучения вариации в ранжированных и вариационных рядах

Для количественной оценки размеров вариации у множества, состоящего из  $N$  объектов, необходимо сравнивать индивидуальные значения признака  $x_i$  с его средней  $\bar{x}$ . При небольшом объеме множества, когда  $N < 50$ , используется полный перечень объектов и значений данного признака. Объекты, расположенные по возрастанию  $x_i$ , образуют *ранжированный* ряд, а расчет показателей выполняется по конкретным точечным значениям признака (табл. 6.7).

Таблица 6.7

Распределение федеральных округов РФ по величине прибыли от экономической деятельности в 2008 г., млрд руб.

Федеральный округ	Прибыль от экономической деятельности за год, $x_i$ , млрд руб.
Дальневосточный	111,3
Южный	225,5
Сибирский	461,7
Северо-Западный	511,7
Уральский	690,2
Приволжский	753,9
Центральный	1174,8
Всего по РФ	3929,1

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. С. 40–47, табл. 1.5.

Множество объемом более 50 ед. представляют в компактной форме, в виде вариационного ряда.

*Вариационный ряд* — это таблица, в которой приводит перечень групп объектов с заданным значением изучаемого признака и указывается размер каждой группы.

Примером вариационного ряда является распределение занятого населения по возрасту (табл. 6.8).

Группы единиц вариационного ряда образуются по количественным и неколичественным признакам. Количественные признаки могут принимать либо дискретные, либо непрерывные значения. Примером вариационного ряда, построенного по количественному признаку с непрерывными значениями является распределение занятых по возрасту. Здесь в каждую группу попадают занятые в возрасте от  $x_m$  до  $x_{m+i}$ , где

$i$  — интервал изменения возраста в группе. В данном примере интервал составляет  $i = 29 - 20 = 39 - 30 = \dots = 59 - 50 = 10$  лет. Во всех группах использован равный интервал возраста. Поэтому для первой и последней группы определим условные отсутствующие значения интервала:  $x_{1\min} = x_{1\max} - i_x = 20 - 10 = 10$ ;  $x_{6\max} = x_{6\min} + i_x = 60 + 10 = 70$ .

Таблица 6.8

Распределение населения, занятого в экономике РФ в 2007 г., по возрасту<sup>1</sup>

Группы занятого населения по возрасту, $x_i$ , лет	Численность занятых в экономике	
	$f_i$ , млн человек	$p_i$ , % к итогу
До 20	1,22	1,8
20–29	15,50	22,8
30–39	16,39	24,1
40–49	18,90	27,8
50–59	13,53	19,9
60 и старше	2,45	3,6
Всего	68,00	100,0

<sup>1</sup> Составлено по: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008. С. 114, табл. 4.5; С. 122, табл. 4.8.

Количественный непрерывный признак принимает для каждой группы значения, которые могут изменяться на переменную величину интервала. Примером служит распределение безработных по продолжительности поиска работы (табл. 6.9).

Таблица 6.9

Распределение численности безработных в Российской Федерации по продолжительности поиска работы в 2007 г.<sup>1</sup>

Группы безработных по продолжительности поиска работы, $x_i$ , мес.	Численность безработных	
	всего $f_i$ , млн человек	$p_i$ , % к итогу
До 3	1,28	30,2
3–6	0,61	14,4
6–12	0,70	16,4
более года	1,66	38,9
Всего	4,25	100,0

<sup>1</sup> Составлено по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 75, табл. 3.1; С. 69, табл. 3.15.

В этом вариационном ряду при расчете отсутствующих значений используется величина интервала в ближайшей группе, т.е.  $x_{1\min} = x_{1\max} - i_x = 3 - 3 = 0$ ;  $x_{4\max} = x_{4\min} + i_x = 12 + 3 = 15$ .

Особое место занимают вариационные ряды, построенные по значениям неколичественных (атрибутивных) признаков. Группы объектов выделяются по признакам, значения которых фиксируются понятием, категорией, т.е. в словесной форме (табл. 6.10).

Таблица 6.10  
Состав денежных доходов населения РФ в 2008 г.<sup>1</sup>

Источник денежных доходов	Сумма доходов	
	и, млрд руб.	p, % к итогу
Предпринимательская деятельность	2548	10,0
Оплата труда	17 524	68,6
Социальные выплаты	3284	12,8
Доходы от собственности	1694	6,6
Другие доходы	512	2,0
Всего	25 562	100,0

<sup>1</sup>Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 117, табл. 7.5; С. 118, табл. 7.1

Рассчитывать обычные показатели вариации по атрибутивным признакам затруднительно, поэтому широко применяются оценки структуры множества и различий структуры за разные годы, по разным территориям и объектам.

### 6.2.2. Абсолютные и относительные показатели вариации. Графики вариационного ряда

Оценку вариации дают абсолютные и относительные показатели. К абсолютным относятся: размах вариации  $R_x$ , среднее линейное отклонение  $L_x$ , дисперсия  $D_x$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$ . Абсолютные показатели  $R_x$ ,  $L_x$  и  $\sigma_x$  оценивают размер вариации в натуральных единицах измерения, в которых приводятся значения изучаемого признака: годах (г), тысячах рублей (тыс. руб.), километрах (км), тысячах тонн (тыс. т).

Размах вариации  $R_x = x_{\max} - x_{\min}$  определяет разницу между наибольшим и наименьшим значениями признака. Он не дает точного результата, так как не учитывает никаких иных значений  $x_i$ .

Среднее линейное отклонение  $L_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$ ;

среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ .

Оба эти показателя определяют, на какую абсолютную величину в среднем отклоняются индивидуальные значения  $x_i$  от его средней значения  $\bar{x}$ . Расчет  $L_x$  выполняется по арифметической средней, а  $\sigma_x$  — по квадратической. В обеих формулах в числителе используются процедуры, позволяющие не учитывать знак отклонения и не обращать сумму отклонений в ноль. В линейном отклонении используются модульные скобки, а в квадратическом — возведение в квадрат.

Расчет абсолютных показателей вариации по ранжированному ряду выполняется по простым средним (табл. 6.11).

Таблица 6.11  
Расчет показателей вариации по ранжированному ряду распределения федеральных округов РФ по величине прибыли от экономической деятельности в 2008 г.<sup>1</sup>

Федеральный округ	Прибыль от экономической деятельности за год, $x_i$ , млрд руб.	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
Дальневосточный	111,3	-450,0	450,0	202 500,0
Южный	225,5	-335,8	335,8	112 761,6
Сибирский	461,7	-99,6	99,6	9920,2
Северо-Западный	511,7	-49,6	49,6	2460,2
Уральский	690,2	128,9	128,9	16 615,2
Приволжский	753,9	192,6	192,6	37 094,8
Центральный	1174,8	613,5	613,5	376 382,3
Всего по РФ	3929,1	0,0	1870,0	757 734,2
Средняя	561,3		267,1	108 247,7
$\sigma_x$	329,0	—	—	—

<sup>1</sup> Составлено и рассчитано по: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47, табл. 1.5.

Размах вариации составляет 1063,5 млрд руб., средне-линейное и среднее квадратическое отклонения показывают, что размер региональной прибыли отличается от ее средних значений в среднем на 267,1 и на 329,0 млрд руб. соответственно:

$$R_x = x_{\max} - x_{\min} = 1174,8 - 111,3 = 1063,5 \text{ (млрд руб.)};$$

$$L_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{1870,0}{7} = 267,1 \text{ (млрд руб.)};$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{D_x} =$$

$$= \sqrt{\frac{757734,2}{7}} = \sqrt{108247,7} = 329,0 \text{ (млрд руб.)}.$$

При расчете среднего квадратического отклонения  $\sigma$  под корнем  $\sqrt{D_x}$  получено значение дисперсии  $D_x = \sigma_x^2$ . Этот показатель находит широкое применение в практике статистического анализа, но в отличие от других абсолютных оценок он не имеет единиц измерения.

В тех случаях, когда показатели определяются по вариационному ряду, в расчете участвуют размеры каждой структурной группы: либо показатели частоты  $f_i$ , либо показатели частости, выраженные в процентах  $p_i$ , или в долевых единицах  $w_i$  (табл. 6.12).

В данном примере

$$L_x = \frac{\sum_{i=1}^6 |x_i - \bar{x}| \cdot p_i}{\sum_{i=1}^6 p_i} = \frac{1032,6}{100} = 10,326 \approx 10,3 \text{ (года)};$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i}{\sum_{i=1}^6 p_i}} = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{14187,0}{100}} = \sqrt{141,9} = 11,9 \text{ (года)}.$$

Средний возраст населения, занятого в экономике РФ в 2007 г., составил 39,7 года; абсолютные показатели вариации

Таблица 6.12

Расчет показателей вариации по вариационному ряду распределение населения, занятого в экономике РФ, по возрасту, 2007 г.<sup>1</sup>

Группы занятого населения по возрасту <sup>2</sup> , $x_i$ , лет	Численность занятых в экономике		$x_i' = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$	$x_i' \cdot p_i$	$x_i' - \bar{x}$	$ x_i' - \bar{x}  \cdot p_i$	$(x_i' - \bar{x})^2 \cdot p_i$
	$f_i$ , млн человек	$p_i$ , % к итогу					
До 20	1,22	1,8	15,5	27,9	-24,2	43,6	1055,7
20–29	15,50	22,8	24,5	558,6	-15,2	347,0	5280,2
30–39	16,39	24,1	34,5	831,5	-5,2	125,8	656,2
40–49	18,90	27,8	44,5	1237,1	4,8	132,9	635,7
50–59	13,53	19,9	54,5	1084,6	14,8	294,2	4348,3
60 и старше	2,45	3,6	64,5	232,2	24,8	89,2	2210,9
Итого	68,00	100,0	—	3971,8	—	1032,6	14187,0
Средняя	—	—	—	39,7	—	10,3	141,9

<sup>1</sup> Составлено и рассчитано по: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008 С. 114, табл. 4.5; С. 122, табл. 4.8.

<sup>2</sup> Поскольку в официальных публикациях не указан минимальный возраст занятого населения, в расчете использован формальный подход, по которому для первой группы использован единый групповой интервал, равный десяти годам.

таковы: среднее линейное и среднее квадратическое отклонения составили соответственно 10,3 и 11,9 года.

Для ответа на вопрос, насколько велика вариация значения признака, необходимо рассмотреть относительные показатели вариации. В них абсолютные оценки вариации сравниваются с величиной средней, которая выступает здесь как единая точка сравнения. Результат измеряется в процентах.

Коэффициент линейного отклонения

$$K_{L_x} = \frac{L_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{10,3}{39,7} \cdot 100\% = 25,9\%;$$

коэффициент вариации

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{11,9}{39,7} \cdot 100\% = 29,97\% \approx 30,0\%.$$

Оба коэффициента оценивают вариацию как невысокую, что указывает на надежность показателя среднего возраста.

Наиболее часто в анализе используется коэффициент вариации. Его значения позволяют судить об однородности группы и о надежности средней величины. При коэффициенте вариации менее 30% ( $V_x < 30\%$ ) множество значений признака  $x_i$  считается однородным, отсутствуют большие или малые значения, поэтому средняя является надежной величиной, пригодной для аналитических и прогнозных расчетов.

При коэффициенте вариации в диапазоне от 30 до 70% ( $30\% < V_x < 60-70\%$ ) однородность признака понижается из-за присутствия нескольких либо предельно больших ( $x_{\max}$ ), либо предельно малых ( $x_{\min}$ ), т.е. аномальных значений. Это снижает надежность средней и ограничивает область ее применения расчетами с обычным, не повышенным уровнем требований к точности результатов.

При высоком коэффициенте вариации ( $V_x > 70\%$ ) однородность  $x_i$  невелика из-за присутствия значительного числа аномальных  $x_{\max}$  или  $x_{\min}$ . Поэтому средняя не является типичной, надежной и ее не рекомендуется использовать для аналитических и прогнозных расчетов.

В приведенном примере (см. табл. 6.8) показатель среднего возраста занятых является надежным, так как рассчитан по однородному множеству, коэффициент вариации составляет 30,0% и не выходит за границу, соответствующую минимальному размеру вариации.

Распределение регионов по величине прибыли (см. табл. 6.11) содержит менее однородные значения признака, которые имеют вариацию в допустимых размерах — до 70%, и менее типичную и менее надежную среднюю, которая, однако, пригодна для применения.

Коэффициент линейного отклонения

$$K_{L_x} = \frac{L_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{267,1}{561,3} \cdot 100\% = 47,6\%;$$

коэффициент вариации

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{329,0}{561,3} \cdot 100\% = 58,6\%.$$

Для выявления формы распределения единиц по значениям варьирующего признака используется график вариационного ряда. Если ряд построен по интервальным значениям признака, т.е. от  $x_m$  до  $x_{m-i}$ , то для его изображения используется столбиковая диаграмма, которая иначе называется гистограммой (рис. 6.1).

Распределение занятых по возрасту отражает примерно одинаковый удельный вес лиц в основных трудоспособных возрастах (20–30, 30–40, 40–50, 50–60) и гораздо меньший процент занятых в возрастах «до 20 лет» и «старше 60». Различия в удельном весе крайних и срединных возрастных

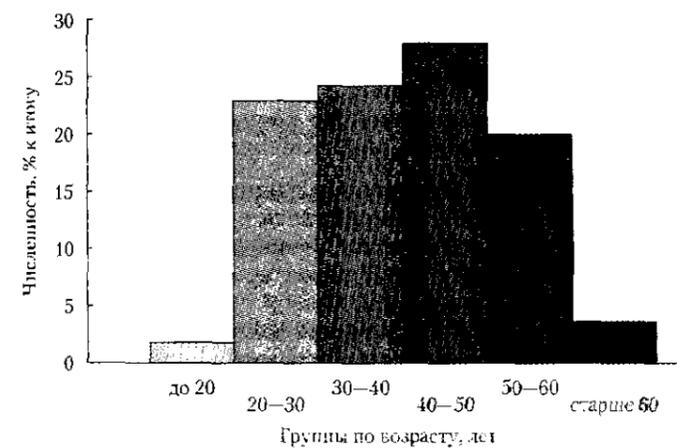


Рис. 6.1. Распределение населения, занятого в экономике РФ в 2007 г., по возрасту

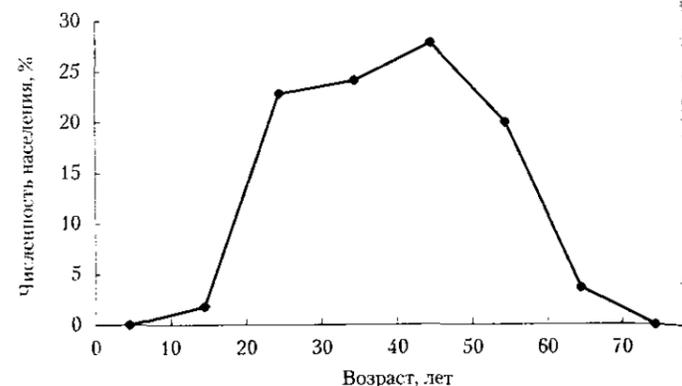


Рис. 6.2. Распределение населения, занятого в экономике РФ в 2007 г., по возрасту

групп объясняют вариацию возраста занятых, что приводит к отклонениям  $x_i$  от среднего возраста.

По точечным значениям признака строится полигон распределения частот (рис. 6.2). Особенность его построения заключается в том, что левая и правая ветви должны пересекать ось  $OX$  в середине нулевого ( $j = 0$ ) и  $k + 1$  ( $j = k + 1$ ) интервалов.

Совместное использование расчетных показателей и графиков позволяет принимать обоснованные решения об однородности изучаемого множества и о надежности средних значений его признаков.

### 6.2.3. Показатели центра распределения — средняя, мода и медиана

Для тех множеств, у которых выявлена высокая вариация, нецелесообразно использовать среднюю как оценочный типичного уровня признака. В подобных случаях рекомендуется применять иные характеристики, в частности показатели моды и медианы.

**Модой ( $M_o$ )** называют значение признака, которое наиболее часто встречается в изучаемом множестве. В ранжированном ряде мода определяется «на глаз», при визуальном анализе всех значений  $x_i$ . То значение, которое наиболее часто присутствует в данном множестве, называется модальным, или модой:  $M_o = f_{\max}$ . Для интервального вариационного ряда мода определяется в результате расчета:

$$M_o = x_{0, M_o} + i_{M_o} \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

где  $x_{0, M_o}$  — нижняя граница интервала, в котором находится мода;  $i_{M_o}$  — величина модального интервала;  $f_{M_o}$ ,  $f_{M_o-1}$ ,  $f_{M_o+1}$  — частоты модального интервала, предыдущего и последующего модальному интервалу.

Для ряда распределения занятых по возрасту мода составляет

$$M_o = 40 + 10 \cdot \frac{18,90 - 16,39}{(18,90 - 16,39) + (18,90 - 13,53)} =$$

$$= 40 + 10 \cdot \frac{2,51}{2,51 + 5,37} = 40 + 10 \cdot 0,32 = 43,2 \text{ (года)}.$$

Сравнение модального ( $M_o = 43,2$ ) и среднего ( $\bar{x} = 39,7$ ) возраста занятых указывает на их различия, которые в данном случае не превышают 10%:

$$\frac{M_o}{\bar{x}} \cdot 100\% - 100\% = \frac{43,2}{39,7} \cdot 100\% - 100\% = 8,8\%.$$

Показатель **медианы  $M_e$**  — это значение признака, которое находится в середине вариационного ряда и делит его на две равные части. По интервальному вариационному ряду медиана рассчитывается по формуле

$$M_e = x_{0, M_e} + i_{M_e} \cdot \frac{0,5 \sum_{i=1}^n f_i - F_{M_e-1}}{f_{M_e}}$$

где  $x_{0, M_e}$  — нижняя граница интервала, в котором находится медиана;  $i_{M_e}$  — величина медианного интервала;  $\sum_{i=1}^n f_i$  — число

единиц изучаемого множества;  $F_{M_e-1}$  — суммарное число единиц изучаемого множества в интервале, находящемся перед модальным;  $f_{M_e}$  — число единиц в модальном интервале.

В рассматриваемом примере модальное значение возраста занятых располагается в четвертом интервале «40—49 лет», так как в этой возрастной группе находится середина численности занятых: половина от 68 млн человек, или 50 от 100% их численности.

$$Me = 40 + 10 \cdot \frac{0,5 \cdot 68,0 - (1,22 + 15,50 + 16,39 + 24,10)}{18,90} = 40 + 10 \cdot 0,047 = 40,47 \approx 40,5 \text{ (лет)}.$$

В том множестве, у которого  $x_i$  однородны, средняя надежна и устойчива, значения моды, медианы и среднего совпадают либо незначительно отличаются. В приводимом примере при сравнении значений средней, медианы и моды очевидны их различия:

$$\bar{x} = 39,7 < Me = 40,5 < Mo = 43,2.$$

Как правило, подобное соотношение показателей указывает на несимметричность фактического распределения единиц по значениям признака. Но если оценивать эти различия, то они оказываются небольшими, не превышающими 10% от уровня средней.

$$\frac{Mo}{\bar{x}} \cdot 100\% - 100\% = \frac{43,2}{39,7} \cdot 100\% - 100\% = 8,8\%;$$

$$\frac{Me}{\bar{x}} \cdot 100\% - 100\% = \frac{40,5}{39,7} \cdot 100\% - 100\% = 1,9\%.$$

Следовательно, вывод об однородности  $x_i$ , устойчивости и надежности среднего значения признака не опровергается, а получает дополнительное подтверждение.

Расчет и сравнительный анализ средней, моды и медианы позволяют судить не только об однородности множества значений  $x_i$  и надежности средней, но и о симметричности распределения единиц, об отсутствии скошенности в сторону меньших или больших значений признака.

#### 6.2.4. Показатели формы распределения

Для количественной характеристики фактического распределения применяются показатели симметричности и формы его вершины. В качестве эталона для сравнения используется нормальное распределение, в котором левая и правая ветви симметричны, а вершина имеет строго определенную форму (рис. 6.3).

Оценку симметричности распределения дает коэффициент асимметрии:

$$K_{асим} = \frac{m_3}{\sigma_x^3}.$$

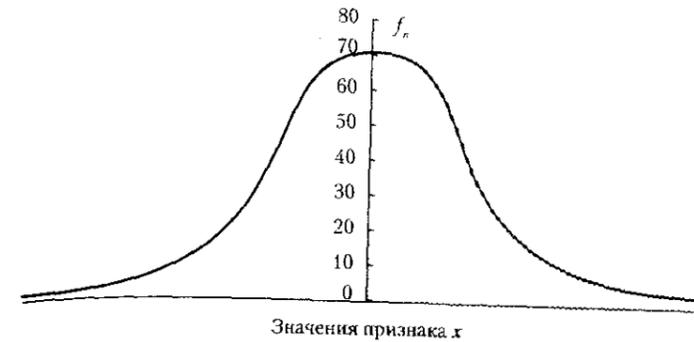


Рис. 6.3. Кривая нормального распределения (с нулевой скошенностью и нулевым эксцессом)

В нем сравниваются центральный момент третьего порядка  $m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n}$  и среднее квадратическое отклонение, возведенное в третью степень,  $\sigma_x^3 = \left[ \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \right]^3$ .

Коэффициент определяет во сколько раз центральный момент третьего порядка больше среднего квадратического отклонения, возведенного в третью степень.

Центральный момент третьего порядка принимает положительные и отрицательные значения, так как третья степень разности  $(x_i - \bar{x})$  сохраняет ее знак: плюс или минус. Положительная или отрицательная величина  $m_3$  позволяет судить о том, какие значения  $x_i$  — максимальные или минимальные — формируют скошенность фактического распределения.

В нормальном распределении скошенность отсутствует и коэффициент асимметрии равен нулю, а в фактическом распределении  $K_{асим}$  принимает любые значения. Когда коэффициент велик и по абсолютной величине не выходит за границы интервала  $(-1,5 < K_{асим} < +1,5)$ , скошенность фактического распределения незначительна, носит случайный характер и поэтому ею можно пренебречь. Это означает, что фактическое и нормальное распределения похожи, их отличия носят случайный характер, а значения средней

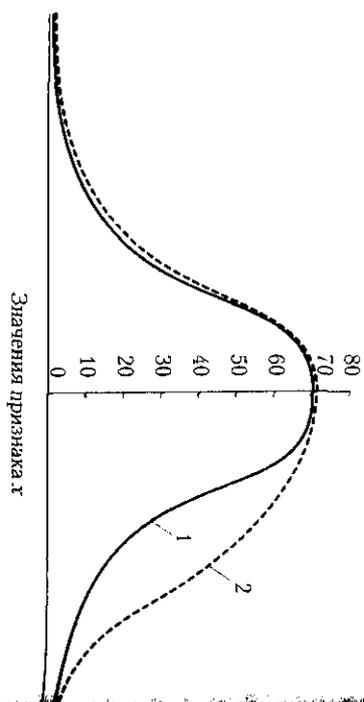


Рис. 6.4. Нормальное и асимметричное распределения (с правосторонней скошенностью):  
 $1 - f_n; 2 - f_a$

величины и среднее квадратического отклонения — устойчивы и надежны и могут использоваться в аналитических и прогнозных расчетах. На рис. 6.4 приводятся нормальное ( $f_n$ ) и асимметричное ( $f_a$ ) распределение с правосторонней скошенностью, которую вызвало более высокое число объектов, чьи значения значительно превышают среднюю величину.

Покажем расчет коэффициента асимметрии по данно возрасту занятого населения (табл. 6.13).

Центральный момент третьего порядка по вариационному ряду рассчитывается с учетом числа единиц в каждой группе ( $f_i$ ) по следующей формуле:

$$m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{8878,6}{68} = 130,6.$$

Коэффициент асимметрии рассчитывается так:

$$K_{\text{асим}} = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{130,6}{1689,1} = 0,08.$$

Коэффициент невелик и указывает на отсутствие существенности фактического распределения, на его схожесть с нормальным распределением, на надежность среднего возраста и среднее квадратического отклонения: их можно использовать в аналитических и прогнозных расчетах.

Таблица 6.13

Расчет коэффициентов асимметрии и эксцесса по вариационному ряду распределение населения, занятого в экономике РФ в 2007 г., по возрасту<sup>1</sup>

Группы занятого населения по возрасту, $x_i$ , лет	Численность занятых в экономике, $f_i$ , млн человек	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x}) \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^4 \cdot f_i$
До 20	1,22	15,5	-24,2	-29,5	-17 321,2	419 421,1
20–29	15,50	24,5	-15,2	-235,8	-54 587,2	830 508,3
30–39	16,39	34,5	-5,2	-85,5	-2323,7	12 116,5
40–49	18,90	44,5	4,8	90,4	2071,5	9913,6
50–59	13,53	54,5	14,8	200,1	43 734,1	646 637,5
60 и старше	2,45	64,5	24,8	60,7	37 305,1	924 630,4
Итого	68,00	–	–	–	8878,6	2 843 227,2
Средняя	–	39,7	–	–	130,6	41 812,2
$\sigma$	–	11,9	–	–	–	–
$\sigma^3$	–	1689,1	–	–	–	–
$\sigma^4$	–	20 116,7	–	–	–	–
$m_3$	–	130,6	–	–	–	–
$m_4$	–	41 812,2	–	–	–	–

<sup>1</sup> См. список к табл. 6.12.

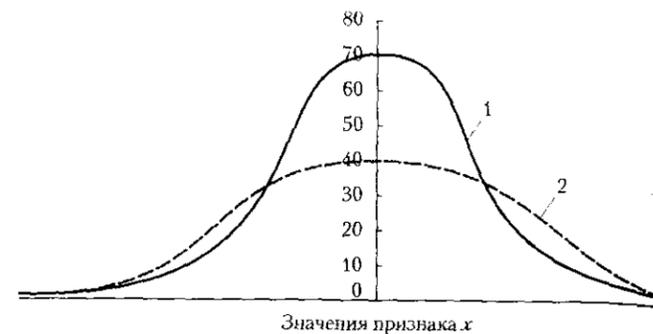


Рис. 6.5. Нормальное и плосковершинное распределения (с отрицательным эксцессом):

1 —  $f_n$ ; 2 —  $f_{ex}$

Коэффициент эксцесса сравнивает форму вершины фактического и нормального распределений. Вершина нормального распределения описывает стандартное расположение в непосредственной близости от  $\bar{x}$ . В этом случае  $E_{x \text{ экс}}$  равно 3. На рис. 6.5 представлено нормальное ( $f_n$ ) и плосковершинное ( $f_{ex}$ ) распределение с отрицательным эксцессом.

При расчете коэффициента эксцесса сравниваются фактический момент четвертого порядка и среднее квадратическое отклонение в четвертой степени. В нормальном распределении это отношение равно 3, поэтому для оценки отклонения фактической формы вершины от ее формы в нормальном распределении из данного отношения вычитается 3.

Расчет коэффициента эксцесса выполняется по формуле

$$E_{x \text{ экс}} = \frac{m_4}{\sigma_x^4} - 3,$$

где  $m_4$  — центральный момент четвертого порядка

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n};$$

$\sigma_x^4$  — среднее квадратическое отклонение в четвертой степени

$$\sigma_x^4 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \right]^2.$$

Значение коэффициента эксцесса зависит от того, как распределяются значения признака по отношению к его средней величине. При положительном значении коэффициента вблизи от  $\bar{x}$  находится большее число единиц, чем в нормальном распределении, и вершина характеризуется как острая. При острой вершине и коэффициенте эксцесса менее 1,5–1,7 вариация  $x_i$  считается небольшой, коэффициент вариации  $V_x$  менее 30% ( $V_x < 30\%$ ), а средняя величина считается высоко типичной.

При отрицательных значениях коэффициента эксцесса фактическое распределение по сравнению с нормальным имеет более плоскую вершину. При этом чем дальше отрицательный коэффициент эксцесса от нулевого значения, тем более существенным будет отличие фактического распределения от нормального, т.е. тем более плоской будет вершина фактического распределения. В этом случае  $x_i$  удалены от  $\bar{x}$  гораздо чаще, чем в нормальном распределении. Это указывает на ненадежность средней и отражается в высоких значениях коэффициента вариации ( $V_x > 80\%$ ). Причина статистически значимого отрицательного эксцесса заключается в высокой неоднородности значений признака  $x_i$  из-за присутствия в изучаемом множестве объектов с резко различающимися значениями. При статистически значимом отрицательном эксцессе не следует применять  $\bar{x}$  по причине ненадежности ее значения. Отрицательный эксцесс может быть исправлен, если провести группировку изучаемых единиц и выделить более однородные подмножества с минимальной вариацией, надежной средней  $\bar{x}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_x$ .

В табл. 6.15 представлены данные для расчета коэффициента эксцесса

$$E_{x \text{ экс}} = \frac{41\,812,2}{11,9^4} - 3 = \frac{41\,812,2}{20\,116,7} - 3 = 2,08 - 3 = -0,92.$$

Отрицательное значение коэффициента показывает, что по сравнению с нормальным фактическое распределение отличается плосковершинностью. Близость коэффициента к нулю характеризует эту особенность как статистически незначимую. Следовательно, подтверждается ранее сделанный вывод о приемлемой однородности значений возраста занятого населения, о надежности показателя среднего возраста и среднего квадратического отклонения.

### 6.2.5. Показатели структуры. Направления анализа различий структуры

Сведения вариационного ряда могут быть использованы для изучения строения множества, оценки изменений или различий этого строения, иллюстрации выявленных различий, т.е. для характеристики и оценки структуры множества.

*Структурой* называется строение множества из отдельных единиц или групп единиц, сформированное по значениям одного или нескольких признаков. Элементами простейшей структуры являются *структурные группы*, образованные по значению признака, и характеристики относительно размеров каждой группы. Для отображения структуры различий служат ранжированные и вариационные ряды, построенные по количественным или атрибутивным признакам.

Например, по количественному признаку построена структурная группировка населения по величине ежемесячного дохода на одного жителя в 2004 и 2008 гг. (табл. 6.14).

Таблица 6.14  
Структура населения РФ по величине ежемесячного дохода на одного жителя в 2004 и 2008 гг.<sup>1</sup>

Группы лиц с ежемесячным доходом, тыс руб.	2004 г.			2008 г.		
	всего, млн человек	% к итогу	доли единицы	всего, млн человек	% к итогу	доли единицы
<i>i</i>	$f_{i,0}$	$p_{i,0}$	$w_{i,0}$	$f_{i,1}$	$p_{i,1}$	$w_{i,1}$
до 2	17,69	12,3	0,123	2,13	1,5	0,015
2-4	40,42	28,1	0,281	11,78	8,3	0,083
4-6	30,35	21,1	0,211	17,03	12,0	0,120
6-8	19,28	13,4	0,134	17,18	12,1	0,121
8-10	12,08	8,4	0,084	15,47	10,9	0,109
10-15	14,39	10,0	0,100	28,53	20,1	0,201
15-25	7,48	5,2	0,052	28,39	20,0	0,200
от 25 и более	2,16	1,5	0,015	21,43	15,1	0,151
Итого	143,85	100,0	1,000	141,95	100,0	1,000

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 122, табл. 7.9; С. 8, табл. 5.1.

В представленной группировке выделены восемь групп с различной величиной ежемесячного дохода на одного жителя страны. Каждая группа характеризуется численностью жителей в миллионах человек ( $f_i$ ), а структура оценивается ее удельным весом, выраженным в процентах к итогу ( $p_i$ ) или долей единицы ( $w_i$ ).

По атрибутивному признаку построена группировка денежных доходов населения РФ в 2000 и 2008 гг. (табл. 6.15).

Таблица 6.15  
Структура денежных доходов населения РФ в 2000 и 2008 гг.

Статья дохода	2000 г.			2008 г.		
	трлн руб.	% к итогу	доли единицы	трлн руб.	% к итогу	доли единицы
<i>i</i>	$s_{i,0}$	$p_{i,0}$	$w_{i,0}$	$s_{i,1}$	$p_{i,1}$	$w_{i,1}$
Предпринимательская деятельность	0,6	15,0	0,150	2,5	9,8	0,098
Оплата труда	2,5	62,5	0,625	17,5	68,6	0,686
Социальные выплаты	0,6	15,0	0,150	3,3	12,9	0,129
Доходы от собственности	0,3	7,5	0,075	1,7	6,7	0,067
Другие доходы	0,0	0,0	0,000	0,5	2,0	0,020
Всего	4,0	100,0	1,000	25,5	100,0	1,000

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 117, табл. 7.5.

Здесь представлены пять групп ( $k = 5$ ), даны характеристики их абсолютных размеров ( $s_i$ ) в триллионах рублей и приведены оценки структуры, измеренные в процентах к итогу ( $p_i$ ) и долях единицы ( $w_i$ ).

При определении показателей структуры необходимо соблюдать точность расчета. Рассчитанная по всем группам сумма удельных весов, выраженных в процентах ( $p_i$ ),

должна составлять точно сто процентов:  $\sum_{i=1}^k p_i = 100,0\%$ ,

а их сумма, выраженная в долях единицы ( $w_i$ ), должна быть

равна точно единице:  $\sum_{i=1}^k w_i = 1,000$ .

Занимаясь сравнительным анализом, необходимо помнить о некоторых правилах его проведения. При сравнении структур перечень структурных групп ( $k_0 = k_1$ ) у них должен совпадать вне зависимости от того, в какой степени эти группы заполнены: полностью или частично. Любая из сравниваемых структур имеет, как минимум, три основные характеристики: время, территорию и объект изучения. У сравниваемых структур две характеристики из трех должны обязательно совпадать: либо объект и территория, либо время и объект, либо время и территория. Тогда результат сравнения можно объяснить различиями одной из характеристик, либо разным временем, либо разными территориальными особенностями, либо различиями изучаемых объектов. Если не удается обеспечить совпадение двух характеристик структуры из трех, тогда сложно объяснить, какая именно причина повлияла на результат сравнительного анализа.

Рассмотрим на примере возможные направления анализа различий структур.

В табл. 6.16 приводятся данные, позволяющие судить об особенностях изучаемой структуры в разное время.

Таблица 6.16

Структура прибывших в Российскую Федерацию мигрантов в 2000 и 2008 гг.<sup>1</sup>

Прибыли в Российскую Федерацию	2000 г.		2008 г.	
	тыс. человек	% к итогу	тыс. человек	% к итогу
	$f_{i, 2000}$	$P_{i, 2000}$	$f_{i, 2008}$	$P_{i, 2008}$
Из СНГ	346,8	96,5	270,0	95,9
Из стран дальнего зарубежья	12,6	3,5	11,6	4,1
Итого	359,4	100,0	281,6	100,0

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 86, табл. 5.9.

Величина потока прибывших в Российскую Федерацию в 2000 и 2008 гг. заметно отличается, поэтому для оценки структуры целесообразно рассчитать и сравнить показатели удельного веса в процентах к итогу:  $P_{i, 2008} + P_{i, 2000}$ . За прошедшие восемь лет структура мест, из которых прибыли мигранты, по существу, не изменилась: незначитель-

снизилась доля переселенцев из СНГ и соответственно возросла доля мигрантов из стран дальнего зарубежья. Выявленные особенности структуры объясняются особенностями миграции во времени: в 2000 и 2008 гг.

В табл. 6.17 рассмотрим данные об особенностях структуры по разным территориям.

Таблица 6.17

Возрастная структура населения Центрального и Дальневосточного федеральных округов РФ на 01.01.2008<sup>1</sup>

Возрастная группа населения	Центральный		Дальневосточный	
	млн человек	% к итогу	млн человек	% к итогу
	$f_{i, 2000}$	$P_{i, 2000}$	$f_{i, 2008}$	$P_{i, 2008}$
Моложе трудоспособного	5,1	13,6	1,1	17,3
Трудоспособный	23,2	62,5	4,3	65,5
Старше трудоспособного	8,9	23,9	1,1	17,2
Итого	37,2	100,0	6,5	100,0

<sup>1</sup> Составлено по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 63–65, табл. 2.18.

Численность населения федеральных округов заметно отличается. Для оценки различий возрастной структуры населения двух разных территорий также воспользуемся показателями удельного веса в процентах к итогу:  $P_{i, 2000}$  и  $P_{i, 2008}$ . Различия касаются каждой из трех возрастных групп. В структуре населения Дальневосточного округа сбалансированы удельные веса молодых и старших возрастов, а доля лиц трудоспособного возраста выше, чем в Центральном округе.

В табл. 6.18 рассмотрим различия структур двух разных объектов исследования: занятого населения и безработных.

Структура по семейному положению занятых и безработных — двух разных объектов изучения, в наибольшей степени отличается по проценту состоящих в браке и холостых, незамужних. Доля двух других структурных групп отличается в значительно меньшей степени.

Таблица 6.18  
Структура занятого и безработного населения РФ  
по семейному положению на 30.11.2008 г.<sup>1</sup>

Группа населения по семейному положению	Занятые		Безработные	
	млн человек	% к итогу	млн человек	% к итогу
	$f_{i, 2008}$	$P_{i, 2008}$	$f_{i, 2008}$	$P_{i, 2008}$
Состоят в браке	48,6	68,8	2,6	48,9
Холосты, незамужем	11,9	16,9	1,9	36,5
Вдовцы, вдовы	2,8	4,0	0,2	3,5
Разведены	7,3	10,3	0,6	11,1
Итого	70,6	100,0	5,3	100,0

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 91, табл. 6.1; С. 103, табл. 6.10.

Приведенные примеры показывают, по каким направлениям возможен анализ структур и их различий.

#### 6.2.6. Статистические показатели различий структур: абсолютные и нормированные

Для количественной характеристики различий структур используются абсолютные и относительные или нормированные показатели.

Абсолютные показатели различий структуры определяют на какую величину в среднем отличается каждая структурная группа. В расчете используются данные о структуре, выраженные в процентах, т.е.  $p_i$ .

Линейный коэффициент различий рассчитывается по

$$\text{формуле средней арифметической } K_L = \frac{\sum_{i=1}^k |p_{i,1} - p_{i,0}|}{k}.$$

В числителе показателя находится сумма абсолютных значений разностей  $(p_{i,1} - p_{i,0})$ .

Квадратический коэффициент различий рассчитывается по формуле квадратической средней:

$$K_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}{k}}.$$

При этом от знака разности  $(p_{i,1} - p_{i,0})$  избавляются, возводя ее в квадрат.

Результат расчета абсолютных показателей различий структуры — проценты различий в среднем на одну группу — имеет особую единицу измерения — процентный пункт.

Покажем порядок расчета  $K_L$  и  $K_\sigma$ , используя данные о товарной структуре экспорта и импорта РФ в 2008 г. (табл. 6.19).

Линейный коэффициент различий структуры экспорта и импорта составил

$$K_L = \frac{\sum_{i=1}^k |p_{i,1} - p_{i,0}|}{k} = \frac{145,2}{9} = 16,1 \text{ (п.п.)}.$$

Квадратический коэффициент различий структур составил

$$K_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}{k}} = \sqrt{\frac{6941,84}{9}} = \sqrt{771,32} = 27,8 \text{ (п.п.)}.$$

Подсчитанные показатели установили, что товарная структура экспорта и импорта неодинаковая: каждая структурная группа отличается в среднем на 16,1 или на 27,8 процентного пункта. Разные способы расчета линейного и квадратического показателей приводят к разным результатам. Но при этом линейный коэффициент  $K_L$  всегда меньше квадратического коэффициента  $K_\sigma$ :  $K_L < K_\sigma$ .

Для сравнительной оценки выявленных различий структуры применяются относительные или нормированные показатели. В них фактические различия структуры сравниваются с величиной различий, принятых за норму. Нормированные показатели измеряются в процентах от уровня различий, принятых в качестве базы сравнения. Измеряются показатели в процентах и имеют верхний и нижний предел значений: ноль при полном совпадении структур и 100% (или 1) — при полной противоположности структур. Принимая во внимание диапазон различий нормированных показателей,  $0 < K < 100\%$  или 1, выполняется анализ получаемых результатов.

Одна группа нормированных показателей — это оценки фактических изменений по сравнению с их предельным или максимальным уровнем.

Таблица 6.19

Товарная структура экспорта и импорта РФ в 2008 г.<sup>1</sup>

Товарная группа	Экспорт		Импорт		$P_{i,1} - P_{i,0}$	$ P_{i,1} - P_{i,0} $	$(P_{i,1} - P_{i,0})^2$
	млрд долл.	% к итогу	млрд долл.	% к итогу			
	$u_{i,0}$	$P_{i,0}$	$u_{i,1}$	$P_{i,1}$			
Продовольственные товары	9,4	2,0	35,2	13,2	11,2	11,2	125,44
Минеральные продукты	326,0	69,5	8,3	3,1	-66,4	66,4	4408,96
Продукция химической промышленности	30,3	6,5	35,1	13,1	6,6	6,6	43,56
Кожа и пушнина	0,4	0,1	1,0	0,4	0,3	0,3	0,09
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	11,6	2,5	6,5	2,4	0,1	0,1	0,01
Текстиль и обувь	0,9	0,2	11,6	4,3	4,1	4,1	16,81
Металлы и драгоценные камни	62,2	13,3	19,3	7,2	-6,1	6,1	37,21
Машины, оборудование	23,0	4,9	141	52,9	48,0	48,0	2304,00
Прочие	4,5	1,0	9,1	3,4	2,4	2,4	5,76
Итого	468,3	100,0	267,1	100,0	0,0	145,2	6941,84

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 498, табл. 26.8; С. 501, табл. 26.11.

Нормированный линейный коэффициент различий строится как арифметическая средняя:

$${}_N K_L = \frac{\sum_{i=1}^k |P_{i,1} - P_{i,0}|}{200} \cdot 100\%.$$

В рассматриваемом примере он равен

$${}_N K_L = \frac{\sum_{i=1}^k |P_{i,1} - P_{i,0}|}{200} \cdot 100\% = \frac{145,2}{200} \cdot 100\% = 72,6\%.$$

Нормированный квадратический коэффициент различий структуры построен как квадратическая средняя:

$${}_N K_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (P_{i,1} - P_{i,0})^2}{20\,000}} \cdot 100\%.$$

В примере по данным табл. 6.19 при оценке различий структуры экспорта и импорта РФ этот коэффициент равен

$$\begin{aligned} {}_N K_\sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (P_{i,1} - P_{i,0})^2}{20\,000}} \cdot 100\% = \sqrt{\frac{6941,84}{20\,000}} \cdot 100\% = \\ &= \sqrt{0,3471} \cdot 100\% = 58,9\%. \end{aligned}$$

Различия в структуре экспорта и импорта РФ весьма значительные, они составляют от 58,9 до 72,6% по сравнению с предельными различиями структур.

По сравнению с предельными коэффициентами более реальными являются нормированные коэффициенты возможных различий. В них в качестве базы сравнения выступают возможные различия структуры. Существует несколько вариантов подобных показателей, которые отличаются величиной возможных различий и конечным результатом.

В коэффициенте Гатева в качестве величины возможных различий принимается сумма квадратов процентов удельного веса отчетной и базисной структуры:  $\sum_{i=1}^k p_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^k p_{i,0}^2$ .

Нормированный коэффициент Латева имеет вид

$$K_{\text{Латева}} = \frac{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}{\sum_{i=1}^k p_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^k p_{i,0}^2} \cdot 100\% \quad (6.6)$$

В коэффициенте Рябцева величина возможных различий — это сумма квадратов суммы процентов удельного веса отчетной и базисной структуры, т.е.  $\sum_{i=1}^k (p_{i,1} + p_{i,0})^2$ .

Нормированный коэффициент Рябцева имеет вид<sup>1</sup>

$$K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} + p_{i,0})^2} \cdot 100\% \quad (6.7)$$

В коэффициенте Саган, так же как в коэффициентах Латева и Рябцева, используется квадратическая форма средней. Величина коэффициента показывает, на какую относительно величину в среднем отклоняется разница удельных весов структурной группы от их суммы. Коэффициент Саган рассчитывается по формуле

$$K_{\text{Саган}} = \frac{\sum_{i=1}^k \left( \frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,1} + p_{i,0}} \right)^2}{k} \quad (6.7)$$

В табл. 6.20 показано, какие результаты дал расчет коэффициентов возможных различий по данным о структуре экспорта и импорта.

Коэффициент Латева составил

$$K_{\text{Латева}} = \frac{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}{\sum_{i=1}^k p_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^k p_{i,0}^2} \cdot 100\% = \frac{6941,84}{5084,7 + 3241,7} \cdot 100\% = \sqrt{0,834} \cdot 100\% = 91,3\%$$

<sup>1</sup> Региональная статистика: учеб. / под ред. В. М. Рябцева и Г. И. Чулкина. М., 2001. С. 44.

Таблица 6.20

Расчет показателей различий товарной структуры экспорта и импорта РФ в 2008 г.<sup>1</sup>

Товарная группа	Экспорт, % к итогу, $p_{i,0}$	Импорт, % к итогу, $p_{i,1}$	$(p_{i,1} - p_{i,0})^2$	$p_{i,0}^2$	$p_{i,1}^2$	$(p_{i,1} + p_{i,0})^2$	$\frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,1} + p_{i,0}}$	$\left( \frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,1} + p_{i,0}} \right)^2$
Продовольственные товары	2,0	13,2	125,44	4,0	174,2	231,04	0,7368	0,543
Минеральные продукты	69,5	3,1	4408,96	4830,3	9,6	5270,76	-0,9146	0,836
Продукция химической промышленности	6,5	13,1	43,56	42,3	171,6	384,16	0,3367	0,113
Кожа и пушнина	0,1	0,4	0,09	0,0	0,2	0,25	0,6000	0,360
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	2,5	2,4	0,01	6,3	5,8	24,01	-0,0204	0,000
Текстиль и обувь	0,2	4,3	16,81	0,0	18,5	20,25	0,9111	0,830
Металлы и драгоценные камни	13,3	7,2	37,21	176,9	51,8	420,25	-0,2976	0,089
Машины, оборудование	4,9	52,9	2304,00	24,0	2798,4	3340,84	0,8304	0,690
Прочие	1,0	3,4	5,76	1,0	11,6	19,36	0,5455	0,298
Итого	100,0	100,0	6941,84	5084,7	3241,7	9710,9	-	3,759

<sup>1</sup> Составлено по: Россия в цифрах. 2009. С. 498, табл. 26.8; С. 501, табл. 26.11.

Коэффициент Рябцева составил

$$K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} - p_{i,0})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (p_{i,1} + p_{i,0})^2}} \cdot 100\% = \sqrt{\frac{6941,84}{9710,9}} \cdot 100\% = \\ = \sqrt{0,715} \cdot 100\% = 84,5\%.$$

Коэффициент Салаи составил

$$K_{\text{Салаи}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \left( \frac{p_{i,1} - p_{i,0}}{p_{i,1} + p_{i,0}} \right)^2}{k}} = \sqrt{\frac{3,759}{9}} = \\ = \sqrt{0,418} = 0,648, \text{ или } 64,8\%.$$

Таковы в среднем различия удельного веса структур группы с суммой ее удельного веса.

Расчет рассмотренных коэффициентов выявил их совпадение. В характеристиках Гатева и Рябцева числитель показателей одинаковый, поэтому различия объясняются неравенством знаменателей. Знаменатель коэффициента Рябцева  $(\sum_{i=1}^k (p_{i,1} + p_{i,0})^2)$  всегда больше знаменателя

коэффициента Гатева  $(\sum_{i=1}^k p_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^k p_{i,0}^2)$ . Именно потому

что  $\sum_{i=1}^k (p_{i,1} + p_{i,0})^2 > \sum_{i=1}^k p_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^k p_{i,0}^2$ , коэффициент Рябцева

меньше коэффициента Гатева. Следовательно, в отличие от коэффициента Гатева коэффициент Рябцева оценивает выявленные различия структуры как менее значительные, а сами структуры — как более однородные, близкие, тождественные. Для коэффициента Рябцева существует шкала атрибутивных оценок выявленных различий структур и степени их тождественности (табл. 6.21).

Таблица 6.21

Шкала атрибутивных оценок различий структуры по значениям коэффициента Рябцева<sup>1</sup>

Значение коэффициента Рябцева, %	Оценка степени различий изучаемой структуры
0,0–3,0	тождественные структуры
3,1–7,0	весьма низкий уровень различий структур
7,1–15,0	низкий уровень различий структур
15,1–30,0	существенный уровень различий структур
30,1–50,0	значительный уровень различий
50,1–70,0	весьма значительный уровень различий
70,1–90,0	противоположный тип структур
от 90,1 и выше	полная противоположность структур

<sup>1</sup> Источник: Региональная статистика: учеб. для вузов / под ред. Е. В. Заровой, Г. И. Чудилина. М.: Финансы и бизнес, 2006. С. 45, табл. 2.10.

Нормированные коэффициенты различий структуры экспорта и импорта РФ в 2008 г. установили резкие различия товарной структуры. Они касаются, в первую очередь, экспорта минеральных продуктов и импорта машин, оборудования и транспортных средств. Выявленные различия характеризуют особенности товарообмена РФ со странами мира.

### 6.2.7. Графики различий структуры

Для графической иллюстрации структуры используются секторные и столбиковые диаграммы.

Секторная диаграмма отражает строение множества, но не показывает его изменений (рис. 6.6).

Для сравнительной оценки используется столбиковая диаграмма с особой зоной перехода от одного состояния структуры к другому.

В столбиковой диаграмме изображается каждая из сравниваемых структур, а характеристики удельного веса одноименных структурных групп соединяются отрезками прямой при переходе от одной структуры к другой (рис. 6.7).

По степени параллельности горизонтальных линий можно судить об изменениях доли данной группы в одной и другой структуре. При строгой параллельности верхнего и нижнего оснований группа своего удельного веса не изменила. При очевидной непараллельности оснований удельный вес группы изменился: если основания образуют

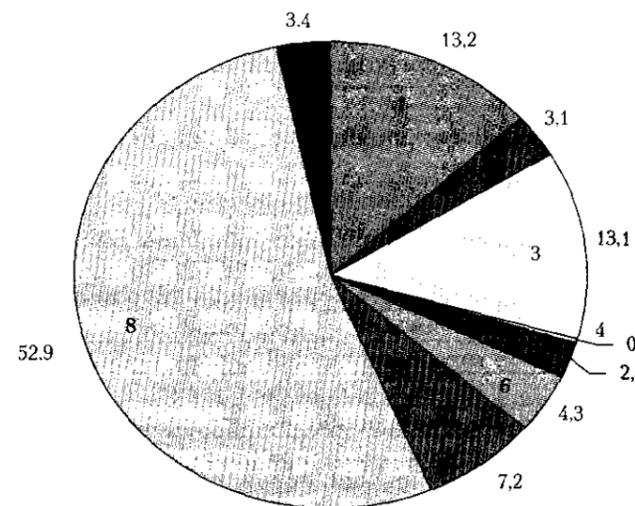


Рис. 6.6. Товарная структура импорта РФ в 2008 г.:

1 – продовольственные товары; 2 – минеральные продукты; 3 – продукция химической промышленности; 4 – кожа и пушнина; 5 – древесина и целлюлозно-бумажные изделия; 6 – текстиль и обувь; 7 – металлы и драгоценные камни; 8 – машины, оборудование; 9 – прочие

фрагмент сходящегося луча – удельный вес группы уменьшился; если образован фрагмент расходящегося луча – доля группы увеличилась. В тех случаях, когда в структуре возникает новая группа, в зоне перехода наблюдается расходящийся луч; когда группа исчезает, эти изменения отражает сходящийся луч.

Использование графиков для изображения различий структуры целесообразно при условии, что структуры значительно отличаются. В этих случаях график наглядно показывает выявленные различия. В иной ситуации переход от одной структуры к другой будет представлять собой серию параллельных линий. График различий отражает и наглядно применительно к структурам с небольшим числом групп. Когда структурных групп более десяти, изменения каждой из них проследить по графику сложно, тем более если различия в структуре сравнительно невелики. Оформляя аналитическую записку с результатами анализа, необходимо привести не только общие оценки состояни-

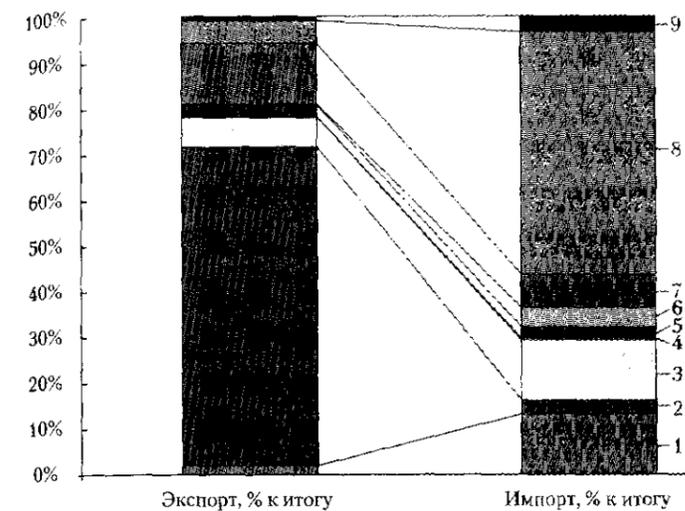


Рис. 6.7. Структура экспорта и импорта РФ в 2008 г.:

1 – продовольственные товары; 2 – минеральные продукты; 3 – продукция химической промышленности; 4 – кожа и пушнина; 5 – древесина и целлюлозно-бумажные изделия; 6 – текстиль и обувь; 7 – металлы и драгоценные камни; 8 – машины, оборудование; 9 – прочие

и различий структуры, но и указать те структурные группы, в которых произошли наиболее значительные изменения.

### 6.3. В помощь студенту и преподавателю

#### 6.3.1. Решение типовых задач

**Задача. 1.** Рассчитать средние значения следующих характеристик федеральных округов РФ за 2007 г. (табл. 1).

1. Определить вид каждого признака: абсолютный (первичный) или относительный (вторичный)
2. Определить порядок расчета среднего значения каждого признака. Привести расчетную формулу для вычисления среднего значения каждого признака в целом по России.
3. Указать вид и форму каждой средней. Для взвешенных средних указать, что используется в качестве признака-веса.
4. Проверить правильность расчета средних величин.

Таблица  
Исходные данные для расчета значений статистических характеристик по федеральным округам РФ

Федеральный округ	Средне-годовая численность населения, млн человек	Процент ЭАН в среднегодовой численности населения, %	Фонд оплаты труда занятых в экономике, млрд руб.	Процент безработных в ЭАН, млн человек	Доля фонда оплаты труда в денежных доходах населения, %
	$H_i$	$P_i$	$\Phi_i$	$B_i$	$C_i$
Центральный	37,2	54,3	307,7	3,1	49,2
Северо-Западный	13,55	56,1	108,8	4,2	60,8
Южный	22,8	49,1	91,1	11,7	45,9
Приволжский	30,25	52,6	156,0	6,1	52,1
Уральский	12,2	53,3	110,4	4,9	59,9
Сибирский	19,6	51,5	114,4	7,9	56,7
Дальневосточный	6,5	53,8	55,1	6,7	63,7
Итого	142,1	?	?	?	?

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2008. С. 44–51; Россия в цифрах. 2007. С. 40–44; Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. : стат. сб. / М.: Росстат, 2008. С. 60–62, 96–98.

#### Решение

1. При определении вида признака важно выявить признаки, связанные с абсолютным размером единицы, и признаки, которые не могут отразить размеры единицы. В первую очередь, следует установить единицу изучаемой совокупности. В данном примере это *федеральный округ*. Тогда признаки «Численность населения» и «Фонд оплаты труда занятых в экономике» следует отнести к *абсолютным, или первичным*, а признаки «Процент экономически активного населения», «Процент безработных в ЭАН» и «Доля оплаты труда в денежных доходах населения» – к *относительным, или вторичным* признакам.

2. Для точного понимания смысла каждого признака следует выяснить порядок расчета его значения. Значения первичных признаков определяются путем *суммирования* значений признаков отдельных составных элементов каждой единицы, т.е.  $\sum_{i=1}^n X_i$ .

Например, для расчета общей численности населения федерального округа суммируется численность населения областей в составе федерального округа, а предварительно суммируется численность населения районов в составе каждой области и города. Точно такой же порядок расчета сохраняется при определении средней по всем федеральным округам: выполняется суммирование численности населения изучаемых федеральных округов  $\sum_{i=1}^n H_i$ , а среднее значение определяется как отношение общей численности населения

к числу единиц, т.е. к числу федеральных округов:  $\bar{H} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{n}$ .

Аналогичные рассуждения применимы к признаку «Фонд оплаты труда занятых в экономике, млрд руб.»,  $\Phi_i$ . Индивидуальные значения признака в федеральном округе также обобщают его значения по территориям в составе каждого федерального округа:  $\sum_{i=1}^n \Phi_i$ . Общая средняя для федерального округа рассчитывается как отношение суммы федеральных фондов заработной платы

к числу федеральных округов:  $\bar{\Phi} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{n}$ . Таким образом, расчет общей средней для первичных признаков выполняется по формуле простой средней арифметической: для численности населения

$$\bar{H} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^7 H_i}{7} = \frac{142,1}{7} = 20,3 \text{ (млн человек);}$$

для фонда заработной платы

$$\bar{\Phi} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^7 \Phi_i}{7} = \frac{943,5}{7} = 134,8 \text{ (млрд руб.).}$$

Величина вторичного (относительного) признака получается как результат сравнения двух значений первичных признаков. Так,

$$P_i = \frac{\text{ЭАН}_i}{H_i} \cdot 100\%.$$

Из трех признаков по условию задачи известны значения двух: численность населения  $H_i$  и процент ЭАН,  $P_i$ . Значения неизвестного признака – «Численность экономически активного населения (ЭАН)» – необходимо рассчитать, используя известные признаки  $H_i$  и  $P_i$ . Выразим неизвестный признак «Численность ЭАН» через два известных:  $\text{ЭАН}_i = H_i \cdot P_i$ . Добавим в исходную таблицу новый

столбец и покажем в нем значения численности ЭАН. Численность ЭАН =  $N_i \cdot \frac{P_i}{100}$  (табл. 2).

Таблица 2  
Значения численности ЭАН по федеральным округам РФ

Федеральный округ	Среднегодовая численность населения, $N_i$ , млн человек	ЭАН, $P_i$ , %	ЭАН = $N_i \cdot \frac{P_i}{100}$ , млн человек
Центральный	37,2	54,3	20,2
Северо-Западный	13,55	56,1	7,6
Южный	22,8	49,1	11,2
Приволжский	30,25	52,6	15,9
Уральский	12,2	53,3	6,5
Сибирский	19,6	51,5	10,1
Дальневосточный	6,5	53,8	3,5
Итого	142,1	52,8	75,0

Для определения среднего процента экономически активного населения ( $\bar{P}$ ) используем тот же порядок расчета, основываясь на данных по всем федеральным округам. То есть вычислим средний процент как отношение суммы численности ЭАН по всем регионам ( $\sum_{i=1}^n N_i \cdot \frac{P_i}{100}$ ) и суммы численности населения ( $\sum_{i=1}^n N_i$ ). Очевидно, что расчет средней выполняется по арифметической взвешенной в которой весом является численность населения  $N_i$ :

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^7 N_i \cdot \frac{P_i}{100}}{\sum_{i=1}^7 N_i} \cdot 100\% = \frac{20,2 + 7,6 + 11,2 + 15,9 + 6,5 + 10,1 + 3,5}{142,1} \cdot 100\% = \frac{75,0}{142,1} = 52,8\%$$

Процент безработных в численности ЭАН представляет собой отношение численности безработных к численности ЭАН.  $B_i = \frac{\text{Безработные}_i}{\text{ЭАН}_i} \cdot 100\%$ . Выразим неизвестный признак «Безработные» через известные: «Экономически активное население (ЭАН)» и «Процент безработных в ЭАН» (Б):

$$\text{Безработные} = \text{ЭАН}_i \cdot \frac{B_i}{100} = N_i \cdot P_i \cdot \frac{B_i}{100}$$

Тогда расчет индивидуальных значений процента безработных имеет вид

$$B_i = \frac{\text{Безработные}_i}{\text{ЭАН}(N_i \cdot P_i)} \cdot 100\% = \frac{\frac{B_i}{100} \cdot N_i \cdot P_i \cdot \frac{B_i}{100}}{N_i \cdot P_i} \cdot 100\%$$

Для расчета численности безработных добавим в таблицу исходных данных столбец «Безработные, млн человек» (табл. 3).

Таблица 3  
Расчет численности безработных по федеральным округам РФ

Федеральный округ	ЭАН = $N_i \cdot \frac{P_i}{100}$ , млн человек	Процент безработных в ЭАН, млн человек, $B_i$	Безработные, млн человек, $\text{ЭАН}_i \cdot \frac{B_i}{100} = \frac{N_i \cdot P_i \cdot B_i}{100}$
Центральный	20,2	3,1	0,63
Северо-Западный	7,6	4,2	0,32
Южный	11,2	11,7	1,31
Приволжский	15,9	6,1	0,97
Уральский	6,5	4,9	0,32
Сибирский	10,1	7,9	0,80
Дальневосточный	3,5	6,7	0,23
Итого	75,0	?	4,58

Расчет среднего процента безработных выполняется по формулам

$$\bar{B} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Безработные}_i}{\sum_{i=1}^n \text{ЭАН}_i} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B_i}{100} \cdot N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n N_i \cdot P_i} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{B_i}{100} \cdot N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^7 N_i \cdot P_i} \cdot 100\% = \frac{4,58}{75,0} \cdot 100\% = 6,1\%$$

Здесь использована средняя арифметическая взвешенная. Вступает численность экономически активного населения, равная произведению  $H_i \cdot P_i$ . Общее среднее значение безработных составило 6,1% численности экономически активного населения.

Доля фонда оплаты труда в фонде денежных доходов населения рассчитывается как отношение фонда оплаты труда  $\Phi_i$  к величине

денежных доходов  $C_i = \frac{\text{Зарплата}_i}{\text{Доходы}_i} = \frac{\Phi_i}{\text{Доходы}_i}$ . Выразим неизвестную величину фонда денежных доходов через известные значения

фонда оплаты труда  $\Phi_i$  и через заданные в условии задачи проценты  $C_i$ :  $\text{Доходы}_i = \frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}$ . Порядок расчета индивидуальных

значений доли фонда заработной платы в фонде денежных доходов имеет следующий вид:

$$C_i = \frac{\text{Зарплата}_i}{\text{Доходы}_i} = \frac{\Phi_i}{\text{Доходы}_i} = \frac{\Phi_i}{\frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}}$$

Добавим в таблицу исходных данных столбец с рассчитанными значениями фонда денежных доходов, млрд руб. (табл. 4).

Таблица 4  
Значения фонда денежных доходов по федеральным округам РФ

Федеральный округ	Фонд оплаты труда занятых в экономике, млрд руб.	Доля фонда оплаты труда в денежных доходах населения, %	Денежные доходы населения, млрд руб.
	$\Phi_i$	$C_i$	$\frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}$
Центральный	307,7	49,2	625,0
Северо-Западный	108,8	60,8	178,9
Южный	91,1	45,9	198,5
Приволжский	156,0	52,1	299,4
Уральский	110,4	59,9	184,3
Сибирский	114,4	56,7	201,8
Дальневосточный	55,1	63,7	86,5
Итого	943,5	?	1774,4

Средняя доля фонда заработной платы в доходах рассчитывается по формуле

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Зарплата}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Доходы}_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}} \cdot 100\% = \frac{943,5}{1774,4} \cdot 100\% = 53,2\%$$

Здесь использована средняя гармоническая взвешенная. Весом является первичный признак «Фонд оплаты труда занятых»,  $\Phi_i$ . Зарплата составляет в денежных доходах населения в среднем 53,2%.

3. При расчете средней по первичным признакам применяем простую среднюю арифметическую, порядок расчета которой полностью соответствует смыслу первичных признаков:

$$\bar{H} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{n} = \frac{142,1}{7} = 20,3 \text{ (млн человек)}$$

и

$$\bar{\Phi} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{n} = \frac{943,5}{7} = 134,8 \text{ (млрд руб.)}$$

По вторичным признакам применяются взвешенные средние, логика расчета которых соответствует логике расчета их индивидуальных значений. При расчете взвешенной средней весом всегда выступает *первичный* признак, по отношению к которому рассчитана данная средняя. При определении среднего процента экономически активного населения  $\bar{P}$ , среднего процента безработных в численности ЭАН  $\bar{B}$  и средней доли фонда заработной платы в фонде денежных доходов  $\bar{C}$  использованы средние взвешенные, в которых весом выступали первичные признаки «Численность населения»  $H_i$ , «Экономически активное население»  $H_i \cdot P_i$  и «Фонд оплаты труда занятых в экономике»  $\Phi_i$ .

Использованы средние арифметические взвешенные:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{ЭАН}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Население}_i} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^7 H_i \cdot \frac{P_i}{100}}{\sum_{i=1}^7 H_i} \cdot 100\% = \frac{75,0}{142,1} = 52,8\%$$

$$\bar{B} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Безработных}_i}{\sum_{i=1}^n \text{ЭАН}_i} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{B_i}{100} \cdot H_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^7 H_i \cdot P_i} \cdot 100\% = \frac{4,58}{75,0} \cdot 100\% = 6,1\%$$

Средняя гармоническая взвешенная:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Зарплата}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Доходы}_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}} \cdot 100\% = \frac{943,5}{1774,4} \cdot 100 = 53,2 (\%)$$

В зависимости от содержания исходных данных в расчете средней используется форма либо арифметической, либо гармонической средней. Выбор формы средней зависит от формы связи изучаемого признака с признаком-весом и характеристики исходных данных. Например, при расчете процента ЭАН необходимо значения признака «Численность ЭАН», которых нет в исходных данных. Соответствующий расчет был выполнен с учетом *прямой пропорциональной* зависимости численности ЭАН от изучаемого

признака «Процент ЭАН в численности всего населения»:  $H_i \cdot \frac{P_i}{100}$ . Таким образом, при расчете средней была применена форма средней арифметической

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{ЭАН}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Население}_i} \cdot 100\%$$

То же было сделано при расчете среднего процента безработных в расчетной формуле присутствует численность безработных, данных о которых нет в расчетной таблице. Но численность безработных можно определить, учитывая ее *прямую* зависимость от доли безработных во всем населении:  $\text{Безработные} = \text{ЭАН}_i \cdot \frac{B_i}{100} = H_i \cdot P_i \cdot \frac{B_i}{100}$

В результате имеем для расчета формулу арифметической средней

$$\bar{B} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Безработных}_i}{\sum_{i=1}^n \text{ЭАН}_i} \cdot 100\% = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B_i}{100} \cdot H_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^n H_i \cdot P_i} \cdot 100\%$$

При расчете средней доли фонда оплаты труда в фонде денежных доходов населения  $C_i$  в материалах рабочей таблицы отсутствуют значения фонда доходов. Но так как фонд доходов находится в *обратной* зависимости от изучаемого признака  $C_i$ , то его расчет

выполняется по схеме:  $C_i = \frac{\text{Зарплата}_i}{\text{Доходы}_i} = \frac{\Phi_i}{\frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}}$ . В этом

случае средняя рассчитывается как гармоническая:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Зарплата}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Доходы}_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Phi_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i \cdot 100}{C_i}} \cdot 100\%$$

Форма использованной в расчете средней зависит от формы связи изучаемого признака с признаком, отсутствующим в условии задачи: при прямой зависимости, т.е. при отсутствии значений признака в числителе расчетной формулы, применяются арифметическая средняя, а при обратной зависимости, т.е. при отсутствии сведений о знаменателе расчетной формулы, — средняя гармоническая.

4. Для проверки правильности проведенных расчетов необходимо выяснить, находится ли значение общей средней в интервале между минимальным и максимальным индивидуальными значениями признака:  $X_{\min} < \bar{X} < X_{\max}$ . Если это условие выполняется, то при расчете средней не допущено арифметических ошибок. В случае нарушения данного условия результаты расчетов следует проверить.

В нашем примере имеем следующие результаты проверки (минимальные и максимальные значения признака см. в табл. 1):

$$H_{\min} = 6,5 < \bar{H} = 20,3 < H_{\max} = 30,25;$$

$$P_{\min} = 49,1 < \bar{P} = 52,8 < P_{\max} = 56,1;$$

$$\Phi_{\min} = 55,1 < \bar{\Phi} = 134,8 < \Phi_{\max} = 307,7;$$

$$B_{\min} = 3,1 < \bar{B} = 6,1 < B_{\max} = 11,7;$$

$$C_{\min} = 49,2 < \bar{C} = 53,2 < C_{\max} = 63,7.$$

Арифметические ошибки в расчете значений средних отсутствуют: для всех признаков их средние значения находятся в интервале между наименьшим и наибольшим значениями.

Выполнение правил построения общих средних позволяет получить их точные значения.

**Задача 2.** Приводятся данные о величине валового регионального продукта (ВРП) территорий Приволжского федерального округа в 2007 г. (табл. 1).

Необходимо:

- 1) рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации;
- 2) вычислить показатели асимметрии и эксцесса;
- 3) сделать выводы об однородности значений валового регионального продукта и о надежности его среднего значения по федеральному округу.

Таблица 1  
Величина ВРП территорий Приволжского федерального округа в 2007 г.<sup>1</sup>

Территория Приволжского федерального округа	Стоимость валового регионального продукта за год, $K_i$ , млрд руб.
Республика Башкортостан	601,3
Республика Марий Эл	56,5
Республика Мордовия	77,0
Республика Татарстан	770,7
Удмуртская Республика	205,8
Чувашская Республика	121,9
Пермский край	480,0
Кировская обл.	120,2
Нижегородская обл.	473,9
Оренбургская обл.	375,1
Пензенская обл.	119,9
Самарская обл.	300,4
Саратовская обл.	261,7
Ульяновская обл.	126,7
Итого	

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. М.: Росстат, 2009. С. 42–44.

*Решение*

Для расчета показателей вариации расположим территории по возрастанию изучаемого признака «Стоимость валового регионального продукта,  $K_i$ , млрд руб.» (табл. 2). К числу абсолютных показателей вариации относятся размах вариации  $R_K$ , среднее линейное отклонение  $L_K$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_K$ . Названные показатели определяют абсолютные размеры вариации в единицах измерения изучаемого признака, и поэтому их значения по разным признакам сопоставимы.

Размах вариации — это разница отличий наибольшего и наименьшего значений признака:  $R_K = K_{\max} - K_{\min} = 770,7 - 56,5 = 714,2$  (млрд руб.).

Для подсчета среднего линейного и среднего квадратического отклонений необходимо найти среднее значение изучаемого признака.

Расчет средней величины валового внутреннего продукта производится по формуле простой арифметической:

$$\bar{K} = \frac{\sum_{i=1}^n K_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{14} K_i}{14} = \frac{4091,1}{14} = 292,2 \text{ (млрд руб.)}$$

Таблица 2  
Расчет среднего линейного и среднего квадратического отклонений по ранжированному ряду

Территория Приволжского федерального округа	Стоимость ВРП, млрд руб.	$K_i - \bar{K}$	$ K_i - \bar{K} $	$(K_i - \bar{K})^2$
Республика Марий Эл	56,5	-235,72	235,72	55 563,92
Республика Мордовия	77,0	-215,22	215,22	46 319,65
Пензенская обл.	119,9	-172,32	172,32	29 694,18
Кировская обл.	120,2	-172,02	172,02	29 590,88
Чувашская Республика	121,9	-170,32	170,32	29 008,90
Ульяновская обл.	126,7	-165,52	165,52	27 396,87
Удмуртская Республика	205,8	-86,42	86,42	7 468,42
Саратовская обл.	261,7	-30,52	30,52	931,47
Самарская обл.	300,4	8,18	8,18	66,91
Оренбургская обл.	375,1	82,88	82,88	6869,09
Нижегородская обл.	473,9	181,68	181,68	33 007,62
Пермский край	480,0	187,78	187,78	35 261,33
Республика Башкортостан	601,3	309,08	309,08	95 530,45
Республика Татарстан	770,7	478,48	478,48	228 943,11
Итого	4091,1	0,00	2496,14	625 652,80
Средняя	292,22	—	178,30	44 689,49

Для определения среднего линейного отклонения рассчитаем  $|K_i - \bar{K}|$  — абсолютное значение разности между значениями ВРП в  $i$ -м регионе  $K_i$  и средней величиной  $\bar{K} = 292,2$  млрд руб. Величина среднего линейного отклонения составляет:

$$L_K = \frac{\sum_{i=1}^n |K_i - \bar{K}|}{n} = \frac{2496,1}{14} = 178,3 \text{ (млрд руб.)}$$

Среднее линейное отклонение показывает, что значения валового регионального продукта в отдельных территориях отличаются от среднего значения по федеральному округу в среднем на 178,3 млрд руб.

Для расчета среднего квадратического отклонения определим квадраты отклонений от средней  $(K_i - \bar{K})^2$ . Из суммы квадратов отклонений найдем их среднее значение — величину дисперсии:

$$\sigma_K^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^2}{n} = \frac{625 652,80}{14} = 44 689,49$$

Квадратный корень из дисперсии — это среднее квадратическое отклонение, которое, в отличие от дисперсии, оценивается в единицах измерения данного признака:

$$\sigma_K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^2}{n}} = \sqrt{\frac{62\,562,80}{14}} = \sqrt{4\,468,77} = 211,40 \text{ (млрд руб.)}$$

Среднее квадратическое отклонение определяет средний размер отклонений индивидуальных значений валового внутреннего продукта от его среднего значения. В нашей задаче средний размер отклонений по территориям федерального округа составил 211,4 млрд руб. Из-за разных способов расчета величина среднего квадратического отклонения (в соответствии со свойством мажорантности средних) отличается от среднего линейного отклонения всегда в большую сторону:  $\sigma_K = 211,40 > L_K = 178,3$ .

Для сравнительной оценки размеров вариации используются относительные показатели вариации: коэффициент осцилляции линейного отклонения и вариации. Для построения этих показателей необходимо абсолютные характеристики вариации соотносить с величиной средней, а результат выразить в процентах.

$$\text{Коэффициент осцилляции } K_{\text{осцил}} = \frac{R_K}{\bar{K}} \cdot 100\% = \frac{714,2}{292,2} \cdot 100\% = 244,4\%.$$

$$\text{Коэффициент среднего линейного отклонения } = \frac{L_K}{\bar{K}} \cdot 100\% = \frac{178,3}{292,2} \cdot 100\% = 61,0\%.$$

$$\text{Коэффициент вариации } V_K = \frac{\sigma_K}{\bar{K}} \cdot 100\% = \frac{211,4}{292,2} \cdot 100\% = 72,3\%.$$

Значение коэффициента вариации превышает 70%. Это означает, что изучаемый признак отличается повышенной колеблемостью и неоднородностью, средняя неустойчива и ненадежна из-за присутствия аномальных значений признака: либо очень больших, либо чрезвычайно малых. Полученные результаты позволяют сделать предварительный вывод в том, что обобщающие оценки изучаемого признака с повышенной вариацией не являются типичными и информативными. При выполнении точных аналитических и прогнозных работ рекомендуется с осторожностью использовать эти оценки.

Более точную характеристику однородности значений признака и схожести фактического распределения территорий с нормальным распределением дают коэффициенты асимметрии и эксцесса. Коэффициент асимметрии определяет направление и меру скошенности

фактического распределения по сравнению с нормальным:  $As =$

В расчете участвует центральный момент третьего порядка:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^3}{n}. \text{ При его расчете сохраняются знаки отклонений индивидуальных значений признака от средней, что позволяет определить направление скошенности фактического распределения (табл. 3).}$$

Таблица 3

Расчет коэффициентов асимметрии и эксцесса по ранжированному ряду

Территория Приволжского федерального округа	Стоимость ВРП за год, млрд руб.	$K_i - \bar{K}$	$(K_i - \bar{K})^3$	$(K_i - \bar{K})^4$
Республика Марий Эл	56,5	-235,72	-13 097 526,85	3 087 349 027,96
Республика Мордовия	77,0	-215,22	-9 968 914,73	2 145 509 827,90
Пензенская обл.	119,9	-172,32	-5 116 901,51	881 744 468,40
Кировская обл.	120,2	-172,02	-5 090 223,25	875 620 202,85
Чувашская Республика	121,9	-170,32	-4 940 796,26	841 516 418,45
Ульяновская обл.	126,7	-165,52	-4 534 729,99	750 588 507,71
Удмуртская Республика	205,8	-86,42	-645 420,55	55 777 243,52
Саратовская обл.	261,7	-30,52	-28 428,48	867 637,11
Самарская обл.	300,4	8,18	547,34	4477,27
Оренбургская обл.	375,1	82,88	569 310,54	47 184 457,88
Нижегородская обл.	473,9	181,68	5 996 824,84	1 089 503 136,50
Пермский край	480,0	187,78	6 621 372,25	1 243 361 280,53
Республика Башкортостан	601,3	309,08	29 526 550,37	9 126 066 189,38
Республика Татарстан	770,7	478,48	109 544 699,46	52 414 947 799,63
Итого	4091,1	0,00	108 836 363,21	72 560 040 675,10
Средняя	292,22	—	7 774 025,94	5 182 860 048,22

$$\mu_3 = \frac{108\,836\,363,21}{14} = 7\,774\,025,94. \text{ Коэффициент асимметрии}$$

$$\text{определяется так: } As = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{7\,774\,025,94}{211,40^3} = \frac{7\,774\,025,94}{9\,447\,457,54} = 0,82$$

Принято считать, что при коэффициенте асимметрии менее 1,5 выявленная скошенность не является существенной, так как ее формируют случайные причины. Получение значения коэффициента асимметрии свидетельствует, что скошенностью и неоднородностью значений изучаемого признака, предварительно установленной коэффициентом вариации, можно пренебречь и без особых опасений использовать среднюю — как в анализе, так и в прогнозе.

Коэффициент эксцесса оценивает крутизну фактического распределения и сравнивает его с нормальным распределением. В нормальном распределении эксцесс равен трем, а коэффициент асимметрии — нулю. Но при значениях эксцесса меньше единицы форма вершины отличается от нормального распределения существенно и отражает воздействие случайных причин.

Коэффициент эксцесса  $Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ , т.е. центральный момент четвертого порядка соотносится со средним квадратическим отклонением в четвертой степени, из их соотношения вычитается значение эксцесса в нормальном распределении, равное трем. В рассматриваемом примере центральный момент четвертого порядка равен

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^4}{n} = \frac{72\,560\,040\,675,10}{14} = 5\,182\,860\,048,22 \text{ (табл. 3).}$$

Получаем значение коэффициента эксцесса

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{5\,182\,860\,048,22}{211,40^4} - 3 = \frac{5\,182\,860\,048,22}{1\,997\,192\,524,80} - 3 = 2,595 - 3 = -0,40.$$

Отрицательное значение показателя означает более плоскую вершину фактического распределения по сравнению с нормальным, но выявленная особенность — не является характерной чертой изучаемого распределения, поскольку она есть результат воздействия случайных причин.

Общий вывод из выполненных расчетов состоит в том, что распределение территорий Приволжского федерального округа по значениям валового внутреннего продукта близко к нормальному для него является типичным значение средней величины, которое отражает характерную величину ВРП для территорий региона.

**Задача 3.** Проанализировать вариацию значений коэффициента рождаемости в регионах РФ в 2007 г., используя данные табл. 4.

Таблица 1

Исходные данные для анализа вариации значений коэффициента рождаемости в регионах РФ в 2007 г.<sup>1</sup>

Группа территорий РФ по значению коэффициента рождаемости, $W_i$ , ‰	Число территорий в группе, $f_i$
До 9,8	14
9,8–11,3	23
11,3–12,8	24
12,8–14,3	8
14,3 и более	4
Итого	73

<sup>1</sup> Составлено по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 66–69.

Для решения задачи в первую очередь необходимо определить отсутствующие значения нижней границы первого интервала «до 9,8» и значение верхней границы последнего интервала «14,3 и более». Для этого рассчитаем величину интервала изучаемого признака в ближайшей группе. Во второй группе величина интервала равна  $i_{w,2} = i_{\max} - i_{\min} = 11,3 - 9,8 = 1,5$ . Для четвертой группы величина интервала составила  $i_{w,4} = i_{\max} - i_{\min} = 14,3 - 12,8 = 1,5$ . Вариационный ряд построен с равными интервалами, значения которых используем в расчете:

$$i_{w,1,\max} = i_{w,1,\min} + i_w = 9,8 - 1,5 = 8,3;$$

$$i_{w,5,\max} = i_{w,5,\min} + i_w = 14,3 + 1,5 = 15,8.$$

Расчет показателей по вариационному ряду предполагает применение точечных значений признака вместо интервальных. Определим  $W'_i$  как срединное значение признака в интервале и рассчитаем его как полусумму минимального и максимального значений признака в группе:  $W'_i = \frac{W_{i,\min} + W_{i,\max}}{2}$ . Для первой груп-

пы это  $W'_i = \frac{8,3 + 9,8}{2} = \frac{18,1}{2} = 9,05$ ; и так же производится расчет для всех остальных групп вариационного ряда (табл. 2).

Для расчета среднего значения уровня рождаемости воспользуемся формулой арифметической средней для вариационного ряда

$$\text{(гр. 3): } \bar{W}'_i = \frac{\sum_{i=1}^k W'_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{827,15}{73} = 11,33 \text{ (промилле).}$$

Таблица 2

Расчет показателей по вариационному ряду

Группа территорий РФ по значению коэффициента рождаемости, $W_r$ ‰	1	2	3	4	5	6	7
Число территорий в группе, $f_i$	14	23	24	8	4	73	—
$W_i$	9,05	10,55	12,05	13,55	15,05	—	—
$W_i \cdot f_i$	126,70	242,65	289,20	108,40	60,20	827,15	11,33
$W_i - \bar{W}$	-2,28	-0,78	0,72	2,22	3,72	—	—
$ W_i - \bar{W}  \cdot f_i$	31,92	17,94	17,28	17,76	14,88	99,78	1,37
$(W_i - \bar{W})^2$	5,20	0,61	0,52	4,93	13,84	—	—
$(W_i - \bar{W})^2 \cdot f_i$	72,80	14,03	12,48	39,44	55,36	194,11	2,66
Итого	73	—	—	—	—	—	—
Средняя	—	—	—	—	—	—	—

Измерим отличия значения признака в группе от его среднего значения (гр. 4):  $W_i' - \bar{W} = 9,05 - 11,33 = -2,28$ , и т.д. для всех групп. Далее для каждой группы рассчитаем абсолютную величину отклонений (гр. 5):  $|W_i' - \bar{W}| \cdot f_i$ . Например, для первой группы  $|W_i' - \bar{W}| \cdot f_i = |-2,28| \cdot 14 = 2,28 \cdot 14 = 31,92$ , и т.д. Величину среднего линейного отклонения определим, применяя арифметическую

$$\text{среднюю для вариационного ряда: } L_W = \frac{\sum_{i=1}^k |W_i' - \bar{W}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{99,78}{73} =$$

$= 1,37$  (промилле).

Для расчета среднего линейного отклонения возведем в квадрат значения отклонений для каждой группы:  $(W_i' - \bar{W})^2$ . Например, для первой группы:  $(W_i' - \bar{W})^2 = (-2,28)^2 = 5,20$  (гр. 6). Затем, используя число единиц в группе  $f_i$ , определим для каждой группы  $(W_i' - \bar{W})^2 \cdot f_i$  и подсчитаем сумму их значений:  $\sum_{i=1}^k (W_i' - \bar{W})^2 \cdot f_i = 194,11$  (гр. 7).

Расчет среднего квадратического отклонения выполним по форме средней квадратической для вариационного ряда:

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (W_i' - \bar{W})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}} = \sqrt{\sigma_W^2} = \sqrt{\frac{194,11}{73}} = \sqrt{2,66} = 1,63 \text{ (промилле)}.$$

Коэффициент вариации определяет, сколько процентов величины средней составляет среднее квадратическое отклонение:

$$V_W = \frac{\sigma_W}{\bar{W}} \cdot 100\% = \frac{1,63}{11,33} \cdot 100\% \approx 14,4\%.$$

В данном примере коэффициент вариации не превышает 30%, что позволяет говорить об однородности регионов России по коэффициенту рождаемости, соответственно о надежном значении средней величины и о возможности использования ее в аналитических и прогнозных расчетах.

Для оценки степени схожести фактического распределения объектов с нормальным распределением рассчитаем коэффициенты асимметрии и эксцесса.

Коэффициент асимметрии  $As = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$  предполагает определение значения центрального момента третьего порядка  $\mu_3$ . Его расчет

Таблица 3

Расчетные значения для определения коэффициентов асимметрии и эксцесса

Группа территорий РФ по значению коэффициента центра рождности, $W_i$ , %	Число территорий в группе, $f_i$	$W_i$	$W_i - \bar{W}$	$(W_i - \bar{W})^2$	$(W_i - \bar{W})^3 \cdot f_i$	$(W_i - \bar{W})^4$	$(W_i - \bar{W})^4 \cdot f_i$
A	1	2	3	4	5	6	7
8,3–9,8	14	9,05	-2,28	-11,85	-165,90	27,02	378,28
9,8–11,3	23	10,55	-0,78	-0,47	-10,81	0,37	8,51
11,3–12,8	24	12,05	0,72	0,37	8,88	0,27	6,48
12,8–14,3	8	13,55	2,22	10,94	87,52	24,29	194,32
14,3–15,8	4	15,05	3,72	51,48	205,92	191,50	766,00
Итого	73	-	-	-	125,61	-	1353,59
Средняя	1	-	-	-	-	-	18,54

по вариационному ряду выполняется по арифметической средней с учетом числа единиц  $f_i$  в каждой группе (табл. 3, гр. 4 и 5).

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^k (W_i - \bar{W})^3 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{125,61}{73} = 1,72. \quad \sigma_W^3 = 1,63^3 = 4,33.$$

Тогда  $As = \frac{\mu_3}{\sigma_W^3} = \frac{1,72}{4,33} = 0,39$  (раза). Коэффициент асимметрии, значение которого не превышает 1,5–1,7, указывает на отсутствие существенной скошенности в фактическом распределении: форма фактического распределения незначительно отличается от нормального распределения, а установленные различия – это результат влияния случайных причин, который можно не принимать во внимание.

Для расчета коэффициента эксцесса определим центральный

момент четвертого порядка  $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^k (W_i - \bar{W})^4 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} - 3$ . Расчет вы-

полняется возведением в четвертую степень отклонений от средней и с учетом числа единиц в каждой из  $k$  групп.

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^k (W_i - \bar{W})^4 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{1353,59}{73} \approx 18,54. \quad \sigma_W^4 = 1,63^4 \approx 7,06.$$

Коэффициент эксцесса составил:

$$Ex = \frac{\sum_{i=1}^k (W_i - \bar{W})^4 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} - 3 = \frac{18,54}{7,06} - 3 = -0,37.$$

Отрицательное значение коэффициента указывает на более плоскую форму вершины фактического распределения по сравнению с нормальным распределением. Это значит, что в непосредственной близости от средней находится чуть меньше объектов, чем в нормальном распределении. При гораздо большем значении коэффициента это указывало бы на нетипичность средней, на ее ненадежность. В данном случае эксцесс незначителен, он является результатом действия случайных причин, поэтому его можно не принимать во внимание.

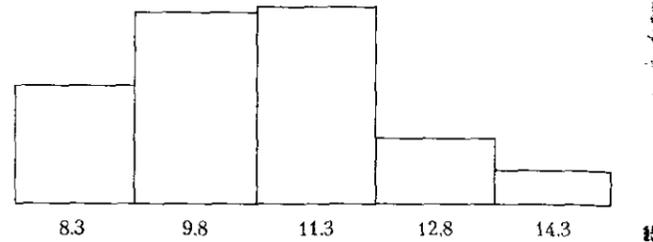


Рис. 1. Распределение территорий РФ по значениям коэффициента рождаемости

Для иллюстрации фактического распределения построим графика: столбиковую диаграмму – гистограмму (рис. 1) и линейный график – полигон распределения частот (рис. 2).



Рис. 2. Распределение территорий РФ по значениям коэффициента рождаемости

Графики показывают наличие скошенности фактического распределения вправо, в сторону более высоких значений коэффициента. Но, как уже было указано, эти отклонения носят несущественный, случайный характер, что не влияет на надежность средней и на однородность региональных значений коэффициента рождаемости.

**Задача 4.** Проанализировать данные о распределении занятых в экономике двух федеральных округов РФ по формам собственности, используя данные табл. 1.

Таблица 1  
Исходные данные для анализа распределения занятых в экономике Центрального и Уральского федеральных округов

Федеральный округ	Всего	В том числе по формам собственности					
		государственная	муниципальная	частная	общественных организаций	смешанная	иностранная и смешанная
Центральный	18,46	3,69	1,90	10,10	0,13	1,55	1,09
Уральский	6,08	1,02	0,91	3,42	0,02	0,41	0,29

Для решения задачи преобразуем исходную таблицу и выполним в ней расчет относительных показателей структуры – частостей –

$$P_{j,i} = \frac{f_{j,i}}{\sum_{j=1}^n f_{j,i}} \cdot 100\%, \text{ выразив их в процентах к итогу (табл. 2).}$$

Таблица 2  
Расчет относительных показателей различий структуры

Форма собственности	Федеральный округ			
	Центральный		Уральский	
	млн человек	% к итогу	млн человек	% к итогу
	$f_{0,i}$	$P_{0,i}$	$f_{1,i}$	$P_{1,i}$
Государственная	3,69	20,0	1,02	16,8
Муниципальная	1,90	10,3	0,91	15,0
Частная	10,10	54,7	3,42	56,4
Общественных организаций	0,13	0,7	0,02	0,3
Смешанная	1,55	8,4	0,41	6,7
Иностранная и смешанная	1,09	5,9	0,29	4,8
Итого	183,46	100,0	6,08	100,0

Определение абсолютных показателей различий двух структур основано на разности частот без учета их знака:  $|P_{1,i} - P_{0,i}|$

При расчете среднего линейного отклонения  $K_{L,0} = \frac{\sum_{i=1}^k |P_{1,i} - P_{0,i}|}{k}$  определим сумму отклонений и разделим ее на число структур групп  $k$ , т.е. применим арифметическую среднюю (табл. 3).

Таблица 3  
Расчет абсолютных показателей различий структуры

Форма собственности	$P_{1,i}$	$P_{0,i}$	$P_{1,i} - P_{0,i}$	$ P_{1,i} - P_{0,i} $	$(P_{1,i} - P_{0,i})^2$
Государственная	16,8	20,0	-3,2	3,2	10,24
Муниципальная	15,0	10,3	4,7	4,7	22,09
Частная	56,4	54,7	1,6	1,6	2,56
Общественных организаций	0,3	0,7	-0,3	0,3	0,09
Смешанная	6,7	8,4	-1,7	1,7	2,89
Иностранная и смешанная	4,8	5,9	-1,1	1,1	1,21
Итого	100,0	100,0	0,0	12,6	39,08

При подсчете среднего квадратического отклонения

$$K_{\sigma,0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}{k}}$$

разность возводим в квадрат, из сум

квадратов рассчитываем среднюю и извлекаем из нее квадратический корень. Для расчета  $\sigma_{P,0}$  используем среднюю квадратическую. Показатели абсолютных различий структурных групп измеряются в процентных пунктах, так как результат оценивает не долю частоты в целом, что свойственно показателю процента, а величину числителя на единицу знаменателя.

В нашем примере

$$K_{L,0} = \frac{\sum_{i=1}^k |P_{1,i} - P_{0,i}|}{k} = \frac{\sum_{i=1}^6 |P_{1,i} - P_{0,i}|}{6} = \frac{12,6}{6} = 2,1 \text{ (процентного пункта)}$$

$$K_{\sigma,0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (P_{1,i} - P_{0,i})^2}{6}} = \sqrt{\frac{39,08}{6}} = \sqrt{6,51} = 2,6 \text{ (процентного пункта)}$$

Результаты расчета показывают, на сколько процентных пунктов в среднем отличается удельный вес структурной группы. Линейный коэффициент составил 2,1, а квадратический — 2,6 процентного пункта. Соотношение  $L_{P,0} = 2,1 < \sigma_{P,0} = 2,6$  подтверждает правило мажорантности средних величин, по которому более высокая степень средней дает более высокое значение результата расчета.

Выявленные различия невелики, но для более точной оценки необходимо рассчитать относительные или нормированные показатели. Их задача — показать, какую часть составляют фактические различия структур в предельно возможных различиях. Относительные или нормированные показатели измеряются в процентах и позволяют более точно оценить выявленные различия.

Рассмотрим порядок расчета двух нормированных коэффициентов: Гатева и Рябцева. Каждый из них оценивает фактические различия двух структур по отношению к возможным их различиям.

$$K_{\text{Гатева}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k P_{1,i}^2 + \sum_{i=1}^k P_{0,i}^2}} \cdot 100\%; \quad K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} + P_{0,i})^2}} \cdot 100\%.$$

Для расчета коэффициентов определим величину возможных различий по формуле Гатева  $\sum_{i=1}^k P_{1,i}^2 + \sum_{i=1}^k P_{0,i}^2$  и по формуле Рябцева

$$\sum_{i=1}^k (P_{1,i} + P_{0,i})^2 \text{ (табл. 4)}$$

Подставив в формулы соответствующие значения, получим:

$$K_{\text{Гатева}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k P_{1,i}^2 + \sum_{i=1}^k P_{0,i}^2}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 P_{1,i}^2 + \sum_{i=1}^6 P_{0,i}^2}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{39,08}}{\sqrt{3756,22 + 3604,04}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{39,08}}{\sqrt{7360,26}} \cdot 100 = 7,3\%;$$

$$K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (P_{1,i} + P_{0,i})^2}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (P_{1,i} - P_{0,i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (P_{1,i} + P_{0,i})^2}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{39,08}}{\sqrt{14681,04}} \cdot 100\% = 5,2\%.$$

Таблица 4

Расчет нормированных показателей различий структуры

Форма собственности	$P_{1,i}$	$P_{0,i}$	$(P_{1,i} - P_{0,i})^2$	$P_{1,i}^2$	$P_{0,i}^2$	$P_{1,i} + P_{0,i}$	$(P_{1,i} + P_{0,i})^2$
Государственная	16,8	20,0	10,24	282,24	400,00	36,8	1354,24
Муниципальная	15,0	10,3	22,09	225,00	106,09	25,3	640,09
Частная	56,4	54,7	2,56	3180,96	2992,09	111,1	12343,21
Общественных организаций	0,3	0,7	0,09	0,09	0,49	1,0	1,00
Смешанная	6,7	8,4	2,89	44,89	70,56	15,1	228,01
Иностранная и смешанная	4,8	5,9	1,21	23,04	34,81	10,7	114,49
Итого	100,0	100,0	39,08	3756,22	3604,04	—	14681,04

В силу того что знаменатель коэффициента Рябцева больше знаменателя коэффициента Гатева, результаты отличаются. Коэффициент Рябцева оценивает выявленные различия как менее значительные, а сами сравниваемые структуры как более однородные, близкие. Коэффициент Гатева оценивает выявленные различия как более значительные.

Используя шкалу атрибутивных оценок для коэффициента Рябцева, изучаемые структуры можно характеризовать как структуры с весьма низким уровнем различий. Это означает, что различия в распределении занятого населения по формам собственности в Центральном и Уральском федеральных округах не существенны. Основная часть занятого населения работает в организациях частной формы собственности, чуть меньшая часть — в организациях государственной и муниципальной форм и еще меньшая часть — в организациях смешанной и иностранной форм собственности.

### 6.3.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, рассчитать средние значения каждого из признаков.

#### Население федеральных округов РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность всего населения, млн человек	Городское население, %	Численность лиц в возрасте до 16 лет, млн человек
А	Н	П	Д
Центральный	37,2	80,6	5,1
Северо-Западный	13,5	82,3	1,9
Южный	22,8	57	4,2
Приволжский	30,2	70,4	4,8
Уральский	12,2	79,6	2,0
Сибирский	19,6	70,8	3,4
Дальневосточный	6,5	74,3	1,1

<sup>1</sup> Источник: Демографический ежегодник России. 2008. : стат. сб. М.: Росстат, 2008. С. 28–30, 31–33, 49–51.

1. Определить вид каждого признака и порядок расчета его значения.

2. Привести формулу для определения среднего значения признака.

3. Определить вид и форму каждой средней. Для взвешенной средней указать признак-вес.

4. Проверить правильность расчета средней: находится ли значение в интервале от минимального до максимального значений признака.

**Задача 2.** По данным, приведенным в таблице, рассчитать средние значения каждого из признаков, определить вид и форму средней.

Население федеральных округов РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность городского населения, млн человек	Городское население, %	Лица в возрасте до 16 лет среди всего населения
А	Г	П	Т
Центральный	30,0	80,6	13,6
Северо-Западный	11,1	82,3	14,2
Южный	13,0	57	18,6
Приволжский	21,3	70,4	15,9
Уральский	9,7	79,6	16,6
Сибирский	13,9	70,8	17,1
Дальневосточный	4,8	74,3	17,3

<sup>1</sup> Источник: Демографический ежегодник России. 2008. С. 28–31–33, 49–51.

1. Определить вид каждого признака и порядок расчета значения.

2. Привести расчетную формулу для определения среднего значения признака.

3. Определить вид и форму средней. Для взвешенной средней указать признак-вес.

4. Проверить правильность расчета средней: находится ли значение в интервале от минимального до максимального значений признака.

**Задача 3.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

1. Определить вид каждого признака и порядок расчета его значения.

2. Привести расчетную формулу для определения среднего значения признака.

Показатели государственной статистики о естественном движении населения в федеральных округах РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Среднегодовая численность населения в 2007 г., тыс. человек	Численность родившихся в 2007 г. в среднем на 1000 жителей среднегодовой численности, ‰	Численность естественного прироста населения в среднем на 1000 жителей, ‰
А	W	F	S
Центральный	37 103,1	9,7	-6,4
Северо-Западный	13 529,4	10,2	-5,4
Южный	22 784,6	13,0	0,8
Приволжский	30 261,3	11,1	-4,1
Уральский	12 185,5	12,4	-0,9
Сибирский	19 598,4	12,7	-1,7
Дальневосточный	6 512,2	12,3	-1,2

<sup>1</sup> Источник: Демографический ежегодник России. 2008. С. 72–78.

3. Определить вид и форму средней. Для взвешенной средней указать признак-вес.

4. Проверить правильность расчета средней: находится ли ее значение в интервале от минимального до максимального значений признака.

**Задача 4.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Показатели государственной статистики о брачности и разводимости населения федеральных округов РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Число заключенных браков в течение 2007 г., тыс.	Число заключенных браков за год в расчете на 1000 человек среднегодовой численности, ‰	Число разводов за год в расчете на 1000 человек среднегодовой численности, ‰
А	Б	Д	Р
Центральный	328,2	8,8	4,8

<sup>1</sup> Источник: Демографический ежегодник России. 2008. С. 121–126.

Окончание табл.

А	Б	Д	Р
Северо-Западный	120,7	8,9	5,3
Южный	202,1	8,9	3,9
Приволжский	259,1	8,6	4,5
Уральский	115,2	9,4	5,6
Сибирский	179,1	9,2	5,3
Дальневосточный	58,0	8,9	5,6

1. Определить вид каждого признака и порядок расчета значения.
2. Привести формулу для определения среднего значения признака.
3. Определить вид и форму средней. Для взвешенной средней указать признак-вес.
4. Проверить правильность расчета средней, определив, находится ли ее значение в интервале от минимального до максимальных значений признака.

**Задача 5.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Показатели городского и сельского населения РФ на 01.01.2008<sup>1</sup>**

Федеральный округ	Численность населения на 01.01.2008, млн человек	Сельское население, %	Средний возраст населения, лет		
			все население	городское население	сельское население
А	В	Т	Н	Г	С
Центральный	37,2	19,4	40,8	40,4	42,2
Северо-Западный	13,5	17,7	39,6	39,5	40,1
Южный	22,8	43,0	37,0	35,4	35,8
Приволжский	30,2	29,6	38,8	35,9	39,3
Уральский	12,2	20,4	37,5	35,0	37,7
Сибирский	19,6	29,2	37,2	37,4	36,9
Дальневосточный	6,5	25,7	36,3	36,8	35,0

<sup>1</sup> Источник: Демографический ежегодник России. 2008. С. 28–30, 34–37, 59–61.

1. Определить вид каждого признака и порядок расчета его значения.
2. Привести формулу для определения среднего значения признака.
3. Определить вид и форму средней. Для взвешенной средней указать признак-вес.
4. Проверить правильность расчета средней.

**Задача 6.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о рынке труда в Уральском федеральном округе<sup>1</sup>**

Территории федерального округа	Численность ЭАН		Занятые в экономике в численности населения в возрасте 15–72 лет, %	Численность безработных в численности ЭАН, %
	всего, млн человек	в численности населения в возрасте 15–72 лет, %		
А	Н	Р	З	У
Курганская обл.	477,8	62,7	54,9	12,4
Свердловская обл.	2417,3	69,3	64,4	7,0
Тюменская обл.	1815,5	69,2	64,5	6,8
Челябинская обл.	1827,2	65,7	62,4	5,1

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007 : стат. сб. М. : Росстат, 2007. С. 50–51.

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета его значения и привести формулу для определения среднего значения признака.
2. Определить вид и форму средней. Указать признак-вес.
3. Проверить правильность расчета средней.

**Задача 7.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Показатели занятости и безработицы в федеральных округах РФ<sup>1</sup>**

Федеральный округ	Численность ЭАН		Занятые в экономике в населении в возрасте 15–72 лет, %	Численность безработных в численности ЭАН, %	Доля лиц с высшим образованием среди занятых в экономике
	всего, млн человек	в численности лиц в возрасте 15–72 лет, %			
А	В	Д	Р	У	W
Центральный	19,9	67,0	64,2	4,1	31,0

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 41–55, 69–71.

Окончание табл.

A	R	D	P	U	V
Северо-Западный	7,6	69,6	66,1	5,0	26,8
Южный	10,9	62,8	54,2	13,7	23,8
Приволжский	15,8	66,1	61,8	6,5	21,7
Уральский	6,56	67,7	63,1	6,8	20,7
Сибирский	10,0	64,7	58,9	9,0	26,7
Дальневосточный	3,5	66,7	61,7	7,5	23,7

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета его значения и привести формулу для определения среднего значения признака.

2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак-вес.

3. Проверить правильность расчета средней.

**Задача 8.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Показатели занятости и безработицы в федеральных округах РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность населения в возрасте 15–72 лет, млн человек	Занятые в экономике в численности населения в возрасте 15–72 лет, %	Численность безработных		Лица со средним профессиональным образованием в численности занятых в экономике, %
			всего, млн человек	в численности ЭАН, %	
A	V	U	M	D	T
Центральный	29,7	64,2	0,81	4,1	27,2
Северо-Западный	10,9	66,1	0,38	5,0	24,8
Южный	17,4	54,2	1,49	13,7	23,8
Приволжский	23,9	61,8	1,03	6,5	25,2
Уральский	9,6	63,1	0,44	6,8	27,9
Сибирский	15,5	58,9	0,90	9,0	26,7
Дальневосточный	5,2	61,7	0,26	7,5	26,5

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 41–55, 69–71.

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета его значения и привести формулу для расчета среднего значения признака.
2. Определить вид и форму средней. Укажите признак-вес.
3. Проверить правильность расчета средней.

**Задача 9.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Данные о занятых в экономике России<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность занятых, имеющих рабочую неделю с продолжительностью:		Среднее число часов, отработанных одним занятым за неделю	Лица с высшим специальным образованием среди занятых, %	
	до 20 часов	41–50 часов			
	всего, млн человек	в общей численности занятых в экономике, %	С	К	
A	M	D	K	C	K
Центральный	0,41	2,1	2,9	39,1	31,0
Северо-Западный	0,09	1,3	6,7	39,0	26,1
Южный	0,59	6,3	7,2	37,9	23,5
Приволжский	0,55	3,7	5,9	38,6	21,7
Уральский	0,08	1,3	9,3	39,2	20,7
Сибирский	0,25	2,7	6,4	38,7	22,2
Дальневосточный	0,08	2,5	8,4	38,3	23,7

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 69–71, 98–100.

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета его значения и привести формулу для вычисления среднего значения признака.

2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак-вес.

3. Проверить правильность расчета средней.

**Задача 10.** По данным, приведенным в таблице, рассчитать средние значения, указать форму и вид каждой средней.

Население федеральных округов РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность родившихся за год			Ожидаемая продолжительность жизни населения, лет	
	городское население		сельское население	городского	сельского
	тыс. человек	в среднем на 1000 жителей, ‰	в среднем на 1000 жителей, ‰		
А	Г	К	Д	С	М
Центральный	290,6	9,7	9,6	68,9	64,0
Северо-Западный	111,1	10,0	11,3	68,0	62,6
Южный	152,6	11,8	14,6	70,1	69,2
Приволжский	226,8	10,7	12,1	67,9	65,5
Уральский	116,0	11,9	14,0	68,4	64,9
Сибирский	167,3	12,1	14,2	66,5	64,0
Дальневосточный	56,3	11,7	14,2	65,6	62,7

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 79–85, 86, 104–105.

**Задача 11.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Численность и структура работников государственной гражданской службы в государственных органах РФ на 01.01.2007<sup>1</sup>

Федеральный округ	Численность мужчин			В численности работников государственной гражданской службы лица, %	
	тыс. человек	в общей численности работников, %	Укомплектованность кадров, %	в возрасте до 30 лет	со стажем работы от 1 года до 5 лет
				Д	Е
А	Б	В	Г	Д	Е
Центральный	49,1	26,1	90,3	29,3	26,6
Северо-Западный	22,7	26,1	91,5	28,0	28,1

## Окончание таблицы

	А	Б	В	Г	Д	Е
Южный	43,8	38,9	95,3	29,3	28,2	
Приволжский	38,8	26,5	94,1	31,3	27,2	
Уральский	15,3	24,3	93,3	32,2	28,6	
Сибирский	28,9	26,8	94,6	29,2	26,9	
Дальневосточный	15,4	30,1	93,4	28,0	29,2	

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 215–217, 221–223, 233–235.

1. Определить вид признаков, порядок расчета их значений; привести расчетную формулу для вычисления средних значений признаков.

2. Определить вид и форму средних. Определить признак-вес.

3. Проверить правильность расчета каждой средней.

4. Оценить региональные различия рассчитанных средних.

**Задача 12.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Численность и структура работников государственной гражданской службы в государственных органах РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Общая численность работников государственной гражданской службы, тыс. человек	Численность женщин в общей численности работников, %	Работников органов исполнительной власти, %	В численности работников государственной гражданской службы лица, %	
				в возрасте 40–49 лет	со стажем работы 15–25 лет
				М	З
Центральный	187,8	73,9	84,1	25,9	17,5
Северо-Западный	86,9	73,9	84,2	26,1	17,1
Южный	112,6	61,1	82,5	24,5	16,5
Приволжский	146,5	73,5	82,7	24,7	17,2
Уральский	63,2	75,7	81,9	23,5	14,4

Окончание табл.

A	M	Z	P	R
Сибирский	107,9	73,2	81,9	25,3
Дальне- восточный	51,2	64,8	82,2	24,0

<sup>1</sup> Источник: Труд и занятость в России. 2007. С. 212–214, 215–221–223, 233–235.

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета значений; привести формулу для вычисления среднего значения признака.

2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак.

3. Проверить правильность расчета каждой средней.

**Задача 13.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Экономические показатели по федеральным округам РФ<sup>1</sup>**

Федеральный округ	Среднесписочная численность занятых в экономике		Среднемесячный душевой доход населения, тыс. руб.	Приходится в среднем, выпущенной продукции на:	
	всего, млн человек	в численности всего населения, %		одного занятого в экономике, тыс. руб.	100 руб. стоимости основных фондов в экономике, руб.
A	K	П	Д	B	Ф
Центральный	18,7	50,3	16,8	556,1	65,8
Северо-Западный	6,9	50,9	13,2	405,8	50,0
Южный	9,3	40,7	8,7	236,6	46,3
Приволжский	14,7	48,6	9,9	299,3	47,1
Уральский	6,1	50,0	15,1	704,9	42,6
Сибирский	9	45,9	10,3	333,3	53,6
Дальневосточный	3,3	50,8	13,3	393,9	47,3

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2008. С. 44–51; Россия в цифрах. 2007. С. 40–47.

1. Определить вид каждого признака, порядок расчета его значений; привести формулу для вычисления средних значений признаков.

2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак-вес.

3. Проверить правильность расчета каждой средней.

**Задача 14.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Экономические показатели по федеральным округам РФ<sup>1</sup>**

Федеральный округ	Среднегодовая численность населения, млн человек	Занятые в экономике в среднегодовой численности населения, %	Среднемесячная заработная плата одного занятого в экономике, тыс. руб.	Приходится в среднем стоимости основных фондов на:	
				одного занятого в экономике, тыс. руб. (фондовооруженность труда)	1 руб. стоимости продукции, руб. (фондоёмкость продукции)
A	K	L	H	D	S
Центральный	37,2	50,3	15,7	844,9	1,52
Северо-Западный	13,55	50,9	14,9	811,6	2,00
Южный	22,85	40,7	9,2	510,8	2,16
Приволжский	30,25	48,6	10,4	636,1	2,13
Уральский	12,2	50,0	17,8	1655,7	2,35
Сибирский	19,6	45,9	12,3	622,2	1,87
Дальневосточный	6,5	50,8	16,7	833,3	2,12

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2008. С. 44–51; Россия в цифрах. 2007. С. 40–47.

1. Привести формулу для расчета средних значений по РФ.
2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак-вес.
3. Проверить правильность расчета каждой средней.

**Задача 15.** Выполнить обработку и анализ данных, приведенных в таблице.

**Показатели экономической ситуации в федеральных округах РФ<sup>1</sup>**

Федеральный округ	Среднесписочная численность занятых в экономике		Среднемесячные душевые расходы населения, тыс. руб.	Приходится в среднем инвестиций на	
	всего, млн человек	в численности всего населения, %		одного занятого в экономике, тыс. руб.	100 руб. стоимости нового фонда в экономике, руб.
А	М	Т	К	С	Н
Центральный	18,7	50,3	16,9	85,6	10,1
Северо-Западный	6,9	50,9	12,7	116,5	14,4
Южный	9,3	40,7	8,5	71,0	13,9
Приволжский	14,7	48,6	9,1	73,3	11,5
Уральский	6,1	50,0	13,8	178,5	10,8
Сибирский	9	45,9	9,5	76,1	12,2
Дальневосточный	3,3	50,8	12,6	125,8	15,1

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2008. С. 44–51.

1. Привести расчетную формулу для вычисления средних значений по РФ.
2. Определить вид и форму каждой средней. Указать признак-вес.
3. Проверить правильность расчета каждой средней.

**Задача 16.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение территорий РФ по величине инвестиций в отечественную экономику в 2008 г.<sup>1</sup>**

Объем инвестиций в экономику (U <sub>i</sub> ), млрд руб.	Число территорий РФ (f <sub>i</sub> )
до 67,0	44
67,0–131,0	17
131,0–194,7	10
194,7–258,4	3
от 258,4 и более	2
Итого	76

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить моду и медиану.
3. Вычислить коэффициент асимметрии. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и степени однородности территорий по объему инвестиций.

**Задача 17.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение территорий РФ по величине розничного товарооборота в 2008 г.<sup>1</sup>**

Величина розничного товарооборота (R <sub>i</sub> ), млрд руб.	Число территорий РФ (f <sub>i</sub> )
до 81,2	37
81,2–158,9	21
158,9–236,6	7
от 236,6 и более	5
Итого	70

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы.
3. Вычислить коэффициент асимметрии. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и однородности территорий по объему розничного товарооборота.

**Задача 18.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение территорий РФ по величине валового регионального продукта в 2007 г.<sup>1</sup>**

Стоимость валового регионального продукта за год ( $W_i$ ), млрд руб.	Число территорий РФ ( $f_i$ )
до 68,2	16
68,2 до 121,4	17
121,4–174,6	8
174,6–227,8	8
227,8–281,0	8
от 281,0 и более	5
Всего	62

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы.
3. Вычислить коэффициент асимметрии. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и степени однородности регионов РФ по величине валового регионального продукта.

**Задача 19.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение субъектов РФ по стоимости основных фондов в экономике на конец 2007 г.<sup>1</sup>**

Стоимость основных фондов в экономике ( $K_i$ ), млрд руб.	Число субъектов РФ ( $f_i$ )
до 207,2	17
207,2–386,4	19
386,4–565,6	14
565,6–744,8	8
от 744,8 и более	7
Всего	65

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить моду и медиану.
3. Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения частот.

4. Проанализировать результаты и сделать вывод о величине вариации и характере распределения субъектов РФ по стоимости валового регионального продукта.

**Задача 20.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение субъектов РФ по среднегодовой численности занятых в экономике в 2007 г.<sup>1</sup>**

Группы территорий РФ по среднегодовой численности занятых в экономике ( $E_i$ ), млн человек	Число территорий в группе ( $f_i$ )
до 0,36	20
0,36–0,62	24
0,62–0,88	10
от 0,88 и более	7
Всего	61

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–47.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы.
3. Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения частот.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации субъектов РФ по численности занятых в экономике.

**Задача 21.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение субъектов РФ по величине среднемесячной начисленной заработной платы работника в 2007 г.<sup>1</sup>**

Среднемесячная заработная плата, начисленная работнику ( $w_i$ ), тыс. руб.	Число субъектов РФ ( $f_i$ )
до 8,0	8
8,0–10,3	29
10,3–12,6	21
12,6–14,9	9
14,9–17,2	5
от 17,2 и более	2
Всего	74

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2008. С. 44–50.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы.
3. Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения частот.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о характере асимметрии и степени однородности субъектов РФ по величине среднемесячной заработной платы.

**Задача 22.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение субъектов РФ по величине фонда оплаты труда занятых в экономике РФ в 2007 г.<sup>1</sup>**

Группы территорий РФ по величине фонда оплаты труда занятых в экономике РФ (М), млрд руб.	Число субъектов РФ (f)
до 31,4	12
31,4–56,2	15
56,2–81,0	16
81,0–105,8	9
105,8–130,6	6
130,6 и более	4

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2008. С. 44–50.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы.
3. Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения частот.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации, характере асимметрии и близости к нормальному распределению.

**Задача 23.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение субъектов РФ по величине среднего денежного месячного дохода на одного жителя в 2008 г.<sup>1</sup>**

Средний душевой доход за месяц (I), тыс. руб.	Число субъектов РФ (f)
до 7,4	2
от 7,4–9,1	8
от 9,1–10,8	16

Окончание таблицы

Средний душевой доход за месяц (I), тыс. руб.	Число субъектов РФ (f)
от 10,8–12,5	24
от 12,5–14,2	9
от 14,2–15,9	7
от 15,9 и более	3
Всего	69

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 40–46.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации.
2. Определить показатели моды и медианы; сравнить их со средней.
3. Вычислить коэффициент асимметрии. Построить на одном графике гистограмму и полигон распределения частот.
4. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и степени однородности субъектов РФ по величине среднедушевых доходов.

**Задача 24.** Проанализировать вариацию регионов Северо-Западного федерального округа, используя данные таблицы.

**Величина прожиточного минимума для разных демографических групп населения Северо-Западного федерального округа в IV квартале 2007 г., тыс. руб.<sup>1</sup>**

Территория	Величина прожиточного минимума в расчете на одного жителя в месяц		
	дети	трудоспособное население	пенсионеры
Республика Карелия	4,1	5,0	3,74
Республика Коми	5,0	5,6	4,00
Архангельская обл.	4,5	5,3	3,87
Вологодская обл.	3,8	4,4	3,25
Калининградская обл.	3,9	4,4	3,30
Ленинградская обл.	3,6	3,9	2,99
Мурманская обл.	5,9	6,1	4,91
Новгородская обл.	3,8	4,3	3,17
Псковская обл.	3,4	3,9	2,81
Санкт-Петербург	3,5	4,6	3,26

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 152.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным ранжированным рядам.

2. Вычислить коэффициент асимметрии для каждого ряда.

3. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и однородности прожиточного минимума в разных группах населения.

**Задача 25.** Проанализировать вариации прожиточного минимума для разных демографических групп в IV квартале 2007 г. по территориям Дальневосточного федерального округа, используя данные таблицы.

**Величина прожиточного минимума по территориям Дальневосточного федерального округа, тыс. руб.**

Территория	Величина прожиточного минимума в расчете на одного жителя в IV квартале 2007 г., тыс. руб.		
	дети	трудоспособное население	пенсионеры
Республика Саха (Якутия)	6,3	7,3	5,40
Камчатский край	7,2	8,3	5,65
Приморский край	5,0	5,5	4,08
Хабаровский край	5,2	5,8	4,13
Амурская обл.	4,8	5,4	3,98
Магаданская обл.	6,3	6,6	4,80
Сахалинская обл.	6,3	7,0	5,44
Еврейская автономная обл.	4,3	5,1	3,77
Чукотский автономный округ	8,9	9,3	7,00
Корякский округ	8,1	9,1	7,33

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 154.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным ранжированным рядам.

2. Вычислить для каждого ряда коэффициент асимметрии.

3. Проанализировать результаты, сделать вывод о величине вариации и однородности регионов по прожиточному минимуму для разных групп населения.

**Задача 26.** Проанализировать характер вариации территорий РФ по величине прожиточного минимума и доходов населения по территориям Северо-Западного федерального округа в 2007 г. используя данные таблицы.

**Величина прожиточного минимума и доходов населения в 2007 г. по территориям Северо-Западного федерального округа, тыс. руб.<sup>1</sup>**

Территория	Прожиточный минимум всего населения в месяц	Среднедушевые денежные доходы населения в месяц
Республика Карелия	4,6	10,1
Республика Коми	5,2	16,3
Архангельская обл.	4,9	11,6
Вологодская обл.	4,1	10,5
Калининградская обл.	4,1	11,4
Ленинградская обл.	3,8	10,6
Мурманская обл.	5,9	15,2
Новгородская обл.	4,0	8,6
Псковская обл.	3,6	7,9
Санкт-Петербург	4,2	16,9

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 117, 152.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по обоим ранжированным рядам.

2. Вычислить коэффициент асимметрии для каждого ряда.

3. Проанализировать результаты, сделать сравнительные выводы о величине вариации и однородности прожиточного минимума и доходов населения.

**Задача 27.** Проанализировать вариацию прожиточного минимума и доходов населения по территориям Дальневосточного федерального округа в IV квартале 2007 г., используя данные таблицы.

**Величина прожиточного минимума и доходов населения по территориям Дальневосточного федерального округа в IV квартале 2007 г., тыс. руб.<sup>1</sup>**

Территория	Величина прожиточного минимума в среднем на одного жителя в месяц	Среднедушевые денежные доходы населения в месяц
Республика Саха (Якутия)	15,7	6,7
Камчатский край	16,0	7,6
Приморский край	10,8	5,1
Хабаровский край	14,6	3,4

Окончание табл.

Территория	Величина прожиточного минимума в среднем на одного жителя в месяц	Среднедушевые денежные доходы населения в месяц
Амурская обл.	9,4	5,0
Магаданская обл.	16,5	6,3
Сахалинская обл.	20,2	6,6
Еврейская автономная обл.	8,4	4,7
Чукотский автономный округ	27,9	9,0

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 119, 154.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным ранжированным рядам.

2. Вычислить коэффициенты асимметрии.

3. Проанализировать результаты, сделать сравнительный вывод о величине вариации, однородности и характере асимметрии территорий по прожиточному минимуму и доходам населения.

**Задача 28.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Социальные выплаты населению по территориям Дальневосточного федерального округа в 2007 г., млн руб.**

Территория	Социальные выплаты в сумме	В том числе		
		пенсии	пособия и социальная помощь	стипендии и возмещение
Республика Саха (Якутия)	19,2	13,1	5,1	0,6
Камчатский край	8,5	6,2	2,1	0,1
Приморский край	33,3	22,7	8,4	1,7
Хабаровский край	25,5	18,6	5,7	0,8
Амурская обл.	14,2	9,3	4,4	0,3
Магаданская обл.	4,5	3,0	1,3	0,1
Сахалинская обл.	12,2	8,8	3,0	0,4
Еврейская автономная обл.	2,6	1,8	0,7	0,1
Чукотский автономный округ	1,5	1,1	0,4	0,0

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 119, 154.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным рядам.

2. Вычислить по каждому ряду коэффициенты асимметрии.

3. Проанализировать результаты расчетов, сделать вывод о величине вариации и однородности территорий по размеру социальных выплат и их отдельных видов.

**Задача 29.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Численность экономически активного населения, занятых и пенсионеров по территориям Дальневосточного федерального округа в 2007 г., млн человек<sup>1</sup>**

Территория	Численность экономически активного населения	Занятые в экономике	Численность пенсионеров на 01.01.2008
Республика Саха (Якутия)	0,49	0,46	0,23
Камчатский край	0,21	0,19	0,09
Приморский край	1,10	1,03	0,51
Хабаровский край	0,76	0,71	0,37
Амурская обл.	0,44	0,42	0,22
Магаданская обл.	0,10	0,10	0,05
Сахалинская обл.	0,30	0,28	0,16
Еврейская автономная обл.	0,09	0,08	0,04
Чукотский автономный округ	0,03	0,03	0,01

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 98, 191.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным рядам.

2. Вычислить коэффициенты асимметрии для каждого ряда.

3. Проанализировать полученные результаты, сделать вывод о величине вариации и однородности территорий по численности экономически активного, а также занятого населения и пенсионеров.

**Задача 30.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Размеры пенсий и субсидий населению по территориям Северо-Западного федерального округа в 2007 г., тыс.**

Территория	Средний размер назначенных ежемесячных пенсий	Среднемесячный размер субсидий на оплату жилищных и коммунальных услуг на семью
Республика Карелия	4,52	0,77
Республика Коми	4,69	1,04
Архангельская обл.	4,58	0,51
Вологодская обл.	3,76	0,76
Калининградская обл.	3,59	0,50
Ленинградская обл.	3,75	0,43
Мурманская обл.	5,06	0,99
Новгородская обл.	3,63	0,54
Псковская обл.	3,52	0,64
Санкт-Петербург	4,37	0,33

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 152, 195.

1. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по приведенным рядам.
2. Вычислить коэффициенты асимметрии.
3. Проанализировать результаты, сделать вывод о степени вариации и однородности территорий Северо-Западного федерального округа по размеру пенсий и величине субсидий на оплату жилищных и коммунальных услуг.

**Задача 31.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Стоимость экспорта РФ в 2007 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Группы стран	2007 г.	2008 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	52,7	69,8
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	32,3	41,1
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	23,1	31,3

Окончание таблицы

Группы стран	2007 г.	2008 г.
ЕС (Европейский союз)	195,9	265,5
ОПЕК (Организация стран – экспортеров нефти)	7,4	7,8
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	43,0	60,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. М. : Федеральная таможенная служба, 2009. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес каждой группы стран в % к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_{i,0}}, \sigma_{p_{i,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Галера}, K_{Рабилова}$ ) показатели различий структуры экспорта в 2008 г. по сравнению с 2007 г.
3. Выполнить интерпретацию полученных результатов, на основе выводов построить график, составить аналитическую записку.

**Задача 32.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в 2007 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Группы стран	2007 г.	2008 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	52,7	69,8
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	32,3	41,1
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	23,1	31,3
ЕС (Европейский союз)	195,9	265,5
ОПЕК (Организация стран – экспортеров нефти)	7,4	7,8
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	43,0	60,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес каждой группы стран в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рабицева}$ ) показатели различий структуры импорта по сравнению с 2007 г.

3. Проанализировать результаты расчетов, на их основе составить аналитическую записку.

**Задача 33.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта РФ в 2005 и 2008 гг., млрд долл.**

Группы стран	2005 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	32,6
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	18,1
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	155,9
ЕС (Европейский союз)	133,3
ОПЕК (Организация стран – экспортеров нефти)	3,7
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	29,9
Всего	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 5; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес экспорта в каждую группу в % к итогу.

2. Рассчитать абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рабицева}$ ) показатели различий структуры экспорта и 2005 гг.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 34.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в 2005 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Группы стран	2005 г.	2008 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	19,0	69,8
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	10,1	41,1
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	60,5	31,3

Окончание таблицы

Группы стран	2005 г.	2008 г.
ЕС (Европейский союз)	43,7	265,5
ОПЕК (Организация стран – экспортеров нефти)	0,6	7,8
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	25,3	60,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 5; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рабицева}$ ) показатели различий структуры импорта РФ.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 35.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта РФ в 2006 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Группы стран	2006 г.	2008 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	42,3	69,8
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	24,1	41,1
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	20,1	31,3
ЕС (Европейский союз)	17,1	265,5
ОПЕК (Организация стран – экспортеров нефти)	4,3	7,8
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	35,7	60,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 5; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p,0}$ ,  $\sigma_{p,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры экспорта.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 36.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в 2006 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Группы стран	2006 г.	2008 г.
СНГ (Союз Независимых Государств)	22,4	18,5
Евр Аз ЭС (Евразийское экономическое сообщество)	12,3	4,5
ОЭСР (Организация экономического сотрудничества и развития)	86,2	31,5
ЕС (Европейский союз)	60,6	26,5
ОПЕК (Организация стран — экспортеров нефти)	0,9	7,5
АТЭС (Азиатско-Тихоокеанское экономическое сотрудничество)	39,3	60,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 5; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 5.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p,0}$ ,  $\sigma_{p,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры импорта РФ.
3. Проанализировать полученные результаты, составить аналитическую записку.

**Задача 37.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта РФ в 2005 и 2008 гг. в торговле со всеми странами по товарным группам, млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	2005 г.	2008 г.
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	3,9	8,4
Минеральные продукты	150,8	311,5
Продукты химической промышленности	13,6	28,5

Окончание таблицы

Товарная группа	2005 г.	2008 г.
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	0,3	0,3
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	8,1	11,2
Текстиль, текстильные изделия и обувь	0,7	0,5
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	6,8	7,4
Металлы и изделия из них	32,5	51,6
Машины, оборудование и транспортные средства	12,3	20,4
Другие товары	2,4	4,2
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 14; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 13.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p,0}$ ,  $\sigma_{p,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры экспорта РФ.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 38.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость национального богатства РФ на начало года, трлн руб.<sup>1</sup>**

Элементы национального богатства	2000 г.	2008 г.
Основные фонды, включая незавершенное производство — всего	18,2	71,7
Из них: основные фонды	16,6	61,8
Материальные оборотные средства	1,2	6,9
*Справочно: Накопленное домашнее имущество	1,4	11,2
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 68.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатеева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры национальностей и богатства РФ.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 39.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение среднегодовой численности занятых в экономике РФ по формам собственности, млн человек**

Форма собственности	2000 г.	2008 г.
Государственная, муниципальная	24,4	21,5
Частная	29,8	32,3
Собственность общественных и религиозных организаций	0,5	0,4
Смешанная российская	8,1	4,3
Иностранная, совместная российская и иностранная	1,7	3,0
Всего в экономике	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 92.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатеева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры среднегодовой численности занятых в экономике РФ по формам собственности.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 40.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение численности занятых в экономике РФ по возрасту на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Возрастные группы занятых, лет	Мужчины	Женщины
До 20	0,65	0,45
20–24	3,95	3,26
25–29	5,02	4,31
30–34	4,52	4,31
35–39	4,27	4,17
40–44	4,16	4,38

Окончание таблицы

Возрастные группы занятых, лет	Мужчины	Женщины
45–49	4,88	5,38
50–54	4,09	4,69
55–59	3,01	2,54
60–72	1,33	1,25
Всего занятые в экономике	35,87	34,73

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 97.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатеева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий возрастной структуры мужчин и женщин, занятых в экономике.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 41.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ по уровню образования на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы занятых по уровню образования	Мужчины	Женщины
Высшее профессиональное	9,00	10,66
Неполное высшее профессиональное	0,54	0,63
Среднее профессиональное	7,68	11,08
Начальное профессиональное	8,68	4,93
Среднее (полное) общее	3,00	6,18
Основное общее	1,79	1,11
Начальное общее, не имеют начального общего образования	0,18	0,14
Всего занятые в экономике	35,87	34,73

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 97.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатеева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры занятых в экономике РФ по уровню образования.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 42.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение безработных в Российской Федерации по уровню образования на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы занятых по уровню образования	Мужчины	Женщины
Высшее профессиональное	0,276	0,375
Неполное высшее профессиональное	0,087	0,091
Среднее профессиональное	0,453	0,566
Начальное профессиональное	0,693	0,396
Среднее (полное) общее	0,969	0,731
Основное общее	0,377	0,203
Начальное общее, не имеют начального общего образования	0,046	0,026
Всего безработных	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 102.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры безработных мужчин и женщин.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 43.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ и безработных по уровню образования на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы занятых по уровню образования	Занятые	Безработные
Высшее профессиональное	19,70	0,65
Неполное высшее профессиональное	1,13	0,18
Среднее профессиональное	18,71	1,02
Начальное профессиональное	13,63	1,09
Среднее (полное) общее	14,19	1,70
Основное общее	2,89	0,58

Окончание таблицы

Группы занятых по уровню образования	Занятые	Безработные
Начальное общее, не имеют начального общего образования	0,35	0,07
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 97, 102.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры занятых в экономике РФ и безработных по уровню образования.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 44.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение мужчин, занятых в экономике РФ, и безработных по уровню образования на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы занятых по уровню образования	Занятые	Безработные
Высшее профессиональное	9,00	0,28
Неполное высшее профессиональное	0,54	0,09
Среднее профессиональное	7,68	0,45
Начальное профессиональное	8,68	0,69
Среднее (полное) общее	8,00	0,97
Основное общее	1,79	0,38
Начальное общее, не имеют начального общего образования	0,18	0,05
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 97, 102.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры мужчин, занятых в экономике РФ, и безработных по уровню образования.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 45.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение женщин, занятых в экономике РФ, и безработных по уровню образования на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы занятых по уровню образования	Занятые	Безработные
Высшее профессиональное	10,66	0,37
Неполное высшее профессиональное	0,63	0,09
Среднее профессиональное	11,08	0,57
Начальное профессиональное	4,93	0,40
Среднее (полное) общее	6,18	0,73
Основное общее	1,11	0,20
Начальное общее, не имеют начального общего образования	0,14	0,03
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 97.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры женщин, занятых в экономике РФ, и безработных по уровню образования.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 46.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ и безработных по семейному положению на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы населения по семейному положению	Занятые	Безработные
Состоят в браке	48,6	2,6
Холостые, не замужем	11,9	1,9
Вдовцы, вдовы	2,8	0,2
Разведены	7,3	0,6
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 103.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры занятых в экономике РФ и безработных по семейному положению.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 47.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ мужчин и женщин по семейному положению на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы населения по семейному положению	Мужчины	Женщины
Состоят в браке	26,4	22,3
Холостые, не замужем	6,8	5,1
Вдовцы, вдовы	0,5	2,3
Разведены	2,2	5,0
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 103.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры мужчин и женщин.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 48.** По данным, приведенным в таблице, выполните указанные задания.

**Распределение безработных мужчин и женщин по семейному положению на конец ноября 2008 г., млн человек**

Группы населения по семейному положению	Мужчины	Женщины
Состоят в браке	1,33	1,25
Холостые, не замужем	1,22	0,71
Вдовцы, вдовы	0,04	0,14
Разведены	0,30	0,29
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 103.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_2,0}, \sigma_{p_2,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры безработных мужчин и женщин по семейному положению.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 49.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ и безработных мужчин по семейному положению на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы населения по семейному положению	Занятые	Безработные
Состоят в браке	26,36	1,33
Холостые, не замужем	6,78	1,22
Вдовцы, вдовы	0,50	0,04
Разведены	2,22	0,30
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 103.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий между структурой занятых в экономике РФ и безработных мужчин по семейному положению.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 50.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Распределение занятых в экономике РФ и безработных женщин по семейному положению на конец ноября 2008 г., млн человек<sup>1</sup>**

Группы населения по семейному положению	Занятые	Безработные
Состоят в браке	22,30	1,25
Холостые, не замужем	5,11	0,71
Вдовцы, вдовы	2,29	0,14
Разведены	5,04	0,29
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 103.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры занятых в экономике РФ и безработных женщин по семейному положению.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 51.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Структура поездок российских граждан по целям в страны дальнего зарубежья в 1995 и 2008 гг., тыс. поездок<sup>1</sup>**

Цель поездки	1995 г.	2008 г.
Служебная	1696	1614
Туризм	2555	10 822
Частная	2925	6072
Обслуживающий персонал морских, речных, воздушных судов, бригады железнодорожного транспорта и водители автотранспортных средств	1220	1956
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 153.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}, \sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры поездок российских граждан в страны дальнего зарубежья в 1995 и 2008 гг.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 52.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Структура денежных доходов населения РФ в 2000 и 2008 гг., млрд руб.<sup>1</sup>**

Статьи денежных доходов	2000 г.	2008 г.
Доходы от предпринимательской деятельности	612	2548
Оплата труда	2502	17 524
Социальные выплаты	551	3284
Доходы от собственности	271	1694
Другие доходы	48	512
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 117.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры денежных доходов населения РФ.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 53.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Структура денежных расходов населения РФ в 2000 и 2008 гг., млрд руб.<sup>1</sup>**

Статьи денежных расходов	2000 г.	2008 г.
Покупка товаров и оплата услуг	3009	18 69
Обязательные платежи и разнообразные взносы	310	333
Приобретение недвижимости	48	133
Прирост денег на руках населения	110	42
Прирост прочих финансовых активов	507	215
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 117.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры денежных расходов населения РФ.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 54.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Структура целей поездок иностранных граждан в Россию в 1995 и 2008 гг., тыс. поездок<sup>1</sup>**

Цель поездки	1995 г.	2008 г.
Служебная	2186	29
Туризм	1787	216
Частная	544	238
Транзит	84	105
Обслуживающий персонал морских, речных, воздушных судов, бригады железнодорожного транспорта и водители автотранспортных средств	710	94
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 153.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры по целям поездок иностранных граждан в Россию.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 55.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Структура целей поездок иностранных граждан в Россию и российских граждан в страны дальнего зарубежья, тыс. поездок<sup>1</sup>**

Цель поездки	Прибытие иностранных граждан	Выезды российских граждан
Служебная	2945	1614
Туризм	2168	10 822
Частная	2389	6072
Транзит	105	-
Обслуживающий персонал морских, речных, воздушных судов, бригады железнодорожного транспорта и т.п.	945	1956
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 153.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1,0}}, \sigma_{p_{1,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры целей поездок иностранных граждан в Россию и российских граждан в страны дальнего зарубежья.

3. Проанализировать результаты расчетов, на их основе построить график, составить аналитическую записку.

**Задача 56.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Обратившиеся в учреждения службы занятости по вопросу трудоустройства по категориям в 2000 и 2008 гг., тыс. человек<sup>1</sup>**

Группы лиц, обратившихся по вопросу трудоустройства	2000 г.	2008 г.
Занятые трудовой деятельностью	178	307
Учащиеся, желающие работать в свободное от учебы время	1285	1175

Окончание таб.

Группы лиц, обратившихся по вопросу трудоустройства	2000 г.	2008 г.
Лица, ищущие работ впервые	2049	2254
Прочие лица, не занятые трудовой деятельностью	1234	2294
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 104.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}$ ,  $\sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры обратившихся в учреждения службы занятости по вопросу трудоустройства в 2000 и 2008 гг.

3. Проанализировать результаты расчетов, на их основе построить график, составить аналитическую записку.

**Задача 57.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Граждане, трудоустроенные при содействии государственных учреждений службы занятости, тыс. человек<sup>1</sup>**

Группы трудоустроенных при содействии государственных учреждений службы занятости граждан	2000 г.	2008 г.
Занятые трудовой деятельностью	97	181
Учащиеся, желающие работать в свободное от учебы время	1243	1120
Лица, ищущие работ впервые	1623	1737
Прочие лица, не занятые трудовой деятельностью	237	815
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 104.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}$ ,  $\sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры трудоустроенных при содействии государственных учреждений службы занятости в 2000 и 2008 гг.

3. Проанализировать результаты расчетов, на их основе построить график, составить аналитическую записку.

**Задача 58.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Численность обратившихся в учреждения службы занятости и граждан, трудоустроенных при их содействии<sup>1</sup>**

Группы лиц, обратившихся по вопросу трудоустройства, и граждан, трудоустроенных при содействии государственных учреждений службы занятости	Обратились по вопросу трудоустройства	Трудоустроены
Занятые трудовой деятельностью	307	181
Учащиеся, желающие работать в свободное от учебы время	1175	1120
Лица, ищущие работ впервые	2254	1737
Прочие лица, не занятые трудовой деятельностью	2294	815
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009. С. 104.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_1,0}$ ,  $\sigma_{p_1,0}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структур численности граждан, обратившихся в учреждения службы занятости, и граждан, трудоустроенных при их содействии.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 59.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в торговле со всеми странами по товарным группам в 2006 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	2006 г.	2008 г.
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	20,4	33,3
Минеральные продукты	3,2	8,1
Продукты химической промышленности	21,2	34,3
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	0,4	1,0
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	3,7	6,2

Окончание таблицы

Товарная группа	2006 г.	2008 г.
Текстиль, текстильные изделия и обувь	4,8	10,8
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	0,3	0,7
Металлы и изделия из них	9,6	17,4
Машины, оборудование и транспортные средства	62,9	136,5
Другие товары	4,3	8,2
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 14; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 13.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1/0}}$ ,  $\sigma_{p_{1/0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры импорта РФ в 2006 и 2008 гг.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 60.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта и импорта РФ в торговле со странами дальнего зарубежья по товарным группам в 2008 г., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	Экспорт	Импорт
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	4,9	29,1
Минеральные продукты	292,4	0,3
Продукты химической промышленности	23,7	31,2
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	0,3	1,0
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	9,2	5,5
Текстиль, текстильные изделия и обувь	0,2	1,0

Окончание таблицы

Товарная группа	Экспорт	Импорт
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	7,3	0,7
Металлы и изделия из них	45,7	11,9
Машины, оборудование и транспортные средства	11,4	129,0
Другие товары	3,0	7,7
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 15.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.

2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1/0}}$ ,  $\sigma_{p_{1/0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}$ ,  $K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры стоимости экспорта и импорта РФ в торговле со странами дальнего зарубежья.

3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 61.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта РФ в торговле со странами СНГ по товарным группам в 2005 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	2005 г.	2008 г.
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	1,6	3,5
Минеральные продукты	9,4	19,5
Продукты химической промышленности	2,2	4,8
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	0,0	0,0
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	1,0	2,0
Текстиль, текстильные изделия и обувь	0,2	0,3
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	0,1	0,1
Металлы и изделия из них	2,7	6,0
Машины, оборудование и транспортные средства	4,8	8,9
Другие товары	0,6	1,2
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 16; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. I. С. 15.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_{i,0}}, \sigma_{p_{i,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры экспорта в торговле со странами СНГ в 2005 и 2008 гг.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 62.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость экспорта и импорта РФ в торговле со странами СНГ по товарным группам в 2008 г., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	Экспорт	Импорт
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	3,5	2,8
Минеральные продукты	19,5	2,1
Продукты химической промышленности	4,8	2,2
Кожевненное сырье, пушнина и изделия из них	0,0	0,1
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	2,0	0,7
Текстиль, текстильные изделия и обувь	0,3	0,8
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	0,1	0,1
Металлы и изделия из них	6,0	5,5
Машины, оборудование и транспортные средства	8,9	7,5
Другие товары	1,2	0,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источник: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. М. : Федеральная таможенная служба, 2009. С. 16.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в итоге.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_{i,0}}, \sigma_{p_{i,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры экспорта и импорта РФ в торговле со странами СНГ.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 63.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в торговле со странами СНГ по товарным группам в 2006 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	2006 г.	2008 г.
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	2,3	3,6
Минеральные продукты	2,3	5,0
Продукты химической промышленности	2,0	2,4
Кожевненное сырье, пушнина и изделия из них	0,0	0,0
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	0,5	0,7
Текстиль, текстильные изделия и обувь	0,6	0,8
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	0,0	0,0
Металлы и изделия из них	3,8	5,5
Машины, оборудование и транспортные средства	3,7	7,5
Другие товары	0,4	0,5
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2008. С. 16; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации : сборник 2006. Т. 1. С. 15.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы в % к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_{i,0}}, \sigma_{p_{i,0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры российского импорта в торговле со странами СНГ в 2006 и 2008 гг.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

**Задача 64.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Стоимость импорта РФ в торговле со странами дальнего зарубежья по товарным группам в 2006 и 2008 гг., млрд долл. США<sup>1</sup>**

Товарная группа	2006 г.	2008 г.
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье	18,1	29,8
Минеральные продукты	0,9	3,1
Продукты химической промышленности	19,1	31,9

Окончание табл.

Товарная группа	2006 г.	2008 г.
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	0,4	1,1
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	3,3	5,3
Текстиль, текстильные изделия и обувь	4,3	10,5
Драгоценные камни, драгоценные металлы и изделия из них	0,3	0,5
Металлы и изделия из них	5,8	11,1
Машины, оборудование и транспортные средства	59,2	12,1
Другие товары	4,0	7,1
Всего	...	...

<sup>1</sup> Источники: Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации: сборник 2008. С. 15; Таможенная статистика внешней торговли Российской Федерации: сборник 2006. Т. 1. С. 14.

1. Рассчитать удельный вес каждой структурной группы к итогу.
2. Определить абсолютные ( $L_{p_{1/0}}, \sigma_{p_{1/0}}$ ) и нормированные ( $K_{Гатеева}, K_{Рябцева}$ ) показатели различий структуры импорта РФ в торговле со странами дальнего зарубежья в 2006 и 2008 гг.
3. Проанализировать результаты расчетов, составить аналитическую записку.

### 6.3.3. Контрольные вопросы и задания

1. Средняя величина — это:
  - а) итоговое значение признака;
  - б) типическое значение признака у однородных единиц;
  - в) наиболее часто встречающееся значение признака;
  - г) минимальное значение признака;
  - д) разница между максимальным и минимальным значениями признака.
2. Вид средней: арифметическая, гармоническая, квадратическая, геометрическая — определяется:
  - а) исходными данными;
  - б) видом признака — первичным или вторичным;
  - в) способом обобщения и равномерного распределения значений признака;
  - г) прямой и обратной зависимостью изучаемого признака с известным по условию признаком;
  - д) видом признака — моментным или интервальным.

3. Простая средняя используется при расчете среднего значения:

- а) моментного признака;
- б) дискретного признака;
- в) первичного признака;
- г) количественного признака;
- д) дихотомического признака.

4. Средняя, рассчитываемая по формуле  $\bar{W} = \frac{\sum C \cdot D \cdot K}{\sum \frac{C \cdot D \cdot K}{W}}$ , — это:

- а) арифметическая простая;
- б) гармоническая взвешенная;
- в) квадратическая простая;
- г) арифметическая взвешенная;
- д) гармоническая простая.

5. По каждой из пяти ( $n = 5$ ) школ известно: число классов в школе —  $K$ ; число учащихся в классе —  $S$ .

Какую формулу средней следует использовать для расчета средней численности учащихся в одном классе для пяти школ  $\bar{S}$ :

- а)  $\bar{S} = \frac{\sum S}{n}$ ;
- б)  $\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum S^2}{n}}$ ;
- в)  $\bar{S} = \frac{n}{\sum \frac{1}{S}}$ ;
- г)  $\bar{S} = \frac{\sum S \cdot K}{\sum K}$ ;
- д)  $\bar{S} = \frac{\sum S}{n}$ .

6. Определите средний процент брака для трех видов продукции, используя данные таблицы:

Продукция	Брак, %	Стоимость продукции, млн руб.
Газетная бумага	2,2	1,7
Картон	3,5	2,9
Офисная бумага	4,7	3,8

- а) 3,47%;
- б) 2,31%;
- в) 3,61%;
- г) 2,8%;
- д) 3,78%.

7. Вариация — это:
- способность единицы отличаться от всех других единиц множества;
  - способность иметь индивидуальные особенности и различать их;
  - способность единиц иметь индивидуальные особенности различать их и в особой форме реагировать на изменения условий существования.
8. Информация для изучения вариации представлена:
- данными по некоторым единицам множества;
  - данными по некоторым единицам частной совокупности;
  - данными по всем единицам множества и его частным совокупностям, представленными в виде вариационных и ранжированных рядов.
  - К абсолютному показателю вариации относится:
    - коэффициент вариации;
    - коэффициент К. Пирсона;
    - коэффициент Гетева;
    - коэффициент детерминации;
    - среднее квадратическое отклонение.
  - К относительному показателю вариации относится:
    - среднее линейное и среднее квадратическое отклонение;
    - коэффициент корреляции и детерминации;
    - коэффициент осцилляции и вариации;
    - коэффициент Гетева и Рябцева.
  - При каких значениях коэффициента вариации ( $V_x$ ) множество значений признака считается однородным, а его среднее значение — надежным:
    - $V_x > 100\%$ ;
    - $V_x > 80\%$ ;
    - $V_x > 60\%$ ;
    - $V_x < 50\%$ ;
    - $V_x < 30\%$ .
  - Как соотносятся между собой значения моды, медианы и средней:
    - могут совпадать, когда распределение строго соответствует нормальному распределению;
    - не совпадают никогда, потому что рассчитываются разными способами;
    - иногда совпадают по значениям, но чаще всего не совпадают;
    - совпадают при нормальном распределении и не совпадают при отклонениях фактического распределения от нормального;

- д) чаще всего совпадают по значениям и гораздо реже не совпадают.
13. Структура — это:
- перечень составных частей целого;
  - характеристика строения множества;
  - статистическая оценка перечня однородных элементов множества, их размеров и места в составе множества;
  - показатель удельного веса отдельных частей в общем множестве;
  - число единиц в процентах к итогу.
14. Какому условию должны соответствовать результаты расчета показателей структуры:
- точность расчета относительных показателей должна быть одинаковой;
  - все структурные группы должны быть заполнены и по каждой выполнен расчет их относительных показателей;
  - сумма процентов долей всех структурных групп равна 100 ( $\sum P_i = 100$ );
  - точность расчета не должна быть слишком высокой, так как это затруднит расчеты;
  - точность расчета не должна быть слишком приближительной, так как это не позволит провести точный анализ изменений структуры.
15. По какому правилу должны изменяться важнейшие особенности сравниваемых структур — территория, время, объект:
- все три особенности изменяются одновременно;
  - изменяются две особенности, а третья остается неизменной;
  - изменяется одна из трех особенностей, а две другие остаются неизменными;
  - изменяется одна из трех особенностей, а две другие остаются неизменными; все структурные группы должны быть заполнены;
  - все три особенности изменяются одновременно, но все структурные группы должны быть заполнены.
16. Абсолютный показатель различий двух структур — это
- предельный линейный коэффициент различий

$$\frac{\sum |P_1 - P_0|}{200} \cdot 100;$$

- предельный квадратический коэффициент различий

$$\sqrt{\frac{\sum (P_1 - P_0)^2}{20\,000}} \cdot 100;$$

- линейный коэффициент различий  $\frac{|P_1 - P_0|}{k}$ ;

г) коэффициент Гагева  $\sqrt{\frac{\sum(P_1 - P_0)^2}{\sum P_1^2 + \sum P_0^2}} \cdot 100;$

д) коэффициент Рябцева  $\sqrt{\frac{\sum(P_1 - P_0)^2}{\sum(P_1 + P_0)^2}} \cdot 100.$

17. Нормированные коэффициенты структурных разл  
принимают значения:

- а) от 0 до 1;
- б) от -1 до 0;
- в) от  $-\infty$  до  $+\infty$ ;
- г) от -1 до + 1;
- д) от 0 до  $+\infty$ .

## Глава 7

### ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

#### 7.1. Понятие выборочного наблюдения

Статистическое исследование, при котором наблюдению подвергаются не все единицы совокупности, а лишь определенная их часть называется выборочным наблюдением. Вся исследуемая совокупность называется **генеральной совокупностью**, а единицы, отобранные для наблюдения, — это **выборочная совокупность**, или **выборка**.

Выборочное наблюдение используется довольно часто. В промышленности и торговле выясняют спрос населения на новые продукты или новые виды упаковки, жалобы на потребляемые товары, причины предпочтения одного продукта другому. Для изучения поведения и здоровья людей можно обследовать состояние зубов у школьников до и после фторизации воды; выявлять уровень смертности курильщиков в зависимости от степени интенсивности курения; изучать эффективность применения определенной вакцины. И все это делается на основе выборки.

**Преимуществами** выборки по сравнению с другими методами получения статистических данных являются:

- экономия материальных, финансовых ресурсов и времени в результате сокращения объема работы;
- оперативность в получении данных о результатах обследования;
- возможность исследования очень больших статистических совокупностей;
- высокая точность собираемых данных, поскольку выборка позволяет организовать контроль качества собираемой информации.

*Проведение выборочного наблюдения* включает в себя:

- определение цели наблюдения и составление программы;

- расчет объема выборки  $n$ ;
- обоснование способа формирования выборки;
- отбор единиц из генеральной совокупности (формирование выборки);
- сбор данных на основе разработанной программы;
- обработка полученной информации и расчет основных характеристик выборки;
- определение ошибки выборки;
- определение параметров генеральной совокупности на основе выборочных данных.

Основной особенностью выборочного наблюдения являются **ошибки репрезентативности** (представительности). Ошибки репрезентативности характерны только для сплошных наблюдений и представляют собой расхождение между параметрами генеральной и выборочной совокупности, обусловленные тем, что обследуется только часть генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности подразделяются на систематические и случайные. Систематические ошибки могут возникать в связи с принятой системой отбора единиц и обработкой данных наблюдений или нарушением правил отбора. Случайные ошибки возникают неизбежно из-за обусловлены неравномерным представлением в выборочной совокупности различных категорий единиц генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности можно заранее оценить и при разработке программы исследования установить допустимый уровень.

Способ расчета ошибок выборочного наблюдения зависит от видов и способов отбора. Различают два вида отбора:

- повторный отбор (по схеме возвращенного шара), при котором каждый элемент, случайно отобранный и обследованный, возвращается в общую совокупность и может быть отобран повторно. В этом случае вероятность попадания каждой отдельной единицы в выборку остается постоянной;

- бесповторный отбор (по схеме невозвращенного шара), когда отобранный элемент не возвращается в общую совокупность и вероятность попадания отдельных единиц в выборку все время изменяется (для оставшихся элементов она возрастает).

В социально-экономической статистике повторная выборка, как правило, не производится.

Существует несколько способов отбора единиц в выборочную совокупность: случайный; отбор по определенной схеме; сочетание первого и второго способа.

В табл. 7.1 приведены обозначения основных параметров генеральной и выборочной совокупности.

Таблица 7.1

Основные параметры генеральной и выборочной совокупности

Показатели	Генеральная совокупность	Выборка
Объем совокупности	$N$	$n$
Средняя	$\bar{x}$	$\bar{x}$
Численность единиц, обладающих обследуемым качеством	$M$	$m$
Доля единиц, обладающих обследуемым качеством	$p = \frac{M}{N}$	$\omega = \frac{m}{n}$
Дисперсия	$\sigma^2$	$S^2$

При случайном отборе средняя ошибка выборки для средней величины ( $\mu_{\bar{x}}$ ) и средняя ошибка выборочной доли определяются по формулам, приведенным в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Формулы стандартных простых случайных ошибок выборки

Оцениваемый параметр	Повторная выборка	Бесповторная выборка
Средняя $\bar{x}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ (7.1)	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ (7.2)
Доля $p$	$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ (7.3)	$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ (7.4)

Величина дисперсии признака в генеральной совокупности ( $\sigma^2$ ), как правило, не известна, поэтому ее заменяют выборочной дисперсией ( $S^2$ ), так как  $\sigma^2 = S^2 \cdot \frac{n}{n-1}$ , а при большой численности совокупности сомножитель  $\left(\frac{n}{n-1}\right)$  стремится к единице и им можно пренебречь.

**Пример 7.1.** В областном центре было опрошено 1000 студентов техникумов с целью выяснить, как часто они посещают кинотеатр. По результатам 5%-ной выборки установлено, что в среднем студент посещает кинотеатр пять раз в месяц при среднеквадратическом отклонении два раза в месяц. Определим, насколько результаты полученные при опросе студентов, отличаются от генеральной совокупности студентов города.

*Примечание.* Если в задаче не указан вид отбора, то будем считать, что проводился бесповторный отбор.

*Решение*

Для ответа на поставленный вопрос надо найти среднюю ошибку выборки. По условию задачи:

– произведена 5%-ная выборка, т.е.  $\frac{n}{N} = 0,05$ ;

– среднеквадратическое отклонение равно два раза в месяц, т.е.  $S = 2$ , так как  $\sigma^2 = S^2$ , то  $\sigma^2 = 2^2 = 4$ ;

– было опрошено 1000 студентов, т.е.  $n = 1000$ .

Воспользуемся формулой 7.2 (из табл. 7.2):

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{4}{1000} (1 - 0,05)} = 0,06 \text{ (раза в месяц)}$$

Как видим, отклонение выборочной средней от генеральной средней незначительно и составляет 0,06 раза в месяц, т.е. различия в посещении кинотеатра одним студентом не превышают одного раза в месяц.

Величина дисперсии доли в генеральной совокупности определяется по формуле

$$\sigma_{\text{доли}}^2 = p(1-p). \quad (7.5)$$

Поскольку при определении средней ошибки выборочной доли ни доля, ни дисперсия генеральной совокупности, как правило, неизвестны, то дисперсию доли генеральной совокупности заменяют дисперсией выборочной доли, которая определяется так:

$$S_{\text{доли}}^2 = \omega(1-\omega). \quad (7.6)$$

**Пример 7.2.** При опросе студентов техникумов, рассмотренном в примере 7.1, выяснилось, что 358 студентов не менее трех раз в месяц смотрели мультфильмы в кинотеатрах города. Определим, насколько полученные результаты будут отличаться от генеральной совокупности.

*Решение*

Найдем среднюю ошибку доли студентов, смотрящих мультфильмы не менее трех раз в месяц:

– определим долю студентов, которые смотрят мультфильмы более трех раз в месяц по результатам опроса, для этого  $m = 358$  разделим на  $n = 1000$ :

$$\omega = \frac{358}{1000} = 0,358, \text{ или } 35,8\%;$$

– определим среднюю ошибку, заменив дисперсию доли генеральной совокупности на дисперсию выборочной доли, и подставим в формулу 7.4:

$$\begin{aligned} \mu_p &= \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{0,358(1-0,358)}{1000} (1-0,05)} = 0,015, \text{ или } 1,5\%. \end{aligned}$$

Итак средняя ошибка доли студентов, которые смотрят мультфильмы не менее трех раз в месяц, составляет 1,5%.

Рассчитав среднюю ошибку выборки для средней величины, с определенной вероятностью можно оценить отклонение выборочной средней от среднего значения генеральной совокупности. *Отклонение выборочной характеристики от характеристики генеральной совокупности называется предельной ошибкой выборки* –  $\Delta$ , и определяется как  $z$ -кратная средняя ошибка:

$$\Delta = mz, \quad (7.7)$$

где  $z$  зависит от вероятности, с которой определяется предельная ошибка выборки, и находится по таблице значений интегральной функции Лапласа при заданной доверительной вероятности.

Наиболее часто встречающиеся уровни доверительной вероятности и соответствующие им значения  $z$  приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

$F(z)$	0,683	0,950	0,954	0,990	0,997
$z$	1,00	1,96	2,00	2,58	3

Зная величину выборочной средней ( $\bar{x}$ ) или выборочной доли ( $\omega$ ), а также предельную ошибку выборки ( $\Delta$ ), можно установить пределы, в которых находятся значения генеральных параметров:

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}; \quad (7.8)$$

$$\omega - \Delta_{\omega} \leq \omega \leq \omega + \Delta_{\omega}. \quad (7.9)$$

**Пример 7.3.** Продолжая примеры 7.1 и 7.2, необходимо с вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находятся число посещений кинотеатров студентами за месяц и доля студентов, смотрящих мультфильмы не менее трех раз в месяц.

*Решение*

Доверительной вероятности 0,954 по табл. 7.3 соответствует значение коэффициента доверия  $z = 2,0$ . Тогда предельная ошибка выборки при определении среднего числа посещений кинотеатра студентами составит:

$$\Delta_{\bar{x}} = \mu_{\bar{x}} z = 0,06 \cdot 2,0 = 0,12 \text{ (раза).}$$

Следовательно, среднее число посещений кинотеатра студентами техникумов города находится в пределах:

$$5 - 0,12 \leq \bar{x} \leq 5 + 0,12 \text{ или } 4,88 \leq \bar{x} \leq 5,12.$$

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что среднее число посещений кинотеатров студентами составляет от 4,88 до 5,12 раза в месяц.

Предельная ошибка доли

$$\Delta_{\omega} = \mu_{\omega} z = 0,015 \cdot 2,0 = 0,03, \text{ или } 3,0\%.$$

Таким образом, доля студентов, смотрящих мультфильмы в кинотеатрах города более трех раз в месяц, в генеральной совокупности находится в следующих пределах:

$$35,8\% - 3,0\% \leq p \leq 35,8\% + 3,0\% \text{ или } 32,8\% \leq p \leq 38,8\%.$$

С вероятностью 0,954 можно гарантировать, что доля студентов техникумов города, которые смотрят мультфильмы более трех раз в месяц, составляет от 32,8 до 38,8% общего числа студентов.

## 7.2. Определение необходимой численности выборки

При разработке программы выборочного наблюдения решается задача о том, сколько единиц изучаемой совокупности

необходимо обследовать, чтобы обеспечить определенную точность расчета оценок генеральных параметров.

Формулы для определения необходимой численности выборки ( $n$  — объем выборки) можно получить из формул определения ошибок выборки. На практике объем выборки рассчитывают вначале по формуле для повторного отбора:

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta^2}. \quad (7.10)$$

Если полученное значение  $n_{\text{повт}}$  превышает 5% численности генеральной совокупности, то расчет проводят по формуле для бесповторного отбора:

$$n_{\text{бесповт}} = \frac{z^2 \sigma^2 N}{z^2 \sigma^2 + \Delta^2 N}. \quad (7.11)$$

Если численность выборки не превышает 5% численности генеральной совокупности, то к формуле для бесповторного отбора не переходят, так как это существенно не повлияет на объем выборки.

Для определения необходимого объема выборки исследователь сам задает предельную ошибку и вероятность того, что эта ошибка не превысит заданного предела. Наиболее сложно установить значение генеральной дисперсии, так как оно неизвестно до проведения исследования. Однако его можно оценить приближенно следующими способами:

- опираясь на данные прошлых или специально организованных пробных обследований;
- определив дисперсию из соотношения среднего квадратического отклонения и среднего значения признака:

$$\sigma = \frac{\bar{x}}{3}; \quad (7.12)$$

- оценив среднее квадратическое отклонение исходя из закона распределения изучаемого признака в генеральной совокупности:

— для нормального распределения:

$$\sigma = \frac{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}{6}, \quad (7.13)$$

— для асимметричного распределения

$$\sigma = \frac{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}{5}, \quad (7.14)$$

где  $\bar{x}$  — среднее значение признака в генеральной совокупности;  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  — соответственно максимальное и минимальное значение признака в генеральной совокупности.

Объем выборки при определении доли единиц, обладающих определенным значением альтернативного признака находится так же, как было описано выше, по следующим формулам:

— для повторного отбора

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 \sigma_p^2 N}{\Delta^2}, \quad (7.16)$$

— для бесповторного отбора

$$n_{\text{бесповт}} = \frac{z^2 \sigma_p^2 N}{z^2 \sigma_p^2 + \Delta^2 N}. \quad (7.17)$$

Для оценки генеральной дисперсии доли ( $\sigma_p^2$ ) принимают максимально возможную дисперсию альтернативного признака:  $\sigma_{p_{\max}}^2 = 0,5(1 - 0,5) = 0,25$ .

На практике выборочное наблюдение должно дать возможность определить пределы, в которых в генеральной совокупности находится не один, а несколько показателей. Тогда дисперсия для каждого показателя будет различна. Следовательно, необходимый объем выборки будет различаться. Максимальное рассчитанное значение должно быть выбрано как необходимая численность выборки.

**Пример 7.4.** Для изучения спроса на мобильные телефоны планируется провести выборочное обследование потенциальных покупателей города. Будет использована случайная бесповторная выборка. Необходимо определить, сколько респондентов должно быть опрошено, чтобы с вероятностью 0,95 гарантировать, что фактические значения ошибок  $\Delta$  не превысят следующих значений:

— по показателю «средняя цена, которую готовы уплатить покупатели»  $\Delta_{\bar{x}} = 1,1$  тыс. руб.;

— по доле покупателей, для которых обязательно наличие фотоаппарата в мобильном телефоне,  $\Delta_{\omega} = 7\%$ ;

— по среднему возрасту потенциальных покупателей  $\Delta_{\bar{x}} = 4$  года.

По данным обследования, проходившего пять лет назад, среднеквадратическое отклонение  $\sigma$  составляло: по показателю «средняя цена покупки» 3 тыс. руб., по среднему возрасту 17 лет.

**Решение**

По табл. 7.3 определим для  $F(z) = 0,99$  коэффициент доверия  $z = 2,58$ .

Тогда объем выборки составит:

— по показателю средней цены покупки:

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta^2} = \frac{2,58^2 \cdot 3^2}{1,1^2} = 49,5 = 50 \text{ (человек);}$$

— по среднему возрасту:

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta^2} = \frac{2,58^2 \cdot 17^2}{4^2} = 120,2 = 121 \text{ (человек) (объем выборки}$$

всегда округляется в большую сторону);

— для показателя «доля покупателей мобильных телефонов с фотоаппаратом» значение генеральной дисперсии доли примем равным максимальному значению дисперсии альтернативного признака:

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta^2} = \frac{2,58^2 \cdot 0,25^2}{0,07^2} = 339,6 = 340 \text{ (человек).}$$

Все три показателя удовлетворяет объем выборки в 340 человек. К формуле для бесповторного отбора переходить не требуется, так как численность выборки не превышает 5% генеральной совокупности, в качестве которой выступают все потенциальные покупатели мобильных телефонов города.

На практике обычно величина допустимой ошибки выборки устанавливается не в абсолютном, а относительном выражении. Эта величина называется *относительной ошибкой* выборки и характеризует относительную погрешность выборки:

$$\Delta_{\text{относ}} = \frac{\Delta}{\bar{x}} 100\%. \quad (7.17)$$

При заданном уровне относительной ошибки необходимый объем выборки можно определить следующим образом:

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 v^2}{\Delta_{\text{относ}}^2}; \quad (7.18)$$

$$n_{\text{бесповт}} = \frac{z^2 v^2 N}{z^2 v^2 + \Delta_{\text{относ}}^2 N}. \quad (7.19)$$

где  $v$  — коэффициент вариации, определяемый по формуле

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\%.$$

**Пример 7.5.** Для изучения товарооборота по продаже канцелярских товаров планируется провести выборочное обследование торговых предприятий области. Сколько предприятий розничной торговли из 5000 действующих в области надо обследовать, если по данным предыдущего обследования известно, что коэффициент вариации товарооборота по данной группе товаров составляет 45%, а предельная относительная ошибка выборки с вероятностью 0,997 не должна превысить 6%?

*Решение*

При  $F(z) = 0,997$  по табл. 7.3  $z = 3$ . Воспользуемся формулой для повторного отбора

$$n_{\text{повт}} = \frac{z^2 v^2}{\Delta_{\text{относ}}^2} = \frac{3^2 \cdot 0,45^2}{0,06^2} = 506,25 = 507 \text{ (предприятий).}$$

Определим долю выборки в генеральной совокупности

$$\frac{n}{N} = \frac{507}{5000} = 10,12\%.$$

Так как найденный объем выборки составляет 10,12% численности генеральной совокупности  $N = 5000$ , то перейдем к формуле бесповторного отбора:

$$n_{\text{бесповт}} = \frac{z^2 v^2 N}{z^2 v^2 + \Delta_{\text{относ}}^2 N} = \frac{3^2 \cdot 0,45^2 \cdot 5000}{3^2 \cdot 0,45^2 + 0,06^2 \cdot 5000} = 459,7 = 460 \text{ (предприятий).}$$

Таким образом, необходимо обследовать 460 торговых предприятий области по продаже канцелярских товаров.

Зная предельную ошибку выборки, можно аналогичным образом определить вероятность, с которой можно гарантировать, что ошибка выборки не выйдет за заданные пределы.

**Пример 7.6.** При проведении 6%-ного выборочного обследования 120 библиотек одного из регионов оказалось, что в среднем на одну библиотеку приходится 14 сотрудников при среднем квадратическом отклонении 11 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что относительная предельная ошибка выборки не превысит 7%?

*Решение*

Для определения вероятности надо найти коэффициент доверия. Воспользуемся формулой ошибки выборки.

Предельная ошибка:

$$\text{так как } \Delta_{\text{относ}} = \frac{\Delta}{\bar{x}} 100\%, \text{ то } \Delta = \frac{\Delta_{\text{относ}} \bar{x}}{100\%} = \frac{7 \cdot 14}{100} = 0,98;$$

средняя ошибка

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{11^2}{120} (1 - 0,06)} = 0,97.$$

По формуле (7.7) получим коэффициент доверия

$$z = \frac{\Delta}{\mu} = \frac{0,98}{0,97} = 1,01.$$

По табл. 7.3 при  $z = 1$  находим вероятность  $F(z) = 0,683$ . Следовательно, с вероятностью 0,683 можно утверждать, что относительная предельная ошибка выборки не превысит 7%.

### 7.3. Малая выборка

В выборках большого объема распределение единиц в генеральной совокупности не имеет значения, так как отклонение выборочной средней от генеральной подчиняется нормальному закону распределения. В выборках небольшого объема ( $n \leq 30$ ) характер распределения единиц в генеральной совокупности оказывает влияние на вероятность появления ошибки выборки.

В 1908 г. английский статистик У. Госсет (псевдоним — Стьюдент) построил распределение, которое позволяет и при малых выборках соотносить нормированное отклонение выборочной средней  $\bar{x}$  от генеральной средней с доверительной вероятностью  $F(t)$ :

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{\mu_{\text{мв}}}, \quad (7.20)$$

$\mu_{\text{мв}}$  — величина среднего квадратического отклонения малой выборки, которая определяется по формуле

$$\mu_{\text{мв}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}. \quad (7.21)$$

Величина  $\sigma$  вычисляется на основе данных выборочного наблюдения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (7.22)$$

При  $n > 100$  таблицы распределения Стьюдента дают те же результаты, что и таблицы интеграла вероятностей Лапласа, при  $30 \leq n \leq 100$  различия невелики. Поэтому

к малым выборкам относят выборки объемом менее 30 ед. большой считается выборка с объемом более 100 ед.

Таблицы распределения Стьюдента приводятся для наиболее используемых доверительных вероятностей (0,90, 0,99 и др.) при разном числе степеней свободы  $df$  (см. Приложение П.2). Число степеней свободы равно числу индивидуальных признаков, которыми можно располагать для определения искомой характеристики. Для расчета дисперсии должна быть известна средняя величина, поэтому

$$df = n - 1. \quad (7.24)$$

Предельная ошибка малой выборки определяется по формуле

$$\Delta_{мв} = t\mu_{мв} \quad (7.24)$$

Порядок расчетов тот же, что и при больших выборках.

**Пример 7.7.** Выборочное обследование восьми рабочих малого предприятия показало, что на выполнение одной из производственных операций рабочие затрачивали времени (мин): 3,5; 1,8; 3,8; 4,4; 3,2; 2,2; 3,1. С вероятностью 0,95 определите пределы, в которых находятся средние затраты времени.

*Решение*

1. Найдем выборочную среднюю затрат времени на производство технологической операции:

$$\bar{x} = \frac{3,5 + 4,2 + 1,8 + 3,8 + 4,4 + 3,2 + 2,2 + 3,1}{8} = 3,275 \text{ (мин)}.$$

2. Рассчитаем выборочную дисперсию:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{(3,5 - 3,275)^2 + (4,2 - 3,275)^2 + (1,8 - 3,275)^2 + (3,8 - 3,275)^2 + (4,4 - 3,275)^2 + (3,2 - 3,275)^2 + (2,2 - 3,275)^2 + (3,1 - 3,275)^2}{8} = 0,727.$$

3. Определим среднюю ошибку малой выборки:

$$\mu_{мв} = \sqrt{\frac{0,727^2}{8 - 1}} = 0,32 \text{ (мин)}.$$

4. Для вероятности 95%  $T = 0,05$  и  $df = 8 - 1$  по таблице из Приложения П.2 находим:  $t = 2,36$ .

5. Предельная ошибка выборки:  $\Delta_{мв} = 2,36 \cdot 0,32 = 0,755$  (мин).

6. С вероятностью 0,95 пределы, в которых находятся средние затраты времени на выполнение одной из производственных операций, составляют от  $(3,275 - 0,755) = 2,52$  (мин) до  $(3,275 + 0,755) = 4,03$  (мин).

Оценка генеральных параметров на основе малой выборки приводит к довольно неопределенным результатам. Доверительный интервал имеет широкие границы из-за распределения Стьюдента. Гораздо чаще малая выборка используется для сравнения равенства средних значений в двух выборках:  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$ . Если известны генеральные дисперсии  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$ , выдвигается гипотеза о равенстве двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей,  $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ , которая проверяется критерием

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)}}. \quad (7.25)$$

где  $\sigma_1^2$  — генеральная дисперсия первой выборки;  $\sigma_2^2$  — генеральная дисперсия второй выборки;  $\bar{x}_1$  — выборочная средняя первой выборки;  $\bar{x}_2$  — выборочная средняя второй выборки;  $n_1$  — объем первой выборки;  $n_2$  — объем второй выборки.

Если генеральные дисперсии не известны, тогда для проверки гипотезы о равенстве средних используется  $t$ -статистика, исходя из предположения, что

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 = \frac{\sum(x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2},$$

тогда в формуле (7.25) дисперсию вынесем за скобку и получим

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{\sum(x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}. \quad (7.26)$$

С заданной вероятностью  $P$  определим табличное значение  $t$ -критерия, соответствующее заданному уровню значимости ( $T = 1 - P$ ) и числу степеней свободы  $df = n_1 + n_2 - 2$ . Если расчетное значение  $t$  больше табличного значения  $t_{таб}$ , то гипотеза  $H_0$  отклоняется и расхождение средних значений можно считать неслучайным (с вероятностью  $P$ ). Иначе нет оснований отклонять гипотезу  $H_0$  и считать расхождение средних значимым.

Аналогично проводят сравнение двух выборочных долей.

**Пример 7.8.** Из 25 измерений, произведенных во вторник с целью контроля размеров деталей, изготавливаемых рабочим, установлено, что их средний размер 35 мм. Контроль размеров деталей, проведенный в среду 20 измерениями, показал, что средний размер детали составляет 34,6 мм, при том же среднеквадратическом отклонении  $\sigma = 0,9$  мм. Можно ли считать на 5%-ном уровне значимости, что расхождение в размере деталей несущественно?

*Решение*

Рассчитаем  $t$ -критерий по формуле (7.25):

$$t = \frac{35 - 34,6}{0,9 \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{25}}} = \frac{0,4}{0,27} = 1,5.$$

Определим табличное значение  $t$ -критерия при уровне значимости  $T = 0,05$  и степени свободы  $df = 25 + 20 - 2 = 43$ :  $t_{\text{таб}} = 2,0$ . Поскольку  $|t| < t_{\text{таб}}$ , то расхождение в размере деталей не является значимым.

## 7.4. В помощь студенту и преподавателю

### 7.4.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** Методом случайной повторной выборки для проверки на вес было взято 100 деталей. Установлено, что средний вес детали 42 г при среднем квадратическом отклонении 4 г. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится средний вес детали в генеральной совокупности.

*Решение*

По условию задачи:  $n = 100$ ;  $\bar{x} = 42$  г;  $\sigma = 4$  г;  $F(z) = 0,954$ .

Генеральная средняя  $\bar{x}$  отличается от выборочной средней  $\bar{x}$  на величину предельной ошибки выборки  $\Delta_{\bar{x}}$ , по формуле (7.8).

Рассчитаем предельную ошибку с вероятностью 0,954 по формуле (7.7). Для этого определим коэффициент доверия  $z$ .

Из табл. 7.3 получаем, что  $z = 2$ .

Теперь определим среднюю ошибку повторной выборки по формуле (7.1):

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{4^2}{100}} = 0,4 \text{ (г)}.$$

Тогда предельная ошибка выборки

$$\Delta_{\bar{x}} = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ (г)}.$$

Определим верхнюю границу генеральной средней

$$\bar{x} = \bar{x} + \Delta_{\bar{x}} = 42 + 0,8 = 42,8 \text{ (г)}.$$

Определим нижнюю границу генеральной средней

$$\bar{x} = \bar{x} - \Delta_{\bar{x}} = 42 - 0,8 = 41,2 \text{ (г)}.$$

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний вес детали в генеральной совокупности находится в следующих пределах  $41,2 \leq \bar{x} \leq 42,8$  г.

**Задача 2.** В районном центре проживает 2000 семей. Для разработки программы социальной защиты определялось среднее число несовершеннолетних детей в семье, была проведена случайная бесповторная выборка семей. С вероятностью 0,997 определить границы, в которых находится среднее число детей в семье в генеральной совокупности, если по итогам выборки получены следующие данные:

Число детей в семье...	0	1	2	3	4	5	Итого
Число семей.....	15	30	20	4	2	1	72

*Решение*

По условию задачи  $N = 2000$ ;  $n = 72$ ;  $F(z) = 0,997$ .

Из табл. 7.3  $z = 3$ .

Чтобы определить границы генеральной средней, необходимо рассчитать выборочную среднюю и предельную ошибку выборочной средней.

Рассчитаем среднее число детей в семье и дисперсию оценки числа детей по данным выборки, используя формулы

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}; \quad S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Составим расчетную таблицу.

Таблица для расчета среднего числа детей в семье и дисперсии оценки числа детей по данным выборки

Число детей в семье, $x_i$	Число семей, $f$	$x f$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
0	15	0	1,69	25,35
1	30	30	0,09	2,7
2	20	40	0,49	9,8
3	4	12	2,89	11,56
4	2	8	7,29	14,58
5	1	5	13,69	13,69
Итого	72	95	×	77,68

$$\bar{x} = \frac{95}{72} = 1.3 \text{ (человека),}$$

$$S^2 = \frac{77,68}{72} \approx 1.1.$$

Определим среднюю ошибку бесповторной выборки по формуле (7.2):

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1,1}{72} \left(1 - \frac{72}{2000}\right)} = 0,12 \text{ (человека).}$$

Тогда предельная ошибка

$$\Delta_{\bar{x}} = 0,12 \cdot 3 = 0,36 \text{ (человека).}$$

Следовательно, с вероятностью 0,997 можно утверждать, что среднее число детей в семье в районном центре находится в пределах:

$$1,3 - 0,36 \leq \bar{x} \leq 1,3 + 0,36; \\ 1 \leq \bar{x} \leq 2 \text{ (человек).}$$

**Задача 3.** В городе с 700 тыс. жителей методом случайного бесповторного отбора обследовано 40 тыс. жителей. Установлено, что 15% жителей имеют возраст старше 60 лет. С вероятностью 0,95 определить пределы, в которых находится доля жителей города старше 60 лет.

*Решение*

По условию задачи  $N = 700\ 000$ ;  $n = 40\ 000$ ;  $\omega = 15\% = 0,15$ ;  $F(z) = 0,95$ .

Тогда из табл. 7.3  $z = 1,96$ .

Генеральная доля  $p$  определяется по формуле (7.9). Чтобы по формуле (7.7) рассчитать предельную ошибку доли, найдем среднюю ошибку доли для бесповторного отбора по формуле (7.4):

$$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{40\ 000} \left(1 - \frac{40\ 000}{700\ 000}\right)} = 0,002 = 0,2\%$$

Тогда предельная ошибка

$$\Delta_{\omega} = 0,2 \cdot 1,96 = 0,4\%.$$

Следовательно, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что доля жителей в возрасте 60 лет находится в пределах:  $(15 - 0,4) \leq p \leq (15 + 0,4)$ , т.е.  $14,6 \leq p \leq 15,4\%$ .

**Задача 4.** В населенном пункте проживает 4000 семей. В порядке случайного бесповторного отбора определить средний размер семьи при условии, что предельная ошибка выборочной средней не должна превышать 0,7 человека с вероятностью 0,99 и средним квадратическим отклонением 2,0 человека.

*Решение*

По условию задачи  $N = 4000$ ;  $\Delta_{\bar{x}} = 0,7$ ;  $\sigma = 2$ ;  $F(z) = 0,99$ . Из табл. 7.3  $z = 2,58$ .

Расчет необходимого объема выборки произведем вначале для повторного отбора по формуле (7.15):

$$n_{пов} = \frac{z^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} = \frac{2,58^2 \cdot 2^2}{0,7^2} = 54 \text{ (семьи).}$$

Численность выборки 54 семьи не превышает 5% генеральной совокупности, так как  $\frac{54}{4000} \cdot 100\% = 1,35\%$ . Следовательно, при расчете объема выборки не требуется переходить к формуле для бесповторного отбора.

**Задача 5.** Отдел контроля за качеством продукции на электроламповом заводе должен оценить среднюю продолжительность горения лампочек, выпускаемых заводом. Для контроля отобрано 25 ламп из партии, выпущенной за день. Средняя продолжительность их работы составила 350 ч, среднее квадратическое отклонение — 70 ч. Определить доверительный интервал средней продолжительности работы ламп, выпущенных в этот день, с вероятностью 0,95.

*Решение*

По условию задачи  $n = 25$ ;  $\bar{x} = 350$  ч;  $\sigma = 70$  ч;  $P(T) = 0,95$ .

Поскольку  $N < 30$ , то рассчитаем предельную ошибку малой выборки с вероятностью 0,95 по формуле (7.24). Для этого определим коэффициент доверия  $t$  по таблице распределения Стьюдента (см. Приложение 1) для числа степеней свободы  $df = n - 1 = 25 - 1 = 24$ :

$$t = 2,064.$$

Среднюю ошибку малой выборки определим по формуле (7.21):

$$\mu_{мв} = \sqrt{\frac{70^2}{25 - 1}} = 14,29 \text{ (ч).}$$

Тогда предельная ошибка выборки:  $\Delta_{мв} = 14,29 \cdot 2,064 = 29,5$  (ч). С вероятностью 0,95 пределы, в которых находится средняя продолжительность горения ламп, выпущенных за день, составляют:  $350 - 29,5 \leq \bar{x} \leq 350 + 29,5$ , или  $320,5 \text{ ч} \leq \bar{x} \leq 379,5 \text{ ч}$ .

**Задача 6.** Отдел технического контроля, производящего газированные напитки, желает выяснить с вероятностью 95%, что расхождение в объеме жидкости в двух литровых бутылках, выпускаемых на соседних конвейерах, не существенно. С первого конвейера отобрано 24 бутылки, средний объем которых составил 1,99 л при среднем квадратическом отклонении 0,05 л, со второго — 26 бутылок со средним объемом 1,97 л при среднем квадратическом отклонении 0,06 л.

## Решение

По условию задачи  $n_1 = 24$ ;  $\bar{x}_1 = 1,99$  л;  $\sigma_1 = 0,05$  л;  $n_2 = 26$ ;  $\bar{x}_2 = 1,97$  л;  $\sigma_2 = 0,06$  л;  $P(T) = 0,95$ .

Для оценки равенства средних значений в двух малых выборках рассчитаем  $t$ -критерий по формуле (7.25):

$$t = \frac{1,99 - 1,97}{\sqrt{\frac{0,05^2}{24} + \frac{0,06^2}{26}}} = \frac{0,02}{0,016} = 1,3.$$

Определим табличное значение  $t$ -критерия при уровне значимости  $T = 0,05$  и степени свободы  $df = 24 + 26 - 2 = 48$ :  $t_{\text{таб}} = 2,0$ . Поскольку  $|t| < t_{\text{таб}}$ , то расхождение в объеме жидкости в двух литровых бутылках, выпускаемых на соседних конвейерах, не существенно.

## 7.4.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Менеджер магазина строительных материалов хочет оценить границы объема краски, содержащейся в литровых банках известной компании, с вероятностью 0,954. Он отобрал 100 банок. Оказалось, что их средний объем равен 0,995 л при среднем квадратическом отклонении 0,02 л.

**Задача 2.** Менеджер магазина стройматериалов отобрал 200 банок краски, содержащейся в литровых банках, известной компании. Оказалось, что средний объем их равен 0,995 л при среднем квадратическом отклонении 0,02 л. С какой вероятностью можно утверждать, что предельная ошибка не превысит 0,005 л?

**Задача 3.** Случайной повторной выборкой из партии отобрано 100 проб продукта А. В результате установлена средняя влажность продукта в выборке 8% при среднем квадратическом отклонении 1,6%. С вероятностью 0,683 определить пределы средней влажности в партии продукта А.

**Задача 4.** На предприятии с численностью 1000 человек было проведено выборочное обследование возраста рабочих методом случайного бесповторного отбора. В результате обследования получены следующие данные:

Возраст рабочих, лет...	До 30	30–40	40–50	50–60	Более 60
Число рабочих.....	8	22	12	6	2

С вероятностью 0,997 определить пределы, в которых находится средний возраст рабочих предприятия.

**Задача 5.** Из 4000 человек, совершивших правонарушения в течение года, было обследовано 500. Установлено, что из них 290 человек выросли в неполных семьях. С вероятностью 0,954 определить интервал доли правонарушителей, выросших в неполных семьях, в генеральной совокупности.

**Задача 6.** Для изучения мнения студентов о форме проведения дня студента из совокупности студентов, составляющей 5000 человек, методом случайного бесповторного отбора опрошено 600. Из них 440 одобрили план мероприятий. С вероятностью 0,99 определить пределы, в которых находится доля студентов, одобряющих план мероприятия, во всей совокупности.

**Задача 7.** В порядке случайной повторной выборки было отобрано 500 единиц готовой продукции предприятия, из которых 25 были забракованы. С вероятностью 0,954 определить предельную ошибку для доли бракованной продукции.

**Задача 8.** Для установления среднего возраста 50 000 читателей библиотеки решено провести бесповторную выборку читательских карточек. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 95% ошибка выборки не превысит двух лет, а среднее квадратическое отклонение возраста читателей по данным выборки равно десять лет.

**Задача 9.** С целью определения среднего диаметра деревьев необходимо провести выборочное обследование методом случайного повторного отбора. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,997 ошибка выборочной средней не превышала 15 см при дисперсии, равной 225.

**Задача 10.** На заводе с числом рабочих 15 000 человек в порядке механической выборки предполагается определить долю рабочих, имеющих загородный дом. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,04, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,2.

**Задача 11.** При 5%-ном выборочном обследовании возраста пользователей компьютеров, которым приобретают ноутбук, в одной из торговых фирм города были получены следующие данные:

Средний возраст, лет .....	13–22	23–32	33–42	43–52	53–62
Число покупателей.....	213	384	163	158	77

С вероятностью 0,954 определить доверительные интервалы, в которых находятся по генеральной совокупности: а) средний возраст пользователей ноутбуков; б) доля пользователей, у которых средний возраст превышает 43 года.

**Задача 12.** На основе случайной выборки 100 двухлитровых бутылок на заводе, производящем газированные напитки, установлено, что средний объем жидкости, содержащейся в бутылке, составил 1,98 л при стандартном отклонении объема жидкости 0,07 л. Можно ли с вероятностью 95% утверждать, что средний объем жидкости в бутылках не равен 2 л?

**Задача 13.** Определить объем случайной повторной выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что отно-

сительная ошибка выборки не превысит 2%, если коэффициент вариации исследуемого признака равен 27%.

**Задача 14.** При выборочном обследовании занятости мужского населения сельских районов области был установлен средний удельный вес занятости мужчин 78% со средним квадратическим отклонением 9%. Численность мужчин трудоспособного возраста области составила 64 тыс. человек. Сколько мужчин трудоспособного возраста области надо включить в выборку, чтобы ошибка определения среднего удельного веса занятости не превысила с вероятностью 0,954?

**Задача 15.** Для отрасли, включающей 1400 фирм, была сформирована случайная выборка из 60 фирм. Оказалось, что в фирме в среднем работает 88,5 человека при среднем квадратическом отклонении 25 человек. С вероятностью 95% оценить общее число рабочих в отрасли.

**Задача 16.** По данным случайной выборки из 86 телезрителей, у которых в определенное время были включены телевизоры, 22 человека заявили, что они собирались посмотреть определенную передачу. Продюсер этой передачи утверждает, что она должна привлечь, по меньшей мере, треть телезрителей. Оценить его утверждение при 5%-ном уровне значимости.

**Задача 17.** При выборочном обследовании 10 фирм, выпекающих пирожки, установлено, что разница между заявленным весом пирожка (100 г) и выпеченным в среднем составляет 5 г при коэффициенте вариации 10%. С вероятностью 0,99 определить пределы, в которых находится отклонение веса пирожка от 100 г.

**Задача 18.** Количество денег в банкомате на протяжении дня должно удовлетворять запросам клиентов, при избыточном количестве денег банк теряет прибыль. Для решения этого вопроса была проведена выборка объемом 25 транзакций, которая показала: выборочное среднее равно 2300 руб.; стандартное отклонение — 600 руб. С вероятностью 95% определить, в каких пределах находится среднее количество денег, извлекаемых клиентами из банкомата.

**Задача 19.** Фирма, производящая батарейки, провела случайную выборку 11 батареек, выпущенных за смену, и испытала их на длительность работы. Количество часов, проработанных каждой батареей до отказа, составило: 347; 436; 320; 512; 299; 480; 514; 266; 492; 602. Можно ли с вероятностью 95% утверждать, что продолжительность работы батареек превышает 400 ч?

**Задача 20.** Для производства ткани был закуплен новый станок. Требуется сравнить качество тканей, выпускаемых на новом и старом станках. Для этого с каждого станка было отобрано по 10 отрезков ткани. На новом станке средняя прочность ткани составила 69,1 г при дисперсии, равной 12,25, а на старом станке — 68,6 г/м при дисперсии 16,04.

### 7.4.3. Контрольные вопросы и задания

1. Почему при выборочном наблюдении неизбежны ошибки репрезентативности?
2. Чем различаются повторная и бесповторная выборки?
3. Как меняется величина средней ошибки репрезентативности при увеличении дисперсии признака?
4. Как определяется необходимый объем выборочной совокупности?
5. Что понимается под малой выборкой?
6. На молочном заводе проверено 36% продукции. Ошибка собственно-случайной бесповторной выборки меньше ошибки повторной выборки:
  - а) на 10%;
  - б) на 19%;
  - в) на 1%;
  - г) определить невозможно.
7. Дисперсия средней успеваемости студентов первого техникума по данным 10%-ного выборочного обследования составила 225, второго — 100. Численность студентов в первом техникуме в два раза больше, чем второго. Ошибка выборки меньше:
  - а) в первом техникуме;
  - б) во втором техникуме;
  - в) они одинаковы;
  - г) определить нельзя.
8. Численность генеральной совокупности составляет 18 000 ед. Определить объем случайной выборки при среднем квадратическом отклонении 30, предельной ошибке 5% и вероятности 0,99:
  - а) при повторной выборке;
  - б) при бесповторной выборке.
9. К малой выборке относят выборку, которая включает:
  - а) не более 30 ед.;
  - б) более 30 ед. совокупности;
  - в) 30—100 ед. совокупности;
  - г) не более 100 ед. совокупности.
10. В каком направлении меняется величина средней ошибки репрезентативности при увеличении дисперсии признака:
  - а) уменьшается;
  - б) возрастает;
  - в) не меняется;
  - г) зависимость отсутствует?

## Глава 8

### СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВЯЗИ МЕЖДУ ЯВЛЕНИЯМИ

#### 8.1. Понятие о статистической и корреляционной связи

Исследования явлений в различных областях обнаруживает существование зависимости как между количественными, так и между качественными признаками. Задача статистики выявить такие зависимости и дать им количественную характеристику.

При взаимосвязи признаков одни из них рассматриваются как факторы, влияющие на изменение других, их называют *факторными*. Другие изменяются под действием факторных признаков и называются *результативными*.

Например, если изучается зависимость изменения спроса на товары, то спрос — результативный признак, зависящий от предложения — факторного признака.

*Статистической называют связь, проявляющуюся в массовых явлениях, при которой значениям факторного признака соответствует множество значений результативного признака.* При этом признаки могут быть как количественными, так и качественными.

В статистике в основном изучаются статистические корреляционные связи. Слово «корреляция» (англ.) означает соответствие. *Корреляционной называют статистическую связь, при которой изменение значений факторного признака вызывает различные изменения средних значений результативного признака.* Корреляционные связи можно изучать только по количественным признакам.

Если рассматривается связь средней величины результативного признака  $y$  с одним фактором  $x$ , корреляция называется *парной*, если факторов несколько ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) — *множественной*.

По характеру изменений фактора и результата в парной корреляции различают нелинейную и линейную зависимость, которая в свою очередь бывает прямой и обратной. *Прямая зависимость характеризуется изменением фактора и результата в одном направлении*, когда при увеличении фактора  $x$  увеличивается результат  $y$ , а при уменьшении фактора  $x$  уменьшается результат.

Пример прямой зависимости: чем больше стаж работы, тем выше производительность труда.

*Обратная связь характеризуется изменением значений факторного и результативного признака в разных направлениях*: при увеличении фактора  $x$  уменьшается результат  $y$ , и наоборот. Например, чем выше производительность труда, тем ниже себестоимость единицы продукции.

При исследовании корреляционной связи изучению подлежат следующие вопросы: выявляется наличие связи; производится количественная оценка тесноты связи между результатом и факторами с помощью специальных коэффициентов — **корреляционный анализ**; осуществляется построение математической модели связи, в которой среднее значение результативного признака  $y$  рассматривается как функция одного или нескольких факторов — **регрессионный анализ**.

#### 8.2. Парная корреляция

Парная корреляция позволяет оценить тесноту связи между двумя признаками. Для выявления корреляционной связи между двумя признаками можно построить поле корреляции.

*Поле корреляции — это поле точек, координаты которых ( $x, y$ ) определяются значениями факторного и результативного признаков.*

Расположение точек на поле корреляции позволяет судить о наличии и о характере связи (нелинейная, а если линейная, то и о направлении (прямая или обратная)).

На рис. 8.1 показаны основные возможные способы расположения точек поля корреляции. Если точки поля корреляции располагаются в определенном направлении, то можно предположить наличие связи.

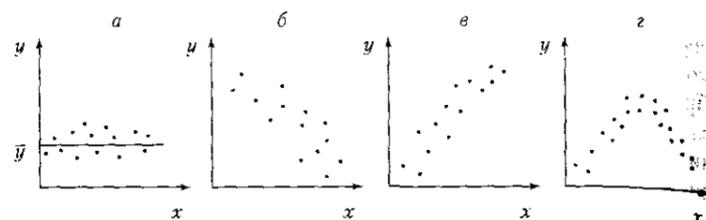


Рис. 8.1. Возможное расположение точек поля корреляции (x; y):

a — корреляция отсутствует; б — корреляция линейная обратная; в — корреляция линейная прямая; г — корреляция нелинейная

**Пример 8.1.** Изучается зависимость оценки, полученной на экзамене (y) 8 студентами, от суммы баллов (x), набранных ими в течение семестра. Данные приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Исходные данные

Номер студента	Оценка на экзамене (y)	Сумма баллов (x)
1	2	58
2	3	64
3	3	80
4	4	79
5	4	86
6	4	90
7	5	95
8	5	96

Для построения поля корреляции в координатных осях:  
 — на оси X отложим значения баллов x, набранных студентами в течение семестра;  
 — на оси Y покажем значения оценки y, полученной на экзамене студентами;

— нанесем точки с координатами (x; y) для каждого студента.  
 На рис. 8.2 показано поле корреляции. Расположение точек позволяет предположить, что существует прямая линейная связь между оценкой, полученной на экзамене (y) студентами, и суммой баллов (x), полученных ими в течение семестра.

Теснота **линейной** связи измеряется коэффициентом парной корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n\sigma_x\sigma_y} \quad (8.1)$$

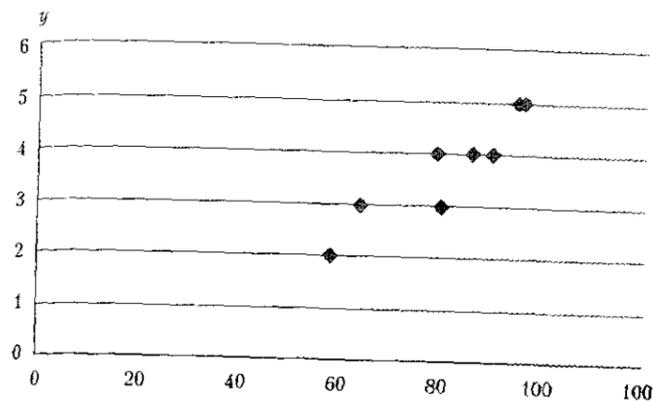


Рис. 8.2. Поле корреляции

где n — число наблюдений;  $\sigma_x$  — среднее квадратическое отклонение фактора x;  $\sigma_y$  — среднее квадратическое отклонение результата y.

Или

$$r_{xy} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x\sigma_y} \quad (8.2)$$

Если знаки отклонений от средних совпадают, то связь **прямая** ( $r_{xy} > 0$ ); если знаки отклонений не совпадают, то связь **обратная** ( $r_{xy} < 0$ ).

Величина коэффициента парной корреляции изменяется от -1 (полная обратная связь) до 1 (полная прямая связь):

$$0 \leq |r_{xy}| \leq 1. \quad (8.3)$$

Чем ближе значение  $r_{xy}$  к единице, тем связь теснее, чем ближе значение  $r_{xy}$  к нулю, тем она слабее.

Коэффициент корреляции — это **симметричная** мера связи, т.е. это мера **взаимосвязи** между x и y. Поэтому  $r_{xy} = r_{yx}$ .

Характеризовать тесноту связи поможет следующая таблица:

Коэффициент корреляции	Характеристика связи
$ r_{xy}  \leq 0,3$	слабая
$0,3 <  r_{xy}  < 0,7$	средняя
$ r_{xy}  \geq 0,7$	сильная или тесная

Таблица 8.2

Номер студента	y	x	Расчетная таблица						xy
			$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$x_i y_i$	
1	2	58	-23	-1,75	40,25	529	3,0625	116	
2	3	64	-17	-0,75	12,75	289	0,5625	192	
3	3	80	-1	-0,75	0,75	1	0,5625	240	
4	4	79	-2	0,25	-0,5	4	0,0625	316	
5	4	86	5	0,25	1,25	25	0,0625	344	
6	4	90	9	0,25	2,25	81	0,0625	360	
7	5	95	14	1,25	17,5	196	1,5625	475	
8	5	96	15	1,25	18,75	225	1,5625	480	
$\Sigma$	30	648	x	x	98	1350	7,5	2523	

По данным примера табл. 8.1 рассчитаем коэффициент парной корреляции между оценкой ( $y$ ), полученной на экзамене студентами, и суммой баллов ( $x$ ), полученных ими в течение семестра; вычислим средние значения признаков:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{58 + 64 + 80 + 79 + 86 + 90 + 95 + 96}{8} = 81,$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5}{8} = 3,75;$$

вычислим средние квадратические отклонения признаков  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , данные для расчета которых приведены в табл. 8.2.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1350}{8}} = 12,99,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{7,5}{8}} = 0,97;$$

вычислим коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{93}{8 \cdot 12,99 \cdot 0,97} = 0,92.$$

Полученное значение  $r_{xy}$  близко к единице, что свидетельствует о тесной связи между результатом и фактором.

Величина  $r_{xy}^2$  называется **коэффициентом детерминации** и показывает долю вариации результативного признака под действием факторного признака. Коэффициент детерминации может быть выражен в процентах. Коэффициент детерминации принимает значения в интервале  $[0; 1]$ . Чем ближе значение к единице, тем больше вариация результативного признака обусловлена вариацией факторного признака, и наоборот.

Для нашего примера  $r_{xy}^2 = 0,85$ , т.е. сумма накопленных баллов в течение семестра объясняет 85% различий в оценках, получаемых на экзамене.

### 8.3. Уравнение парной линейной регрессии

Если зависимость между результатом и фактором установлена, то ее целесообразно представить математической функцией  $y = f(x)$ . При выборе типа функции (линейная или нелинейная) руководствуются характером расположения точек на поле корреляции, а также содержанием

изучаемой связи, которая наилучшим образом соответствует исходным данным, иначе говоря, обеспечивает наилучшую аппроксимацию поля корреляции.

Когда влияние изменения фактора на результат постоянно, используют линейную функцию, в других случаях необходимо применять нелинейные функции.

*Математическое описание зависимости в среднем изменений результативного признака  $y$  от фактора  $x$  называется уравнением парной регрессии.*

Парная линейная регрессия имеет вид

$$\hat{y}_x = a + bx, \quad (8.4)$$

где  $\hat{y}_x$  — среднее значение результативного признака при определенном значении факторного признака  $x$ ;  $a$  — свободный член уравнения регрессии;  $b$  — коэффициент регрессии.

Построение регрессионной модели включает следующие основные этапы:

- определение цели исследования;
- оценка однородности исходных данных;
- выбор формы связи между результатом и отобранными факторами;
- определение параметров модели;
- оценка тесноты связи;
- определение показателей эластичности;
- проверка качества построенной модели.

Вернемся к рассматриваемому примеру 8.1 и построим уравнение парной линейной регрессии.

Вначале оценим однородность исходных данных для чего рассчитаем коэффициент вариации (см. гл. 6):

$$V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{12,99}{91} \cdot 100\% = 16,04\%.$$

Значение коэффициента вариации менее 30%, что говорит об однородности исходных данных, а следовательно о возможности построения уравнения регрессии.

Найдем параметры  $a$  и  $b$  парной линейной регрессии  $y_x = a + bx$ .

Для этого используем метод наименьших квадратов (МНК). Исходное условие МНК:

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2 \rightarrow \min.$$

Нужно подобрать такую прямую  $\hat{y}_x = a + bx$ , которая отражает минимальность суммы квадратов отклонений фактических значений результативной переменной от ее теоретических значений, получаемых на основе уравнения регрессии.

Для этого воспользуемся системой нормальных уравнений МНК для прямой:

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{cases}$$

Решая эту систему, можно получить формулы для определения параметров  $a$  и  $b$ :

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{x^2 - \bar{x}^2},$$

отсюда

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2}, \quad (8.5)$$

следовательно,

$$b = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}; \quad (8.6)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}. \quad (8.7)$$

Используя расчетные данные табл. 8.2, получаем

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{2523 - 3,75 \cdot 81}{12,99^2} = 0,069;$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 3,75 - 0,069 \cdot 81 = -1,83.$$

Теперь можно записать уравнение парной регрессии

$$\hat{y}_x = -1,83 + 0,069x.$$

Параметр  $a$  выполняет роль доводки до соотношения между средними признаками  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ , никакого экономического смысла в него не вкладывается. Параметр  $b$  (коэффициент регрессии) показывает, что в среднем с ростом

накопленных за семестр баллов на одну единицу оценки растет на 0,069 балла.

Направление связи между признаками  $y$  и  $x$  определяет знак коэффициента регрессии  $b$ . В нашем примере  $b > 0$ , т.е. связь является прямой. Если  $b < 0$  — связь является обратной, т.е. с ростом значений фактора  $x$  значения результата  $y$  уменьшаются.

В отличие от коэффициента корреляции коэффициент регрессии является асимметричной характеристикой связи: он характеризует не просто связь между переменными, а зависимость изменения  $y$  от  $x$ , но не наоборот, т.е.  $b_{yx} \neq b_{xy}$ .

Когда единицы измерения исследуемых показателей различаются, для оценки влияния факторов на результирующий признак вычисляют коэффициенты эластичности.

В нашем примере максимально возможное число баллов, которое можно получить на экзамене, равно 5, а максимально накопленное за семестр число баллов равно 100.

Средний коэффициент эластичности для парной линейной регрессии рассчитывается по формуле

$$\bar{\epsilon}_{yx} = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}. \quad (8.1)$$

Он показывает, на сколько процентов изменяется результирующий признак  $y$  при изменении факторного признака на 1% от своего среднего значения.

В нашем примере

$$\bar{\epsilon}_{yx} = 0,069 \frac{81}{3,75} = 14,9\%.$$

Это означает, что при увеличении накопленных за семестр баллов на 1% оценка за экзамен увеличивается примерно на 15%.

По уравнению  $\hat{y}_x = -1,83 + 0,069x$  рассчитаем ожидаемые (теоретические) значения экзаменационной оценки для каждого студента ( $\hat{y}_i$ ). Результаты представлены в табл. 8.3. Значения  $\hat{y}_i$  подтверждают, что найденная линия регрессии является наилучшей для аппроксимации исходных данных.

Отклонения фактических оценок от реальных невелики. Средняя относительная ошибка аппроксимации определяется следующим образом:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_i |y_i - \hat{y}_i|}{\sum_i y_i} \cdot 100\%. \quad (8.9)$$

Найдем ошибку аппроксимации для нашего примера и составим расчетную таблицу (табл. 8.3).

Таблица 8.3

Расчетная таблица

Номер студента	$y$	$x$	$\hat{y}$	$ y - \hat{y} $	$(y - \hat{y})^2$
1	2	58	2,172	0,172	0,030
2	3	64	2,586	0,414	0,171
3	3	80	3,690	0,69	0,476
4	4	79	3,621	0,379	0,144
5	4	86	4,104	0,104	0,011
6	4	90	4,380	0,38	0,144
7	5	95	4,725	0,275	0,076
8	5	96	4,794	0,206	0,042
$\Sigma$	30	648	30,072	2,62	1,094

По данным примера  $\bar{\epsilon} = \frac{2,62}{30} \cdot 100 = 8,7\%$ , что говорит о хорошем качестве уравнения регрессии, поскольку ошибка аппроксимации в пределах 6–10% свидетельствует о хорошем соответствии модели исходным данным.

В последней графе табл. 8.3 показаны квадраты отклонений фактических значений ( $y_i$ ) от расчетных ( $\hat{y}_i$ ).

Сумма  $\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$  является составляющей общей колеблемости  $y$ , которая в регрессионном анализе представлена следующим образом:

$$\sum_i (y_i - \bar{y})^2 = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad (8.10)$$

где  $\sum_i (y_i - \bar{y})^2$  — общая колеблемость;  $\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$  — остаточная колеблемость;  $\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  — колеблемость  $y$ , объясненная уравнением регрессии.

Это разложение вариации зависимой переменной (формула (8.10)) лежит в основе оценки качества полученного уравнения регрессии: чем большая часть вариации  $y$  объясняется регрессией, тем лучше качество регрессии, т.е. правильно выбран тип функции для описания зависимости  $\hat{y} = f(x)$ , правильно выделена объясняющая переменная (признак-фактор)  $x$ .

Отношение объясненной вариации к общей вариации позволяет найти **коэффициент детерминации**

$$\eta^2 = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (8.11)$$

Этот коэффициент определяет степень детерминации регрессией вариации  $y$ .

Корень квадратный из коэффициента детерминации называется **теоретическим корреляционным отношением**, оно определяет тесноту связи между результативным и факторным признаками при линейной и нелинейной зависимости. Теоретическое корреляционное отношение меняется от 0 до 1. Чем ближе его значение к 1, тем сильнее между признаками теснее.

В нашем примере  $\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 7,5 - 1,094 = 6,406$ .

Отсюда  $\eta^2 = \frac{6,406}{7,5} = 0,85$ , или 85%, что совпадает с ранее полученным значением коэффициента детерминации.

В случае высокой детерминации ( $\eta^2 \geq 0,9$ ) уравнение регрессии может использоваться для прогнозирования зависимой переменной. В этом случае можно предсказать ожидаемое значение  $y$  по уравнению регрессии на основе ожидаемого значения  $x$ .

В нашем примере уравнение регрессии позволяет определить ожидаемую экзаменационную оценку на основе суммы накопленных за семестр текущих баллов.

Выполнить регрессионный анализ, можно воспользовавшись ПК и пакетами прикладных программ Excel, EViews, Statgraphics, Statistica и т.д. Рассмотрим построение парной линейной регрессии с помощью Microsoft Office Excel 2007. Для этого надо произвести следующие действия.

1. Выбрать **Данные** → **Анализ данных** → **Регрессия**.

2. В диалоговом окне **Регрессия** сделать следующее:

- ввести в окне **Редактирование Входной интервал Y** диапазон зависимой переменной;
- ввести в окне **Редактирование Входной интервал X** диапазон факторной переменной;
- установить флажок **Метки**, если первая строка содержит название столбцов;
- установить флажок **Константа-ноль**, если в уравнении регрессии отсутствует свободный член  $a$ ;
- ввести в окне **Редактирование Выходной интервал** номер свободной ячейки на рабочем листе;
- нажать кнопку **ОК**.

В табл. 8.4 представлены результаты расчета с помощью Microsoft Office Excel 2007:

а) **Регрессионная статистика:**

- множественный  $R$  – коэффициент корреляции  $r_{xy} = 0,92$ ;
- $R$ -квадрат – коэффициент детерминации  $r_{xy}^2 = 0,85$ ;
- наблюдения – число наблюдений  $n = 8$ ;

б) **Дисперсионный анализ:**

- столбец  $df$  – число степеней свободы.

Для строки **Регрессия** число степеней свободы определяется количеством параметров  $m$  в уравнении регрессии:  $df_{\phi} = m - 1$ .

В нашем примере два параметра:  $df_{\phi} = 2 - 1 = 1$ .

Для строки **Остаток** (остаточная вариация) число степеней свободы равно:  $df_{\text{ост}} = n - m$ .

В примере:  $df_{\text{ост}} = 8 - 2 = 6$ .

Для строки **Итого** (общая вариация) число степеней свободы равно:  $df_y = df_{\phi} + df_{\text{ост}} = n - 1$ .

В примере:  $df_y = 8 - 1 = 7$ .

Столбец  $SS$  содержит суммы квадратов отклонений.

Для строки **Регрессия** – это сумма квадратов отклонений теоретических данных от среднего значения:

$SS_{\phi}^2 = \sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  – колеблемость  $y$ , объясненная уравнением регрессии.

Для строки **Остаток** – это сумма квадратов отклонений фактических данных от теоретических:  $SS_{\text{ост}}^2 = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$  – остаточная колеблемость.

Таблица 8.4  
 Регрессионный анализ: построение парной линейной регрессии с помощью Microsoft Office Excel 2007

ВЫВОД ИТОГОВ		Дисперсионный анализ	
Регрессионная статистика		SS	MS
Множественный R	0,924241431	6,40666667	6,40666667
R-квадрат	0,854222222	1,09333333	0,182222222
Нормированный R-квадрат	0,829925926	7,5	
Стандартная ошибка	0,426874949		
Наблюдения	8		
Дисперсионный анализ		df	Значимость F
Регрессия	1	6,40666667	0,001026187
Остаток	6	1,09333333	
Итого	7	7,5	
Коэффициенты		t-статистика	P-значение
Y-пересечение	-1,83	-1,920073435	0,103255614
x	0,068888869	5,929463431	0,001026187
		Верхние 95%	Нижние 95%
		0,502123656	0,040460509
		0,997317269	

Для строки **Итого** — это сумма квадратов отклонений фактических данных от среднего значения:  $SS_y^2 = \sum_i (y_i - \bar{y}_i)^2$  — общая колеблемость.

В столбце *MS* показаны дисперсии на одну степень свободы:

$$MS = \frac{SS}{df} \quad (8.12)$$

Для строки **Регрессия** — это объясненная (факторная) дисперсия  $\sigma_x^2$ , для строки **Остаток** — это остаточная дисперсия  $\sigma_{oc}^2$ .

В столбце показано расчетное значение *F*-критерия Фишера  $F_p$ , вычисляемое по формуле

$$F_p = \frac{MS (\text{Регрессия})}{MS (\text{Остаток})} \quad (8.13)$$

В столбце *Значимость F* показан уровень значимости, который зависит от вычисленного значения  $F_p$  и числа степеней свободы *df* (регрессия); *df* (остаток) определяется с помощью функции

$$F_{расп}(F_p; df (\text{регрессия}); df (\text{остаток})). \quad (8.14)$$

В столбце *Коэффициенты* показаны значения коэффициентов уравнения регрессии.

В строке *Y-пересечение* — показано значение параметра *a* уравнения регрессии, в строке *x* — значение параметра *b*.

Как видим, значения в табл. 8.4 совпадают с расчетами, полученными ранее на калькуляторе.

#### 8.4. Многофакторный регрессионный анализ

В действительности на результативный признак влияет, как правило, не один фактор, а множество различных одновременно действующих факторных признаков. Так, себестоимость единицы продукции зависит от количества произведенной продукции, цены закупки сырья, заработной платы работников и производительности их труда, накладных расходов.

Количественно оценить влияние различных факторов на результат, определить форму и тесноту связи между



Рассмотрим построение уравнения множественной регрессии на примере линейной двухфакторной модели

$$\hat{y}_x = a + b_1 x_1 + b_2 x_2. \quad (8.18)$$

Представим все переменные как центрированные и нормированные, т.е. выраженные как отклонения от средних величин, деленные на стандартное отклонение. Обозначим преобразованные таким образом переменные буквой  $t$ :

$$t_{0i} = \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y}; \quad t_{1i} = \frac{x_{1i} - \bar{x}_1}{\sigma_{x_1}}; \quad t_{2i} = \frac{x_{2i} - \bar{x}_2}{\sigma_{x_2}}. \quad (8.19)$$

Тогда уравнение множественной регрессии примет следующий вид:

$$\hat{t}_0 = \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2, \quad (8.20)$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — стандартизированные коэффициенты регрессии (бета-коэффициенты), определяющие, на какую часть своего среднеквадратического отклонения изменится  $y$  при изменении  $x$ , на одно среднеквадратическое отклонение.

Уравнение регрессии (8.20) называется уравнением в стандартизованном масштабе (или стандартизованным уравнением регрессии). Оно не имеет свободного члена, поскольку все переменные выражены через отклонения от средних величин, а, как известно,  $a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2$ , или при  $k$  объясняющих переменных

$$a = \bar{y} - \sum_{j=1}^k b_j \bar{x}_j. \quad (8.21)$$

В отличие от коэффициентов регрессии в натуральном масштабе  $b_j$ , которые нельзя сравнивать, стандартизованные коэффициенты регрессии  $\beta_j$  можно сравнивать, делая вывод, влияние какого фактора на  $y$  более значительно.

Стандартизованные коэффициенты регрессии находят также с помощью МНК:

$$\sum_i (t_0 - \bar{t}_0)^2 = \sum_i (t_0 - \beta_1 t_1 - \beta_2 t_2)^2 \rightarrow \min.$$

Приравняем первые частные производные нулю  $\frac{df}{d\beta_1} = 0$

$\frac{df}{d\beta_2} = 0$ , получим систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} \beta_1 \sum t_1 t_1 + \beta_2 \sum t_1 t_2 = \sum t_0 t_1, \\ \beta_1 \sum t_1 t_2 + \beta_2 \sum t_2 t_2 = \sum t_0 t_2. \end{cases} \quad (8.22)$$

Поскольку

$$r_{yx_1} = r_{01} = \frac{1}{n} \sum t_0 t_1; \quad r_{yx_2} = r_{02} = \frac{1}{n} \sum t_0 t_2;$$

$$r_{x_1 x_2} = r_{12} = \frac{1}{n} \sum t_1 t_2; \quad r_{11} = \frac{1}{n} \sum t_1 t_1 = 1; \quad r_{22} = \frac{1}{n} \sum t_2 t_2 = 1.$$

систему можно записать иначе:

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 r_{12} = r_{01}, \\ \beta_1 r_{12} + \beta_2 = r_{02}. \end{cases} \quad (8.23)$$

Отсюда находим  $\beta$ -коэффициенты и сравниваем их. Если  $\beta_1 > \beta_2$ , то фактор  $x_1$  сильнее влияет на результат, чем фактор  $x_2$ .

От стандартизированной регрессии можно перейти к уравнению регрессии в натуральном масштабе, т.е. получить регрессию

$$\hat{y}_x = a + b_1 x_1 + b_2 x_2. \quad (8.24)$$

Коэффициенты регрессии в натуральном масштабе находятся на основе  $\beta$ -коэффициентов:  $b_1 = \beta_1 \frac{\sigma_0}{\sigma_1}$ ;

$$b_2 = \beta_2 \frac{\sigma_0}{\sigma_2}, \quad (8.25)$$

где  $\sigma_0 = \sigma_y$ ;  $\sigma_1 = \sigma_{x_1}$ ;  $\sigma_2 = \sigma_{x_2}$ .

После этого вычисляется совокупный коэффициент детерминации

$$R^2 = \sum_{i=1}^k r_{yx_i} \beta_i, \quad (8.26)$$

который показывает долю вариации результативного признака под воздействием изучаемых факторных признаков. Важно знать вклад каждой объясняющей переменной. Он измеряется коэффициентом раздельной детерминации:

$$d_i^2 = r_{yx_i} \beta_i. \quad (8.27)$$

Влияние отдельных факторов в уравнении множественной регрессии может быть охарактеризовано с помощью частных коэффициентов эластичности. В случае двухфакторной линейной регрессии коэффициенты эластичности рассчитываются по формулам и измеряются в процентах:

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon}_{yx_1} &= b_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}; \\ \bar{\epsilon}_{yx_2} &= b_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}}.\end{aligned}\quad (8.2)$$

Мы разобрали технику построения уравнения множественной регрессии. Очевидно, что оценки параметров уравнения регрессии можно получить, используя только микрокалькулятор. В современных условиях построения регрессии и расчет показателей корреляции производятся с помощью ПК и пакетов прикладных программ, таких как Excel либо более специализированных: Statgraphics, Statistica и др.

Чтобы выполнить построения уравнения множественной регрессии с помощью Microsoft Office Excel 2007, воспользуемся инструментом анализа данных **Регрессия**. Выполняются действия, аналогичные расчету параметров парной линейной регрессии, рассмотренные выше, только в отличие от парной регрессии при заполнении параметра **входной интервал X** в диалоговом окне следует указать все столбцы, содержащие значения факторных признаков.

Рассмотрим построение множественного уравнения регрессии при двух объясняющих переменных (двухфакторная модель). Продолжая пример, введем второй фактор – время, затраченное студентом в течение недели с целью получения заработка, в часах. Данные представлены в табл. 8.5.

1. Введем исходные данные в таблицу Excel, как было описано в параграфе 8.3.

2. Воспользуемся инструментом анализа данных **Регрессия**.

Полученные результаты представлены в табл. 8.6.

Как видно из итоговой табл. 8.6, уравнение регрессии имеет следующий вид:

$$\hat{y} = -0,708 + 0,058x_1 - 0,026x_2,$$

$F = 25$ ; значимость  $F = 0,002$ , т.е. вероятность ошибки незначительна.

Таблица 8.5

Номер студента	Расчетная таблица						$(y - \hat{y})^2$
	$y$	$x_1$	$x_2$	$yx$	$x^2$	$(y - \bar{y})^2$	
1	2	58	30	116	3364	3,0625	0,030
2	3	64	0	192	4096	0,5625	0,171
3	3	80	20	240	6400	0,5625	0,476
4	4	79	14	316	6241	0,0625	0,144
5	4	86	0	344	7396	0,0625	0,011
6	4	90	12	360	8100	0,0625	0,144
7	5	95	0	475	9025	1,5625	0,076
8	5	96	6	480	9216	1,5625	0,042
$\Sigma$	30	648	82	2523	53 838	7,5	1,094

Таблица 8.6  
Регрессионный анализ, выполненный для двухфакторной модели с помощью Microsoft Office Excel 2007

ВЫВОД ИТОГОВ						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,954676					
R-квадрат	0,911406					
Нормированный R-квадрат	0,875968					
Стандартная ошибка	0,364542					
Наблюдения	8					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	2	6,835545	3,417772	25,71861	0,002336	
Остаток	5	0,664455	0,132891			
Итого	7	7,5				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
У-пересечение	-0,70781	1,025995	-0,68988	0,520976	-3,34522	1,929592
$x_1$	0,058364	0,011522	5,065398	0,003882	0,028746	0,087983
$x_2$	-0,02631	0,014646	-1,79847	0,132358	-0,06396	0,044398

Согласно регрессии оценка на экзамене в среднем повысится на 0,058 балла при увеличении накопленных за семестр баллов на один балл при закреплении второй объясняющей переменной на среднем уровне; экзаменационная оценка снизится в среднем на 0,026 балла при увеличении времени, затраченного на заработок, на один час при закреплении фактора  $x_1$  на среднем уровне.

3. Перейдем к уравнению в стандартизованном масштабе. Для этого определим  $\beta$ -коэффициенты:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}; \quad \beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}. \quad (8.29)$$

Матрицу парных коэффициентов корреляции переменных можно рассчитать, используя инструмент анализа данных **Корреляция**. Для этого:

- 1) выберем **Данные** → **Анализ данных** → **Корреляция**;
  - 2) заполним диалоговое окно ввода данных и параметров вывода.
- Результаты вычислений показаны в табл. 8.7.

Таблица 8.7  
Матрица коэффициентов парной корреляции

	$y$	$x_1$	$x_2$
$y$	1		
$x_1$	0,924241	1	
$x_2$	-0,67585	-0,50846	1

Тогда

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{0,924 + 0,676(-0,508)}{1 - (-0,508)^2} = 0,783;$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} = \frac{-0,676 - 0,924(-0,508)}{1 - (-0,508)^2} = -0,278.$$

Получили стандартизованное уравнение регрессии

$$\hat{y}_0 = 0,783x_1 - 0,278x_2.$$

Так как  $|\beta_1| > |\beta_2|$ , то фактор  $x_1$  (сумма накопленных баллов за семестр) сильнее влияет на результаты экзаменационная

оценка), чем фактор  $x_2$  (время, затраченное студентом в течение недели с целью получения заработка). Заметим, что связь между результатом  $y$  и фактором  $x_2$  обратная: чем больше времени студент тратит для получения заработка, тем ниже экзаменационная оценка.

4. Совокупный коэффициент детерминации определяется из *Регрессионной статистики* (табл. 8.6):  $R^2 = 0,911$ , т.е. вариация возможной оценки на экзамене на 91,1% зависит от вариации накопленных за семестр текущих баллов и вариации времени, которое студент тратит в течение недели на заработок.

5. Найдем коэффициенты раздельной детерминации:

$$d_1^2 = r_{yx_1} \beta_1 = 0,924 \cdot 0,783 = 0,723;$$

$$d_2^2 = r_{yx_2} \beta_2 = -0,676(-0,278) = 0,188.$$

Таким образом, за счет вариации накопленных за семестр текущих баллов объясняется 72,3% вариации оценки на экзамене, а за счет времени, затраченного в течение недели на заработок, — 18,8%. Сумма коэффициентов раздельной детерминации равна  $R^2$ .

6. Рассчитаем частные линейные коэффициенты эластичности:

$$\bar{\epsilon}_{yx_1} = b_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = 0,508 \frac{81}{3,75} = 10,97\%;$$

$$\bar{\epsilon}_{yx_2} = b_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = -0,026 \frac{10,25}{3,75} = -0,07\%.$$

Это означает, что при увеличении накопленных за семестр баллов на 1% их среднего уровня оценка за экзамен увеличивается на 10,97% своего среднего уровня, при увеличении времени на заработок на 1% его среднего значения результат снижается на 0,07%. Очевидно, что сила влияния фактора  $x_1$  сильнее, чем фактора  $x_2$ . Аналогичные выводы о силе связи мы получили, сравнивая  $\beta$ -коэффициенты.

7. Рассчитаем ожидаемую оценку, которую получит студент на экзамене, если сумма накопленных в течение семестра баллов ( $x_1$ ) равна 85, а время, затраченное студентом в течение недели для заработка ( $x_2$ ), составляет 5 ч. Воспользуемся полученным уравнением регрессии в натуральном масштабе:

$$\hat{y} = -0,708 + 0,058x_1 - 0,026x_2.$$

или

$$\hat{y} = -0,708 + 0,058 \cdot 85 - 0,026 \cdot 5 = 4,092.$$

Следовательно, ожидаемая экзаменационная оценка составляет четыре балла.

### 8.5. Показатели тесноты связи неколичественных признаков

При изучении социальных процессов велика доля нечисловой информации, такой как пол, образование, занятие, семейное положение человека, отрасль, форма собственности предприятия. За последние сто лет разработано множество методов измерения связей неколичественных признаков. Рассмотрим простейшие из них.

Если приходится анализировать связь между альтернативными признаками, один из которых трактуется как причина, а другой — как следствие, то вычисляют *коэффициент ассоциации*.

Строится четырехклеточная таблица, имеющая следующий вид:

Группы	Подгруппы		Итого
	1	2	
A	a	b	a + b
B	c	d	c + d
Итого	a + c	b + d	a + b + c + d

Тогда коэффициент ассоциации выражается формулой

$$K_{\text{ассоц}} = \frac{ad - bc}{ad + bc}. \quad (8.30)$$

Величина коэффициента ассоциации изменяется от -1 до 1. Чем ближе значение показателя к единице по модулю, тем сильнее связь между изучаемыми признаками. Если  $K_{\text{ассоц}} > |0,5|$ , можно говорить о наличии между ними существенной связи.

Этот коэффициент имеет значительный недостаток. Когда в одной из четырех клеток частота равна нулю, тогда коэффициент ассоциации равен единице (по модулю), что

завышает действительную тесноту связи. Этого недостатка лишен коэффициент контингенции:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \quad (8.31)$$

Коэффициент контингенции по значению всегда меньше коэффициента ассоциации. Если  $K_{\text{конт}} > 0,3$ , связь между признаками считается значительной.

**Пример 8.2.** Определим наличие связи между оценкой, полученной на экзамене, и систематическим посещением занятий. Данные представлены в табл. 8.8.

**Таблица 8.8**  
Определение связи между оценкой, полученной на экзамене, и посещением занятий

Группа учащихся	Число студентов		Итого
	получили на экзамене «4» и «5»	получили на экзамене не более «3»	
Систематически изучали предмет	450	150	600
Готовились перед экзаменом	80	120	200
Итого	530	270	800

Рассчитаем рассмотренные коэффициенты:

$$K_{\text{ассоц}} = \frac{450 \cdot 120 - 150 \cdot 80}{450 \cdot 120 + 150 \cdot 80} = 0,61;$$

$$K_{\text{конт}} = \frac{450 \cdot 120 - 150 \cdot 80}{\sqrt{(450 + 150)(80 + 120)(450 + 80)(150 + 120)}} = 0,32.$$

Оба коэффициента свидетельствуют о наличии существенной связи между исследуемыми признаками. Очевидно, что последний коэффициент более строго оценивает тесноту связи.

## 8.6. В помощь студенту и преподавателю

### 8.6.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** В таблице приведены данные о длительности разговоров по мобильным телефонам (ч) и емкости аккумуляторных батарей (мА·ч).

Таблица 1

Исходные данные

Длительность разговоров	Емкость аккумулятора	Длительность разговоров	Емкость аккумулятора
4,5	800	1,5	450
4,1	1500	2,5	900
3,2	1300	3,4	900
2,1	1500	2,5	700
2,7	900	2,7	900
1,7	850	2,3	800
2,4	1100	2,5	900

1. Вычислить коэффициент корреляции.
2. Существует ли статистически значимая линейная зависимость между длительностью разговоров и емкостью аккумулятора, если принять уровень значимости 0,05?

*Решение*

1. Определим коэффициент корреляции по формуле (8.2):

$$r_{xy} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)(\bar{y}^2 - \bar{y}^2)}}$$

для этого составим расчетную таблицу:

Таблица 2

Расчетная таблица

Длительность разговоров	Емкость аккумулятора	$yx$	$x^2$	$y^2$
$y$	$x$	$y \cdot x$	$x \cdot x$	$y \cdot y$
4,5	800	3600	640 000	20,25
4,1	1500	6150	2 250 000	16,81
3,2	1300	4160	1 690 000	10,24
2,1	1500	3150	2 250 000	4,41
2,7	900	2430	810 000	7,29
1,7	850	1445	722 500	2,89
2,4	1100	2640	1 210 000	5,76
1,5	450	675	202 500	2,25
2,5	900	2250	810 000	6,25

Окончание табл. 2

Длительность разговоров	Емкость аккумулятора	$yx$	$x^2$	$y^2$
$y$	$x$	$y \cdot x$	$x \cdot x$	$y \cdot y$
3.4	900	3060	810 000	11.56
2.5	700	1750	490 000	6.25
2.7	900	2430	810 000	7.29
2.3	800	1840	640 000	5.29
2.5	900	2250	810 000	6.25
Сумма	38.1	13 500	37 830	14 145 000
Среднее	2.7	964,3	2702,1	1 010 357,1

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} = \frac{2702,1 - 964,3 \cdot 2,7}{\sqrt{(1\,010\,357,1 - 964,3^2)(8,1 - 2,7^2)}} = 0,39$$

Следовательно, длительность разговоров по мобильному телефону незначительно зависит от емкости аккумулятора.

2. Рассчитаем значение  $F$ -критерия Фишера, используя формулу

$$F_{\phi} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2) = \frac{0,39^2}{1 - 0,39^2} (14 - 2) = 2,15.$$

Сравним это значение с табличным значением  $F$ -критерия Фишера при уровне значимости 0,05:  $F_{\tau} = 4,75$ , т.е.  $F_{\tau} > F_{\phi}$ .

Поскольку табличное значение  $F$ -критерия Фишера больше расчетного, то нельзя утверждать, что статистически значима линейная зависимость между длительностью разговоров и емкостью аккумулятора (на уровне значимости 0,05).

**Задача 2.** В таблице приведены данные по 8 рабочим механического цеха завода.

Таблица 1

Исходные данные

Номер рабочего	1	2	3	4	5	6	7	8
Стаж работы ( $x$ ), лет	2	3	6	5	4	8	9	7
Выработка одного рабочего за смену ( $y$ ), шт.	80	90	120	100	110	160	140	150

1. Определить наличие связи между стажем работы и выработкой рабочего.

2. Найти линейное уравнение этой связи, проанализировать его качество, рассчитать коэффициент эластичности и дать его интерпретацию.

3. Сделать следующий прогноз: какова будет выработка рабочего, если стаж работы составит 12 лет.

**Решение**

1. Определим коэффициент корреляции, воспользовавшись Microsoft Office Excel 2007.

Для этого:

- выберем Данные → Анализ данных → Корреляция;
- заполним диалоговое окно ввода данных и параметров вывода.

Результаты вычислений сведем в таблицу:

	$x$	$y$
$x$	1	
$y$	0,92	1

Поскольку  $r_{yx} = 0,92$ , связь между стажем работы и выработкой рабочего тесная.

Коэффициент детерминации  $r_{yx}^2 = 0,846$ , т.е. вариация выработки на 84,6% зависит от стажа работы, а на 15,4% — от прочих факторов.

2. Оценим однородность исходных данных по следующей формуле:

$$v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} 100\%.$$

Найдем среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2},$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{4+9+36+25+16+64+81+49}{8} - \left(\frac{2+3+6+5+4+8+9+7}{8}\right)^2} = 2,71 \text{ (лет)}.$$

Тогда  $v = \frac{2,71}{4,875} 100\% = 41,6\%$ , что говорит о средней однородности исходных данных, а следовательно, о возможности построения линейного уравнения регрессии.

Найдем параметры  $a$  и  $b$  парной линейной регрессии  $\hat{y}_x = a + bx$ . Для этого воспользуемся формулами (8.6) и (8.7)

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2},$$

$$\bar{y} = \frac{80+90+120+100+110+160+140+150}{8} = 118,75 \text{ (шт.)}$$

$$\overline{y^2} = \frac{6400+8100+14400+10000+12100+25600+19600+22500}{8} = 14837,5$$

$$\sigma_y = \sqrt{14837,5 - 118,75^2} = 27,1 \text{ (шт.)}$$

Тогда  $b = 0,92 \cdot \frac{27,1}{2,71} = 9,2$ ,  $a = 118,75 - 9,2 \cdot 4,875 = 73,9$ .

Теперь можно записать уравнение парной регрессии

$$\hat{y}_x = 73,9 + 9,2x.$$

Коэффициент регрессии  $b$  показывает, что с увеличением стажа работы на один год выработка деталей в среднем возрастает на 9,2 штуки.

Определим коэффициент эластичности, используя формулу (8.8):

$$\bar{\epsilon}_{yx} = 9,2 \cdot \frac{4,875}{118,75} = 0,38\% \text{ — это означает, что при увеличении}$$

стажа на 1% выработка увеличивается в среднем на 0,38%.

Найдем ошибку аппроксимации ( $\epsilon$ ) для оценки качества уравнения регрессии. Для этого по уравнению регрессии рассчитаем теоретические значения выработки для каждого рабочего, а затем воспользуемся формулой (8.9). Расчеты оформим таблицей (табл. 2).

Расчетная таблица

Номер рабочего	1	2	3	4	5	6	7	8	Итого
$x$	2	3	6	5	4	8	9	7	44
$y$	80	90	120	100	110	160	140	150	950
$\hat{y}$	92,3	101,5	129,1	119,9	110,7	147,5	156,7	138,3	—
$ y - \hat{y} $	12,3	11,5	9,1	19,9	0,7	12,5	16,7	11,7	94,4

$$\bar{\epsilon} = \frac{94,4}{950} 100\% = 9,9\%, \text{ что говорит о хорошем качестве уравнения регрессии.}$$

Для определения статистической значимости уравнения регрессии рассчитаем значение  $F$ -критерия Фишера

$$F_{\text{ф}} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2) = \frac{0,846}{1 - 0,846} (8 - 2) = 33,06.$$

Табличное значение  $F$ -критерия Фишера  $F_{\text{т}} = 5,99 < F_{\text{ф}}$ . Следовательно, уравнение регрессии статистически значимо.

3. В найденное уравнение регрессии подставим значение фактора, равное 12 годам:

$$\hat{y}_x = 73,9 + 9,2 \cdot 12 = 184 \text{ (шт.)}$$

Выработка рабочего, имеющего стаж работы 12 лет, может составить 184 детали.

**Задача 3.** Исследовать зависимость суммы активов ( $y$ ) (млн руб.) коммерческих банков разных регионов РФ от кредитных вложений ( $x_1$ ) (млн руб.) и величины собственного капитала ( $x_2$ ) (млн руб.), пользуясь данными табл. 1.

1. Определить парные линейные коэффициенты корреляции.
2. Построить множественное уравнение регрессии в натуральном и стандартизованном масштабах. Сделать выводы о направлении и силе связи результативного признака с каждым из факторов, а также о сравнительном влиянии факторов на результат.
3. Выполнить расчет прогнозного значения результата, предполагая, что прогнозные значения факторов составят 106% их среднего уровня.

Таблица 1

Исходные данные

Номер банка	$y$	$x_1$	$x_2$
1	3176	2496	159
2	3066	1962	113
3	2914	2094	116
4	2741	783	177
5	2089	1743	221
6	1997	1319	188
7	1906	1273	197
8	1865	1242	175
9	1593	1071	113
10	1241	943	164
11	1194	958	88
12	764	651	103
13	649	429	98
14	518	311	60
Итого	25 713	17 275	1972

## Решение

1. Матрицу парных коэффициентов корреляции переменных можно рассчитать с помощью Microsoft Office Excel 2007, используя инструмент анализа данных **Корреляция**.

Для этого:

- 1) выберем **Данные** → **Анализ данных** → **Корреляция**;
- 2) заполним диалоговое окно ввода данных и параметров вывода. Результаты вычислений представлены в табл. 2.

Расчетная таблица

	$y$	$x_1$	$x_2$
$y$	1		
$x_1$	0,85785	1	
$x_2$	0,45262	0,389108	1

На основе данных, приведенных в табл. 2, можно сделать вывод о том, что между суммой активов ( $y$ ) коммерческих банков и кредитными вложениями ( $x_1$ ) существует тесная прямая связь, поскольку  $r_{yx_1} = 0,858$ , а между результатом и величиной собственного капитала ( $x_2$ ) связь средняя:  $r_{yx_2} = 0,453$ .

2. Построение уравнения регрессии в натуральном масштабе выполним с помощью Microsoft Office Excel 2007. Для этого необходимо произвести следующие действия.

1. Выбрать **Данные** → **Анализ данных** → **Регрессия**.
2. В диалоговом окне **Регрессия** сделать следующее:
  - ввести в окне редактирования **Входной интервал** **У** диапазон зависимой переменной;
  - ввести в окне редактирования **Входной интервал** **X** диапазон факторных переменных  $x_1, x_2$ ;
  - установить флажок **Метки**, если первая строка содержит название столбцов;
  - установить флажок **Константа-ноль**, если в уравнении регрессии отсутствует свободный член  $a$ ;
  - ввести в окне редактирования **Выходной интервал** номер свободной ячейки на рабочем листе;
  - нажать кнопку **ОК**.

Результаты расчета с помощью Microsoft Office Excel 2007 представлены в табл. 3

В табл. 3 в столбце «Коэффициенты» показаны значения параметров уравнения множественной регрессии: в строке «У-пересечение» значение параметра  $a$ ; в строке « $x_1$ » —  $b_1$ ; строке « $x_2$ » —  $b_2$ .

Таким образом, уравнение множественной регрессии в натуральном масштабе имеет вид  $\hat{y} = 79,24 + 1,12x_1 + 2,62x_2$ .

Таблица 3

## Построение уравнения множественной регрессии

ВЫВОД ИТОГОВ			
Регрессионная статистика			
Множественный R	0,867494		
R-квадрат	0,752546		
Нормированный R-квадрат	0,707555		
Стандартная ошибка	486,1442		
Наблюдения	14		
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика
У-пересечение	79,23781	432,054	0,183398
$x_1$	1,124638	0,227929	4,934148
$x_2$	2,624519	3,051672	0,860027

Следовательно, при увеличении кредитных вложений на одну единицу (1 млн руб.) сумма активов в среднем возрастет на 1,12 млн руб. при закреплении величины собственного капитала на его среднем уровне, а при увеличении величины собственного капитала на одну единицу (1 млн руб.) сумма активов возрастет в среднем на 2,62 млн руб. при закреплении кредитных вложений на их среднем уровне.

Уравнение множественной регрессии в стандартизированном масштабе (см. формулу (8.20)) имеет вид

$$\hat{t}_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2}.$$

Для определения  $\beta$ -коэффициентов воспользуемся формулой (8.29):

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{0,858 - 0,453 \cdot 0,389}{1 - 0,389^2} = 0,803;$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{0,453 - 0,858 \cdot 0,389}{1 - 0,389^2} = 0,14.$$

Тогда  $\hat{t}_y = 0,803t_1 + 0,14t_2$ .

Так как  $|\beta_1| > |\beta_2|$ , то можно сделать вывод, что фактор  $x_1$  сильнее влияет на результат, чем фактор  $x_2$ .

Проверим влияние факторов на результат с помощью коэффициентов эластичности по формулам (8.28). Для этого найдем среднее значение результата и факторов:

$$\bar{y} = \frac{25\,713}{14} = 1836,6 \text{ (млн руб.)};$$

$$\bar{x}_1 = \frac{17\,275}{14} = 1233,9 \text{ (млн руб.)};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1972}{14} = 140,9 \text{ (млн руб.)};$$

$$\bar{e}_{yx_1} = 1,12 \cdot \frac{1233,9}{1836,6} = 0,75\%;$$

$$\bar{e}_{yx_2} = 2,62 \cdot \frac{140,9}{1836,6} = 0,20\%.$$

Это означает, что при увеличении кредитных вложений ( $x_1$ ) на 1% от их среднего уровня валовой региональный продукт ( $y$ ) увеличивается на 0,75% от своего среднего уровня, а при увеличении величины собственного капитала ( $x_2$ ) на 1% от его среднего значения результат снижается на 0,20%. Очевидно, что сила влияния фактора  $x_1$  сильнее, чем фактора  $x_2$ . Аналогичные выводы о связи мы получили, сравнивая  $\beta$ -коэффициенты.

Определим совокупный коэффициент детерминации (см. формулу (8.26))

$$R^2 = \sum_{i=1}^k r_{yx_i} \beta_i = 0,858 \cdot 0,803 + 0,453 \cdot 0,14 = 0,75.$$

Следовательно, валовой региональный продукт на 75% зависит от кредитных вложений ( $x_1$ ) и величины собственного капитала ( $x_2$ ), а на 25% — от других факторов, не учтенных в модели.

Полученное значение множественного коэффициента детерминации совпадает с результатами расчета, выполненными с помощью Microsoft Office Excel 2007 и представленными в табл. 3 в строке «R-квадрат».

3. Для определения прогнозного значения результата рассчитаем прогнозные значения факторов и подставим их в уравнение множественной регрессии в натуральном масштабе:

$$x_{1p} = \bar{x}_1 \cdot 1,06 = 1233,93 \cdot 1,06 = 1307,96 \text{ (млн руб.)};$$

$$x_{2p} = \bar{x}_2 \cdot 1,06 = 140,86 \cdot 1,06 = 149,31 \text{ (млн руб.)}.$$

Тогда, если прогнозные значения факторов увеличатся на 6% от своего среднего уровня, прогножное значение средней суммы активов коммерческих банков составит

$$\hat{y}_p = 79,24 + 1,12 \cdot 1307,96 + 2,62 \cdot 149,31 = 1935,35 \text{ (млн руб.)}.$$

Задача 4. Используя данные табл. 1, определить теоретическое корреляционное отношение и коэффициент детерминации.

Таблица 1

## Показатели по 10 предприятиям отрасли, млн руб

Номер предприятия	Объем реализованной продукции	Балансовая прибыль
1	492	135
2	483	122
3	480	64
4	478	63
5	476	52
6	475	78
7	460	89
8	452	46
9	446	112
10	442	108
Итого	4684	869

## Решение

Рассчитаем коэффициент детерминации по формуле (8.11).

Для этого найдем среднее значение результата и вычислим параметры уравнения регрессии с помощью Microsoft Office Excel 2007 (Регрессия), выполнив действия, описанные в задаче 3. Результаты расчета с помощью Microsoft Office Excel 2007 представлены в табл. 2.

Уравнение регрессии имеет вид  $\hat{y}_x = 429,13 + 0,46x$ .

Среднее значение  $\bar{y} = \frac{4684}{10} = 468,4$  (млн руб.).

## Построение уравнения регрессии

Таблица 2

ВЫВОД ИТОГОВ	
Регрессионная статистика	
Множественный R	0,790608418
R-квадрат	0,625061671
Нормированный R-квадрат	0,57819438
Стандартная ошибка	11,11579625
Наблюдения	10
Коэффициенты	
Y-пересечение	429,1354235
Переменная x <sub>1</sub>	0,461393378

Составим расчетную таблицу для определения коэффициента детерминации:

$$\eta^2 = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}$$

## Расчетная таблица

Таблица 3

y	x	$\hat{y}$	$\hat{y} - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$
492	135	491,23	22,83	521,2089	23,6	556,96
483	122	485,25	16,85	283,9225	14,6	213,16
480	64	458,57	-9,83	96,6289	11,6	134,56
478	108	478,81	10,41	108,3681	9,6	92,16
476	92	471,45	3,05	9,3025	7,6	57,76
475	78	465,01	-3,39	11,4921	6,6	43,56
460	86	468,69	0,29	0,0841	-8,4	70,56
452	46	450,29	-18,11	327,9721	-16,4	268,96
446	64	458,57	-9,83	96,6289	-22,4	501,76
442	56	454,89	-13,51	182,5201	-26,4	696,96
				1638,128		2636,4
					$\Sigma$	

Тогда коэффициент детерминации составит

$$\eta^2 = \frac{1638,128}{2636,4} = 0,62,$$

$$\eta = 0,79.$$

Поскольку теоретическое корреляционное отношение составило 0,79, то можно говорить о тесной линейной связи. Вариация результативного признака (объем реализованной продукции) на 62% зависит от балансовой прибыли, а на 38% — от влияния прочих неучтенных факторов.

**Задача 5.** Установить наличие связи между цветом глаз матерей и сыновей, если известно, что светлые глаза имеют 475 сыновей светлоглазых мам и 158 сыновей темноглазых мам, а темные глаза — 216 сыновей светлоглазых мам и 369 сыновей темноглазых мам.

*Решение*

Для определения степени связи двух признаков, вариации которых носят альтернативный характер, рассчитаем коэффициенты ассоциации и контингенции, построим четырехклеточную таблицу.

Таблица 1

## Расчетная таблица

Цвет глаз матери	Цвет глаз сына		Итого
	светлый	темный	
Светлый	475	216	691
Темный	158	369	527
Итого	633	585	1218

Тогда коэффициент ассоциации по формуле (8.30) составит

$$K_{\text{ассоц}} = \frac{475 \cdot 369 - 216 \cdot 158}{475 \cdot 369 + 216 \cdot 158} = \frac{141147}{209403} = 0,674.$$

Связь между цветом глаз матерей и сыновей существенна, так как  $K_{\text{ассоц}} > |0,5|$ .

Рассчитаем коэффициент контингенции по формуле (8.31):

$$K_{\text{конт}} = \frac{141147}{\sqrt{691 \cdot 527 \cdot 633 \cdot 585}} = \frac{141147}{367218,1} = 0,384.$$

Коэффициент контингенции подтверждает наличие существенной связи, поскольку  $K_{\text{конт}} > |0,3|$ .

## 8.6.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** Для изучения зависимости преступности от уровня жизни населения рассмотреть следующие показатели по территориям Северо-Западного федерального округа за 2007 г.:

$x_1$  — численность мигрантов за год, тыс. человек;

$x_2$  — сумма потребительских расходов населения за месяц, тыс. руб.;

$x_3$  — численность безработных от численности экономически активного населения. %;

$y_1$  — число зарегистрированных преступлений в расчете на 100 человек населения региона.

Используя данные таблицы, выполнить следующие задания.

1. Построить матрицу парных коэффициентов корреляции. Сделать выводы о направлении силы и тесноте связи.

2. Построить парное линейное уравнение с фактором, который оказывает наибольшее влияние на результат. Сделать выводы о качестве уравнения регрессии и его пригодности для прогноза зависимой переменной.

3. Выполнить расчет прогнозного уровня преступности, предполагая, что прогнозные значения фактора составят 104,8% его среднего уровня.

#### Исходные данные

Субъекты РФ	$y_1$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
Республика Карелия	14 505	16 103	6724,7	9,7
Республика Коми	28 358	16 701	10 677,7	12,6
Архангельская обл.	36 087	11 661	7141,9	15,3
Ненецкий авт. округ	804	527	8953,6	0,5
Вологодская обл.	34 299	13 895	5774,8	10,7
Калининградская обл.	21 682	13 825	7121,5	6,6
Ленинградская обл.	35 816	33 793	6647,2	6,3
Мурманская обл.	20 813	16 158	9762,2	15,0
Новгородская обл.	15 325	10 384	6016,3	4,7
Псковская обл.	16 597	10 940	5986,0	6,9
Санкт-Петербург	99 776	48 288	12 120,8	13,5

**Задача 2.** Для изучения зависимости уровня безработицы от подвижности населения, развития малого бизнеса и ситуации на рынке труда рассмотреть следующие показатели по территориям Центрального федерального округа за 2007 г.:

$y_1$  — уровень безработицы, тыс. человек;

$x_1$  — среднедушевой месячный денежный доход, руб.;

$x_2$  — численность мигрантов за год, тыс. человек.

Используя данные таблицы, выполнить следующие задания.

1. Построить линейное уравнение множественной регрессии в натуральном и стандартизованном виде и оценить его качество.

2. Сделать вывод о влиянии факторов на результат с помощью средних коэффициентов эластичности и  $\beta$ -коэффициентов.

3. Выполнить расчет прогнозного значения результата, предполагая, что прогнозные значения факторов составят 107,1% их максимального уровня.

#### Исходные данные

Субъекты РФ	$y_1$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
Белгородская обл.	30,6	9459,1	33 939	10,8
Брянская обл.	42,8	7533,9	26 371	4,6
Владимирская обл.	54,4	7021,3	18 147	8,5
Воронежская обл.	58,3	8787,2	33 237	17,4
Ивановская обл.	25,5	5507,8	16 137	5,1
Калужская обл.	27,6	9217,6	15 141	6,8
Костромская обл.	12,3	7326,3	10 826	4,6
Курская обл.	29,4	8562,3	16 391	4,9
Липецкая обл.	16,6	9583,3	15 752	6,6
Орловская обл.	76,8	14 372,9	132 685	46,2
Рязанская обл.	24,7	7244,0	13 841	3,4
Смоленская обл.	23,6	8013,0	16 355	6,9
Тамбовская обл.	34,4	8233,0	15 017	4,4
Тверская обл.	48,1	8551,0	13 973	4,2
Тульская обл.	31,1	8557,6	23 242	7,2
Ярославская обл.	21,2	8277,2	22 672	8,9

**Задача 3.** Проанализировать социально-экономические показатели по территориям Центрального федерального округа РФ за 2007 г., используя данные таблицы:

$y$  — валовой региональный продукт, млрд руб.;

$x_1$  — инвестиции в  $N$ -м г. в основной капитал, млрд руб.;

$x_2$  — среднегодовая стоимость основных фондов в экономике, млрд руб.

1. Определить парные линейные коэффициенты корреляции.

2. Построить множественное уравнение регрессии в натуральном и стандартизованном масштабах. Проанализировать параметры уравнения регрессии в натуральном масштабе. Сделать выводы о направлении и силе связи результативного признака с каждым из факторов, а также о сравнительном влиянии факторов на результат.

3. Выполнить расчет прогнозного значения результата, предполагая, что прогнозные значения факторов составят 105% их среднего уровня.

Исходные данные

Субъекты РФ	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
Белгородская обл.	181,0	73 562	332,2
Брянская обл.	82,0	21 314	234,2
Владимирская обл.	111,9	32 825	254,2
Воронежская обл.	163,2	58 245	469,9
Ивановская обл.	52,5	14 419	160,1
Калужская обл.	84,8	26 070	219,1
Костромская обл.	53,0	11 332	209,7
Курская обл.	100,5	29 293	290,7
Липецкая обл.	187,8	56 339	364,2
Московская обл.	938,4	372 018	2143,8
Орловская обл.	62,4	23 903	154,2
Рязанская обл.	103,2	29 096	346,4
Смоленская обл.	79,2	22 396	309,3
Тамбовская обл.	78,5	27 837	269,7
Тверская обл.	125,6	33 028	429,2
Тульская обл.	143,3	30 445	335,2
Ярославская обл.	156,5	37 463	535,3

**Задача 4.** Имеются следующие данные по 10 одноотраслевым предприятиям:

Выпуск продукции, тыс. шт.	2,1	3,5	4,2	4,5	4,8	5,2	5,5	5,8	6,1
Себестоимость одного изделия, тыс. руб.	1,9	1,7	1,8	1,6	1,7	1,5	1,6	1,4	1,3

1. Найти уравнение регрессии между себестоимостью изделия и выпуском продукции.
2. Определить коэффициент детерминации и теоретическое корреляционное отношение. Сделать выводы.

**Задача 5.** Построить линейное уравнение регрессии и сделать вывод о тесноте связи, если:

$$a = 4,8; \bar{xy} = 3500; \bar{x} = 350; \bar{y} = 280; \bar{x}^2 = 4760; \bar{y}^2 = 3500$$

**Задача 6.** Имеются следующие данные о годовых доходах и сбережениях семей, тыс. руб.:

Годовой доход семьи	130	135	138	144	146	152	154	160	162	168
Сбережения за год	12,4	13,2	14,6	12,8	14,2	15,6	14,8	15,4	15,8	16,0

1. Определить зависимость сбережений от годового дохода семей.
2. Построить уравнение регрессии, оцените его качество и статистическую значимость. Сделать соответствующие выводы.

**Задача 7.** Построить линейное уравнение регрессии по следующим данным:  $a = 4,6; r_{xy} = 0,88; \sigma_y^2 = 49; \sigma_x^2 = 64$ . Сделать выводы о направлении силы и тесноте связи, о качестве уравнения регрессии и его пригодности для прогноза зависимой переменной.

**Задача 8.** По следующим данным построить линейное уравнение регрессии, вычислить линейный коэффициент корреляции и ошибку аппроксимации:  $\bar{xy} = 200; \bar{x} = 20; \bar{x}^2 = 272; \bar{y}^2 = 200$ . Сделать выводы.

**Задача 9.** По следующим данным построить линейное уравнение множественной регрессии, вычислить множественный коэффициент корреляции:

$$\bar{\partial}_{yx_1} = 1,02; \bar{\partial}_{yx_2} = -0,87;$$

$$\sum x_1 = 1647; \sum x_2 = 1005; \sum y = 2604; n = 30; r_{yx_1} = 0,84; r_{yx_2} = 0,21;$$

$$\sigma_y = 11,44; \sigma_{x_1} = 5,86; \sigma_{x_2} = 0,58.$$

Сделать выводы о направлении силы и тесноте связи, о качестве уравнения регрессии и его пригодности для прогноза зависимой переменной.

**Задача 10.** Определить тесноту связи между ростом отцов и дочерей по следующим данным.

Рост дочери	Рост отца	
	ниже среднего	выше среднего
Выше среднего	120	280
Ниже среднего	190	110

**Задача 11.** Установить тесноту связи между семейным положением и наличием сбережений, если из числа лиц, имеющих сбережения, 170 одиноких и 510 семейных, а не имеют сбережений 60 одиноких и 160 семейных.

**Задача 12.** Обследование уровня жизни населения небольшого города показало, что вполне удовлетворены уровнем жизни 317 мужчин и 214 женщины, а не удовлетворены — 283 мужчины и 386 женщины.

Определить наличие связи между удовлетворенностью уровнем жизни и полом населения.

## 8.5.3. Контрольные вопросы и задания

1. Какой показатель позволяет количественно охарактеризовать степень влияния факторного показателя на вариацию результативного признака?
2. В чем смысл коэффициента парной корреляции, каковы пределы его значений?
3. Как интерпретировать коэффициент парной регрессии?
4. Что необходимо учитывать при отборе факторов для построения уравнения множественной регрессии?
5. В чем смысл коэффициента детерминации?
6. Как использовать уравнение регрессии для прогноза?
7. Что показывают  $\beta$ -коэффициенты?
8. Поясните смысл частных линейных коэффициентов эластичности.
9. Почему нельзя сравнивать коэффициенты регрессии переменных в натуральном масштабе?
10. В чем состоит назначение ошибки аппроксимации?
11. Как измерить связь неколичественных бинарных признаков?
12. По следующим данным рассчитайте коэффициент корреляции (с точностью до 0,01):  $\sum x = 500$ ;  $\sum y = 30$ ;  $\sum xy = 1800$ ;  $\sum x^2 = 29\,000$ ;  $\sum y^2 = 130$ ;  $n = 10$ .
13. При определении тесноты связи между признаками получены следующие коэффициенты корреляции  $r_{xy}$ :
  - а)  $r_{xy} = 0,987$ ;
  - б)  $r_{xy} = -0,998$ ;
  - в)  $r_{xy} = 0,899$ .
 В каком случае связь наиболее тесная?
14. Выполнив регрессионный анализ, получили следующее уравнение множественной регрессии:  $y = 12 + 5x_1 + 24x_2$ . Коэффициент множественной детерминации равен  $R^2 = 0,64$ .  
Укажите правильное утверждение:
  - а) фактор  $x_1$  сильнее оказывает влияние на результат, чем фактор  $x_2$ ;
  - б) фактор  $x_2$  сильнее оказывает влияние на результат, чем фактор  $x_1$ ;
  - в) по этим данным нельзя определить, какой фактор оказывает более сильное влияние на результат.
15. Связь между двумя признаками характеризуется линейным уравнением регрессии  $y = 20,08 + 0,01x$ .  
Коэффициент регрессии показывает, что:
  - а) связь между признаками прямая;
  - б) связь между признаками обратная;
  - в) с увеличением признака  $x$  на единицу признак  $y$  в среднем уменьшается на 0,01;

- г) с увеличением признака  $x$  на единицу признак  $y$  в среднем увеличивается на 0,01.
16. По какому коэффициенту можно определить в среднем процент изменения результативного признака при увеличении фактора на 1%:
  - а)  $\beta$ -коэффициенту;
  - б) коэффициенту эластичности;
  - в) коэффициенту детерминации;
  - г) коэффициенту регрессии?

## Глава 9

### РЯДЫ ДИНАМИКИ

#### 9.1. Понятие и виды рядов динамики. Их сопоставимость

Органами государственной статистики собираются и издаются огромные массивы количественной информации о состоянии и развитии всех сторон жизни страны и общества. За более чем двухсотлетнюю историю государственной статистики России накоплен богатейший материал о населении страны, обо всех видах производства, об уровне развития образования, здравоохранения, культуры, науки, о национальном богатстве страны, ее трудовых ресурсах и т.д. Ежедневный, ежемесячный и ежегодный сбор статистического материала был бы неоправданным, если бы не подвергался всестороннему анализу в различных направлениях:

- по «горизонтали» (структура, состояние, взаимосвязи явлений);
- по «вертикали» (тенденции, сезонность, устойчивость и колеблемость в развитии явлений),
- «назад» (ретроспектива);
- «вперед» (перспектива — экстраполяция, прогноз).

Об изменении явления или процесса *во времени судят на основе рядов динамики. Рядом динамики (динамическим рядом, временным рядом) называется набор значений статистического показателя (признака), представленных в хронологическом порядке, за последовательные периоды времени*. Отдельное наблюдение динамического ряда называется *уровнем ряда*. Анализ изменения уровней позволяет оценить характер изменения изучаемого явления.

Каждый ряд динамики состоит из двух элементов:

- *временного параметра  $t$* , к которому будет относиться то или иное значение изучаемого явления;

- соответствующего значения статистического показателя (признака) — *уровня ряда  $Y_t$* , где  $i = 1 \div t$ .

Уровень ряда характеризует размер явления по состоянию на указанный *момент* или *период* времени. В качестве момента времени указываются определенные даты (на 1 января, 31 декабря, 1-е число месяца), в качестве периода времени выступают промежутки времени (сутки, месяцы, кварталы, годы). В зависимости от характера временного параметра различают *моментные* и *интервальные* ряды динамики.

В *моментных динамических рядах* уровни характеризуют значение показателя по состоянию на определенные моменты, даты времени. Например, численность населения на начало года (табл. 9.1) или число врачей, приходящихся на 10 тыс. человек населения страны, по данным на конец года (табл. 9.2). Примерами моментных рядов динамики могут также служить данные о размерах вкладов населения в коммерческих банках на 1-е число каждого квартала либо изменение запасов готовой продукции на складе предприятия на 1-е число каждого месяца.

В *интервальных динамических рядах* уровни характеризуют значение показателя за определенные интервалы (периоды) времени. Например, данные о выбросах загрязняющих веществ в атмосферу или объемы сброса загрязненных сточных вод (табл. 9.3), или число детей с пониженной остротой зрения (табл. 9.4). Эта информация представляет собой *результат накапливаемых наблюдений* — в данном случае за целый год. Другими примерами интервальных рядов динамики могут быть среднегодовое потребление электроэнергии отдельным предприятием или консорциумом либо объемы производства продукции отдельного региона или страны *за ряд лет*.

В зависимости от способа выражения уровней различают ряды динамики, заданные:

- а) рядом абсолютных величин (например, как данные табл. 9.1, 9.3, 9.4);
- б) рядом относительных величин (табл. 9.2, 9.4, 9.5);
- в) рядом средних величин (табл. 9.7).

Таблица 9.1

**Численность населения РФ в 2001–2008 гг.  
на 1 января года, млн человек**

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Все население	146,3	145,6	145,0	144,2	143,5	142,8	142,2	142,0

По данным табл. 9.1 можно констатировать, что численность населения России имеет тенденцию к снижению, в некоторые периоды более значительному (в 2004 г. население уменьшилось на 800 тыс. человек), в некоторые — менее значительному (в 2008 г. уменьшение составило только 200 тыс. человек). Последнее — благоприятный факт, случившийся в том числе благодаря активно стимулирующей демографической политике государства. Это еще раз подтверждает тезис о важности статистической информированности общества о состоянии и развитии тех или иных процессов как основы для принятия важных управленческих решений.

**Таблица 9.2**  
Число врачей в Российской Федерации на конец года  
человек на 10 000 населения

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Число врачей	46,9	47,4	48,0	48,4	48,8	49,4	49,8

По данным табл. 9.2, не владея инструментарием статистического изучения динамики, можно лишь констатировать, что число врачей в расчете на 10 000 человек населения за последние 8 лет в Российской Федерации растет, и на 31 декабря 2007 г. составило 49,8 врачей на 100 000 человек населения. Более подробный анализ тенденций обеспеченности россиян врачами можно провести, рассмотрев далее виды показателей динамики.

**Таблица 9.3**  
Показатели, характеризующие воздействие хозяйственной деятельности на окружающую природу и природные ресурсы РФ<sup>1</sup>

Показатель	2000 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Забор воды из природных водных объектов для использования, млрд м <sup>3</sup>	75,9	72,7	72,2	69,2	69,3	70,1	69,8
Сброс загрязненных сточных вод, млрд м <sup>3</sup>	20,3	19,8	19,0	18,5	17,7	17,5	17,2

Окончание табл. 9.3

Показатель	2000 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух от стационарных источников, млн т	18,8	19,5	19,8	20,5	20,4	20,6	20,6

<sup>1</sup> По данным Росводресурсов.

Анализируя данные табл. 9.3 о воздействии хозяйственной деятельности на окружающую среду и природные ресурсы РФ, можно отметить, что наиболее благоприятная картина складывается по показателю «сброс загрязненных сточных вод», поскольку он ежегодно снижается. Выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух, напротив, до 2004 г. устойчиво росли, начиная с 2004 г. этот показатель стабилизировался и сохраняется на уровне 20,5–20,6 млн тонн в год. Невозможно осуществлять хозяйственную деятельность без забора воды из природных водных объектов, такое среднегодовое потребление воды в анализируемый период колеблется вокруг 70 млрд кубических метров.

**Таблица 9.4**  
Результаты профилактических осмотров зрения у детей  
в возрасте 0–14 лет

Показатель	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Выявлено при осмотре детей с понижением остроты зрения, тыс. человек	1317,8	1462,7	1292,6	1231,4	1185,7	1140,6	1109,5
В численности осматриваемых, %	6,6	6,8	6,7	6,7	6,4	6,2	6,1

К сожалению, ежегодно более чем у 1 миллиона российских детей в возрасте до 14 лет в результате профилактических осмотров выявляется снижение зрения (табл. 9.4). Данный показатель и в абсолютном, и в относительном выражении имеет тенденцию к снижению: неблагоприятный пик был достигнут в 2002 г., когда почти у 1,5 миллиона детей, или 6,8% осмотренных, было выявлено снижение остроты зрения. В последние годы оба показателя значительно уменьшились, что подтверждает важность профилактических осмотров у врачей-специалистов для людей всех возрастов.

Таблица 9.5  
Показатели образования в средних специальных учебных заведениях (ссузах) РФ в 2002–2007 гг.

Показатель	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Число ссузов на начало года	2684	2816	2809	2805	2905	2847
Удельный вес государственных и муниципальных ссузов на начало года, %	97	93	94	94	93	92
Принято студентов в ссузы на начало года, тыс. человек	878	901	906	890	854	795
Выпущено специалистов из ссузов на конец года, тыс. человек	608	669	702	703	684	700

Согласно данным табл. 9.5 число средних специальных учебных заведений (далее ссуз), к которым относятся в первую очередь колледжи и техникумы, в Российской Федерации составляет 2847 заведений на начало 2007 г., что на 58 ссузов меньше, чем в 2006 г. Изменения в российской экономической жизни привели к тому, что наряду с государственными и муниципальными образовательными учреждениями создаются негосударственные образовательные учреждения. Второй динамический ряд табл. 9.5 свидетельствует о том, что, несмотря на абсолютное преобладание государственных и муниципальных образовательных учреждений, в составе российских ссузов доля негосударственных ссузов растет, и на начало 2007 г. она достигла 8% (100 – 92) общего числа. Сведения о приеме студентов

в ссузы и ежегодные данные о выпуске специалистов из них не могут анализироваться вместе, поскольку они несопоставимы по ряду причин. Во-первых, их разделяет временной лаг, согласно которому поступившие в ссузы студенты в году  $N$  могут быть сопоставляемы с выпускниками через  $m$  лет (как правило, срок обучения в ссузе 2–4 года). Под *временным лагом* понимают разрыв во времени между двумя явлениями или процессами, находящимися в причинно-следственной связи, отставание уровней одного динамического ряда от уровней другого ряда динамики. Кроме того, данные о приеме и выпуске представлены на начало и конец года, что также мешает их совместному анализу. Отсюда встает вопрос обеспечения сопоставимости рядов динамики.

*Сопоставимость уровней рядов динамики.* Ряды динамики имеют разную длину: от 7–10 до 30–100 уровней и более. С течением времени в социальной, политической и экономической жизни страны происходят изменения: заканчиваются войны и заключаются мирные соглашения, согласно которым территории переходят от одного государства к другому; в результате борьбы с гиперинфляцией происходит деноминация валюты и соответственно всех стоимостных показателей; с развитием науки меняется методология определения того или иного показателя и т.д. Все это приводит к несопоставимости уровней одного и того же ряда динамики либо к несопоставимости двух и более рядов.

Уровни рядов динамики должны быть сопоставимы между собой, т.е. числовые характеристики одного и того же показателя должны быть сравнимы в разные моменты (периоды) времени. Это важно для расчета показателей динамики, для построения систем взаимосвязанных рядов динамики.

При сравнительных международных или межгосударственных исследованиях динамики необходимо учитывать не только различия в учете, но и различия в нормативных системах и иные национальные особенности, без анализа которых сравнительное изучение может быть некорректным. Многие причины внутригосударственной или межгосударственной несопоставимости по сути своей неустранимы. Их можно лишь статистически минимизировать или учесть на качественном уровне анализа.

В большинстве случаев уровни ряда приводятся к сопоставимому уровню путем дополнительных расчетов. Одним из методов, часто используемых в статистической практике, является *смыкание рядов динамики*. Суть его состоит в том,

что в год изменения методологии расчета уровень ряда приводится в двойной оценке: по старой и новой методологии (либо в старых и новых границах — при территориальных изменениях). Это позволяет для данного года найти соотношение уровней и на его основе пересчитать уровни прошлых лет согласно новому подходу. Предположим, в 2004 г. изменилась территория региона и численность экономически активного населения<sup>1</sup> в прежних границах составила 750 тыс. человек, а в новых границах — 937,5 тыс. В этом случае коэффициент пересчета уровней в 2004 г. будет равен 1,25 (937,5 : 750). Умножив на этот коэффициент уровни ряда динамики в прежних границах, приведем их к сопоставимому виду:

Таблица 9.6

Динамика численности экономически активного населения региона в 2000–2008 гг., тыс. человек

Численность ЭАН	Год								
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
В прежних границах	790	783	775	760	750	—	—	—	—
В новых границах	—	—	—	—	937,5	950	955	963	969
Сомкнутый ряд	987,5	978,75	968,75	950	937,5	950	955	963	969

При одновременном анализе нескольких динамических рядов (см. табл. 9.5) возникает проблема обеспечения сопоставимости их уровней, особенно если в одновременном анализе задействованы ряды разных видов — моментные и интервальные. Приведение к сопоставимому уровню возможно путем преобразования моментных рядов в интервальные, но не наоборот. Например, при анализе динамики объема валового внутреннего продукта (ВВП) на душу населения — показателя, применяемого на национальном и международном уровне как характеристика благосостояния страны, исходными рядами динамики выступают следующие два:

— объем валового внутреннего продукта за ряд лет (интервальный ряд динамики);

<sup>1</sup> Экономически активное население — совокупность занятого (работающего) и безработного (желающего работать) населения региона страны.

— численность населения страны на начало года (моментный ряд динамики).

Для построения искомого ряда динамики необходимо перевести численность населения страны в среднегодовое исчисление (по средней арифметической простой), затем сравнить интервальный ряд ВВП с интервальным рядом по среднегодовой численности населения. Тем самым будет получен третий, производный, ряд динамики, который будет также интервальным, и все три ряда будут сопоставимы. Единственный недостаток перевода ряда динамики из моментного в интервальный заключается в потере одного из уровней ряда: первого, если моментный ряд представлен на конец периода, и последнего, если моментный ряд представлен на начало периода. Пример перехода от несопоставимых рядов динамики (см. табл. 9.5) к системе сопоставимых динамических рядов представлен в табл. 9.7.

Таблица 9.7

Среднегодовые показатели о выпуске специалистов средними специальными учебными заведениями (ссузами)

Показатель	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Число ссузов, в среднем за год	2750	2813	2807	2855	2876	—
Выпущено специалистов из ссузов всего, в среднем за год, тыс. человек	—	639	686	703	694	692
Среднегодовой выпуск специалистов одним ссузом, человек	—	227	244	246	241	—

По данным табл. 9.7 можно анализировать изменения, происходящие в системе среднего специального образования страны. Благодаря переводу двух моментных рядов динамики в интервальные, с одной стороны, были утрачены уровни ряда за 2002 и 2007 гг., с другой — мы получили возможность анализировать оба ряда вместе и построить на их основе третий — среднегодовой выпуск специалистов одним ссузом. Анализируя выпуск специалистов со специальным профессиональным образованием в среднем одним ссузом, можно констатировать, что в 2004–2006 гг. уровень ряда стабилен и слабо варьирует от 241 до 246 человек.

Снижение выпускников в 2006 г. обусловлено тем, что несколько уменьшился общий выпуск специалистов на фоне роста числа средних специальных учебных заведений.

Для получения более подробной информации о происходящих изменениях в развитии того или иного явления или процесса необходимо, во-первых, иметь более длинные ряды динамики, во-вторых, нужно рассчитать специальные показатели, характеризующие изменения уровней рядов: средние показатели за период и т.п. Статистика располагает набором процедур, позволяющих получать достоверную информацию о развитии различных явлений и процессов социально-экономической жизни общества.

**Задачи статистики** в области изучения рядов динамики заключаются в следующем:

- определение объема и интенсивности развития явления при помощи показателей изменения уровня рядов и средних характеристик;
- выявление тренда (наличия тенденции в ряду динамики);
- определение величины колеблемости уровней рядов вокруг тренда;
- осуществление выравнивания ряда динамики для последующего применения в анализе взаимосвязей и для построения прогнозов развития изучаемого явления.

## 9.2. Показатели изменения уровней рядов динамики

Уровни динамического ряда при переходе от одного периода к другому могут изменяться в разных направлениях: возрастать, убывать, повторять ранее достигнутый уровень. Эти изменения могут быть неравномерными, более или менее заметными.

Характеристика показателей изменения уровней рядов динамики достигается путем сравнения уровней ряда между собой.

Для характеристики развития явления во времени применяются следующие показатели:

- абсолютные приросты ( $\Delta_y$ );
- темпы роста ( $T_i$ );
- темпы прироста ( $K_i$ );
- абсолютное содержание 1% прироста ( $A_i$ );
- абсолютное ускорение или замедление ( $\Delta''$ ).

На примере данных о численности занятого населения России (табл. 9.8) рассмотрим порядок расчета и интерпретацию показателей динамики.

**Абсолютный прирост** (или скорость ряда, первая разность) уровней динамического ряда рассчитывается как разность двух уровней. Он показывает, на сколько единиц своего измерения уровень одного периода больше или меньше уровня другого, более раннего, периода.

В зависимости от базы сравнения абсолютные приросты могут быть *цепными* и *базисными*:

$$\Delta_{y \text{ цепной}} = Y_i - Y_{i-1};$$

$$\Delta_{y \text{ базисный}} = Y_i - Y_0;$$

где  $Y_i$  – текущий уровень динамического ряда;  $Y_{i-1}$  – предыдущий уровень динамического ряда (за предшествующий период);  $Y_0$  – уровень динамического ряда, принятый за базу сравнения, так называемый **базисный уровень**.

Если каждый последующий уровень ряда динамики сравнивается с предыдущим уровнем, абсолютный прирост называется *цепным*. Если в качестве базы сравнения за ряд периодов принимается один и тот же уровень ряда, то абсолютный прирост называется *базисным*.

Абсолютный прирост имеет те же единицы измерения, что и показатель, изменение которого изучается: изучаем численность работников – количество человек, изучаем выбросы загрязняющих веществ – тонны, изучаем урожайность зерновых – центнеры с гектара, изучаем рождаемость населения – промилле, и т.д.

Таблица 9.8

Показатели динамики численности населения, занятого в экономике России, в 2002–2007 гг.

Год	Занятое население, тыс. человек	Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. человек
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2002	66 266	–	–	–	100	–	–	–
2003	67 152	886	886	101,34	101,34	1,34	1,34	663

Окончание табл. 9.8

Год	Занятое население, тыс. человек	Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютные значения, тыс. человек
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2004	67 134	-18	868	99,97	101,31	-0,03	1,31	67 134
2005	68 603	1469	2337	102,19	103,53	2,19	3,53	68 603
2006	69 157	554	2891	100,81	104,36	0,81	4,36	69 157
2007	70 813	1656	4547	102,39	106,86	2,39	6,86	70 813
Итого	409 125	4547	-	-	-	-	-	-

Анализируя по данным табл. 9.8 цепные абсолютные приросты численности занятого в экономике населения в 2002–2007 гг., отметим, что рост числа занятого населения происходил неравномерно: увеличиваясь то на 1,5 млн человек за год (2005, 2007 гг.), то на 0,5 млн человек (2006 г.). К тому же практически одинаковый прирост в 2005 и 2007 гг. может означать разную интенсивность изучаемого процесса, поскольку каждый раз меняется база сравнения.

Из табл. 9.8 видно, что сумма цепных абсолютных приростов равна последнему базисному абсолютному приросту и составляет 4547 тыс. человек за пять анализируемых лет.

$$\Delta_{Y \text{ базисный}} = Y_{2007} - Y_{2002} = 70\,813 - 66\,266 = 4547 \text{ (тыс. человек),}$$

$$\begin{aligned} \sum \Delta_{Y \text{ цепной}} &= (Y_{2003} - Y_{2002}) + (Y_{2004} - Y_{2003}) + \\ &+ (Y_{2005} - Y_{2004}) + (Y_{2006} - Y_{2005}) + (Y_{2007} - Y_{2006}) = \\ &= 886 + (-18) + 1469 + 554 + 1656 = 4547 \text{ (тыс. человек),} \end{aligned}$$

$$\Delta_{Y \text{ базисный}} = \sum \Delta_{Y \text{ цепной}}$$

Темп роста есть отношение двух уровней ряда динамики. Аналогично абсолютному приросту, в зависимости от базы сравнения, темпы роста могут быть цепными и базисными.

$$T_i \text{ цепной} = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100\%,$$

$$T_i \text{ базисный} = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100\%.$$

Если база сравнения меняется, то темпы роста называются *цепными*. Если база сравнения неизменна ( $Y_0$ ), то темпы роста называются *базисными*.

Темпы роста выражаются либо в виде процентов, либо в виде коэффициентов. Темпы роста, выраженные в коэффициентах, называются *коэффициентами роста*. Однако экономическое содержание темпов роста и коэффициентов роста идентично. Если темп роста больше единицы (100%), то уровень ряда возрастает, если меньше единицы — то убывает. По данным табл. 9.8 можно сделать вывод, что максимальный темп роста числа занятых в экономике России наблюдался в 2007 г. — 102,39%, снижение темпов роста наблюдалось в 2004 г. — 99,97% (–0,03%), а всего за пять рассматриваемых лет темп роста численности занятых составил 106,86%, о чем свидетельствует базисный темп роста.

Между цепными и базисными темпами роста также наблюдается *связь*, только не аддитивного характера, как в случае с абсолютными приростами, а мультипликативного: последний базисный темп роста равен произведению цепных темпов роста:

$$T_i \text{ базисный} = \prod_i T_i \text{ цепных}$$

$$T_i \text{ базисный} = \frac{Y_{2007}}{Y_{2002}} \cdot 100 = \frac{70\,813}{66\,266} \cdot 100 = 106,86\%.$$

$$\begin{aligned} \prod_i T_i \text{ цепных} &= \frac{Y_{2003}}{Y_{2002}} \cdot \frac{Y_{2004}}{Y_{2003}} \cdot \frac{Y_{2005}}{Y_{2004}} \cdot \frac{Y_{2006}}{Y_{2005}} \cdot \frac{Y_{2007}}{Y_{2006}} = \\ &= 1,0134 \cdot 0,9997 \cdot 1,0219 \cdot 1,0081 \cdot 1,0239 \cdot 1,0686 \cdot 100 = 106,86\%. \end{aligned}$$

Темп прироста представляет собой отношение абсолютного прироста уровня динамического ряда в рассматриваемом периоде к предыдущему его уровню (цепной показатель) и к уровню, принятому за базу сравнения по динамическому ряду (базисный показатель):

$$K_i \text{ цепной} = \frac{\Delta_{Y \text{ цепной}}}{Y_{i-1}} \cdot 100\%,$$

$$K_{i \text{ базисный}} = \frac{\Delta Y_{\text{базисный}}}{Y_0} \cdot 100\%$$

По данным табл. 9.8, темп прироста в 2007 г. составил:

- цепной, по сравнению с 2006 г., 2,39% ( $102,39 - 100$ );
- базисный, по сравнению с 2002 г., 6,86% ( $106,86 - 100$ ).

Это означает, что в 2007 г. численность населения занятого в экономике страны, выросла на 2,39% по сравнению с 2006 г., а в целом за пять рассматриваемых лет — на 6,86%.

Еще одна формула расчета темпа прироста может быть получена исходя из его взаимосвязи с темпом роста, а именно:

$$K_{i \text{ цепной}} = T_{i \text{ цепной}} - 100\%,$$

$$K_{i \text{ базисный}} = T_{i \text{ базисный}} - 100\%.$$

Зная цепные темпы прироста, можно определить темп прироста, воспользовавшись их взаимосвязью с темпами роста. Для этого нужно перейти от темпов прироста к темпам роста, найти базисный темп роста и на его основе вычислить базисный темп прироста по приведенной формуле.

Например, рассмотрим данные Росстата за IV квартал 2008 г. о ежемесячной динамике изменения стоимости фиксированного набора потребительских товаров и услуг в Санкт-Петербурге.

Табл. 9.9

Динамика изменения стоимости фиксированного набора потребительских товаров и услуг<sup>1</sup> в Санкт-Петербурге в октябре — декабре 2008 г., % к предыдущему периоду

Месяц	Изменение стоимости
Октябрь	1,1
Ноябрь	1,0
Декабрь	0,5

<sup>1</sup> Стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг для межрегиональных сопоставлений покупательной способности населения исчисляется на основе единых объемов потребления, средних цен по России и ее субъектам. В состав набора включены наименования товаров и услуг, в том числе 30 видов продовольственных товаров, 41 вид непродовольственных товаров и 12 видов услуг.

Зная ежемесячные цепные приросты, найдем темп прироста в целом за IV квартал 2008 г.:  $(1,011 \cdot 1,010 \cdot 1,005) \cdot 100 - 100 = 102,6 - 100 = 2,6\%$ , т.е. в декабре 2008 г. стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг в Санкт-Петербурге выросла на 2,6% по сравнению с сентябрем 2008 г.

Абсолютное значение (содержание) 1% прироста позволяет определить, что скрывается за каждым процентом прироста или снижения в единицах измерения изучаемого признака (количество человек, рубли, проценты, тонны, центнеры с гектара и т.п.). Абсолютное содержание 1% прироста определяется как отношение абсолютного прироста уровня за интервал времени к темпу прироста за тот же промежуток времени:

$$A_i = \frac{\Delta Y_{\text{цепной}}}{K_{i \text{ цепной}}} = \frac{\Delta Y_{\text{цепной}}}{\frac{\Delta Y_{\text{цепной}}}{Y_{i-1}} \cdot 100\%} = \frac{1}{100} \cdot Y_{i-1}$$

Иначе говоря, абсолютное содержание 1% прироста в периоде времени  $i$  есть сотая часть уровня, достигнутого в предыдущем периоде  $Y_{i-1}$  (см. последнюю гр. табл. 9.8). Расчет базисного показателя абсолютного содержания 1% прироста не осуществляется по той причине, что для каждого периода это будет одна и та же величина — сотая часть уровня базисного периода —  $1/100 Y_0$ .

Исходя из основной формулы расчета абсолютного содержания 1% прироста можно всегда найти значение абсолютного прироста, зная темп прироста и абсолютное содержание 1% прироста:

$$A_i = \frac{\Delta Y_{\text{цепной}}}{K_{i \text{ цепной}}}, \text{ тогда } \Delta Y_{\text{цепной}} = A_i \cdot K_{i \text{ цепной}}$$

Абсолютное ускорение или замедление (вторая разность, или прирост абсолютного прироста) ряда динамики определяется по аналогии с цепным абсолютным приростом, однако сравнение осуществляется не между уровнями ряда, а путем сравнения цепных абсолютных приростов (скоростей ряда):

$$\Delta'' = \Delta Y_i - \Delta Y_{i-1}$$

В примере о численности занятого в экономике населения России в 2002—2007 гг. имели место как абсолютное

ускорение, так и абсолютное замедление ряда динамики (см. табл. 9.8). Абсолютное замедление наблюдалось в 2006 и 2004 гг., когда вторые разности были отрицательными, абсолютное ускорение — в 2005 и 2007 гг., когда вторые разности были положительными:

$$\Delta''_{2006} = \Delta_{2006} - \Delta_{2005} = 554 - 1469 = -915 \text{ (тыс. человек)}$$

$$\Delta''_{2007} = \Delta_{2007} - \Delta_{2006} = 1656 - 554 = 1102 \text{ (тыс. человек)}$$

В 2007 г. абсолютное ускорение численности занятого населения составило 1,1 млн человек, в 2006 г. абсолютное замедление роста занятого населения было равно 915 тыс. человек.

Знание того, что в ряду динамики примерно равны оказываются абсолютные приросты (первые разности), абсолютные ускорения (вторые разности) или темпы роста, важно при построении уравнения тренда, для выявления тенденции в ряду динамики, в процессе процедуры аналитического выравнивания (см. параграф 9.4).

### 9.3. Средние характеристики ряда динамики

Ряды динамики (временные ряды) могут быть очень длинными и составлять несколько сотен уровней и более. За такие длительные отрезки времени изучение явления или процесс может пройти разные этапы (периоды) развития, характеризующиеся иногда разнонаправленными тенденциями. Как и в случае с определением средних величин, которые рассчитываются для того, чтобы одной цифрой заменить целый набор значений, тем самым показав то, что типично и что объединяет изучаемые явления, — ряды динамики могут быть охарактеризованы при помощи обобщающих показателей — средних величин. Средние характеристики ряда динамики, так называемые *динамические средние*, в отличие от средних и базисных показателей изменения уровней ряда дают обобщенное представление о развитии изучаемого явления (процесса), выраженное одной цифрой.

Для обобщения данных по рядам динамики рассчитывают *средний уровень ряда*, а обобщенное представление об изменении уровней дают *средний абсолютный прирост* и *средний темп роста и прироста*.

Однако, прежде чем обратиться к определению динамических средних, исследователю важно определиться с тем, будут ли они рассчитываться для всего ряда динамики в целом или для нескольких (не обязательно равных по длине) отрезков (периодов) времени внутри ряда.

*Периодизация* занимает особое место в совокупности методов получения однородных данных. Как правило, качественному скачку в динамике процесса, приводящему к смене закономерности, предшествует его непрерывное количественное изменение. Следовательно, при изучении рядов динамики, охватывающих большие периоды времени, важно определить, не содержат ли они в своем составе особые отрезки времени, в течение которых преобладала та или иная тенденция развития. Более того, динамическое моделирование всякого сложного процесса невозможно без подробного ретроспективного анализа, существенным аспектом которого является выделение однородных периодов, этапов развития.

Периодизация динамики представляет собой процесс выделения однокачественных этапов (периодов) развития, разбиение динамических рядов на однородные интервалы. Периодизация, с одной стороны, дает важную информацию об изучаемом процессе, с другой — закладывает основы для последующего анализа динамики, так как обеспечивает возможность применения более сложных статистических методов анализа (например, методов многомерной статистики, адекватное использование которых возможно лишь в однородных средах). Любая периодизация выступает как попытка структурировать течение времени, выделив в нем определенные хронологические отрезки, характеризующиеся каким-то особым содержательным значением.

Выделение различных периодов в развитии явления возможно как объективным, так и субъективным образом. Объективное выделение периодов развития явления осуществимо визуально путем изучения его на графике. Субъективное выделение периодов развития зависит от воли исследователя и цели исследования: когда, например, рассматриваются изменения, произошедшие за годы реформ, либо после какого-либо важного события, либо за четыре последние пятилетия (в условиях планово-административной экономики пятилетки были важнейшими этапами развития экономики, каждому из которых были присвоены определенные цели, задачи и уровни показателей, которые должны были быть достигнуты).

На рис. 9.1–9.3 показаны примеры графического изложения информации за ряд отрезков времени, позволяющие заметить как устойчивую тенденцию к росту стоимости прожиточного минимума (рис. 9.1), так и ярко выраженные сезонные колебания показателей реальных доходов населения (рис. 9.2) и оборотов розничной торговли (рис. 9.3).

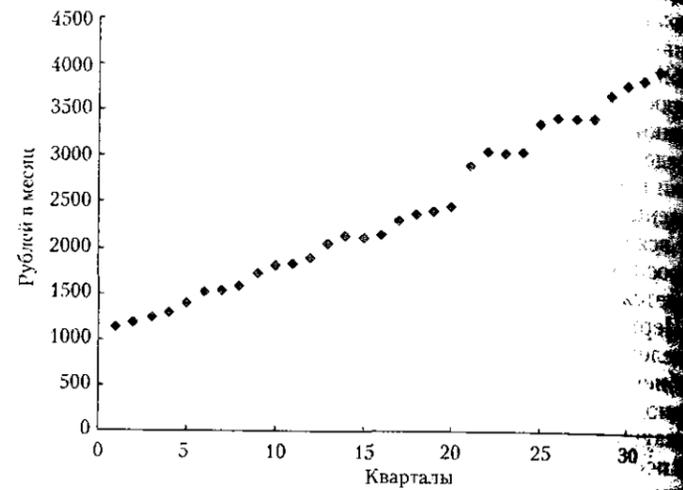


Рис. 9.1. Динамика величины прожиточного минимума в среднем на душу населения РФ в 2000–2007 гг.

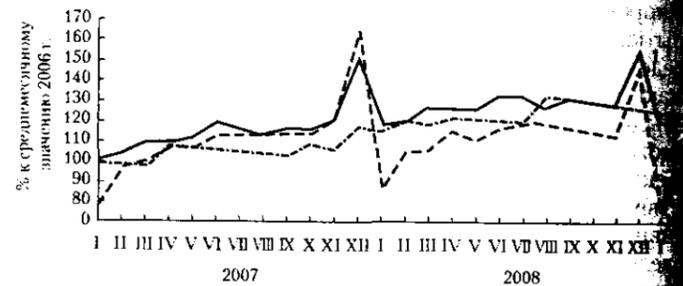


Рис. 9.2. Динамика основных показателей реальных доходов населения РФ в 2007–2009 гг., % к среднему значению 2006 г.:

- 1 — реальные располагаемые денежные доходы населения;
- 2 — реальная среднемесячная начисленная заработная плата;
- 3 — реальный размер назначенных пенсий.



Рис. 9.3. Динамика оборота розничной торговли РФ в 2007–2009 гг., % к среднему значению 2006 г.:

- 1 — по общему обороту; 2 — с исключением сезонного фактора;
- 3 — тренд

Взяв информацию за более длительный период, например о динамике количества заключенных в России браков в период с 1980 по 2007 г., можно заметить, что после длительной тенденции к уменьшению данного показателя с 2001 г. наметился уверенный рост заключаемых браков (не менее 1 млн в год). В 2004 г., однако, было замечено снижение числа заключенных браков, затем вновь наметился их рост. В 2007 г. число заключенных браков достигло 1,3 млн, или 8,9 промилле. На рис. 9.4. можно увидеть,

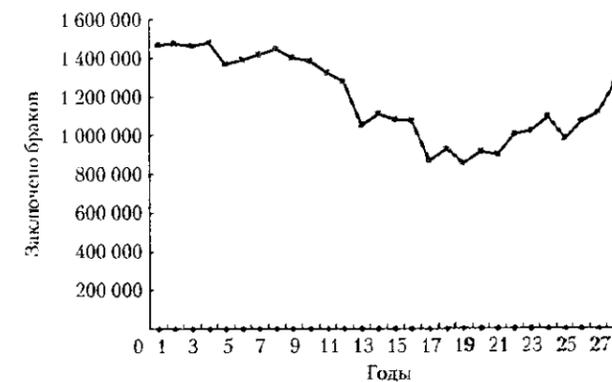


Рис. 9.4. Динамика количества заключенных браков в РФ в 1980–2007 гг.

что данный ряд динамики содержит не только тенденцию к снижению уровней, но и тенденцию к росту значений, следовательно, при анализе данного явления необходимо разбить данный ряд как минимум на два периода: с 1990 по 2000 г. и с 2001 по 2007 г.

Рассмотрим методику расчета средних показателей. Средний уровень ряда показывает, какова средняя величина уровня, характерного для всего периода. Для разных рядов динамики средний уровень ряда рассчитывается неодинаково.

Для интервального ряда динамики, состоящего из абсолютных величин с равными интервалами, средний уровень определяется по средней арифметической простой из уровней ряда:

$$\bar{Y} = \sum Y_i / n,$$

где  $Y_i$  — уровень ряда для  $i$ -го периода;  $n$  — число уровней в ряду динамики.

По данным табл. 9.8, средняя за период численность занятых в экономике составит  $\bar{Y} = 409125 : 6 = 68187,5$  (тыс. человек), т.е. в российской экономике в период с 2002 по 2007 г. ежегодно было занято в среднем 68 187,5 тыс. человек.

Для интервального ряда динамики, состоящего из относительных или средних величин, средний уровень определяется по средней взвешенной, т.е. с учетом информации по признакам, связанным с осредняемым. Так, средняя себестоимость единицы продукции должна определяться по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i X_i}{\sum X_i},$$

где  $Y_i$  — себестоимость продукции в  $i$ -м периоде;  $X_i$  — количество произведенных единиц продукции в  $i$ -м периоде;  $Y_i X_i$  — общие затраты на производство продукции в  $i$ -м периоде.

Аналогично, по данным табл. 9.7, среднегодовой выпуск специалистов одним средним специальным учебным заведением (ссузом) будет определен так:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i X_i}{\sum X_i} = \frac{227 \cdot 2813 + 244 \cdot 2807 + 246 \cdot 2855 + 241 \cdot 2876}{2813 + 2807 + 2855 + 2876} = 239,5 \approx 240 \text{ (человек)},$$

где  $Y_i$  — выпуск специалистов одним ссузом в  $i$ -м периоде, человек;  $X_i$  — число ссузов в  $i$ -м периоде;  $Y_i X_i$  — общий выпуск специалистов ссузами в  $i$ -м периоде, человек.

Однако иногда, в случае отсутствия данных о показателе, связанном с осредняемым, средний уровень интервального ряда из относительных и средних величин может определяться по средней арифметической простой, давая очень близкие результаты. Пример расчета среднегодового выпуска специалистов одним ссузом тому подтверждение:  $\bar{Y} = \sum Y_i / n = (227 + 244 + 246 + 241) / 4 = 239,5 \approx 240$  (человек), что означает, что за рассматриваемый период выпуск специалистов одним ссузом составил в среднем 240 человек в год.

По моментному ряду динамики в зависимости от исходной информации средний уровень определяется тремя способами. Первые два способа рассматривают ситуацию, когда между уровнями (моментами) ряда соблюдаются неравные промежутки времени, третий способ — для рядов динамики с равноотстоящими уровнями.

1. Если известны данные об изменении уровня ряда внутри временного промежутка, то средний уровень определяется как средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i t_i}{\sum t_i},$$

где  $Y_i$  — уровень моментного динамического ряда в  $i$ -й момент времени;  $t_i$  — период времени, в течение которого уровень  $Y_i$  остается неизменным.

**Пример 9.1.** Имеются данные о пополнении автопарка машин автотранспортного предприятия в феврале 2009 г. На 1 февраля на балансе предприятия числилось 27 автомашин; 6 февраля поступило 14 новых автомобилей; 14 февраля списано с баланса предприятия 3 автомобиля по причине полного износа; 22 февраля на баланс предприятий поступило в качестве перевода от вышестоящей организации 7 автомобилей. Других изменений в составе автопарка до конца месяца не было. Определим среднюю численность машин автопарка за февраль (табл. 9.10).

Таблица 9.10

Расчет средней численности машин автопарка

Календарный период	Число машин на данный момент времени, $Y_i$	Период действия уровня $t_i$ , дней	$Y_i t_i$
01.02–05.02	27	5	135
06.02–13.02	41	8	328
14.02–21.02	38	8	304
22.02–28.02	45	7	315
Итого	—	28	1082

Исходя из данных табл. 9.10 найдем среднее число машин автопарка за февраль:

$$\bar{Y} = 1082 : 28 = 38,6 \approx 38 \text{ (автомобилей).}$$

Данный порядок расчета среднего уровня моментного ряда динамики является наиболее точным, но не всегда доступен по причине отсутствия информации.

2. При условии, если неизвестна информация об изменении уровня моментного ряда внутри заданного промежутка времени, средний уровень моментного ряда динамики определяется приближенно, как средняя арифметическая взвешенная из смежных средних:

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i},$$

где  $\bar{Y}_i$  — смежные средние, найденные как средняя арифметическая простая из двух рядом стоящих уровней, т.е.

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{2} \sum (Y_i + Y_{i+1}).$$

**Пример 9.2.** Запасы готовой продукции на складе предприятия составили: на 1 января — 220 тыс. руб., на 1 апреля — 180 тыс. руб., на 1 июня — 228 тыс. руб., на 1 октября — 199 тыс. руб., на 1 января следующего года — 231 тыс. руб. Определим среднегодовой запас готовой продукции на складе предприятия (табл. 9.11).

Таблица

Расчет среднегодового запаса готовой продукции на складе

Дата учета	$Y_i$ (тыс. руб.)	$\bar{Y}_i$ (тыс. руб.)	$t_i$ (мес.)	$\bar{Y}_i t_i$
01.01	220	—	—	—
01.04	180	200	3	600
01.06	228	204	2	408
01.10	199	213,5	4	854
01.01	231	215	3	645
Итого	—	—	12	2507

Величина  $\bar{Y}_i$  отражает средний уровень за определенный промежуток времени, между датами учета. Так, с 1 января по 1 апреля т.е. за три месяца, средний запас готовой продукции на складе составил 200 тыс. руб.  $[(220 + 180)/2]$ . По данным табл. 9.11, средний запас готовой продукции на складе предприятия составил:

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{Y}_i t_i}{\sum t_i} = \frac{2507}{12} = 208,9 \approx 209 \text{ (тыс. руб.).}$$

3. Если интервалы между датами равны, то для определения среднего уровня ряда динамики применяется средняя хронологическая:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2} Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} + \frac{1}{2} Y_n}{n-1},$$

где  $n$  — число рассматриваемых, равноотстоящих, моментов времени;  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}, Y_n$  — уровни ряда динамики в периоды времени 1, 2, ...,  $n-1, n$ .

Данная формула применяется, например, для расчета среднегодовой стоимости имущества предприятия при уплате налога на имущество.

**Пример 9.3.** На балансе предприятия числятся основные средства стоимостью: на 1 января — 1800 тыс. руб., на 1 апреля — 2000 тыс. руб., на 1 июля — 2600 тыс. руб., на 1 октября — 2100 тыс. руб., на 1 января следующего года — 2800 тыс. руб. Поскольку бухгалтерская отчетность представляется ежеквартально, интервалы между датами равны и составляют 3 месяца, т.е. применим среднюю хронологическую формулу для определения среднегодовой стоимости основных средств

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1800 + 2000 + 2600 + 2100 + \frac{1}{2} \cdot 2800}{5-1} = 2250 \text{ (тыс. руб.).}$$

Аналогичный результат может быть получен при помощи второго способа (средней арифметической взвешенной из парных смежных средних), заняв при этом чуть более времени:

$$\bar{Y} = \frac{(1800+2000) \cdot 3 + (2000+2600) \cdot 3 + (2600+2100) \cdot 3 + (2100+2800) \cdot 3}{\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{1900 \cdot 3 + 2300 \cdot 3 + 2350 \cdot 3 + 2450 \cdot 3}{12} = 2250 \text{ (тыс. руб.).}$$

Средний абсолютный прирост определяется как средняя арифметическая простая из цепных абсолютных приростов. Средний абсолютный прирост показывает среднюю скорость развития изучаемого явления.

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum \Delta_{\text{цепной}}$$

Поскольку сумма цепных приростов равна базисному приросту, средний абсолютный прирост может быть определен следующим образом:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum Y_n - Y_0.$$

где  $Y_n$  — последний уровень ряда динамики;  $Y_0$  — уровень ряда динамики, принятый за базу сравнения;  $n$  — число промежутков времени между последним и базисным уровнями.

По данным табл. 9.8, среднегодовой абсолютный прирост численности занятого населения в 2002–2007 гг. составит

$$\bar{\Delta} = \frac{886 + (-18) + 1469 + 554 + 1656}{5} = \frac{4547}{5} = 909,4 \text{ (тыс. человек),}$$

или

$$\bar{\Delta} = 1/5(70\,813 - 66\,266) = 909,4 \text{ (тыс. человек).}$$

Получаем, что ежегодный прирост численности занятого населения в экономике России составляет около 910 тыс. человек.

Для обобщенной характеристики интенсивности роста рассчитывается *средний темп (коэффициент) роста*. Поскольку изменение социально-экономических явлений происходит по правилу сложных процентов, средний темп роста определяется при помощи средней геометрической простой:

$$\bar{T} = \sqrt[n]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n},$$

где  $T_1, T_2, \dots, T_n$  — цепные темпы роста;  $n$  — число цепных темпов роста.

Определим средний темп роста по данным табл. 9.8:

$$\bar{T} = \sqrt[5]{1,013 \cdot 0,997 \cdot 1,022 \cdot 1,008 \cdot 1,024} = 1,0112.$$

Это означает, что в период с 2002 по 2007 г. среднегодовой темп роста численности занятого в экономике России населения составил 101,12%.

Аналогично можно найти средний темп роста, используя взаимосвязь цепных и базисных темпов роста:

$$\bar{T} = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}},$$

где  $n$  — число периодов, разделяющих последний и базисный уровни.

$$\text{Для нашего примера } \bar{T} = \sqrt[5]{\frac{70\,813}{66\,266}} = 1,0112.$$

В средней геометрической корень степени определяется как разность хронологических дат (2007 – 2002 = 5).

**Пример 9.4.** Валовой сбор зерна в России за ряд лет характеризуется следующими данными:

Годы	1-й	4-й	10-й	16-й
Валовой сбор, млн т	106,9	63,4	85,2	81,8

Определим среднегодовой абсолютный прирост и темп роста за три периода времени — 1-й — 4-й, 4-й — 10-й и 10-й — 16-й гг. (табл. 9.12).

Поскольку даты представлены здесь не от года к году, а с интервалами, для расчета динамических средних воспользуемся формулами

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n}(Y_n - Y_0); \quad \bar{T} = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}},$$

где  $n$  — продолжительность периода.

Таблица 9.12

Среднегодовые абсолютный прирост и коэффициент роста валового сбора зерна

Период	Продолжительность периода, лет	Среднегодовой абсолютный прирост, млн т	Среднегодовой коэффициент роста
1-й — 4-й	3	$(63,4 - 106,9)/3 = -14,5$	$\sqrt[3]{\frac{63,4}{106,9}} = 0,84$
4-й — 10-й	5	$(85,2 - 63,4)/5 = 4,36$	$\sqrt[5]{\frac{85,2}{63,4}} = 1,0505$
10-й — 16-й	6	$(81,8 - 85,2)/6 = -0,57$	$\sqrt[6]{\frac{81,8}{85,2}} = 0,9955$

По данным табл. 9.12, только в период 1-го — 4-го гг. наблюдается абсолютный прирост (4,4 млн т в год) и темп роста 105,05% в год. В другие периоды имеет место среднегодовая абсолютная убыль и среднегодовой коэффициент снижения валового сбора зерна, при этом в последний из рассматриваемых периодов ситуация несколько улучшилась; среднегодовая абсолютная убыль составила 0,57 млн т зерна, а коэффициент снижения — 99,55%.

*Средний темп прироста* определяется на основе среднего темпа роста:

$$\bar{k} = \bar{T} - 100, \%$$

По данным табл. 9.12, среднегодовые темпы роста (снижения) валового сбора зерна составили:

- за 1-й период — 84%,
- за 2-й период — 105,05%,
- за 3-й период — 99,55%.

Соответственно среднегодовые темпы прироста (снижения) будут равны -16%, +5,05% и -0,45%.

Рассмотренные динамические средние достаточно часто применяются для краткосрочного прогнозирования изучаемых явлений и процессов методом *экстраполяции* (продления на будущее существующей ныне тенденции). Например, для определения уровня динамического ряда через  $n$  отрезка (момента) времени  $Y_{n+3}$  можно воспользоваться следующими формулами:

$$Y_{n+3} = Y_n + 3 \cdot \bar{\Delta};$$

$$Y_{n+3} = Y_n + 3 \cdot \bar{T}^3,$$

где  $Y_n$  — последний известный уровень ряда динамики;  $\bar{\Delta}$  — средний за предшествующий период абсолютный прирост;  $\bar{T}$  — средний за предшествующий период коэффициент роста.

#### 9.4. Методы выравнивания рядов динамики

Уровни динамического ряда в период времени  $t$  принимают те или иные значения в результате действия рядов факторов. Одни из этих факторов являются *основными* и определяют конкретную величину уровня динамического ряда в определенный период (момент) времени. Другие выступают второстепенными, *случайными*, т.е. несущественными с точки зрения материальной природы явления.

Фактическую величину уровня ряда динамики можно представить как функцию следующих составляющих:

- тенденции  $T$ ;
- периодических (сезонных) колебаний  $S$ ;
- случайной составляющей  $\epsilon$ .

Таким образом,

$$Y_i = f(T, S, \epsilon).$$

Каждая из составляющих имеет свое назначение в анализе ряда динамики. Прежде всего изучается тенденция  $T$ , которая

уровни динамического ряда рассматриваются как функция от времени (*тренд, вековая тенденция*):

$$Y_i = f(T).$$

Под трендом (от англ. *trend* — тенденция) понимают общую тенденцию при разнонаправленном движении, выражающую общую направленность изменений показателей любого ряда динамики.

Периодические колебания  $S$  могут быть разного характера, их разновидностью являются *сезонные колебания*, или колебания уровней ряда внутри года. К периодическим колебаниям относятся также *циклические колебания*, т.е. повторяющиеся через определенный промежуток времени колебания (например, деловые экономические циклы: развитие, подъем, насыщение, угасание, всплеск).

Случайная составляющая  $\epsilon$  определяется как разность между фактическими значениями уровней ряда динамики и теоретическими, рассчитанными исходя из тенденции и периодических колебаний (если таковые имеются):

$$\epsilon = Y_i - Y_{\text{теор}},$$

где  $Y_i$  — фактические значения уровня динамического ряда;  $Y_{\text{теор}}$  — теоретические (или выровненные) значения динамического ряда.

Распространенным приемом для выявления тенденции развития является *сглаживание временного ряда*. Суть различных приемов сглаживания сводится к замене фактических уровней ряда динамики расчетными (теоретическими, выровненными), которые менее подвержены случайным колебаниям и более четко отражают тенденции развития изучаемого явления или процесса.

Наиболее распространенными методами выявления тенденции рядов динамики выступают:

- механическое выравнивание методом укрупнения интервалов;
- механическое выравнивание методом скользящей средней;
- аналитическое выравнивание.

Все перечисленные методы относятся к группе методов сглаживания, предполагающих наличие в исходном ряду динамики только одной компоненты ряда — тренда.

*Метод укрупнения интервалов* является одним из наиболее простых методов непосредственного выявления

основной тенденции. При использовании этого метода ряд динамики, состоящий из мелких интервалов, заменяется рядом, состоящим из более крупных интервалов (например, месячные заменяют квартальными, квартальные — годовыми и т.д.). Поскольку на каждый уровень исходного ряда влияют факторы, вызывающие их разнонаправленное изменение, то это мешает видеть основную тенденцию. При укрупнении интервалов влияние случайных факторов нивелируется, и основная тенденция проявляется более отчетливо. Расчет среднего значения уровня по укрупненному интервалу осуществляется по формуле простой средней арифметической.

Недостатком этого способа является то, что сокращается исходное число уровней ряда, и это не позволяет учесть изменения внутри укрупненного интервала. К его преимуществам можно отнести сохранение природы явления.

Применение метода укрупнения интервалов рассмотрим на примере данных о динамике объемов добычи газа.

**Пример. 9.5.** Изучается поквартальная информация о добыче газа, характеризующаяся определенным колебанием уровней (табл. 9.13).

Таблица 9.13  
Данные о добыче природного газа в Российской Федерации в 2003—2008 гг., млрд м<sup>3</sup>

Период		Объем добычи, $Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$	$t$ , лет	Итого за год, $\sum Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$	$Y_{\text{сглаж}} = \frac{\sum Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}}{4}$
год	квартал				
2003	I	163	1	620	155
	II	148			
	III	142			
	IV	167			
2004	I	168	2	633	158
	II	153			
	III	144			
	IV	168			
2005	I	171	3	641	160
	II	154,4			
	III	144			
	IV	171,4			

Окончание табл. 9.13

Период		Объем добычи, $Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$	$t$ , лет	Итого за год, $\sum Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$	$Y_{\text{сглаж}} = \frac{\sum Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}}{4}$
год	квартал				
2006	I	174	4	656	164
	II	158			
	III	151			
	IV	173			
2007	I	175	5	653	163
	II	158			
	III	144			
	IV	175			
2008	I	180	6	664	166
	II	166			
	III	150			
	IV	168			

Исходный ряд ( $Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$ ) не показывает последовательного роста или снижения объемов добычи газа. Изменение поквартальных уровней не имеет общего направления: они то растут, то снижаются. Заменяем квартальные интервалы годовыми ( $\sum Y_{\text{факт}}^{\text{кварт}}$ ), т.е. выполним укрупнение интервалов (из исходных 24 останется 6). Для получения сглаженных уровней ряда рассчитаем среднеквартальные уровни по данным о годовых объемах добычи.

Новый ряд состоит из 6 уровней ( $Y_{\text{сглаж}}$ ), каждый из которых является среднеквартальным объемом добычи, рассчитанным по данным соответствующего года. В полученном ряду отчетливо просматривается тенденция последовательного роста добычи газа в течение шести рассмотренных лет.

*Метод скользящей средней* предполагает замену исходного (фактического) ряда динамики теоретическим. Теоретические уровни ряда рассчитываются по формуле скользящей средней. Скользящая средняя относится к подвижным динамическим средним, вычисляемым по ряду динамики при последовательном перемещении (скольжении) на один интервал.

При этом, как и в предыдущем методе, происходит укрупнение интервалов. Число уровней, по которым укрупняется интервал, называется диапазоном укрупнения, интервалом или периодом сглаживания  $T$ . Период сглаживания

может быть как нечетным ( $T = 3; 5$ ; и т.п.), так и четным ( $T = 2; 4$ ; и т.п.).

При использовании этого метода получают укороченный теоретический ряд, при этом при  $T = 3$  ряд укорачивается на 2 уровня (первый и последний), при  $T = 5$  соответственно — на 4, при  $T = 7$  — на 6 (три первых и три последних) и т.д., что приводит к потере информации.

При нечетном периоде сглаживания полученное среднее значение уровня  $Y_{i \text{ сглаж}}$  закрепляется за серединой расчетного интервала (в точке  $i$ ). При  $T = 3$  формула имеет вид средней арифметической простой:

$$Y_{i \text{ сглаж}} = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1})/3,$$

где  $Y_i$  — значение  $i$ -го уровня исходного ряда динамики,  $i$  — середина расчетного интервала, к которой будет относиться сглаженное значение  $Y_{i \text{ сглаж}}$ ;  $Y_{i-1}$ ,  $Y_{i+1}$  — предыдущий и следующий уровни для сглаживаемого  $i$ -го уровня исходного ряда динамики.

**Пример 9.6.** Применение метода скользящей средней применительно к данным об объемах добычи газа (табл. 9.14). Период скользящего среднего примем равным трем ( $T = 3$ ) и семи кварталам ( $T = 7$ ).

Таблица 9.14  
Расчет простых скользящих средних

$t$	Добыча газа, млрд м <sup>3</sup>	Скользящие средние	
		$T = 3$	$T = 7$
1	163	—	—
2	148	—	—
3	142	151	—
4	167	152	—
5	168	159	155
6	153	163	156
7	144	155	159
8	168	155	161
9	171	161	158
10	154,4	164	152
11	144	156	161
12	171,4	144	163
13	174	163	161
14	158	168	167
15	151	161	165
16	173	166	162
17	175	166	162
18	158	169	165
19	144	159	167
20	175	159	167
21	180	166	167
22	166	174	163
23	150	165	—
24	168	161	—

Расчет выровненных значений при  $T = 3$  на примере двух выровненных значений выглядит следующим образом:

$$Y_{1 \text{ сглаж}} = (163 + 148 + 142)/3 = 151 \text{ млрд м}^3;$$

$$Y_{2 \text{ сглаж}} = (148 + 142 + 167)/3 = 152 \text{ млрд м}^3.$$

Расчет выровненных значений при  $T = 7$  на примере двух выровненных значений выглядит следующим образом:

$$Y_{1 \text{ сглаж}} = (163 + 148 + 142 + 167 + 168 + 153 + 144)/7 = 155 \text{ млрд м}^3;$$

$$Y_{2 \text{ сглаж}} = (148 + 142 + 167 + 168 + 153 + 144 + 168)/7 = 156 \text{ млрд м}^3.$$

Рис. 9.5 демонстрирует, что чем больше период скользящего среднего, тем ровнее выглядит теоретический ряд динамики. Но при этом он становится значительно короче исходного.

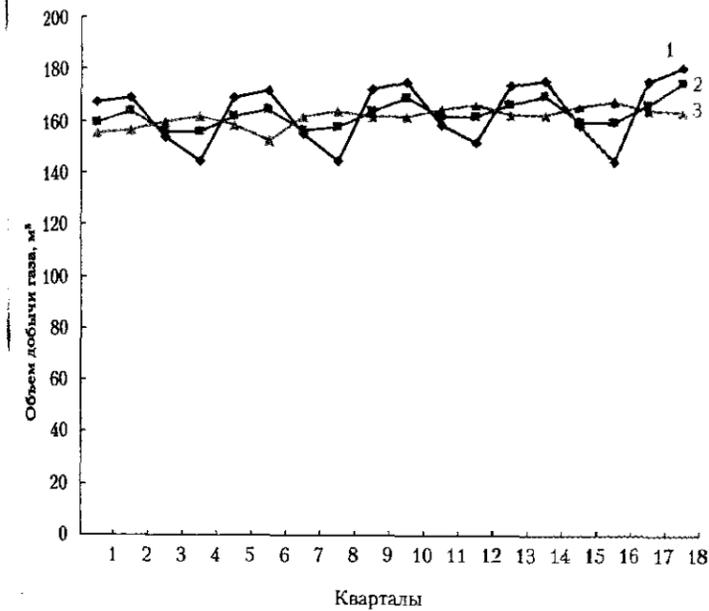


Рис. 9.5. Сглаживание ряда добычи угля с помощью простых скользящих средних:

1 — добыча газа, млрд м<sup>3</sup>; 2 — скользящие средние,  $T = 3$ ; 3 — скользящие средние,  $T = 7$

Процедура сглаживания приводит к устранению периодических колебаний в ряду динамики, если длина периода скольжения берется равной или кратной периоду колебаний. Для устранения сезонных колебаний часто требуется использовать скользящие средние с четным периодом сглаживания, равным 4 или 12. При четном периоде сглаживания ( $T=2, 4$ , и т.п.) возникает проблема центрирования, для решения которой необходимо осуществить сдвиг сглаженных уровней: для этого принято первое и последнее наблюдение диапазона укрупнения брать с половинными весами.

Так, для сглаживания сезонных колебаний при работе с рядами квартальной и месячной динамики можно использовать четырехчленную

$$Y_{i \text{ сглаж}} = \left( \frac{1}{2} Y_{i-2} + Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + \frac{1}{2} Y_{i+2} \right) / 4$$

и двенадцатичленную скользящую среднюю

$$Y_{i \text{ сглаж}} = \left( \frac{1}{2} Y_{i-6} + Y_{i-5} + \dots + Y_i + \dots + Y_{i+5} + \frac{1}{2} Y_{i+6} \right) / 12$$

**Пример 9.7.** В табл. 9.15 приведены квартальные данные объема производства по виду деятельности «Строительство» за период с 2004 по 2008 гг. Ежегодно в IV квартале наблюдаются «всплески» в значении показателя. Для сглаживания этих сезонных колебаний при помощи процедуры скользящих средних с периодом скольжения  $T=4$

Таблица 9.15  
Сглаживание ряда динамики строительного производства с помощью четырехчленной скользящей средней

Год	Квартал	$t$	Объем строительного производства, $Y_{\text{факт}}$ млрд руб.	Скользящая средняя, $Y_{\text{сглаж}}$ , $T=4$
2004	I	1	144,2	—
	II	2	201,8	—
	III	3	251,4	874,85
	IV	4	265,7	901,4
2005	I	5	167,7	938,7
	II	6	231,4	986,65
	III	7	296,4	1016,35
	IV	8	316,6	1041,4

Окончание табл. 9.15

Год	Квартал	$t$	Объем строительного производства, $Y_{\text{факт}}$ млрд руб.	Скользящая средняя, $Y_{\text{сглаж}}$ , $T=4$
2006	I	9	176,2	1095,7
	II	10	273,0	1180,4
	III	11	363,4	1259,1
	IV	12	419,0	1339,45
2007	I	13	231,2	1454,75
	II	14	378,7	1599,05
	III	15	488,3	1750,3
	IV	16	582,7	1912,2
2008	I	17	370,0	2099,45
	II	18	563,7	2275,45
	III	19	677,8	—
	IV	20	745,2	—

При четырехчленной скользящей средней выровненные уровни определяются следующим образом:

$$Y_{1 \text{ сглаж}} = \frac{0,5 \cdot 144,2 + 201,8 + 251,4 + 265,7 + 0,5 \cdot 167,7}{4} = 874,85 \text{ млрд руб.};$$

$$Y_{2 \text{ сглаж}} = \frac{0,5 \cdot 201,8 + 2251,4 + 265,7 + 167,7 + 0,5 \cdot 231,4}{4} = 901,4 \text{ млрд руб.}$$

и т.д. (см. последнюю графу табл. 9.16).

На рис. 9.6 видно, что «всплески» IV квартала выровнены при помощи скользящей средней и данный ряд динамики имеет тенденцию к росту без резких скачков.

Рассмотренные методы механического выравнивания дают возможность определить общую тенденцию развития явления, освобожденную от случайных и волнообразных колебаний, но не позволяют получить количественного описания тренда исследуемого ряда динамики. Для получения обобщенной статистической модели тренда применяют метод аналитического выравнивания.

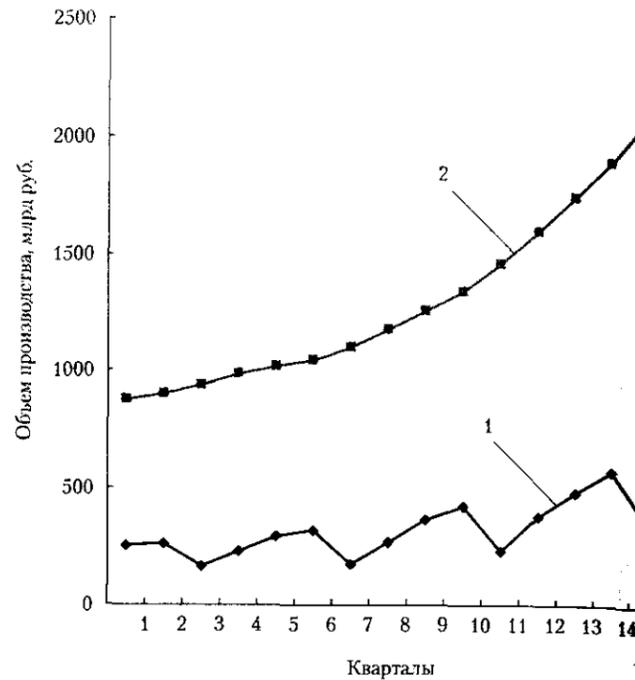


Рис. 9.6. Сглаживание объемов производства в деятельности «Строительство» с помощью четырехквартальной скользящей средней:

1 — объем строительного производства, млрд руб.; 2 — скользящая средняя,  $T = 4$

Суть данного метода состоит в том, что фактические значения уровней ряда динамики рассматриваются как функция времени

$$Y_t = f(t).$$

Подбирая соответствующие математические функции, мы заменяем фактические значения уровней динамического ряда *выровненными* по соответствующей функции. Задача состоит в том, чтобы подобрать для конкретного ряда динамики такую математическую функцию, которая наиболее точно отображала черты фактической динамики. Решение этой задачи связано с применением метода

наименьших квадратов, поскольку наилучшим считается такое приближение выровненных данных к эмпирическим, при котором сумма квадратов их отклонений является минимальной:

$$\sum (Y_{i \text{ факт}} - Y_{i \text{ сглаж}})^2 \rightarrow \min.$$

Фактор времени  $t$  вбирает в себя влияние на уровни ряда динамики всех факторов. Наиболее распространенными функциями для построения *уравнения тенденции* (уравнения тренда) являются следующие:

- $Y_t = a + b \cdot t$  — уравнение линейного тренда, рекомендуемое к использованию, если уровни ряда динамики изменяются с примерно одинаковой *скоростью* ( $\Delta_t = \text{const}$ ), т.е. цепные абсолютные приросты примерно равны:

$t$	$Y_t = a + b \cdot t$	$\Delta_t = Y_t - Y_{t-1}$
0	$a$	—
1	$a + b$	$b$
2	$a + 2b$	$b$
3	$a + 3b$	$b$
4	$a + 4b$	$b$

- $Y_t = a + b \cdot t + c \cdot t^2$  — уравнение параболы 2-й степени, рекомендуемое к использованию, если уровни ряда динамики изменяются примерно с равным *ускорением* ( $\Delta_t'' = \text{const}$ ), т.е. примерно стабильны *вторые разности*, или приросты абсолютных приростов:

$t$	$Y_t = a + b \cdot t + c \cdot t^2$	$\Delta_t = Y_t - Y_{t-1}$	$\Delta_t'' = \Delta_t - \Delta_{t-1}$
0	$a$	—	—
1	$a + b + c$	$b + c$	—
2	$a + 2b + 4c$	$b + 3c$	$2c$
3	$a + 3b + 9c$	$b + 5c$	$2c$
4	$a + 4b + 16c$	$b + 7c$	$2c$
5	$a + 5b + 25c$	$b + 9c$	$2c$

•  $Y_t = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3$  — уравнение полинома 3-й степени, рекомендуемое к использованию, если примерно равны *третьи разности* (разности вторых разностей).

$t$	$Y_t = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3$	$\Delta_t = Y_t - Y_{t-1}$	$\Delta_t'' = \Delta_t - \Delta_{t-1}$	$\Delta_t''' = \Delta_t'' - \Delta_{t-1}''$
0	$a$	—	—	—
1	$a + b + c + d$	$b + c + d$	—	—
2	$a + 2b + 4c + 8d$	$b + 3c + 7d$	$2c + 6d$	—
3	$a + 3b + 9c + 27d$	$b + 5c + 19d$	$2c + 12d$	$6d$
4	$a + 4b + 16c + 64d$	$b + 7c + 37d$	$2c + 18d$	$6d$
5	$a + 5b + 25c + 125d$	$b + 9c + 61d$	$2c + 24d$	$6d$

•  $Y_t = a \cdot b^t$  — показательная функция, или  $Y_t = e^{ct}$  — уравнение экспоненты (при этом теоретические уравнения ряда равны), рекомендуемые к использованию, если в ряду динамики изменяются с одинаковыми коэффициентами роста ( $T_i = \text{const}$ ), т.е. цепные коэффициенты примерно равны:

$t$	$Y_t = a \cdot b^t$	$T_i = Y_t / Y_{t-1}$
1	$a \cdot b$	—
2	$a \cdot b^2$	$b$
3	$a \cdot b^3$	$b$
4	$a \cdot b^4$	$b$
5	$a \cdot b^5$	$b$

При подборе функций уравнений трендов можно использовать и другие их виды, параметры которых несут экономическую интерпретацию (степенную, гиперболу, логарифмическую и т.д.). Однако рекомендуется применять линеаризируемые функции (т.е. приводимые к линейному виду), поскольку именно линейная функция представляется наиболее «прозрачной» с точки зрения интерпретации.

Построить уравнение тренда означает найти его параметры. Найти параметры прямой можно вручную, построив систему нормальных уравнений, либо воспользовавшись методами машинной обработки информации в одном из готовых прикладных программ (Excel, SPSS, Statgrafics).

Для линейного тренда  $Y_t = a + b \cdot t$  система нормальных уравнений принимает вид

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum Y, \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum Yt, \end{cases}$$

в которой фактор времени  $t$  принимает значения от 1 до  $n$ :  $t = 1, 2, \dots, n$ . При ручной обработке информации рекомендуется присвоить фактору времени  $t$  такие значения, чтобы  $\sum t = 0$ , с тем чтобы упростить систему нормальных уравнений. От того, как обозначен фактор времени  $t$ , зависит изменение значения параметра  $a$ .

**Пример 9.8.** На примере данных об изменении численности врачей на 10 000 человек населения (табл. 9.2) рассмотрим порядок построения уравнений линейного тренда (тем более что даже визуально можно заметить, что данный ряд динамики изменяется примерно с одинаковыми абсолютными приростами).

Таблица 9.16

Расчет параметров линейного тренда врачей на 10 000 человек населения

Год	$Y_t$	$t$	$t^2$	$Y_t t$	$Y_t$
2001	46,9	-3	9	-140,7	46,9
2002	47,4	-2	4	-94,8	47,4
2003	48,0	-1	1	-48	47,9
2004	48,4	0	0	0	48,4
2005	48,8	1	1	48,8	48,9
2006	49,4	2	4	98,8	49,4
2007	49,8	3	9	149,4	49,8
Итого	338,7	0	28	13,5	338,7

Построим систему нормальных уравнений по данным табл. 9.16. Так как  $\sum t = 0$ , система нормальных уравнений примет вид

$$\begin{cases} na = \sum Y, \\ b \sum t^2 = \sum Yt, \end{cases}$$

$$7a = 338,7 \rightarrow a = 338,7/7 = 48,38,$$

$$28b = 13,5 \rightarrow b = 13,5/28 = 0,48.$$

Следовательно, уравнение линейного тренда будет следующим:

$$Y_t = 48,38 + 0,48t.$$

Значение параметра  $b = 0,48$  в линейном тренде интерпретируется как совокупное влияние всех факторов на изучаемый признак за один рассматриваемый период, другими словами, ежегодное увеличение ( $b > 0$ ) численности врачей на 10 000 человек населения составляет 0,48 человека. Таким образом, почти на 5 специалистов-врачей ежегодно становится больше на каждые 10 000 населения страны. Значение параметра  $a = 48,38$  соответствует теоретическому значению уровня 2004 г. (когда  $t = 0$ ), в нашем примере практически совпадая с фактическим (исходным) уровнем ряда.

Аналогичным образом можно решить данное уравнение с помощью пакета прикладных программ Excel, внося в книгу исходной информации два столбца данных:  $Y_t$  и  $t$ . При этом параметр  $t$  задается в обычном измерении, по возрастанию в объеме числа уровней ряда: в нашем случае от 1 до 7. Затем, перейдя в «Меню — Сервис — Анализ данных», запрашив функцию «Регрессия», отметив в качестве параметра  $Y$  диапазон расположения ряда исходных уровней  $Y_t$ , в качестве параметра  $X$  — диапазон расположения ряда  $t$ . После вывода итогов (табл. 9.17) выписываем уравнение тренда, строим график, интерпретируем параметры. Уравнения тренда, характеризующиеся высоким значением коэффициента детерминации,  $F$ -критерия Фишера, значениями  $t$ -статистики, послужат хорошим основанием построения прогноза изучаемого явления.

Уравнение тренда, полученное при помощи обработки численной информации ППП Excel, в сравнении с уравнением тренда, полученным при помощи ручного построения системы нормальных уравнений, имеет то же значение параметра  $b$  и отличное значение параметра  $a$ :

$$Y_t = 46,457 + 0,482t.$$

Отличие параметра  $a$  объясняется тем, что мы изменили длину  $t$ , и теперь равенство параметра  $t$  нулю будет соответствовать уровню предыдущего периода, т.е. 2000 г., тогда как в первом случае при  $t = 0$  речь шла о теоретическом уровне 2004 г. Параметр по-прежнему интерпретируется как *среднегодовой абсолютный прирост*.

Сравнение данных табл. 9.16 и 9.17 подтверждает тот факт, что изучаемый ряд динамики изначально имеет очень близкую к линейной направленность, о чем свидетельствуют практически равные фактические и предсказанные (теоретические) значения уровней ряда, а также практическое совпадение двух линий на рис. 9.7 — графика фактических значений и уравнения тренда.

Таблица 9.17

Результаты построения уравнения тренда с помощью ППП Excel

ВЫВОД ИТОГОВ		SS	MS	F
Регрессионная статистика				
Множественный R	0,9985	6,508928571	6,508928571	1656,81818
R-квадрат	0,9970	0,019642857	0,003928571	
Нормированный R-квадрат	0,9964			
Стандартная ошибка	0,0627	6,528571429		
Наблюдения	7			
Дисперсионный анализ				
	df			
Регрессия	1			
Остаток	5			
Итого	6			
Коэффициенты		Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение
Y-пересечение	46,45714286	0,052572846	876,9891811	3,6585E-14
	0,482142857	0,011845089	40,70403152	1,6878E-07

Окончание табл. 9.17

ВЫВОД ОСТАТКА		
Наблюдение	Предсказанное $Y_i$	Остатки
1	46,939	-0,0393
2	47,421	-0,0214
3	47,904	0,0964
4	48,386	0,0143
5	48,868	-0,0679
6	49,350	0,0500
7	49,832	-0,0321

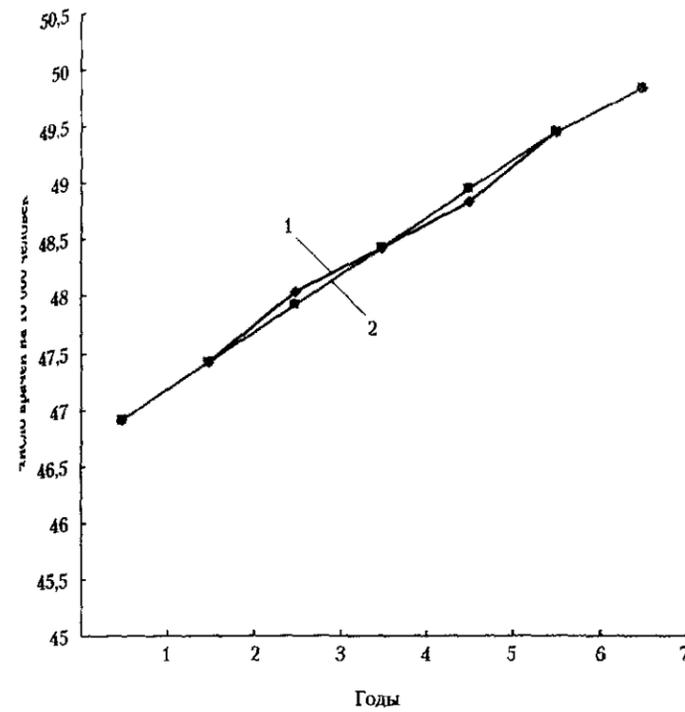


Рис. 9.7. Динамика фактических и выровненных значений обеспеченности населения врачами в 2001–2007 гг.:

- 1 — численность врачей на 10 000 человек;  
2 — уравнение тренда

Задачей аналитического выравнивания является определение не только общей тенденции развития явления, но и некоторых недостающих значений как внутри периода, так и за его пределами. Способ определения неизвестных значений внутри динамического ряда называют *интерполяцией*. Неизвестные значения можно определить:

- 1) как полусумму уровней, расположенных рядом с неизвестным;
- 2) используя средний абсолютный прирост;
- 3) используя средний темп роста.

Например, по данным табл. 9.18, неизвестный уровень 2001 г. может быть определен следующим образом:

Таблица 9.18  
Динамика среднедушевых денежных доходов населения России в 2000–2009 гг., руб. в месяц

Годы	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Среднедушевые денежные доходы населения	2281	3947	5170	6410	8112	10 196	12 551	14 941	16 857

- по средней арифметической простой между уровнями 2000 и 2002 г.

$$\bar{Y}_{2001} = \frac{1}{2}(Y_{2000} + Y_{2002}) = (2281 + 3847)/2 = 3064 \text{ (руб.)}$$

- по среднему абсолютному приросту между уровнями 2000 и 2002 г.

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n}(Y_{2002} - Y_{2000}) = \frac{1}{2}(3847 - 2281) = 783 \text{ (руб.)}$$

$$Y_{2001} = Y_{2000} + \bar{\Delta} = 2281 + 783 = 3064 \text{ (руб.)}$$

Способ определения количественных значений за пределами ряда называют *экстраполяцией*. Экстраполирование используется для прогнозирования тех факторов, которые не только в прошлом и настоящем обуславливают развитие явления, но и могут оказать влияние на его развитие в будущем. Экстраполировать можно по средней арифметической, по среднему абсолютному приросту, по среднему темпу роста. Например, для определения уровня денежных доходов населения в 2011 г. (см. табл. 9.18) найдем средний абсолютный прирост для данного ряда динамики и добавим к уровню 2009 г. соответственно два средних абсолютных прироста:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n}(Y_{2009} - Y_{2000}) = \frac{1}{9}(16 857 - 2281) = 1620 \text{ (руб.)}$$

$$Y_{2011} = Y_{2009} + 2 \cdot \bar{\Delta} = 16 857 + 2 \cdot 1620 = 20 097 \text{ (руб.)}$$

В результате, согласно результатам экстраполирования, мы получили точечный прогноз на 2011 г., позволяющий

констатировать, что среднедушевые денежные доходы россиян в 2011 г. будут составлять около 20 000 руб. в месяц.

## 9.5. В помощь студенту и преподавателю

### 9.5.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Данные об общеобразовательных учреждениях (на начало года)

	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Число общеобразовательных учреждений, тыс.	66,8	65,5	64,2	62,5	60,3	57,3
Число учащихся в общеобразовательных учреждениях, тыс. человек	18 850	17 729	16 561	15 559	14 727	14 103

1. Определить вид каждого динамического ряда.
2. Построить производный ряд динамики на основе имеющихся.
3. По одному ряду динамики рассчитать за каждый год показатели абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста.
4. Сделать выводы о тенденциях развития системы школьного образования в 2002–2007 гг.

*Решение*

1. Поскольку оба динамических ряда представлены данными на начало года, они являются моментными. Только моментные динамические ряды могут быть преобразованы в интервальные путем пересчета исходных данных в среднегодовые, и не наоборот.

2. Третий динамический ряд, который можно получить на основе исходных моментных динамических рядов, также будет моментным; он может быть получен делением числа учащихся

в общеобразовательных учреждениях всего на число общеобразовательных учреждений, в результате будет получен динамический ряд «Число учащихся, проходящих обучение в среднем в одном общеобразовательном учреждении, человек»:

**Динамический ряд числа учащихся, проходящих обучение в одном общеобразовательном учреждении**

Годы	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Число учащихся, проходящих обучение в среднем в одном общеобразовательном учреждении, человек	282	271	258	249	244	246

Производный динамический ряд демонстрирует ту же тенденцию, что и исходные ряды динамики, — тенденцию к снижению числа школьников в среднем на одно общеобразовательное учреждение.

3. Показатели динамики удобно рассчитывать при помощи ППП Excel, введя необходимые формулы для определения абсолютного прироста (цепного и базисного), темпов роста (цепных и базисных) и т.п. Рассчитаем показатели изменения уровня ряда на примере первого динамического ряда — о числе школ. Результаты оформим в виде таблицы.

В результате выполнения процедуры расчета семи формул (результаты представлены в гр. 2–8 таблицы) в пакете Excel, достаточно быстро можно найти показатели изменения уровня того ряда динамики, который изучается. По данным таблицы можно констатировать, что изучаемое явление, а именно число школ, имеет тенденцию к снижению (цепные темпы роста ни разу не превысили 100%): за пять рассмотренных лет с 2002 по 2007 г. число школ уменьшилось на 14,2%, или на 9,5 тыс. общеобразовательных учреждений. Среднегодовое снижение числа школ (гр. 8 таблицы) было максимальным в 2003 г. и минимальным — в 2007 г.

4. Дополняя выводы, сделанные при выполнении п. 2–3 задания, отметим, что система общего (или школьного) образования относится к фундаментальной части образовательной системы любой страны. Общее среднее образование в России можно получить как в школах и гимназиях в течение 11 лет обучения, так и параллельно с получением среднего профессионального образования — в колледжах и лицеях. За период с 2002 по 2007 г. наблюдается снижение числа общеобразовательных учреждений с 66,8 до 57,3 тыс. учреждений, или на 9,5 тыс. школ. Это вызвано в первую очередь снижением контингента учащихся вследствие снижения рождаемости после 1992 г. Намечившаяся с 2002 г. положительная тенденция роста численности родившихся еще не успела отразиться на численности школьников за рассматриваемые периоды времени, несмотря на то что в среднем

Рассчетная таблица

Год	Число общеобразовательных учреждений, тыс.	Абсолютный прирост, тыс.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста учреждений
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
	$Y_i$	$Y_i - Y_{i-1}$	$Y_i - Y_0$	$\frac{Y_i - 100}{Y_{i-1}}$	$\frac{Y_i - 100}{Y_0}$	$\frac{Y_i - 100 - 100}{Y_{i-1}}$	$\frac{Y_i - 100 - 100}{Y_0}$	$Y_{i-1} / 100$
	1	2	3	4	5	6	7	8
2002	66,8	—	—	—	—	—	—	—
2003	65,5	-1,3	-1,3	98,1	98,1	-1,9	-1,9	668
2004	64,2	-1,3	-2,6	98,0	96,1	-2,0	-3,9	655
2005	62,5	-1,7	-4,3	97,4	93,6	-2,6	-6,4	642
2006	60,3	-2,2	-6,5	96,5	90,3	-3,5	-9,7	625
2007	57,3	-3	-9,5	95,0	85,8	-5,0	-14,2	603

на одно общеобразовательное учреждение численность обучающихся в 2007 г. оказалась выше, чем в 2006 г.

**Задача 2.** По данным Росстата во II квартале 2009 г. в Российской Федерации наблюдалась следующая помесечная динамика изменения индекса реальных располагаемых денежных доходов населения:

Месяцы	Апрель	Май	Июнь
Изменение индекса реальных располагаемых денежных доходов населения, % к предыдущему периоду	+1,4	+0,3	-1,0

На основе приведенных данных определить темп прироста в целом за II квартал 2009 г.

Варианты ответа, %:

- а) 100,7;
- б) +0,7;
- в) +0,42.

**Решение**

Для ответа на поставленный вопрос необходимо перевести данные в цепные индексы и найти базисный индекс реальных располагаемых денежных доходов населения путем перемножения цепных:

- +1,4 означает  $100 + 1,4 = 101,4\%$  (или 1,014),
- +0,3 означает  $100 + 0,3 = 100,3\%$  (или 1,003),
- 1,0 означает  $100 - 1,0 = 99,0\%$  (или 0,99).

Базисный индекс реальных располагаемых денежных доходов населения найдем путем перемножения цепных индексов, выраженных в виде коэффициентов:

$$1,014 \cdot 1,003 \cdot 0,99 = 1,0069 \cdot 100 = 100,7\%.$$

Таким образом, общий темп роста реальных располагаемых денежных доходов населения за II квартал 2009 г. составил 100,7%, а темп прироста соответственно +0,7% ( $100,7 - 100$ ).

Правильный ответ: б).

**Задача 3.** По данным обследований населения по проблемам занятости о численности граждан, имеющих статус безработных (на конец года), были рассчитаны показатели динамики, отнесенные в таблице. На основе приведенных в ней данных выполнить указанные задания.

1. Восстановить пропущенные показатели (\*).
2. Определить среднюю за рассматриваемый период численность граждан, имеющих статус безработных.
3. Сделать выводы о развитии изучаемого явления в период с 2004 по 2008 г.

Показатели динамики численности граждан, имеющих статус безработных

Год	Численность граждан, имеющих статус безработных, тыс. человек	Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. человек
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2004	*	282,7	*	*	*	*	*	16,376
2005	1830,1	*	*	*	*	*	*	*
2006	*	*	*	95,18	*	*	*	*
2007	*	*	*	*	80,87	*	*	*
2008	*	*	*	*	*	-2,0	*	*

**Решение**

1. Восстановление пропущенных характеристик выполняется на основе знания формул расчета показателей изменения уровней ряда динамики — абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста. Например, по данным табл. 1 в 2004 г. цепной абсолютный прирост числа безработных составил 282,7 тыс. человек (цепной, значит, по сравнению с 2003 г.). В том же 2004 г. абсолютное значение 1% прироста числа безработных, определяемое как 1/100 часть предыдущего уровня (в данном случае — уровня 2003 г.), составило 16,376 тыс. человек. Отсюда численность безработных в 2003 г. равна

$$16,376 \cdot 100 = 1637,6 \text{ (тыс. человек).}$$

Зная численность безработных в 2003 г. и цепной абсолютный прирост 2004 г., можно найти уровень 2004 г.

$$Y_{2004} = Y_{2003} + (Y_{2004} - Y_{2003}) = 1637,6 + 282,7 = 1920,3 \text{ (тыс. человек).}$$

Найдя численность безработных в 2004 г. и зная численность безработных в 2005 г. (по исходным данным), можно заполнить все недостающие показатели по строке за 2005 г.:

Абсолютный прирост цепной =  $Y_{2005} - Y_{2004} = 1830,1 - 1920,3 = -90,2$  (тыс. человек) — именно на такую сумму снизилась численность граждан, имеющих статус безработных, в 2005 г. по сравнению с 2004 г.

Абсолютный прирост базисный совпадает в 2005 г. с цепным, так как база сравнения одна и та же — уровень 2004 г.

Темп роста цепной  $= Y_{2005} : Y_{2004} = 1830,1 : 1920,3 = 0,953 = 100 \cdot 0,953 = 95,3\%$  — уровень числа безработных 2005 г. составляет 95,3% от уровня 2004 г.

Темп роста базисный совпадает в 2005 г. с цепным, так как база сравнения одна и та же — уровень 2004 г.

Темп прироста цепной  $= (Y_{2005} : Y_{2004}) \cdot 100 - 100 = -4,7\%$  — в 2005 г. не наблюдается прироста числа граждан, имеющих статус безработных, поскольку данный показатель меньше 0, т.е. имеет место снижение темпов прироста, что в случае с безработицей можно интерпретировать как положительную тенденцию.

Абсолютное значение 1% прироста в 2005 г.  $= Y_{2004} : 100 = 1920,3 : 100 = 19,20$  тыс. человек — поскольку в 2005 г. прироста не наблюдается, а имеет место убыль, соответственно можно вторым способом абсолютную убыль численности безработных граждан путем перемножения абсолютного значения 1% прироста (19,20 тыс. человек) на темп прироста (-4,7%):

Абсолютный прирост цепной в 2005 г.  $= 19,20 \cdot (-4,7) = -90,24$  человек, что практически совпадает с суммой абсолютной убыли, полученной путем прямого сравнения двух рядом стоящих уровней динамики ( $Y_{2005} - Y_{2004}$ ).

Аналогичным образом, используя взаимосвязи между показателями динамики (например, темп прироста есть темп роста за минусом 100), находим остальные пропущенные характеристики показателей динамики за 2006–2008 гг. Результаты расформим в таблице.

2. Определим средний за период уровень безработных в 2004–2008 гг. по средней хронологической, так как исходные данные зафиксированы через равноудаленные моменты времени:

$$\bar{Y} = \frac{0,5 \cdot Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} + 0,5 \cdot Y_n}{n-1} = \frac{0,5 \cdot 1920,3 + 1830,1 + 1741,9 + 1553,0 + 0,5 \cdot 1521,8}{5-1} = 1711,5 \text{ тыс. человек.}$$

Такова средняя численность граждан России, имеющих статус безработных, в период с 2004 по 2008 г.

3. По данным таблицы можно констатировать, что численность безработного населения России имеет тенденцию к снижению с 1,9 млн человек в 2004 г. до 1,5 млн человек в 2008 г., т.е. уменьшилась почти на 400 тыс. человек, или на 20,75%. Самое большое снижение числа безработных наблюдалось в 2007 г., о чем свидетельствует темп прироста 89,2%, или темп прироста, равный -10,8%. Самое незначительное снижение численности безработных наблюдалось в 2008 г., когда их число уменьшилось лишь на 31 тыс. человек, или на 2%.

Расчетная таблица

Год	Численность граждан, имеющих статус безработных, тыс. человек	Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. человек
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2004	1920,3							
2005	1830,1	Y <sub>i</sub> - Y <sub>i-1</sub>	Y <sub>i</sub> - Y <sub>0</sub>	Y <sub>i</sub> / Y <sub>i-1</sub> · 100	Y <sub>i</sub> / Y <sub>0</sub> · 100	Y <sub>i</sub> / Y <sub>i-1</sub> · 100 - 100	Y <sub>i</sub> / Y <sub>0</sub> · 100 - 100	Y <sub>i-1</sub> / 100
2006	1741,9	282,7	-90,2	95,30	95,30	-4,70	-4,70	16,376
2007	1553	-88,2	-178,4	95,18	90,71	-4,82	-9,29	19,203
2008	1521,8	-188,9	-367,3	89,16	80,87	-10,84	-19,13	18,301
		-31,2	-388,5	97,99	79,25	-2,01	-20,75	17,419

**Задача 4.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Коэффициент рождаемости в Российской Федерации**

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Родившихся на 1000 человек населения, ‰	9,0	9,7	10,2	10,4	10,2	10,4	11,3

1. Определить средний уровень ряда динамики; средний годовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста и прироста.
2. Выбрать функцию тренда для описания изучаемого ряда и найти ее параметры.
3. На основе тренда дать точечный прогноз числа родившихся (в промилле) в 2011 г.

**Решение**

1. Средний уровень ряда динамики данного интервального ряда динамики, построенного из относительных характеристик, можно определить по средней арифметической простой:

$$Y = \sum Y_i / n = (9,0 + 9,7 + 10,2 + 10,4 + 10,2 + 10,4 + 11,3) / 7 = 10,3$$

Средний годовой абсолютный прирост определим через уровень ряда динамики, а не через цепные абсолютные приросты, что возможно:

$$\Delta = \frac{1}{n} (Y_n - Y_0),$$

где  $Y_n$  — последний уровень ряда динамики;  $Y_0$  — уровень ряда динамики, принятый за базу сравнения;  $n$  — число промежутков времени между последним и базисным уровнем.

$$\Delta = \frac{1}{n} (Y_n - Y_0) = \frac{(11,3 - 9,0)}{6} = 0,38 \approx 0,4.$$

Среднегодовой темп роста можно также определить, используя информацию о базисном темпе роста, после извлечения из корня 6-й степени:

$$T = \sqrt[n]{Y_n / Y_0},$$

где  $n$  — число периодов, разделяющих последний ( $n$ -й) и базисный уровни.

$$T = \sqrt[6]{11,3 : 9,0} = 1,0386 \approx 1,039 \cdot 100 = 103,9\%.$$

Тогда средний за год темп прироста определим как разность между среднегодовым темпом роста и 100%:

$$\bar{k} = T - 100, \%$$

$$\bar{k} = 103,9 - 100 = 3,9\%.$$

Таким образом, в среднем за год коэффициент рождаемости увеличивается на 0,4‰, что составляет 3,9% прироста.

2. Построить уравнение тренда означает найти его параметры. Найти параметры *прямой* можно вручную, построив систему нормальных уравнений, либо воспользовавшись методами машинной обработки информации в одном из пакетов прикладных программ (Excel, SPSS, Statgrafics).

Уравнение линейного тренда как наиболее прозрачного для интерпретации желательно строить первым из возможных, и если оно будет отвечать требованиям статистической значимости, можно будет им воспользоваться для целей прогноза.

Вспользуемся ППП Excel для построения линейного тренда  $Y_t = a + b \cdot t$ , внося в качестве исходной информации два столбца данных:  $Y_t$  и  $t$ . При этом параметр  $t$  задается в обычном измерении, по возрастанию от 1, в объеме числа уровней ряда: в нашем случае от 1 до 7. Затем, обратившись в «Меню — Сервис — Анализ данных», запрашиваем функцию «Регрессия», отметив в качестве параметра  $Y$  диапазон расположения ряда исходных уровней  $Y_t$ , в качестве параметра  $X$  — диапазон расположения ряда  $t$ . После вывода итогов выписываем уравнение тренда, интерпретируем его параметры. Уравнения тренда, характеризующиеся высоким значением коэффициента детерминации,  $F$ -критерия Фишера, значениями  $t$ -статистики, послужат хорошим основанием для построения прогноза изучаемого явления.

Таким образом, уравнение линейного тренда будет следующим:

$$Y_t = 8,99 + 0,296t.$$

Значение параметра  $b = 0,296$  в линейном тренде интерпретируется как совокупное влияние на изучаемый признак всех факторов за один рассматриваемый период, или, ежегодное увеличение ( $b > 0$ ) коэффициента рождаемости составляет 0,3‰, т.е. практически на 3 человека ежегодно в период 2001—2007 гг. становится больше на каждые 10 000 населения страны. Значение параметра  $a = 8,99$  соответствует теоретическому значению уровня 2000 г. (когда  $t = 0$ ), в нашем примере практически совпадая с фактическим (исходным) уровнем 2000 г.

3. На основе тренда получаем возможность дать точечный прогноз числа родившихся (в промилле) в 2009 г.

Поскольку уравнение тренда  $Y_t = 8,99 + 0,296t$  построено по данным 2001—2007 гг., 2007 г. соответствует  $t = 7$ , а 2011 г. —  $t = 11$ . Подставив в уравнение тренда вместо значение  $t = 11$ , получим представление о том, каким может быть коэффициент рождаемости

Результаты построения уравнения тренда в ППП Excel

ВЫВОД ИТОГОВ		Дисперсионный анализ		F		P-Значение	
Регрессионная статистика				MS		P-Значение	
Множественный R	0,909511	SS	2,460357	MS	2,460357	4,68E-07	
R-квадрат	0,827209		0,513929		0,102786	0,004504	
Нормированный R-квадрат	0,792651		2,974286				
Стандартная ошибка	0,320602						
Наблюдения	7						
Регрессия		df		t-статистика		P-Значение	
Остаток		1		33,16273		4,68E-07	
Итого		5		4,16273		0,004504	
		6					
У-пересечение		Коэффициенты		Стандартная ошибка			
		8,985714		0,270958			
		0,298429		0,004504			

в 2011 г. при условии, что наблюдаемая в 2001–2007 гг. тенденция оставалась прежней:

$$Y_{2011} = 8,99 + 0,296 \times 11 = 12,25\%$$

Получена точечная прогнозная оценка. Более точным считается интервальный, а не точечный прогноз, выполняемый по уравнению тренда. Тем не менее и точечный прогноз имеет свою аналитическую ценность. В данном случае исходя из того, что рождаемость растет, в 2011 г. можно ожидать, что ее уровень составит 12,25%, т.е. на каждые 10 000 человек будет приходиться 116 новорожденных.

### 9.5.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о дошкольных образовательных учреждениях РФ (на конец года)**

Данные о ДОУ	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год	6-й год
Число дошкольных образовательных учреждений, тыс.	51,3	48,9	47,8	47,2	46,5	46,2
Число воспитанников в дошкольных образовательных учреждениях, тыс. человек	4263	4267	4321	4423	4530	4713

1. Определить вид каждого динамического ряда.
2. Построить производный ряд динамики, на основе имеющихся.
3. По одному ряду динамики рассчитать за каждый год показатели абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста.
4. Сделать выводы о тенденциях развития системы дошкольного образования в исследуемый период.

**Задача 2.** В результате профилактических осмотров детей в возрасте 0–14 лет специалистами-логопедами получены следующие данные:

Годы .....	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й
Выявлено детей с дефектами речи, тыс. человек.....	730,6	691,3	688,6	693,7	689,6	695,2

По приведенным данным выполнять указанные задания.

1. Определить вид ряда динамики.
2. Рассчитать цепные и базисные показатели абсолютного прироста, темпа роста, темпа прироста, абсолютного значения 1% прироста.

3. Определить средние за исследуемый период: уровень ряда, абсолютный прирост, темп роста.

4. Сделать выводы.

**Задача 3.** Месячный индекс потребительских цен составляет 101%. При сохранившейся тенденции за год инфляция составит, %:

- а) 12;  
б) более 12;  
в) менее 12.

**Задача 4.** По данным обследований населения по проблемам занятости о численности студентов, учащихся и пенсионеров в составе безработных (на конец года) были рассчитаны показатели динамики (см. таблицу).

Показатели динамики

Год	Численность студентов, учащихся и пенсионеров, тыс. человек	Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютный прирост, тыс. человек
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2004	*	12,5	*	*	*	*	*	*
2005	777,3	*	*	*	*	*	*	*
2006	*	*	*	78,5	*	*	*	*
2007	*	*	*	*	-18,3	*	*	*
2008	*	*	*	*	*	-12,8	*	*

По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

1. Восстановить пропущенные показатели (\*).
2. Определить средний за рассматриваемый период уровень ряда динамики.
3. Сделать выводы о развитии изучаемого явления в период с 2004 по 2008 г.

**Задача 5.** На основе данных о месячных индексах потребительских цен на продовольственные товары в Северо-Западном федеральном округе за девять месяцев 2008 г. построено уравнение тренда:  $Y_t = 102,7 - 0,267t$ , где  $t = 1, 2, 3, \dots$ . Методом экстраполяции определить прогнозное значение индекса потребительских цен в декабре 2008 г.

Варианты ответа:

- а) 99,5%;  
б) 101,1%;  
в) иное.

**Задача 6.** На основе данных о месячных индексах потребительских цен на непродовольственные товары в Сибирском федеральном округе за девять месяцев (с августа 2008 по апрель 2009 г.) построено уравнение тренда:  $Y_t = 100,3 + 0,087t$ , где  $t = -4 \div 4$ , а  $\sum t = 0$ . Методом экстраполяции определить прогнозное значение индекса потребительских цен в июле 2009 г.

Варианты ответа, %:

- а) 101,1;  
б) 100,9;  
в) иное.

**Задача 7.** По приведенным данным выполнить указанные задания.

Годы	1992	1995	2000	2006
Площадь введенных в действие зданий учреждений среднего специального образования	22,8	13,5	18,2	23,8

1. Определить среднегодовой абсолютный прирост и темп роста за три периода времени: 1992–1995, 1995–2000 и 2000–2006 гг.
2. Прокомментировать интенсивность изучаемого процесса в разные периоды времени.

**Задача 8.** Имеется следующий ряд динамики о числе построенных квартир в Российской Федерации:

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Число построенных квартир, тыс.	382	396	427	477	515	609	721

По приведенным данным выполнить указанные задания.

1. Определить средний уровень построенных квартир; средний годовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста и прироста.
2. Выбрать функцию тренда для описания изучаемого явления и найти ее параметры.
3. На основе тренда дать точечный прогноз числа построенных квартир в 2011 г.

**Задача 9.** Урожайность картофеля в России характеризуется следующими данными:

Годы	1992	1995	2003	2007
Урожайность картофеля, ц с га	114	118	116	129

По приведенным данным выполнить указанные задания.

1. Определить среднегодовой абсолютный прирост и темп роста за три периода времени: 1992–1995, 1995–2003 и 2003–2007 гг.
2. Прокомментировать особенности динамики урожайности в разные периоды времени.

**Задача 10.** Имущество предприятия составляло, млн руб.:  
на 01.01 – 200;  
на 01.04 – 205;  
на 01.07 – 207,5;  
на 01.10 – 205,5;  
на 01.01 следующего года – 208,8.

Определить среднегодовую стоимость имущества.

Варианты ответа, млн руб.:

- а) 205,36;  
б) 205,6;  
в) 206,0.

**Задача 11.** Число крестьянских (фермерских) хозяйств России характеризуется следующими данными (на конец года):

Годы	1990	1995	2001	2005
Число крестьянских (фермерских) хозяйств, тыс.	4,4	280,1	265,5	257,7

На основе приведенных данных выполнить указанные задания.

1. Определить среднегодовой абсолютный прирост и темп прироста за три периода времени: 1990–1995, 1995–2001 и 2001–2005.

2. Прокомментировать, в каком из периодов интенсивнее развитие фермерских хозяйств была выше.

**Задача 12.** Имеется следующий ряд динамики численности врачей-терапевтов в Российской Федерации:

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Число врачей-терапевтов, тыс. человек	157,7	158,8	158,3	158,5	159,7	165,3

По приведенным данным выполнить указанные задания.

1. Определить среднегодовую численность врачей-терапевтов, средний годовой абсолютный прирост и среднегодовой темп прироста.

2. Выбрать функцию тренда и найти ее параметры.

3. На основе уравнения тренда дать точечный прогноз численности врачей-терапевтов в 2011 г.

**Задача 13.** По данным о численности родившихся в России рассчитаны показатели динамики (см. таблицу).

По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

1. Восстановить пропущенные показатели (\*).

2. Определить средний за рассматриваемый период уровень ряда динамики.

3. Сделать выводы о характере динамики численности родившихся в период с 2000 по 2007 г.

Год	Численность родившихся, тыс. человек		Абсолютный прирост, тыс. человек		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста, тыс. человек
	целной	базисный	целной	базисный	целной	базисный	целной	базисный	
2001	*	*	*	*	*	*	*	*	12,67
2002	*	*	44,8	*	*	*	+6,6	*	*
2003	*	*	79,7	*	*	*	*	*	*
2004	*	*	*	*	118,6	*	*	*	*
2005	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2006	*	*	*	*	*	*	*	*	14,57
2007	1610,1	*	*	*	108,8	*	*	*	*

**Задача 14.** Запасы готовой продукции на складе предприятия составили, тыс. руб.: на 1 января — 420; на 1 апреля — 480; на 1 июля — 360; на 1 октября — 419; на 1 января следующего года — 381.

Определить среднегодовой запас готовой продукции на складе предприятия.

**Задача 15.** Имеются данные о пополнение автопарка строительного предприятия в апреле. На 1 апреля на балансе предприятия числилось 17 автомашин; 7 апреля поступило 11 автомобилей; 12 апреля списано с баланса предприятия 6 автомобилей по причине полного износа; 24 апреля поступило в качестве подарка от вышестоящей организации 9 автомобилей на баланс предприятия. Других изменений в составе автопарка до конца месяца не было.

Определить среднюю численность машин автопарка за месяц.

**Задача 16.** По данным Росстата, в I квартале 2009 г. в Краснодарской области наблюдалась следующая помесечная динамика изменения индекса потребительских цен на услуги:

Месяцы	Январь	Февраль
Изменение индекса цен, % к предыдущему периоду	+11,48	+0,82

Определить темп прироста индекса цен в I квартале 2009 г.

Варианты ответа, %:

а) 112,9;  
б) +12,86;  
в) +4,24.

**Задача 17.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Динамика валового сбора сельскохозяйственных культур в хозяйстве**

Год	Темпы прироста валового сбора по сравнению с предыдущим годом, %		
	озимая пшеница	сахарная свекла	подсолнечник
2003	+20	-10	+5
2004	-5	+14	+10
2005	+7	+30	-10
2006	+2	-25	+10
2007	+20	+10	+10

1. Определить, валовой сбор какой культуры в 2007 г. по сравнению с 2003 г. увеличился в наибольшей степени, а в наименьшей.

2. Рассчитать, на сколько центнеров повысился валовой сбор каждой культуры за 5 лет, если известно, что в 2002 г. собрано: озимой пшеницы 40 тыс. ц, сахарной свеклы 30 тыс. ц, подсолнечника 1600 ц.

**Задача 18.** По данным Росстата, во втором полугодии 2008 г. в Красноярском крае наблюдалась следующая помесечная динамика изменения базового индекса потребительских цен на товары и услуги:

Месяцы	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Изменение базового индекса цен, % к предыдущему периоду	+0,7	+1,3	+1,1	+1,0	+1,1	+0,7

По приведенным данным выполнить указанные задания. Определить темп прироста в целом за второе полугодие 2008 г.

Варианты ответа, %:

а) +6,0;  
б) +5,9;  
в) иное.

**Задача 19.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Прожиточный минимум в России в среднем на душу населения, руб. в месяц**

Год	Прожиточный минимум	
	всего населения	в том числе трудоспособного
2000	1210	1320
2001	1500	1629
2002	1808	1967
2003	2112	2304
2004	2376	2602
2005	3018	3255
2006	3422	3695
2007	3847	4159

1. Вычислить обобщающие показатели динамики и характеристики тренда для каждого ряда динамики.

2. Сделать вывод о характере динамики прожиточного минимума для всего населения и трудоспособного населения России. Сравнить результаты.

**Задача 20.** Имеется следующий ряд динамики числа зарегистрированных преступлений в Российской Федерации:

Годы .....	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Зарегистрировано преступлений – всего, тыс.....	2952	2526	2756	2894	3555	3855	3583

По приведенным данным выполнить указанные задания.

1. Определить среднегодовое число зарегистрированных преступлений; а также средний годовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста и прироста.

2. Выбрать функцию тренда для описания динамики преступлений и найти ее параметры.

3. На основе тренда дать точечный прогноз числа зарегистрированных преступлений в 2011 г.

### 9.5.3. Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение ряда динамики (временного ряда).
2. Перечислите и охарактеризуйте основные виды рядов динамики.
3. Назовите элементы ряда динамики.
4. Приведите примеры моментных и интервальных рядов динамики.
5. Приведите синонимы понятия «ряд динамики».
6. Что представляют собой производные ряды динамики, как они могут быть построены?
7. Приведите примеры несопоставимости рядов динамики.
8. Приведите формулы расчета среднего уровня моментного и интервального рядов динамики. В чем их отличие?
9. Перечислите показатели абсолютного и относительного изменения уровней ряда динамики.
10. Чем отличается коэффициент роста от темпа роста?
11. Перечислите и охарактеризуйте динамические средние.
12. В чем состоит взаимосвязь цепных и базисных коэффициентов роста?
13. Что называется тенденцией ряда динамики?
14. Для чего проводится процедура периодизации ряда динамики?
15. Перечислите методы выравнивания рядов динамики.
16. Поясните суть и назначения метода аналитического выравнивания рядов динамики.
17. Поясните смысл термина «интерполяция».
18. От чего зависит выбор математической функции выравнивания тренда?
19. При помощи каких показателей можно осуществить экстраполяцию ряда динамики?
20. Что такое сезонная и случайная составляющие? Как их выделяют в анализе ряда динамики?

## Глава 10

### ОСНОВЫ ИНДЕКСНОГО АНАЛИЗА

#### 10.1. Понятие об индексах и индексном методе анализа

Этимологически слово «индекс» означает «показатель». Обычно этот термин в статистике используется для характеристики *изменений*.

Сфера применения индексов безгранична. Рассмотрим это на примере изучения затрат домашних хозяйств на жилищно-коммунальные услуги.

- Индексы позволяют измерить изменение сложных явлений, а не только сравнить два числа. Затраты на жилищно-коммунальные услуги не простое явление, поскольку складываются из множества составляющих: различных видов услуг; тарифов на разные виды жилищно-коммунальных услуг; соотношения жилищ, оснащенных газовыми и электроплитами; наличия или отсутствия счетчиков на потребление воды; стоимости аренды жилья и т.п.

- Индексы позволяют выявить роль отдельных факторов в общем изменении. Затраты на жилищно-коммунальные услуги домашних хозяйств могут быть больше или меньше — в зависимости от того, изменились ли тарифы на водоснабжение и водоотведение, на газоснабжение и электроэнергию и т.д. Когда мы изучаем изменение затрат петербуржцев, мурманчан или сочинцев на жилищно-коммунальные услуги во времени или их различие между собой, индексный метод помогает объяснить, какую роль в этом изменении или различии сыграл тот или иной фактор, множество которых объединяет понятие «жилищно-коммунальные услуги».

- Индексы являются показателями сравнений не только с прошлым годом (*сравнение во времени*), но и с другими территориями (*сравнение в пространстве*), а также

с нормативами. Изменение затрат российских домашних хозяйств на жилищно-коммунальные услуги можно анализировать в динамическом (временном) разрезе: как они изменились в 2009 г. по сравнению с 2005 г. Можно провести анализ затрат на оплату жилищно-коммунальных услуг в составе всех потребительских расходов домашних хозяйств россиян, французов, американцев, испанцев и т.п. за один и тот же период, т.е. выявить пространственные (межрегиональные, межстрановые) различия. Сравнение фактического потребления россиянами мяса, молока, хлеба или рыбопродуктов с существующими нормами потребления также возможно при помощи индексов.

Таким образом, **индекс** — это показатель сравнений двух состояний одного и того же явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов, во времени или в пространстве).

Каждый индекс включает два вида данных:

- оцениваемые данные, которые принято называть **отчетными** и обозначать значком «1»;
- данные, которые используются в качестве базы сравнения, — **базисные**, обозначаются значком «0».

Индекс чаще выражается как отношение, но может быть выражен и в разностной форме, как разность между числителем и знаменателем отношения:

$$\text{отношение} = \frac{\text{отчетные данные}}{\text{базисные данные}}$$

Индекс как отношение может быть выражен в виде:

- **коэффициентов** (когда базисный уровень принят за единицу);
- **процентов** (когда базисный уровень принят за 100%).

Если индекс больше 1 (100%) — уровень изучаемого явления растет. Например, индекс потребительских цен, равный 112,5%, означает, что цены на потребительские товары и услуги выросли на 12,5% в отчетном периоде по сравнению с базисным. Если индекс меньше 1 (100%) — уровень изучаемого явления снижается. Например, индекс товарооборота магазина, равный 97%, означает, что в отчетном периоде по сравнению с базисным выручка от продажи товаров снизилась на 3%.

Сформулируем и рассмотрим в последующих параграфах основные задачи, решаемые индексным методом:

- оценка динамики обобщающих показателей, характеризующих разнородные совокупности;
- анализ влияния факторов на изменение результативных обобщающих показателей;
- анализ влияния структурных сдвигов на изменение средних показателей по однородной совокупности;
- **территориальные**, в том числе межрегиональные, межстрановые сравнения.

## 10.2. Виды и классификация индексов

Многообразие индексов позволяет проводить их классификацию (схема 10.1). Существует множество оснований для классификации индексов — в зависимости:

- от масштабов обобщения;
- базы сравнения;
- целей сравнения;
- методологии расчета.

Рассмотрим на примерах, что представляют собой разные виды индексов, но прежде введем обозначения, применяемые в теории индексного метода:

- $p$  — цена за одну единицу товара или услуги, руб;
- $q$  — количество единиц (произведенной, выпущенной, реализуемой продукции), шт.;
- $\Pi$  — прибыль предприятия, ден. единиц;
- $\Phi$  — стоимость основных фондов, ден. единиц;

Индексы			
• в зависимости от базы сравнения		• в зависимости от масштабов обобщения	
цепные	базисные	индивидуальные	сводные (общие)
			• в зависимости от целей сравнения
			простые
			аналитические
			• в зависимости от методологии расчета
			агрегатные
			средние из индивидуальных

Рис. 10.1. Классификация индексов

•  $P$  — рентабельность основных фондов предприятия, в виде коэффициента;

- 1 — подстрочное обозначение отчетного периода;
- 0 — подстрочное обозначение базисного периода;
- $i$  — индивидуальный индекс;
- $I$  — сводный (общий) индекс.

### 10.2.1. Индивидуальные и сводные индексы

Начинается индексный анализ с построения индивидуальных индексов, которые характеризуют изменения по одному товару, одному виду продукции, либо изменение признака одной единицы совокупности. Деление всех индексов на индивидуальные и сводные (общие) зависит от масштабов обобщения, от степени охвата элементов (единиц) совокупности.

Индивидуальные индексы дают сравнительную оценку отдельных элементов той или иной совокупности (или отдельной единицы совокупности). Рассмотрим наиболее распространенные в практике экономического анализа индивидуальные индексы.

Индивидуальный индекс физического объема производства (реализации) позволяет оценить изменение объема производства (продажи) конкретного товара в натуральных единицах измерения:

$$i_{q,0} = \frac{q_1}{q_0},$$

где  $q_1$  — количество товара, произведенного (реализованного) в отчетном периоде;  $q_0$  — количество товара, произведенного (реализованного) в базисном периоде.

Если производство сахарной свеклы в нашей стране в 2007 г. составило 25,3 млн т, в 2006 г. — 26,8 млн т, а объем реализации яиц составил соответственно 26,2 и 25,3 млрд шт., то индивидуальные индексы физического объема производства (реализации) составят

$$i_{q,0 \text{ свеклы}} = 25,3/26,8 = 0,944, \text{ или } 94,4\%,$$

$$i_{q,0 \text{ яиц}} = 26,2/25,3 = 1,036, \text{ или } 103,6\%.$$

Это означает, что физический объем производства сахарной свеклы в 2007 г. снизился на 5,6% по сравнению с предыдущим годом, а физический объем реализации яиц за тот же период вырос на 3,6%.

Индивидуальный индекс цены рассчитывается по формуле

$$i_{p,0} = \frac{p_1}{p_0},$$

где  $p_1$  — цена единицы товара в отчетном периоде;  $p_0$  — цена единицы товара в базисном периоде.

Если цена 1 кг сметаны в 2008 г. составляла 98,03 руб., в 2007 г. — 87,91 руб., а цена 1 десятка яиц — соответственно 40,02 руб и 34,89 руб., то индивидуальные индексы цены составят

$$i_{p,0 \text{ сметаны}} = 98,03/87,91 = 1,115, \text{ или } 111,5\%,$$

$$i_{p,0 \text{ яиц}} = 40,02 / 34,89 = 1,147, \text{ или } 114,7\%.$$

Это означает, что за один год цена 1 кг сметаны увеличилась на 11,5%, или возросла в 1,115 раза, а цена 1 десятка яиц за тот же период выросла на 14,7%, или возросла в 1,47 раза.

Изменение объема реализации в стоимостном выражении отражает индивидуальный индекс товарооборота:

$$i_{pq,0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}.$$

В нашем случае индивидуальный индекс товарооборота яиц будет равен

$$i_{pq,0 \text{ яиц}} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = \frac{4,002 \cdot 26,2}{3,489 \cdot 25,3} = \frac{104,85}{88,27} = 1,188, \text{ или } 118,8\%.$$

Товарооборот по данной продукции сельского хозяйства возрос в 2008 г. по сравнению с 2007 г. на 18,8%, или на 16,58 млрд руб. (как разность между числителем и знаменателем индивидуального индекса товарооборота). К такому же результату приведет перемножение двух индивидуальных индексов — количества и цены, позволяющее к тому же увидеть, за счет чего произошел рост товарооборота:

$$i_{pq,0 \text{ яиц}} = i_{q,0 \text{ яиц}} \cdot i_{p,0 \text{ яиц}} = 1,036 \cdot 1,147 = 1,188, \text{ или } 118,8\%.$$

Из данной цепочки индексов видно, что общий рост товарооборота яиц за анализируемый период произошел в первую очередь за счет роста цен на 14,7%, а увеличение

объема реализации яиц на 3,6% этому способствовало. В результате, товарооборот увеличился на 18,8%.

**Общие (сводные)** индексы характеризуют изменение совокупности в целом по какому-либо признаку. Сводные индексы вычисляются по товарным группам или нескольким видам продукции, выпускаемым одним предприятием или всеми предприятиями консорциума, региона или страны в целом, например:

- сводный индекс физического объема

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{q_{11} + q_{12} + q_{13} + \dots + q_{1m}}{q_{01} + q_{02} + q_{03} + \dots + q_{0m}}$$

- сводный индекс балансовой прибыли

$$I_{БП_{1/0}} = \frac{\sum БП_1}{\sum БП_0} = \frac{БП_{11} + БП_{12} + БП_{13} + \dots + БП_{1m}}{БП_{01} + БП_{02} + БП_{03} + \dots + БП_{0m}}$$

- сводный индекс валовой добавленной стоимости

$$I_{ВДС_{1/0}} = \frac{\sum ВДС_1}{\sum ВДС_0} = \frac{ВДС_{11} + ВДС_{12} + ВДС_{13} + \dots + ВДС_{1m}}{ВДС_{01} + ВДС_{02} + ВДС_{03} + \dots + ВДС_{0m}}$$

где  $q_{1i}$ ,  $БП_{1i}$ ,  $ВДС_{1i}$  — количество, балансовая прибыль, валовая добавленная стоимость  $i$ -го предприятия, товара или вида экономической деятельности в отчетном периоде;  $q_{0i}$ ,  $БП_{0i}$ ,  $ВДС_{0i}$  — количество, балансовая прибыль, валовая добавленная стоимость  $i$ -го предприятия, товара или вида экономической деятельности в базисном периоде;  $i = 1 \div m$  — число единиц (предприятий, товаров, видов экономической деятельности), по которым проводится обобщение информации.

В статистике принята несколько упрощенная форма записи сводных индексов — без указания надстрочного или подстрочного индекса номера товара, предприятия или другой единицы совокупности, по которой проводится обобщение, т.е. значок  $\sum$  соответствует более сложной записи  $\sum_{i=1}^n$ .

### 10.2.2. Простые и аналитические индексы

В зависимости от цели сравнения сводные (общие) индексы делятся на простые и аналитические.

**Простые индексы** рассчитывают для анализа состояния какого-либо признака в целом по совокупности в отчетном периоде по сравнению с базисным. Различают простые индексы первичных и вторичных признаков.

**Простые индексы первичных признаков** рассчитываются как соотношение двух сумм за отчетный и базисный период соответственно:

$$I_{\Pi} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0} \text{ — общий индекс прибыли;}$$

$$I_{\Phi} = \frac{\sum \Phi_1}{\sum \Phi_0} \text{ — общий индекс основных фондов.}$$

**Простые индексы вторичных признаков** рассчитываются как соотношение двух средних величин. На примере средней рентабельности, определяемой как частное прибыли и стоимости основных фондов, рассмотрим построение простого индекса вторичного признака:

$$I_{\bar{P}_{1/0}} = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Pi_0}{\sum \Phi_0}$$

где  $\bar{P}_1 = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Phi_1}$  — средняя рентабельность отчетного периода;

$\bar{P}_0 = \frac{\sum \Pi_0}{\sum \Phi_0}$  — средняя рентабельность базисного периода.

**Аналитические сводные индексы.** Название аналитических индексов объясняет их назначение и содержание. Аналитические индексы имеют целью обеспечение анализа несоизмеримых явлений и выявление роли отдельных факторов в развитии явления. Например, с их помощью можно оценить, как изменился физический объем производства на мебельной фабрике, где производятся тысячи наименований мебели, или какую роль в увеличении товарооборота фирмы сыграли такие факторы, как рост цен на отдельные товары и изменение количества проданных товаров.

При построении аналитических индексов в расчет принимается не только признак, изменение которого изучается, но и связанный с ним. Последний позволяет обеспечить соизмерение различных признаков и учитывается на постоянном уровне.

Признак, изменение которого изучается, называется «индексируемым». Признак, учитываемый на постоянном уровне, называется «признаком-весом».

Сохранение признака-веса на постоянном уровне обусловлено тем, что он не должен искажать изучаемое изменение индексируемого признака.

Например, при построении сводного индекса себестоимости для всей продукции предприятия, кроме себестоимости единицы продукции ( $z$ ), в расчете участвует связанная с ней признак  $q$  — количество продукции каждого вида, позволяющий соизмерить разнородную продукцию и получить общее представление о том, как же изменились затраты на производство продукции в целом по предприятию.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_{\text{пост}}}{\sum z_0 q_{\text{пост}}}$$

Возникает вопрос: на каком уровне — отчетном или базисном — должен быть учтен признак-вес? Статистика в принципе не было бы важным настаивать на каком-то конкретном периоде фиксации признака-веса, если бы они не стремились к системному анализу, к рассмотрению множества факторов, влияющих на результат, к объяснению причин, приводящих к тому или иному следствию.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \quad \text{или} \quad I_z = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0} ?$$

Для построения систем индексов в статистике принято следующее формальное правило выбора периода в индексном анализе.

Если индексируется *первичный* признак, то признак учитывается на *базисном* уровне; если индексируется *вторичный* признак, то признак-вес берется на *отчетном* уровне.

Пример применения формального правила выбора периода весов в индексном анализе ( $q$  — количество — признак первичный,  $z$  — себестоимость единицы продукции — признак вторичный):

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}, \quad I_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0}$$

Соблюдение этого правила является условием построения системы аналитических индексов. Однако в ряде случаев допускаются отклонения от этого правила. Например, при построении индексов потребительских цен существует несколько методик расчета с применением

зафиксированных не только на отчетном, но и на базисном уровне).

### 10.2.3. Агрегатные индексы и индексы средние из индивидуальных

В зависимости от методологии расчета аналитические индексы подразделяются на *агрегатные* и *средние из индивидуальных*. Агрегатная форма индексов является исходной, индексы средние из индивидуальных — производная форма индексов.

Методология расчета зависит от исходных данных, на основе которых необходимо что-либо рассчитать. Поясним различие двух форм аналитических индексов на примере.

Предположим, изучается изменение затрат на производство конкретной продукции А (табл. 10.1).

Таблица 10.1

#### Изменение затрат на производство продукции А

Предприятие	Первое полугодие		Второе полугодие	
	Производство, тыс. шт.	Себестоимость 1 ед., руб.	Производство, тыс. шт.	Себестоимость 1 ед., руб.
	$q_1$	$z_1$	$q_0$	$z_0$
1	40	700	50	710
2	60	800	50	810

Требуется определить, как изменилась себестоимость производства продукции А во втором полугодии по сравнению с первым в целом по совокупности предприятий.

Сводный индекс себестоимости рассчитывается по формуле, где в числителе находятся общие затраты на производство продукции в отчетном периоде (во втором полугодии), а в знаменателе — условные, не существующие затраты, какими они были бы в отчетном периоде при условии сохранения себестоимости на уровне базисного периода:

$$I_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0}$$

По данным нашего примера не составит труда определить сводный индекс себестоимости, получив и числитель, и знаменатель формулы путем прямого перемножения признаков  $q$  и  $z$ :

$$I_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0} = \frac{50 \cdot 710 + 50 \cdot 810}{50 \cdot 700 + 50 \cdot 800} = \frac{76\,000}{75\,000} = 1,013 \cdot 100 = 101,3\%$$

Таким образом, в целом по двум предприятиям себестоимость производства продукции А выросла на 1,3% во втором полугодии по сравнению с первым.

На практике достаточно часто информация предоставляется в обобщенном виде после ее определенной обработки. Тем более что не бывает условного товарооборота материальных затрат, а только товарооборот текущего и предыдущего периодов. Тот, что фактически сложился: не бывает условных затрат, а только затраты отчетного и базисного периода — те, которые действительно были осуществлены. Понятие «условный» товарооборот или «условные» затраты — изобретение аналитического характера, существующее с целью упрощения анализа. И в случае, когда исследователь не имеет возможности найти условную величину прямым путем (умножая  $q_1$  на  $z_0$  для получения условных затрат и делением  $q_1$  и  $p_0$  для получения условного товарооборота), на выручку приходят индексы средние из индивидуальных индексов — производная форма аналитических индексов.

**Пример 10.1.** Пусть имеются данные о розничном товарообороте в регионе (табл. 10.2).

Таблица 10.2  
Розничный товарооборот в регионе

Группа товаров	Розничный товарооборот, млн руб.		Изменение цен во втором полугодии, %
	первое полугодие	второе полугодие	
	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	
Продовольственные	21 228	23 596	+10,3
Непродовольственные	30 984	35 671	+7,6

Требуется определить сводные индексы товарооборота розничной торговли ( $I_{pq}$ ) и сводный индекс цен розничной торговли ( $I_p$ ).

Определение сводного индекса товарооборота не представляет никакой сложности, необходимо только сравнить суммарные объемы товарооборота второго и первого полугодий:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{23\,596 + 35\,671}{21\,228 + 30\,984} = \frac{59\,267}{52\,212} = 1,135 \cdot 100 = 113,5\% (+13,5\%)$$

Делаем вывод о том, что в целом по продовольственным и непродовольственным товарам региона товарооборот вырос на 13,5% во втором полугодии по сравнению с первым.

Общее изменение цен призван оценить следующий индекс, для определения которого у нас не хватает знаменателя, т.е. «условного» товарооборота:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

Для нахождения условного товарооборота воспользуемся информацией об изменении цен на отдельные группы товаров, определив предварительно индивидуальные индексы цен (табл. 10.3).

Таблица 10.3

Группа товаров	Информация о ценах, %		Индивидуальный индекс цен, $i_p$ , %
	изменение цен во втором полугодии	цены первого полугодия	
Продовольственные	+10,3	100	110,3
Непродовольственные	+7,6	100	107,6

Необходимый для определения индекса цен условный товарооборот можно найти как частное от деления отчетного товарооборота на индивидуальные индексы цен:

$$\sum q_1 p_0 = \sum q_1 p_1 : i_p = \sum q_1 p_1 \cdot p_1 / p_0 = \sum q_1 p_1 \cdot p_0 / p_1 = \sum q_1 p_0$$

В результате сводный индекс цен может быть определен следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} = \frac{23\,596 + 35\,671}{\frac{23\,596}{1,103} + \frac{35\,671}{1,076}} = \frac{59\,267}{54\,544} = 1,087 \cdot 100 = 108,7\% (+8,7\%)$$

В итоге можно сделать вывод, что в целом по двум группам товаров, цены во втором полугодии выросли на 8,7% по сравнению с первым полугодием, а общий рост товарооборота по этим товарам составил 13,5%. Связаны ли каким-то образом эти характеристики, поможет ответить построение системы индексов, которое мы рассмотрим далее.

Представление индекса цен в следующем виде объясняет название данной формы аналитических индексов, поскольку представляет собой общий индекс цен, полученный как средняя гармоническая из индивидуальных индексов цен. В качестве весов в данной «средней взвешенной» выступает товарооборот отчетного периода:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}} \text{ — средняя гармоническая взвешенная.}$$

Аналогичным образом может быть получен общий (сводный) индекс физического объема — как средняя из индивидуальных индексов количества. В этом случае речь пойдет о средней арифметической взвешенной, поскольку условный товарооборот (т.е. товарооборот отчетного периода с ценами базисного периода) можно получить путем перемножения базисного товарооборота на индивидуальный индекс количества:

$\sum q_1 p_0 = \sum q_0 p_0 \cdot i_q = \sum q_0 p_0 \cdot q_1 / q_0 = \sum q_1 p_0$  — условный товарооборот,

$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 \cdot i_q}{\sum q_0 p_0}$  — средняя арифметическая взвешенная.

#### 10.2.4. Цепные и базисные индексы

На практике анализ изменения явлений может вестись за ряд промежутков времени. В этих случаях применяются как *цепные*, так и *базисные* индексы. Для всех индексов на цепные и базисные осуществляется взаимосвязи от *базы сравнений*.

**Цепные** индексы показывают изменения в текущем периоде по сравнению с предшествующим, **базисные** — изменения по сравнению с начальным периодом анализируемого динамического ряда.

*Цепные индивидуальные индексы* выглядят следующим образом:

$$i_{q_{1/0}} = \frac{q_1}{q_0}; i_{q_{2/1}} = \frac{q_2}{q_1}; i_{q_{3/2}} = \frac{q_3}{q_2}; \dots; i_{q_{n/n-1}} = \frac{q_n}{q_{n-1}}$$

*Базисные индивидуальные индексы* отличаются тем, что сравнение осуществляется с одним и тем же начальным базисным уровнем:

$$i_{q_{1/0}} = \frac{q_1}{q_0}; i_{q_{2/0}} = \frac{q_2}{q_0}; i_{q_{3/0}} = \frac{q_3}{q_0}; \dots; i_{q_{n/0}} = \frac{q_n}{q_0}$$

Между индивидуальными цепными и базисными индексами существует логически объяснимая взаимосвязь — *произведение цепных индексов равно последнему базисному индексу*:

$$i_{q_{1/0}} \cdot i_{q_{2/1}} \cdot i_{q_{3/2}} \cdot \dots \cdot i_{q_{n/n-1}} = i_{q_{n/0}}$$

Подставим вместо обозначений индексов формулы их расчета, сократим подобные члены и убедимся, что равенство действительно:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \dots \cdot \frac{q_n}{q_{n-1}} = \frac{q_n}{q_0}$$

На примере динамики цен на бензин рассчитаем цепные и базисные индивидуальные индексы цен:

Годы	2004	2005	2006	2007
Цена бензина автомобильного марки АИ-95, руб. за литр	15,54	18,02	20,15	21,90

$$i_{p_{2005/2004}} = \frac{p_{2005}}{p_{2004}} = \frac{18,02}{15,54} = 1,160 \cdot 100 = 116\%$$

$$i_{p_{2006/2005}} = \frac{p_{2006}}{p_{2005}} = \frac{20,15}{18,02} = 1,118 \cdot 100 = 111,8\%$$

$$i_{p_{2007/2006}} = \frac{p_{2007}}{p_{2006}} = \frac{21,90}{20,15} = 1,087 \cdot 100 = 108,7\%$$

Анализ цепных индексов цен позволяет сделать вывод, что за три исследуемых периода цена на бензин постоянно росла: самый большой скачок цен наблюдался в 2005 г. по сравнению с 2004 — на 16%, а самый незначительный — в 2007 г. — на 8,7%.

Изменение цены на данную марку бензина в целом с 2004 по 2007 г. позволят оценить два следующих расчета:

$$i_{p_{2007/2004}} = \frac{p_{2007}}{p_{2004}} = \frac{21,90}{15,54} = 1,409 \cdot 100 = 140,9\%$$

$$i_{p_{2007/2004}} = \frac{p_{2007}}{p_{2006}} \cdot \frac{p_{2006}}{p_{2005}} \cdot \frac{p_{2005}}{p_{2004}} = 1,160 \cdot 1,118 \cdot 1,087 = 1,410 \cdot 100 = 141,0\%$$

Таким образом, с 2004 по 2007 г. цена на автомобильный бензин марки АИ-95 выросла почти на 41%, причем данный результат был получен как прямым сравнением цены 2007 г. с ценой 2004 г., так и путем перемножения годовых (цепных) индексов цен (незначительное несовпадение возникает за счет округления).

Вычисление *сводных* цепных и базисных индексов возможно по нескольким схемам: как с переменными, так и с постоянными весами. Различные сочетания подходов позволяют получить несколько основных вариантов построения

индексных систем в динамике. Получаемые индексы будут отличаться не только методологией расчета, но и интерпретацией результатов.

Рассмотрим варианты построения индексной системы на примере сводного индекса цен, рассчитываемого за несколько периодов.

1. Цепные индексы цен с переменными весами.

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_{i1}q_{i1}}{\sum p_{i0}q_{i1}}; I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_{i2}q_{i2}}{\sum p_{i1}q_{i2}}; I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_{i3}q_{i3}}{\sum p_{i2}q_{i3}}; \dots$$

$$I_{p_{m/m-1}} = \frac{\sum p_{im}q_{im}}{\sum p_{i,m-1}q_{im}}$$

где  $i$  —  $i$ -й товар, изменение цен на который оценивается;  $i = 1 \div n$ ;  $p_{i0}, p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{im}$  — цена на  $i$ -й товар в периоды времени 0, 1, 2, 3, ...,  $m$ ;  $q_{i0}, q_{i1}, q_{i2}, q_{i3}, \dots, q_{im}$  — количество товара в период времени 0, 1, 2, 3, ...,  $m$ .

Входящие в данную индексную систему индексы являются цепными, так как сравнение уровней цен осуществляется последовательно, цепочкой: цены первого периода сравниваются с ценами базисного периода, цены второго периода сравниваются с ценами первого периода и т.д. Веса (количество товара) каждый раз меняются, отражая объемы текущего периода (в соответствии с минимальным правилом выбора периода весов для вторичных признаков).

2. Цепные индексы цен с постоянными весами.

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_{i1}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}}; I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_{i2}q_{i0}}{\sum p_{i1}q_{i0}}; I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_{i3}q_{i0}}{\sum p_{i2}q_{i0}}; \dots$$

$$I_{p_{m/m-1}} = \frac{\sum p_{im}q_{i0}}{\sum p_{i,m-1}q_{i0}}$$

Индексы данной системы остаются цепными, но их постоянны и зафиксированы на уровне базисного периода. В принципе веса могут фиксироваться и на уровне последнего периода, но рассчитать такие индексы можно только тогда, когда этот последний период наступил. Например, анализируя динамику цен по месяцам за какой-либо год, цепные индексы с постоянными весами постро-

периода (декабря) можно рассчитать только в конце года, когда будут известны объемы продаж за декабрь.

3. Базисные индексы цен с переменными весами.

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_{i1}q_{i1}}{\sum p_{i0}q_{i1}}; I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_{i2}q_{i2}}{\sum p_{i0}q_{i2}}; I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_{i3}q_{i3}}{\sum p_{i0}q_{i3}}; \dots$$

$$I_{p_{m/0}} = \frac{\sum p_{im}q_{im}}{\sum p_{i0}q_{im}}$$

Индексы этой системы характеризуют изменение цен в текущем (отчетном) периоде по сравнению с неизменным базисным уровнем. При исследовании месячной динамики в качестве такого уровня обычно принимается декабрь предыдущего года. Последний индекс  $I_{p_{m/0}}$  отражает изменение цен за весь рассматриваемый временной интервал.

4. Базисные индексы цен с постоянными весами.

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_{i1}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}}; I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_{i2}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}}; I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_{i3}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}}; \dots$$

$$I_{p_{m/0}} = \frac{\sum p_{im}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}}$$

Отличие данной индексной системы от предыдущей заключается в том, что здесь не меняется не только база сравнения ( $p_{i0}$ ), но и веса ( $q_{i0}$ ). Использование базисных весов позволяет исключить влияние структурных изменений в объемах продаж на получаемые сводные индексы.

Из четырех рассмотренных индексных систем определенными преимуществами обладает вторая система (цепные индексы цен с постоянными весами), поскольку составляющие ее индексы мультипликативны: их последовательное перемножение позволяет получить базисный индекс в целом за изучаемый интервал времени. Таким образом, как и для индивидуальных цепных и базисных индексов, для сводных индексов действует правило: произведение цепных индексов равно базисному. Однако выполняется оно только для индексов, построенных с постоянными весами. Например, если по товарной группе известны сводные индексы цен за октябрь, ноябрь и декабрь, то путем их перемножения можно получить сводный индекс цен за IV квартал, на основе цепных индексов с постоянными весами за 12 месяцев

можно получить общую характеристику изменения цен за весь год.

**Пример 10.2.** Рассмотрим порядок построения систем сводных индексов для первичного рынка жилья. По одному российскому городу известна информация о размерах построенного жилья разного типа и ценах за 1 м<sup>2</sup> общей площади квартир в 2006–2008 гг.

Таблица 10.4

Данные о размерах построенного жилья и ценах за 1 м<sup>2</sup> общей площади квартир

Тип квартир	Построено квартир, м <sup>2</sup> общей площади			Среднегодовая цена за 1 м <sup>2</sup> общей площади, тыс. руб.		
	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	$q_{06}$	$q_{07}$	$q_{08}$	$q_{06}$	$q_{07}$	$q_{08}$
Типовые квартиры	1364,0	1449,2	1661,2	22,0	32,5	40,9
Квартиры улучшенной планировки	613,8	593,9	632,8	23,8	44,0	50,5
Элитные квартиры	295,5	332,6	342,8	50,2	65,8	69,6

Требуется определить сводные цепные и базисные индексы физического объема и цен построенных квартир.

Цепные индексы физического объема построенного жилья:

$$I_{q_{2007/2006}} = \frac{\sum p_{2006} q_{2007}}{\sum p_{2006} q_{2006}} = \frac{22 \cdot 1449,2 + 23,8 \cdot 593,9 + 50,2 \cdot 332,6}{22 \cdot 1364,0 + 23,8 \cdot 613,8 + 50,2 \cdot 295,5} = \frac{62713,7}{59450,5} = 1,055, \text{ или } 105,5\%;$$

$$I_{q_{2008/2007}} = \frac{\sum p_{2007} q_{2008}}{\sum p_{2007} q_{2007}} = \frac{32,5 \cdot 1661,2 + 44,0 \cdot 632,8 + 65,8 \cdot 342,8}{32,5 \cdot 1449,2 + 44,0 \cdot 593,9 + 65,8 \cdot 332,6} = \frac{104388,4}{95115,7} = 1,097, \text{ или } 109,7\%.$$

В 2008 г. физический объем построенных квартир вырос значительно по сравнению с 2007 г. — на 9,7%, чем в 2007 г. по сравнению с 2006 г., когда рост составил 5,5%.

Базисные индексы физического объема построенного жилья:

$$I_{q_{2007/2006}} = \frac{\sum p_{2006} q_{2007}}{\sum p_{2006} q_{2006}} = \frac{22 \cdot 1449,2 + 23,8 \cdot 593,9 + 50,2 \cdot 332,6}{22 \cdot 1364,0 + 23,8 \cdot 613,8 + 50,2 \cdot 295,5} = \frac{62713,7}{59450,5} = 1,055, \text{ или } 105,5\%.$$

$$I_{q_{2008/2006}} = \frac{\sum p_{2006} q_{2008}}{\sum p_{2006} q_{2006}} = \frac{22 \cdot 1661,2 + 23,8 \cdot 632,8 + 50,2 \cdot 342,8}{22 \cdot 1364,0 + 23,8 \cdot 613,8 + 50,2 \cdot 295,5} = \frac{68815,6}{59450,5} = 1,157, \text{ или } 115,7\%.$$

В 2008 г. объем построенных квартир составил 115,7% объема построенных квартир 2006 г. (в ценах 2006 г.). Для того чтобы базисный индекс физического объема ( $I_{q_{2008/2006}}$ ) оказался равен произведению цепных ( $I_{q_{2007/2006}}$ ,  $I_{q_{2008/2007}}$ ), необходимо было бы при построении последних всякий раз брать в качестве весов цены 2006 г.

Цепные индексы цен на построенное жилье:

$$I_{p_{2007/2006}} = \frac{\sum p_{2007} q_{2007}}{\sum p_{2006} q_{2007}} = \frac{32,5 \cdot 1449,2 + 44,0 \cdot 593,9 + 65,8 \cdot 332,6}{22 \cdot 1449,2 + 23,8 \cdot 593,9 + 50,2 \cdot 332,6} = \frac{95115,7}{62713,7} = 1,517, \text{ или } 151,7\%.$$

$$I_{p_{2008/2007}} = \frac{\sum p_{2008} q_{2008}}{\sum p_{2007} q_{2008}} = \frac{40,9 \cdot 1661,2 + 50,5 \cdot 632,8 + 69,6 \cdot 342,8}{32,5 \cdot 1661,2 + 44,0 \cdot 632,8 + 65,8 \cdot 342,8} = \frac{123758,4}{104388,4} = 1,186, \text{ или } 118,6\%.$$

Данные индексы свидетельствуют о том, что цены на первичном рынке жилья ежегодно растут. Более значительный рост цен наблюдался в 2007 г. по сравнению с 2006 г., когда цены в целом по городу выросли на 51,7%.

Базисные индексы цен на построенное жилье:

$$I_{p_{2007/2006}} = \frac{\sum p_{2007} q_{2007}}{\sum p_{2006} q_{2007}} = \frac{32,5 \cdot 1449,2 + 44,0 \cdot 593,9 + 65,8 \cdot 332,6}{22 \cdot 1449,2 + 23,8 \cdot 593,9 + 50,2 \cdot 332,6} = \frac{95115,7}{62713,7} = 1,517, \text{ или } 151,7\%.$$

$$I_{p_{2008/2006}} = \frac{\sum p_{2008} q_{2008}}{\sum p_{2006} q_{2008}} = \frac{40,9 \cdot 1661,2 + 50,5 \cdot 632,8 + 69,6 \cdot 342,8}{22 \cdot 1661,2 + 23,8 \cdot 632,8 + 50,2 \cdot 342,8} = \frac{123758,4}{69646,2} = 1,777, \text{ или } 177,7\%.$$

Последний индекс свидетельствует о значительном росте цен на первичном рынке жилья, когда за два года, в 2008 по сравнению с 2006, цены в целом по всем типам квартир выросли на 77,7%.

### 10.3. Системы простых и аналитических индексов

Существует следующее правило взаимосвязи между разными индексами: индексы связаны между собой так же, как и признаки, по которым они рассчитываются. Если товароборот ( $w$ ) определенного товара определяется как произведение цены ( $p$ ) и количества ( $q$ ) данного товара ( $q \cdot p = w$ ), то и индексы, построенные на основе данной системы признаков, находятся в той же зависимости друг от друга, будь то система индивидуальных ( $i_q \cdot i_p = i_w$ ) или сводных ( $I_q \cdot I_p = I_w$ ) индексов.

Таким образом, системе признаков соответствует система индексов.

Существуют системы простых и аналитических индексов. Отличие между системами простых и аналитических индексов рассмотрим на примере.

**Пример 10.3.** Изучается изменение прибыли на предприятиях с разным уровнем рентабельности основных фондов (табл. 10.5).

Таблица 10.5  
Изменение прибыли на предприятиях с разным уровнем рентабельности

Пред- при- ятия	Объем прибыли, млн руб.		Стоимость основных фондов, млн руб.		Рентабельность основных фондов	
	базис- ный период	отчет- ный период	базис- ный период	отчет- ный период	базисный период	отчет- ный период
	$\Pi_0$	$\Pi_1$	$\Phi_0$	$\Phi_1$	$\frac{\Pi_0}{\Phi_0}$	$\frac{\Pi_1}{\Phi_1}$
1	0,5	0,6	3,33	3,0	0,15	0,20
2	0,8	0,9	4,44	6,0	0,18	0,15
3	1,0	1,5	4,35	6,0	0,23	0,25
Итого	2,3	3,0	12,12	15,0	x	x

Системе признаков  $\Pi = \Phi \cdot P$  соответствует система простых индексов:

$$I_{\Pi} = I_{\Phi} \cdot I_P.$$

Данные равенства означают, что прибыль зависит от стоимости основных фондов и рентабельности основных фондов, соответственно и изменение (индекс) прибыли обусловлено изменениями (индексами) этих двух факторов.

Построим систему сводных по совокупности предприятий индексов прибыли, стоимости фондов и рентабельности. Поскольку прибыль и стоимость основных фондов — первичные признаки, сводный индекс будет получен как соотношение двух сумм значений в отчетном и базисном периодах:

$$I_{\Pi_{1,0}} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0}, \quad I_{\Phi_{1,0}} = \frac{\sum \Phi_1}{\sum \Phi_0}.$$

Рентабельность — признак вторичный, полученный как соотношение прибыли и стоимости основного капитала, поэтому индекс рентабельности рассчитывается как отношение средней рентабельности в отчетном периоде к средней рентабельности в базисном периоде:

$$I_{P_{1,0}} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_0}{\sum \Phi_1}.$$

Итак

$$I_{\Pi_{1,0}} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0} = \frac{3,0}{2,3} = 1,304, \text{ или } 130,4\% (+ 30,4\%),$$

т.е. в целом по трем предприятиям стоимость прибыли в отчетном периоде выросла на 30,4% по сравнению с базисным периодом.

$$I_{\Phi_{1,0}} = \frac{\sum \Phi_1}{\sum \Phi_0} = \frac{15,0}{12,12} = 1,238, \text{ или } 123,8\% (+ 23,8\%),$$

т.е. совокупный размер основных фондов трех предприятий вырос в отчетном периоде по сравнению с базисным на 23,8%.

$$I_{P_{1,0}} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_0}{\sum \Phi_1} = \frac{3,0}{15,0} \cdot \frac{2,3}{12,12} = 0,2 : 0,19 = 1,053, \text{ или } 105,3\% (+ 5,3\%).$$

т.е. средняя рентабельность основных фондов также выросла в отчетном периоде по сравнению с базисным, но менее значительно, чем прибыль и стоимость фондов, — на 5,3%.

Проверим, выполняется ли равенство трех рассмотренных индексов:

$$I_{\Pi} = I_{\Phi} \cdot I_P.$$

$$I_{\Pi_{1,0}} = 1,238 \cdot 1,053 = 1,3036 \approx 1,304, \text{ или } 130,4\%.$$

Действительно, индекс прибыли равен произведению индексов основных фондов и рентабельности. Данная система индексов позволяет сделать вывод, что рост прибыли на 30,4% в отчетном периоде по сравнению с базисным объясняется ростом стоимости

основных фондов предприятий — на 23,8%, и ростом рентабельности основных фондов предприятий — на 5,3%, т.е. более значимым из двух факторов, влияющих на прибыль, в данном примере является стоимость основных фондов. После данной констатации фактов можно сделать и экономические выводы о том, что увеличивать объем прибыли за счет увеличения объемов инвестиций (основного капитала) — менее привлекательный (экстенсивный) путь развития по сравнению с альтернативным — повышать прибыль за счет повышения рентабельности (интенсивного фактора).

*Система аналитических индексов.* Допустим, необходимо определить более детально, как на изменение прибыли предприятий повлияли изменение стоимости основных фондов и изменение рентабельности основных фондов.

Охарактеризуем это влияние при помощи аналитических индексов, позволяющих уточнить, насколько сильно повлиял тот или иной фактор на результат — прибыль:

$$I_{\Pi} = I_{\Pi(\Phi)} \cdot I_{\Pi(R)}$$

где  $I_{\Pi}$  — индекс прибыли общий;  $I_{\Pi(\Phi)}$  — индекс прибыли за счет изменения стоимости основных фондов;  $I_{\Pi(R)}$  — индекс прибыли за счет изменения рентабельности основных фондов.

Общий индекс прибыли выразим в виде отношения и в виде разности:

$$I_{\Pi} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_0 P_0} = \frac{3,0}{2,3} = 1,304, \text{ или } 130,4\% (+ 30,4\%);$$

$$\Delta \Pi = \sum \Phi_1 P_1 - \sum \Phi_0 P_0 = 3,0 - 2,3 = 0,7 \text{ (млн руб.)}$$

Итак, общий объем прибыли трех предприятий вырос на 30,4%, или на 0,7 млн руб. в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Разложим общее изменение прибыли на пофакторное:

— изменение прибыли за счет изменения стоимости основных фондов;

— изменение прибыли за счет изменения рентабельности основных фондов.

Влияние первого фактора можно определить при помощи следующих отношения и разности:

$$I_{\Pi(\Phi)} = \frac{\sum \Phi_1 P_0}{\sum \Phi_0 P_0};$$

$$\Delta \Pi(\Phi) = \sum \Phi_1 P_0 - \sum \Phi_0 P_0.$$

Отметим, что в данном индексе (разности) индексируемым признаком выступает стоимость основных фондов ( $\Phi$ ), а признаком-весом — рентабельность ( $P$ ). Фиксирование рентабельности на базисном уровне обусловлено применением формального правила выбора периода весов. Произведение  $\Phi_0 P_0$  представляет собой не что иное, как прибыль в базисном периоде, тогда как произведение  $\Phi_1 P_0$  есть условная прибыль, которую можно определить лишь путем прямого перемножения стоимости основных фондов в отчетном периоде на рентабельность основных фондов в базисном периоде.

$$I_{\Pi(\Phi)} = \frac{\sum \Phi_1 P_0}{\sum \Phi_0 P_0} = \frac{3,0 \cdot 0,15 + 6,0 \cdot 0,18 + 6,0 \cdot 0,23}{3,33 \cdot 0,15 + 4,44 \cdot 0,18 + 4,35 \cdot 0,23} = \frac{2,91}{2,3} = 1,265, \text{ или } 126,5\%;$$

$$\Delta \Pi(\Phi) = \sum \Phi_1 P_0 - \sum \Phi_0 P_0 = 2,91 - 2,3 = 0,61 \text{ (млн руб.)}$$

Это означает, что увеличение прибыли за счет увеличения стоимости основных фондов составило 26,5%, или 610 тыс. руб.

Влияние второго фактора можно определить при помощи следующих отношения и разности:

$$I_{\Pi(R)} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1 P_0};$$

$$\Delta \Pi(R) = \sum \Phi_1 P_1 - \sum \Phi_1 P_0.$$

Отметим, что в данном индексе (разности) индексируемым признаком выступает рентабельность ( $P$ ), а признаком-весом — стоимость основных фондов ( $\Phi$ ). Фиксирование стоимости фондов на отчетном уровне обусловлено применением формального правила выбора периода весов.

$$I_{\Pi(R)} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1 P_0} = \frac{3,0 \cdot 0,2 + 6,0 \cdot 0,15 + 6,0 \cdot 0,25}{3,0 \cdot 0,15 + 6,0 \cdot 0,18 + 6,0 \cdot 0,23} = \frac{3,0}{2,91} = 1,031, \text{ или } 103,1\%;$$

$$\Delta \Pi(R) = \sum \Phi_1 P_1 - \sum \Phi_1 P_0 = 3,0 - 2,91 = 0,09 \text{ (млн руб.)}$$

Это означает, что за счет роста рентабельности основных фондов общая прибыль трех предприятий увеличилась на 3,1%, или на 90 тыс. руб.

Все эти индексы, благодаря попеременному взвешиванию признака-веса то на отчетном, то на базисном уровне, в соответствии с формальным правилом выбора переноса весов увязываются в систему:

$$I_{\Pi} = I_{\Pi(\Phi)} \cdot I_{\Pi(P)} \rightarrow$$

$$I_{\Pi} = \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_0 P_0} = \frac{\sum \Phi_1 P_0}{\sum \Phi_0 P_0} \cdot \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1 P_0}$$

$$\Delta \Pi = \Delta \Pi(\Phi) + \Delta \Pi(P) \rightarrow$$

$$\Delta \Pi = \sum \Phi_1 P_1 - \sum \Phi_0 P_0 =$$

$$= (\sum \Phi_1 P_0 - \sum \Phi_0 P_0) + (\sum \Phi_1 P_1 - \sum \Phi_1 P_0).$$

Проверим логическую взаимосвязь на цифровых данных:

$$I_{\Pi} = I_{\Pi(\Phi)} \cdot I_{\Pi(P)} = 1,265 \cdot 1,031 = 1,304, \text{ или } 130,4\%$$

$$\Delta \Pi = \Delta \Pi(\Phi) + \Delta \Pi(P) = 0,61 + 0,09 = 0,7 \text{ (млн руб.)}$$

Анализируя полученные данные, можно отметить, что совокупное увеличение прибыли на 700 тыс. руб. в отчетном периоде по сравнению с базисным обусловлено в первую очередь ростом стоимости основных фондов предприятия и усиливается ростом рентабельности основных фондов. Вклад каждого фактора в общее изменение можно также оценить в процентном соотношении, приняв общий рост прибыли ( $\Delta \Pi$ ) за 1 (100%):

$$1 = \frac{\Delta \Pi(\Phi)}{\Delta \Pi} + \frac{\Delta \Pi(P)}{\Delta \Pi};$$

$$1 = \frac{0,61}{0,7} + \frac{0,09}{0,7}.$$

$1 = 0,871 + 0,129$  — это означает, что 87,1% общего роста прибыли предприятий получено за счет увеличения стоимости основных фондов предприятий и 12,9% общего роста прибыли — за счет повышения рентабельности основных фондов предприятий.

Отметим, что, кроме рассмотренных в этом параграфе, существуют и другие взаимосвязи индексов конкретных признаков:

- индивидуальных и сводных;
  - цепных и базисных;
  - индексов переменного состава, постоянного состава и индекса структурных сдвигов.
- Знание таких взаимосвязей значительно расширяет аналитические возможности статистики.

#### 10.4. Индексный анализ взвешенной средней величины

Одной из задач индексного метода выступает анализ влияния структурных сдвигов на изменение средних показателей по однородной совокупности. Рассмотренные выше индексы рассчитывались по нескольким товарам, реализуемым в пределах одной территории, или по нескольким видам товаров, производимым на одном предприятии. Рассмотрим на конкретном примере, как используются аналитические индексы при анализе изменения вторичных признаков. Изменим задание в примере 10.3 и представим его в виде табл. 10.6.

Таблица 10.6

Изменение средней рентабельности основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным

Пред- прия- тия	Рентабель- ность основ- ных фондов		Стоимость основных фондов, млн руб.		Удельный вес основных фондов в общем объеме, %	
	базис- ный пе- риод	отчет- ный пе- риод	базис- ный пе- риод	отчет- ный пе- риод	базисный период	отчетный период
	$P_0$	$P_1$	$\Phi_0$	$\Phi_1$	$d_0 =$ $= \Phi_0 / \sum \Phi_0$	$d_1 =$ $= \Phi_1 / \sum \Phi_1$
1	0,15	0,20	3,33	3,0	27,5	20,0
2	0,18	0,15	4,44	6,0	36,6	40,0
3	0,23	0,25	4,35	6,0	35,9	40,0
Итого	×	×	12,12	15,0	100	100

Необходимо охарактеризовать изменение средней рентабельности основных фондов одного предприятия в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Из взаимосвязи признаков  $\Pi = \Phi \cdot P$  мы знаем, что рентабельность — вторичный признак, значение которого можно определить как  $P = \Pi/\Phi$ . Формула средней рентабельности предприятия определяется как соотношение двух сумм:

$$P = \frac{\sum \Pi_i}{\sum \Phi_i} = \frac{\sum \Phi_i P_i}{\sum \Phi_i}$$

Поскольку индекс есть показатель сравнений двух состояний одного и того же признака, то индекс средней рентабельности есть соотношение средней рентабельности отчетного периода со средней рентабельностью базисного периода.

$$I_P = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_0 P_0}{\sum \Phi_0}$$

где  $\frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1}$  — средняя отчетная рентабельность основных

фондов предприятия;  $\frac{\sum \Phi_0 P_0}{\sum \Phi_0}$  — средняя базисная рен-

табельность основных фондов предприятия;  $I_P$  — индекс средней рентабельности основных фондов, или *индекс переменного состава*, характеризующий изменение вторичного признака — рентабельности — за счет изменения двух факторов, оказывающих на нее влияние.

На изменение средней рентабельности основных фондов влияют два фактора:

- изменение рентабельности основных фондов на каждом предприятии —  $P_{0i} \rightarrow P_{1i}$ ;
- изменение структуры совокупности (а именно изменение удельного веса предприятий с разным уровнем рентабельности основных фондов) —  $\frac{\Phi_0}{\sum \Phi_0} \rightarrow \frac{\Phi_1}{\sum \Phi_1}$ .

Для характеристики влияния названных факторов выделяются индексы средней рентабельности *постоянного состава* и индекс средней рентабельности *структурных*

*сдвигов*. Затем все три индекса увязываются в систему индексов.

Рассмотрим последовательно порядок определения индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов для наших трех предприятий. Анализируя среднюю рентабельность основных фондов трех предприятий, оценим сначала, как менялась рентабельность на каждом предприятии в отчетном периоде по сравнению с базисным. Для этого построим индивидуальные индексы рентабельности.

$$i_P^1 = \frac{P_1}{P_0} = \frac{0,20}{0,15} = 1,333, \text{ или } 133,3\% \text{ — на первом пред-}$$

приятии рентабельность основных фондов увеличилась на 33,3%.

$$i_P^2 = \frac{P_1}{P_0} = \frac{0,15}{0,18} = 0,833, \text{ или } 83,3\% \text{ — на втором предпри-}$$

ятии рентабельность основных фондов снизилась на 16,7%.

$$i_P^3 = \frac{P_1}{P_0} = \frac{0,25}{0,23} = 1,087, \text{ или } 108,7\% \text{ — на третьем предпри-}$$

ятии рентабельность основных фондов выросла на 8,7%.

Можно сделать вывод, что самая высокая рентабельность основных фондов как в отчетном, так и в базисном периоде наблюдалась на третьем предприятии, а самая низкая — на втором предприятии. На первом и третьем предприятиях, где достигнута лучшая рентабельность, имеет место тенденция к росту рентабельности в отчетном периоде по сравнению с базисным, в отличие от рентабельности на втором предприятии, где она снижается.

Оценим общее для трех предприятий изменение рентабельности путем построения *индекса* средней рентабельности *переменного состава* (индекс средней рентабельности был нами рассчитан выше при построении системы простых индексов как соотношение двух средних величин)

$$I_{P \text{ перем сост}} = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_0 P_0}{\sum \Phi_0} = \\ = \frac{3,0}{15,0} \cdot \frac{2,3}{12,12} = 0,2 \cdot 0,19 = 1,053, \text{ или } 105,3\% (+5,3\%).$$

те в целом по трем предприятиям средняя рентабельность основных фондов выросла на 5,3%. Данный рост средней рентабельности есть следствие двух вышеназванных причин.

которые могут оказывать как благоприятное воздействие на рентабельность (в сторону повышения), так и неблагоприятное (в сторону понижения).

Влияние изменения рентабельности на каждом предприятии на среднюю рентабельность оценим при помощи *индекса постоянного состава*<sup>1</sup> (в нашем случае — индекс собственно рентабельности)

$$I_{p \text{ пост сост}} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_1 P_0}{\sum \Phi_1} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1 P_0} = \frac{3,0}{2,91} = 1,031, \text{ или } 103,1\% (+3,1\%),$$

т.е. за счет увеличения рентабельности на первом и третьем предприятиях средняя рентабельность выросла на 3,1%, что менее значительно, чем ее рост на первом и третьем предприятиях, поскольку имело место снижение рентабельности основных фондов на втором предприятии.

Отметим также, что при построении индекса постоянного состава возможно сокращение знаменателей дробей средних величин, что позволяет получить агрегатную форму данного индекса:

$$I_{p \text{ пост сост}} = \frac{\sum \Phi_1 P_1}{\sum \Phi_1 P_0}$$

Влияние произошедших изменений в структуре основных фондов трех предприятий на среднюю рентабельность позволит оценить *индекс структурных сдвигов*<sup>2</sup> (в нашем случае — индекс удельного веса предприятий с разным уровнем рентабельности)

$$I_{p \text{ стр сдв}} = \frac{\sum \Phi_1 P_0}{\sum \Phi_1} \cdot \frac{\sum \Phi_0 P_0}{\sum \Phi_0} = \frac{2,91}{15,0} : 0,19 = 0,194 : 0,19 = 1,021, \text{ или } 102,1\%,$$

т.е. в результате сдвигов в структуре основных фондов предприятий средняя рентабельность дополнительно выросла на 2,1%. Поскольку рентабельность — признак, изменение которого (в отличие от себестоимости, например)

<sup>1</sup> В индексе постоянного состава рентабельность выступает признаком, а удельный вес фондов — признаком-весом, признак-вес фиксируется на отчетном уровне.

<sup>2</sup> В индексе структурных сдвигов удельный вес фондов выступает признаком, а рентабельность — признаком-весом, признак-вес фиксируется на базисном уровне.

признается положительным, то дополнительное увеличение средней рентабельности за счет изменений в структуре можно интерпретировать как *благоприятные структурные сдвиги*.

В табл. 10.7 разъясняется, какие сдвиги в структуре основных фондов можно считать благоприятными, а какие — нет.

Таблица 10.7

Пред-прия-тия	Рента-бельность основных фондов		Удельный вес основ-ных фондов в общем объеме, %		Произошедшие структурные сдвиги в отчетном периоде по сравнению с базисным считаются
	ба-зис-ный пери-од	от-чет-ный пери-од	базисный период	отчетный период	
	$P_0$	$P_1$	$d_0 = \frac{\Phi_0}{\sum \Phi_0}$	$d_1 = \frac{\Phi_1}{\sum \Phi_1}$	
1	0,15	0,20	27,5	20,0	благоприятными
2	0,18	0,15	36,6	40,0	неблагоприятными
3	0,23	0,25	35,9	40,0	благоприятными
Итого	×	×	100	100	×

Благоприятными сдвигами можно считать те, когда происходит увеличение доли ( $d_0 \rightarrow d_1$ ) основных фондов на тех предприятиях, где достигнута более высокая рентабельность (как на третьем предприятии), либо уменьшается доля основных фондов на тех предприятиях, где наблюдается более низкая рентабельность (как на первом предприятии). Неблагоприятными структурными сдвигами можно считать тот факт, что в отчетном периоде по сравнению с базисным выросла доля фондов второго предприятия (с 36,6 до 40,0%), где наблюдается низкая рентабельность основных фондов.

Совокупное изменение структуры основных фондов благотворно повлияло на среднюю рентабельность основных фондов, повысив ее дополнительно на 2,1%.

Рассмотренные индексы могут быть увязаны в систему:

$$I_{p \text{ перем сост}} = I_{p \text{ пост сост}} \cdot I_{p \text{ стр сдв}}$$

$I_{\text{перем сост}} = 1,031 \cdot 1,021 = 1,053$ , или 105,3%.

Применение системного индексного анализа позволяет не только оценить изменения изучаемого явления, произошедшие в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, но и объяснить, за счет каких факторов такие изменения стали возможны. Изучение средней рентабельности предприятий показало, что ее рост на 5,3% обусловлен совместным влиянием двух факторов:

- на 3,1% она увеличилась за счет роста рентабельности на каждом отдельном предприятии (в данном случае на первом и третьем);
- на 2,1% она возросла дополнительно за счет благоприятных структурных сдвигов (в первую очередь за счет увеличения доли основных фондов третьего предприятия, где достигнута самая высокая рентабельность (с 36,6% в базисном периоде до 40,0% — в отчетном)).

Аналогично строятся системы индексов таких средних величин, как заработная плата одного работника, урожайность сельскохозяйственных культур, цена единицы однородного товара, фондоотдача продукции, себестоимость продукции и др.

## 10.5. В помощь студенту и преподавателю

### 10.5.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Динамика цен на некоторые продовольственные товары в январе — марте 2009 г., % к предыдущему периоду**

Продовольственные товары	Январь	Февраль	Март
Макаронные изделия	100,5	101,0	102,3
Мясо и птица	101,1	101,6	100,9
Масло подсолнечное	98,6	96,9	97,1

1. Оценить, как изменились цены на представленные товары в I квартале 2009 г. в целом.
2. Сделать выводы.

### Решение

Известно, что цепные и базисные индексы связаны между собой: базисные индексы могут быть определены как произведение цепных. В частности, оценить изменение цен в целом за I квартал можно путем перемножения трех цепных индексов за январь, февраль и март. В данном примере оценим, как изменились цены на макаронные изделия, мясо и птицу и подсолнечное масло:

$$i_{\text{макар изд}} = 1,005 \cdot 1,010 \cdot 1,023 = 1,038 \cdot 100 = 103,8\% (+3,8\%),$$

$$i_{\text{мясо и птица}} = 1,011 \cdot 1,016 \cdot 1,009 = 1,036 \cdot 100 = 103,6\% (+3,6\%),$$

$$i_{\text{масло подсолн}} = 0,986 \cdot 0,969 \cdot 0,971 = 0,928 \cdot 100 = 92,8\% (-7,2\%).$$

Таким образом, по итогам I квартала цены выросли на макаронные изделия и на мясо и птицу. Рост составил 3,8 и 3,6% соответственно, при этом цены на макаронные изделия значительно всего выросли в марте, а цены на мясо и птицу — в феврале. На масло подсолнечное цены снижались в течение всех трех рассмотренных месяцев, значительно всего цены снизились в феврале по сравнению с январем — на 3,1%, в целом за I квартал цены на подсолнечное масло снизились на 7,2%.

**Задача 2.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

### Цены и объемы продаж товаров

Товары	Количество продаж, тыс. шт.		Цена за 1 шт., руб.	
	2007 г.	2009 г.	2007 г.	2009 г.
Телевизоры цветного изображения	5123	7332	7728,9	7794,7
Стиральная машина автоматическая	3035	3515	13 719,1	14 060,9
Легковой автомобиль отечественный новый	1311	2038	175 061,1	205 364,3

1. Рассчитать индивидуальные индексы цен, физического объема и товарооборота каждого товара в 2009 г. по сравнению с 2007 г.
2. Найти общие индексы цен, физического объема и товарооборота товаров длительного пользования в 2009 г. по сравнению с 2007 г.
3. Оценить величину перерасхода, осуществленного населением вследствие роста цен на изучаемые товары.
4. Сделать выводы.

## Решение

1. Для расчета индивидуальных индексов введем символичные обозначения:  $q$  — количество продаж конкретного товара,  $p$  — цена за единицу товара. Определим товарооборот как произведение цены на количество товара —  $q \cdot p$ . Результаты расчетов оформим в табл. 1:

По данным табл. 1 по всем товарным позициям наблюдается рост количества продаж, цен за единицу товара и товарооборота, поскольку по всем позициям индивидуальные индексы больше единицы. Более всего за два рассмотренных года увеличилось количество продаж и цены на легковые отечественные автомобили, а именно на 55,5 и 17,3% соответственно. В результате значительнее всего — на 82,4% — увеличился товарооборот по легковым автомобилям.

При этом оценить изменение товарооборота по каждой группе товаров можно двумя способами:

а) как соотношение товарооборота отчетного периода и товарооборота базисного периода:

$$i_{qp} = q_1 p_1 : q_0 p_0;$$

б) как произведение индивидуальных индексов количества и цены:

$$i_{qp} = i_q \cdot i_p.$$

Например, изменение товарооборота телевизоров цветного изображения в 2009 г. по сравнению с 2007 г. определим:

$$а) i_{qp} = 57\,150,7 : 39\,595,2 = 1,443 \cdot 100 = 144,3 (+44,3\%);$$

$$б) i_{qp} = 1,431 \cdot 1,009 = 1,444 \cdot 100 = 144,4 (+44,4\%).$$

Таким образом, рост товарооборота телевизоров на 44,4% в 2009 г. по сравнению с 2007 г. обусловлен ростом количества продаж на 43,1% и ростом цены за 1 телевизор — на 0,9%.

2. Для расчета общих индексов цен, физического объема и товарооборота непродовольственных товаров в 2009 г. по сравнению с 2007 г. воспользуемся следующими формулами:

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0};$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0};$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Кроме товарооборота в отчетном и базисном периодах необходимо вычислить условный товарооборот для каждого товара и суммарный, а именно товарооборот отчетного периода при условии, что цены остались бы на уровне базисного периода ( $q_1 p_0$ ). Этот показатель

Таблица 1

Товары	Количество продаж, тыс. шт.		Цена за 1 шт., руб.		Товарооборот, млн руб.		Индивидуальные индексы		
	2007 г.	2009 г.	2007 г.	2009 г.	2007 г.	2009 г.	$i_q$	$i_p$	$i_{qp}$
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1/q_0$	$p_1/p_0$	$q_1 p_1 / q_0 p_0$
Телевизоры цветного изображения	5123	7332	7728,9	7794,7	39 595,2	57 150,7	1,431	1,009	1,443
Стиральная машина автоматическая	3035	3515	13719,1	14 060,9	41 637,5	49 424,1	1,158	1,025	1,187
Легковой автомобиль отечественный новый	1311	2038	175 061,1	205 364,3	229 505,1	418 532,4	1,555	1,173	1,824

Результаты расчетов

присутствует в формулах общего индекса физического объема и общего индекса цен. Оформим промежуточные расчеты в табл. 2

Расчет товарооборота

Таблица 2

Товары	Товарооборот, млн руб.		
	базисного периода	отчетного периода	условный
	$q_0 p_0$	$q_1 p_1$	$q_1 p_0$
Телевизоры цветного изображения	39 595,2	57 150,7	56 668,3
Стиральная машина автоматическая	41 637,5	49 424,1	48 222,6
Легковой автомобиль отечественный новый	229 505,1	418 532,4	356 774,5
Итого	310 737,8	525 107,2	461 665,4

Расчет общего (сводного) индекса товарооборота непродовольственных товаров не представляет никакой сложности, необходимо только сравнить суммарные объемы товарооборота в отчетном и базисном периодах

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{525 107,2}{310 737,8} = 1,690 \cdot 100 = 169,0\% (+69,0\%)$$

т.е. в целом по всем указанным непродовольственным товарам розничный товарооборот вырос на 69% в 2009 г. по сравнению с 2007 г.

Общее изменение цен измеряет индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{525 107,2}{461 665,4} = 1,137 \cdot 100 = 113,7\% (+13,7\%)$$

т.е. цены на все рассмотренные группы товаров выросли за два года на 13,7%.

Общее изменение количества продаж измеряется с помощью индекса физического объема (или индекса количества)

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{461 665,4}{310 737,8} = 1,486 \cdot 100 = 148,6\% (+48,6\%)$$

т.е. количество продаж выросло на 48,6% за два года. Динамика цен в этом индексе исключена — все товары выражены только в базисных ценах.

В итоге общий индекс товарооборота свидетельствует о росте товарооборота на 69,0%, при этом основной вклад в его увеличение внес рост количества продаж на 48,6%. Общий индекс товарооборота

можно найти также как произведение общих индексов количества и цен

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 1,137 \cdot 1,486 = 1,690 \cdot 100 = 169,0\% (+69,0\%)$$

3. Величину перерасхода, понесенного населением вследствие роста цен на рассматриваемые товары, оценим, используя общий индекс, выраженный в разностной форме

$$\Delta pq(p) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 525 107,2 - 461 665,4 = 63 441,8 \text{ млн руб.}$$

Итак, сумма перерасхода, понесенного населением при покупке трех видов товаров, вызванная ростом цен на эти товары, составила 63 441,8 млн руб.

**Задача 3.** По данным, приведенным в табл. 1, выполнить указанные задания.

Таблица 1

Данные об объеме ряда платных услуг населению РФ

Виды платных услуг	Объем платных услуг населению, млн руб.		Индекс физического объема платных услуг населению в 2007 г. в сопоставимых ценах, % к предыдущему году
	2006 г.	2007 г.	
Жилищные услуги	156 738	184 735	105,1
Услуги системы образования	193 124	241 624	108,2
Медицинские услуги	137 146	172 494	111,3

1. Оценить, как изменился объем ряда платных услуг населению в целом в 2007 г. по сравнению с 2006 г.

2. Рассчитать общий индекс физического объема ряда платных услуг в целом в 2007 г. по сравнению с 2006 г.

3. Используя взаимосвязь индексов стоимостного и физического объемов ряда платных услуг, найти общий индекс цен и тарифов на платные услуги населению в 2007 г. по сравнению с 2006 г.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Решение**

1. Решение любой задачи с использованием индексов необходимо начинать с определения связи между признаками, изменение которых изучается. Говоря об объеме платных услуг населению, важно иметь в виду, что стоимость платных услуг складывается из количества оказанных услуг разного вида и цены за конкретный вид платных услуг

$$qs = q \cdot s,$$

где  $qs$  — объем платных услуг какого-то вида (медицинских, образовательных, жилищных и т.п.);  $q$  — количество оказанных услуг данного вида;  $s$  — цена за услугу данного вида.

Исходя из этого, оценим изменение объема рассмотренных платных услуг населению в целом в 2007 г. по сравнению с 2006 г. как отношение суммарного объема платных услуг в 2007 г. ( $\sum q_1 s_1$ ) к суммарному объему платных услуг в 2006 г. ( $\sum q_0 s_0$ )

$$I_{qs} = \frac{\sum q_1 s_1}{\sum q_0 s_0} = \frac{184\,735 + 241\,624 + 172\,494}{156\,738 + 193\,124 + 137\,146} = \frac{598\,853}{487\,008} = 1,230 \cdot 100 = 123,0\% (+23,0\%),$$

т.е. объем ряда платных услуг населению возрос на 23% в 2007 г. по сравнению с 2006 г. Причиной тому могут быть как рост количества оказанных услуг, так и увеличение цены на отдельные услуги.

2. Общий индекс физического объема ряда платных услуг по сравнению с 2006 г. должен показать, на сколько изменилась (увеличилась или уменьшилась) стоимость платных услуг за счет изменения (увеличения или уменьшения) количества оказанных услуг разных видов при постоянстве цен. Соответственно необходимо рассчитать аналитический индекс, где количество будет выступать индексированным признаком, а связанный с ним признак цены услуги — признаком-весом. В итоге общий индекс физического объема ряда платных услуг имеет вид

$$I_{qs(q)} = \frac{\sum q_1 s_0}{\sum q_0 s_0}$$

Для расчета данного индекса необходимо найти числитель — суммарный объем платных услуг населению в отчетном периоде при условии, что цена одной услуги осталась на уровне базисного периода, т.е. это так называемый условный объем платных услуг. Данную величину можно определить на базе объема платных услуг населению базисного периода 1-го года и индекса физического объема платных услуг населению в 2007 г. в сопоставимых ценах, % к предыдущему году ( $I_{qs}$ ). Результаты необходимых расчетов приведены в табл. 2.

Расчетные данные

Виды платных услуг	Объем платных услуг населению, млн руб.		Условный объем платных услуг населению, млн руб. $q_1 s_0 = q_0 s_0 \cdot I_{qs}$
	2006 г.	2007 г.	
	$q_0 s_0$	$q_1 s_1$	
Жилищные услуги	156 738	184 735	164 732
Услуги системы образования	193 124	241 624	208 960
Медицинские услуги	137 146	172 494	152 643,5
Итого	487 008	598 853	526 335,5

Тогда

$$I_q = \frac{\sum q_1 s_0}{\sum q_0 s_0} = \frac{526\,335,5}{487\,008} = 1,081 \cdot 100 = 108,1\% (+8,1\%),$$

т.е. за счет роста количества оказанных услуг общий объем платных услуг населению увеличился на 8,1% в 2007 г. по сравнению с 2006 г.

3. Помня, что индексы связаны между собой так же, как и признаки, на основе которых они рассчитаны, найдем общий индекс цен и тарифов на платные услуги населению в 2007 г. по сравнению с 2006 г.:

$$I_{qs} = I_q \cdot I_s, \text{ отсюда } I_s = I_{qs} / I_q,$$

$$I_s = 1,230 / 1,081 = 1,138 \cdot 100 = 113,8\% (+13,8\%),$$

т.е. общий индекс цен и тарифов на платные услуги населению вырос на 13,8% в 2007 г. по сравнению с 2006 г.

4. Таким образом, общий рост объема платных услуг населению, наблюдаемый в 2007 г. по сравнению с 2006 г., составил +23,0%. Основной вклад в это увеличение внес рост цен и тарифов на платные услуги населению, который составил +13,8%, что в 1,05 раза ( $113,8 : 108,1 = 1,053$ ) больше, чем общий рост физического объема платных услуг населению.

Задача 4. По данным, приведенным в табл. 1, выполнить указанные задания.

Таблица 1

Данные о вводе в действие жилых домов и средней цене 1 м<sup>2</sup> жилья по трем областям Северо-Западного федерального округа

Область	Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади		Средняя цена на первичном рынке жилья, руб. за 1 м <sup>2</sup> общей площади	
	2006 г.	2008 г.	2006 г.	2008 г.
Вологодская	300	334	16 898,9	32 344,5
Новгородская	148	163	13 870	23 887,6
Псковская	132	126	15 444,3	22 518,6

1. Определить среднюю цену 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья трех областей в 2006 и 2008 гг.;

2. Найти индексы средней по трем областям цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья, а также индексы самой цены жилья.

3. Сделать выводы.

*Решение*

1. Среднюю цену 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья трех областей в 2006 и 2008 гг. определим как соотношение общей стоимости введенного жилья и общего количества м<sup>2</sup> общей площади введенного в действие жилья. Для этого рассчитаем общую стоимость введенного в действие жилья путем произведения средней цены на первичном рынке жилья (руб. за м<sup>2</sup> общей площади) и общего количества м<sup>2</sup> общей площади введенного в действие жилья. Результаты расчета оформим в табл. 2.

Расчетные данные

Таблица 2

Область	Общая стоимость введенного в 2008 г. в действие жилья, млн руб.	Общая стоимость введенного в 2006 г. в действие жилья, млн руб.
	$q_1 p_1$	$q_0 p_0$
Вологодская	10 803,06	5069,67
Новгородская	3893,68	2052,76
Псковская	2837,34	2038,65
Итого	17 534,08	9161,08

Таким образом, найдем среднюю цену 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья трех областей в 2008 ( $p_1$ ) и 2006 ( $p_0$ ) гг.

$$p_1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1} = \frac{17\,534\,080}{334 + 163 + 126} = \frac{17\,534\,080}{623} =$$

$$= 28\,144,59 \text{ (руб. за м}^2 \text{ общей площади),}$$

$$p_0 = \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0} = \frac{9\,161\,080}{300 + 148 + 132} = \frac{9\,161\,080}{580} =$$

$$= 15\,794,97 \text{ (руб. за м}^2 \text{ общей площади),}$$

Полученные результаты свидетельствуют о росте средней цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья в 2008 г. по сравнению с 2006 г. Исходя из формулы определения средней цены можно предположить, что она зависит как от изменения цены на 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья, так и от количества введенного в строй жилья.

2. Индексы средней по трем областям цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов) позволят оценить вклад каждого из факторов в наблюдаемый рост средней цены.

$$I_{p \text{ перем сост}} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0} =$$

$$= 28\,144,59 : 15\,794,97 = 1,782 \cdot 100 = 178,2\%.$$

т.е. средняя цена 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья выросла на 78,2% в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Индексы постоянного состава и структурных сдвигов призваны пояснить, за счет каких факторов наблюдается такой рост средней цены жилья на первичном рынке.

$$I_{p \text{ пост сост}} = I_{p(p)} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1} =$$

$$= 28\,144,59 : 15\,812,23 = 1,780 \cdot 100 = 178,0\%.$$

т.е. средняя цена жилья выросла на 78% за счет роста цены на жилье в каждой отдельной области.

При этом

$$\bar{p}_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1} \text{ — условная цена 1 м}^2 \text{ общей площади на первичном}$$

рынке жилья;

$$\bar{p}_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1} = \frac{334\,000 \cdot 16\,898,9 + 163\,000 \cdot 13\,870 + 126\,000 \cdot 15\,444,3}{334\,000 + 163\,000 + 126\,000} =$$

$$= 15\,812,23 \text{ (руб./1 м}^2 \text{),}$$

$$I_{p \text{ стр сдв}} = I_{p(q \sum p)} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1} =$$

$$= 15\,812,23 : 15\,794,97 = 1,001 \cdot 100 = 100,1\%.$$

т.е. средняя цена жилья выросла на 0,1% за счет изменения доли областей, в которых наблюдается более высокая цена 1 м<sup>2</sup> общей площади жилья. Однако такой незначительный рост средней цены за счет структурных сдвигов подтверждает тот факт, что наибольший вклад в рост средней цены внес именно рост цен в каждой из рассмотренных областей, а не изменение доли жилья, вводимого в действие в отдельных областях.

Рассмотренные индексы могут быть увязаны в систему:

$$I_{p \text{ перем сост}} = I_{p \text{ пост сост}} \cdot I_{p \text{ стр сдв}},$$

$$I_{p \text{ перем сост}} = 1,780 \cdot 1,001 = 1,782, \text{ или } 178,2\%.$$

3. Применение системного индексного анализа позволяет не только оценить изменения изучаемого явления, произошедшие

в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, но и объяснить, за счет каких факторов такие изменения стали возможны.

При изучении средней цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья было определено, что ее рост на 78,2% обусловлен совместным влиянием двух факторов:

- на 78,0% — за счет роста цен на жилье в каждой из трех областей;

- на 0,1% — дополнительно за счет неблагоприятных структурных сдвигов (в первую очередь за счет увеличения доли жилья, вводимого в действие в Вологодской области, где достигнута самая высокая цена на жилье на первичном рынке: с 51,7% в базисном периоде до 53,6% — в отчетном).

**Задача 5.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о выращивании пшеницы в одной из областей страны**

Пшеница	Валовой сбор, тыс. ц		Посевная площадь, га	
	2007 г.	2009 г.	2007 г.	2009 г.
Озимая	147	259	7412	8977
Яровая	194	195	14 774	15 052
Всего	341	454	22 186	24 029

1. Определить урожайность озимой и яровой пшеницы для каждого года.

2. Построить сводные индексы, отражающие изменение валового сбора, площади посевных площадей и урожайности пшеницы.

3. Определить, как в абсолютном выражении изменился валовой сбор пшеницы в 2009 г. по сравнению с 2007 г. под воздействием:

- увеличения посевных площадей;
- роста урожайности.

4. Найти долю прироста валового сбора за счет каждого из факторов.

**Решение**

При решении любой задачи из темы «Индексы» необходимо начинать с рассмотрения взаимосвязи между признаками, изменение которых изучается. В данном примере между валовым сбором, урожайностью и посевной площадью наблюдается следующая мультипликативная зависимость:

$$\text{Валовой сбор (ВС)} = \text{Посевная площадь (П)} \cdot \text{Урожайность (У)}.$$

1. Урожайность определяется как частное от валового сбора и посевной площади (табл.).

**Определение урожайности пшеницы**

Пшеница	2007 г., ц/га	2009 г., ц/га
	$Y_{2007} = \frac{BC_{2007}}{П_{2007}}$	$Y_{2009} = \frac{BC_{2009}}{П_{2009}}$
Озимая	19,8	28,9
Яровая	13,1	12,9

По данным таблицы можно констатировать, что урожайность озимой пшеницы выше урожайности яровой пшеницы. При этом урожайность озимой пшеницы значительно увеличилась в 2009 г. по сравнению с 2007 г., в то время как урожайность яровой пшеницы за тот же период уменьшилась, хоть и незначительно: с 13,1 ц с га до 12,9.

2. Поскольку для ответа на данный необходимо учитывать вид признака, изменение которого изучается (первичный он или вторичный), уточним их вид:

- валовой сбор и посевная площадь — признаки первичные; сводный индекс изменения первичных признаков определяется как соотношение двух сумм (за более поздний — текущий и более ранний — базисный период);

- урожайность пшеницы — признак вторичный; сводный индекс изменения вторичного признака определяется при помощи связанного с ним признака-веса.

Итак,

$$I_{BC} = \frac{\sum BC_1}{\sum BC_0} = \frac{454}{341} = 1,331 \cdot 100 = 133,1\% (+33,1\%).$$

$$I_{П} = \frac{\sum П_1}{\sum П_0} = \frac{24\,029}{22\,186} = 1,083 \cdot 100 = 108,3\% (+8,3\%).$$

$$I_{У} = \frac{\sum У_1 П_1}{\sum У_0 П_1} = \frac{18,9}{15,3} = 1,235 \cdot 100 = 123,5\% (+23,5\%).$$

Индексы больше 1 (100%) означают рост признаков, изменение которых изучается. Анализируя полученные результаты, можно констатировать, что в 2009 г. по сравнению с 2007 г. валовой сбор пшеницы вырос на 33,1%. Это обусловлено в первую очередь ростом урожайности, которая за тот же период выросла на 23,5%, а также увеличением посевных площадей на 8,3%.

3. Поскольку построение сводных индексов (в относительном или абсолютном выражении) требует учесть изменение не только индексируемого признака, но и признака, связанного с ним (признака-веса), поместим промежуточные расчеты в таблицу.

## Расчетные данные

Пшеница	Валовой сбор		
	базисный 2007	условный	отчетный 2009
	$\Pi_0 Y_0$	$\Pi_1 Y_0$	$\Pi_1 Y_1$
Озимая	147	177,7	259
Яровая	194	197,2	195
Всего	341	374,9	454

Оценим абсолютное изменение валового сбора пшеницы в 2009 г. по сравнению с 2007 г. — общее —  $\Delta_{BC}$ , в том числе вызванное:

а) ростом посевных площадей —  $\Delta_{BC(\Pi)}$ ;

б) ростом урожайности —  $\Delta_{BC(Y)}$ .

$\Delta_{BC} = \sum BC_1 - \sum BC_0 = 454 - 341 = 113$  (тыс. ц) — составил общий рост валового сбора.

$\Delta_{BC(\Pi)} = \sum \Pi_1 Y_0 - \sum \Pi_0 Y_0 = 374,9 - 341,0 = 33,9$  (тыс. ц) — таков рост валового сбора пшеницы за счет увеличения размера посевных площадей.

$\Delta_{BC(Y)} = \sum \Pi_1 Y_1 - \sum \Pi_1 Y_0 = 454,0 - 374,9 = 79,1$  (тыс. ц) — таков рост валового сбора пшеницы за счет роста урожайности пшеницы.

Общее изменение валового сбора есть сумма влияния двух факторов:

$$\Delta_{BC} = 33,9 + 79,1 = 113 \text{ (тыс. ц.)}$$

4. Относительное выражение прироста валового сбора пшеницы за счет каждого из факторов определим, зная размеры абсолютного изменения.

Удельный вес изменения валового сбора за счет роста посевных площадей определим следующим образом:

$$\frac{\Delta_{BC(\Pi)}}{\Delta_{BC}} = \frac{33,9}{113} = 0,3 \cdot 100 = 30\%$$

Удельный вес изменения валового сбора за счет роста урожайности определим так:

$$\frac{\Delta_{BC(Y)}}{\Delta_{BC}} = \frac{79,1}{113} = 0,7 \cdot 100 = 70\%$$

Таким образом, основной вклад в увеличение валового сбора внес рост урожайности (70%), при этом увеличение посевных площадей также способствовало росту валового сбора (30%).

## 10.5.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Динамика цен на некоторые продовольственные товары в апреле — июне, % к предыдущему периоду

Товары	Апрель	Май	Июнь
Рыба и морепродукты	102,0	101,6	101,3
Хлеб и хлебобулочные изделия	100,3	100,2	100,1
Масло подсолнечное	97,3	96,9	97,8

1. Оценить, как изменились цены на представленные товары во II квартале года в целом.

2. Сделать выводы.

**Задача 2.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Цены на рыбопродукты (на конец года, руб. за 1 кг)

Продукты	Годы			
	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.
Рыба живая и охлажденная	58,48	68,27	73,94	82,93
Рыба замороженная неразделанная	48,68	55,76	58,69	62,82
Рыба соленая, маринованная, копченая	107,99	130,65	144,92	154,98
Консервы рыбные натуральные и с добавлением масла, за условную банку весом 350 г	27,61	30,79	32,28	35,20

1. Построить цепные и базисные индексы цен на рыбные продукты.

2. Сделать выводы о том, на какие из представленных товаров цены выросли в наибольшей степени, на какие — в наименьшей.

**Задача 3.** По данным, приведенным в таблице, найти индексы физического объема отдельных непродовольственных товаров. Найти цепные индексы физического объема для каждого товара за последние пять лет.

**Индексы физического объема отдельных непродовольственных товаров (1990 г. = 100)**

Товары	Годы					
	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Туалетное мыло	84,7	93,7	98,8	105,3	106,1	107,3
Часы	50,6	48,7	49,0	49,2	52,2	53,6
Телевизоры цветного изображения	83,0	100,0	110,2	156,3	206,2	223,7
Стиральные машины	46,4	57,7	64,3	81,2	94,0	100,7

1. Построить цепные индексы физического объема для каждого товара за последние 5 лет.

**Задача 4.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Цены на продовольственные товары на конец года, руб. за 1 кг**

Товары	Годы			
	2004	2005	2006	2007
Соки фруктовые, за л	32,23	33,88	36,67	39,89
Чай черный байховый	183,01	193,61	204,25	224,65
Кофе натуральный растворимый	587,63	658,47	722,14	813,54

1. Построить цепные и базисные индексы цен на указанные продовольственные товары.

2. Сделать выводы о том, на какие из представленных товаров цены выросли в наибольшей степени, на какие — в наименьшей.

**Задача 5.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о ценах и объемах продаж отдельных товаров**

Товары	Количество продаж, тыс. т		Цена за 1 кг, руб.	
	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.
Картофель	7640	7693	9,72	10,94
Сахар-песок	2984	2959	19,69	22,71
Чай	178	179	193,61	204,25

1. Вычислить индивидуальные индексы цен, физического объема и товарооборота каждого товара в 2006 г. по сравнению с 2005 г.

2. Рассчитать общие индексы цен, физического объема и товарооборота продовольственных товаров в 2006 г. по сравнению с 2005 г.

3. Оценить величину перерасхода, осуществленного населением вследствие роста цен на изучаемые товары.

4. Сделать выводы.

**Задача 6.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о ценах и объемах продаж отдельных товаров**

Товары	Количество продаж, тыс. шт.		Цена за 1 шт., руб.	
	2004 г.	2006 г.	2004 г.	2006 г.
Холодильники	3353	3921	11 750	12 879
Электропылесосы	3390	4353	2522	2769
Велосипеды дорожные	2026	2248	2524	3130

1. Вычислить индивидуальные индексы цен, физического объема и товарооборота каждого товара в 2006 г. по сравнению с 2004 г.

2. Рассчитать общие индексы цен, физического объема и товарооборота непродовольственных товаров в 2006 г. по сравнению с 2004 г.

3. Оценить величину перерасхода, осуществленного населением вследствие роста цен на изучаемые товары.

4. Сделать выводы.

**Задача 7.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные по универмагу**

Товары	Продано, млн руб.		Индекс цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	24	35	102,0
Пальто	350	390	105,5

1. Определить, как в среднем по универмагу возросли цены и какую сумму экономии (перерасхода) за счет этого получило население.

2. Рассчитать общие индексы товарооборота и количества проданных товаров.

3. Сделать выводы.

**Задача 8.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о стоимостных и физических объемах платных услуг населению РФ**

Виды платных услуг населению	Объем платных услуг населению, млрд руб.		Индекс физического объема платных услуг населению, %
	2005 г.	2006 г.	
Бытовые	229 445	277 079	105,7
Транспортные	488 423	593 340	105,3
Коммунальные	415 727	503 779	101,3
Медицинские, образовательные и другие платные услуги	1 138 138	1 424 576	106,0

1. Оценить, как изменился объем платных услуг населению в целом в 2006 г. по сравнению с 2005 г.

2. Рассчитать общий индекс физического объема платных услуг в целом в 2006 г. по сравнению с 2005 г.

3. Используя взаимосвязь индексов стоимостного и физического объемов платных услуг, найти общий индекс цен и тарифов на платные услуги населению в 2006 г. по сравнению с 2005 г.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 9.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Данные о стоимостных и физических объемах платных бытовых услуг населению РФ**

Виды бытовых услуг населению	Объем платных услуг населению, млн руб.		Индекс физического объема платных услуг населению, %
	2004 г.	2005 г.	
Ремонт и строительство жилья и других построек	62 658	78 638	107,8
Техническое обслуживание и ремонт транспортных средств, машин и оборудования	55 112	65 856	115,4
Ремонт и пошив одежды, пошив и вязание трикотажных изделий	21 038	23 063	99,8
Другие бытовые услуги населению	89 871	110 316	104,4

1. Оценить, как изменился объем бытовых услуг населению в целом в 2005 г. по сравнению с 2004 г.

2. Рассчитать общий индекс физического объема бытовых услуг в целом в 2005 г. по сравнению с 2004 г.

3. Используя взаимосвязь индексов стоимостного и физического объемов бытовых услуг, найти общий индекс цен и тарифов на бытовые услуги населению в 2005 г. по сравнению с 2004 г.

4. Прокомментировать полученные результаты.

**Задача 10.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Производство продукции А по двум предприятиям концерна**

Предприятие	Первое полугодие		Второе полугодие	
	производство, тыс. шт.	затраты на производство, млн руб.	производство, тыс. шт.	себестоимость 1 ед. продукции, руб.
№ 1	130	91,0	110	750
№ 2	70	56,0	90	850

Определить:

- себестоимость продукции А на каждом предприятии в первом полугодии;
- среднюю себестоимость продукции А по концерну;
- изменение индивидуальной и средней себестоимости во втором полугодии по сравнению с первым;
- влияние структуры производства на среднюю себестоимость при помощи индекса структурных сдвигов;
- индекс собственно себестоимости (постоянного состава).

2. Прокомментировать результаты.

**Задача 11.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

#### Данные о розничном товарообороте в регионе

Группы товаров	Оборот розничной торговли, млн руб.		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
Продовольственные товары	161 890	201 568	+15,6
Непродовольственные товары	195 483	246 360	+6,5

- Определить структуру оборота розничной торговли в отчетном и базисном периодах.
- Рассчитать общий индекс цен розничной торговли.
- Вычислить индексы стоимостного и физического объема розничного товарооборота.
- Определить, как изменился физический объем розничного товарооборота на душу населения в регионе, если численность населения за рассматриваемый период сократилась на 0,2%.

**Задача 12.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

#### Данные об импорте табачного сырья в РФ

Группы стран-импортеров	Количество, тыс. т		Стоимость импорта, млн долл. США	
	2005 г.	2007 г.	2005 г.	2007 г.
Из стран СНГ	26,8	15,1	34,8	34,8
Из стран дальнего зарубежья	265	295	208	839

- Рассчитать средние импортные цены на табачное сырье по отдельным направлениям импорта.

2. Определить, как изменились цены за рассматриваемый период по отдельным направлениям и в среднем.

3. Определить структуру импорта табачного сырья для каждого года, как изменение структуры импорта отразилось на средних импортных ценах.

4. Определить, как изменились затраты на импорт за счет изменения объемов импорта, структуры импорта и импортных цен?

**Задача 13.** В течение одного дня на рынке было продано 1800 кг яблок одного сорта. Торговля осуществлялась десятью торговыми точками. Из них две торговали по цене 62 руб. за 1 кг, а остальные — по цене 49 руб. за 1 кг. Суммарный товарооборот «дорогих» и «дешевых» торговых точек оказался одинаковым.

Определить среднюю цену продажи яблок на рынке и средний товарооборот на одну «дорогую» и «дешевую» торговую точку.

**Задача 14.** Цены на капусту белокочанную, продаваемую на четырех рынках города, снизились в октябре по сравнению с сентябрем в среднем на 1,8%. Вместе с тем на каждом из рынков цена за 1 кг капусты за указанный период не изменилась.

1. Объяснить, чем вызвано такое расхождение в динамике индивидуальных и средних цен на капусту, укажите возможные причины.

2. Рассчитать среднюю цену продажи капусты по городским рынкам в целом за сентябрь, если известно, что физический объем продаж капусты за указанный период увеличился на 30%, товарооборот капусты в сентябре составил 230 тыс. руб., а доли отдельных рынков в продаже капусты в октябре составили:

- № 1 — 20%;
- № 2 — 20%;
- № 3 — 20%.

Объем реализации капусты на рынке № 4 в октябре был равен 20 т.

**Задача 15.** По данным, приведенным в таблице, оценить динамику потребительских расходов.

#### Данные о продажах на рынке

Продовольственные товары	Стоимость проданных товаров, тыс. руб.		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, разы
	базисный период	отчетный период	
Яблоки	650	1050	0,89
Груши	467	399	1,05
Черешня	780	955	1,25

1. Определить, как изменилась стоимость проданных товаров на рынке в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.
2. Определить, как изменились цены в целом на проданные на рынке товары в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом?
3. Вычислить сумму экономии или перерасхода, полученную населением в отчетном периоде в результате изменения цен на товары.

**Задача 16.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Численность работников и фонд оплаты труда на предприятиях торговли разных форм собственности**

Форма собственности	Среднесписочная численность работников, тыс. чел.		Фонд оплаты труда, млн руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Государственная	12,6	14,3	28,0	55,0
Негосударственная	83,4	146,9	190,0	630,0

1. Вычислить среднюю заработную плату одного работника по формам собственности за каждый год и оценить ее изменение.
2. Рассчитать среднюю заработную плату и проанализировать роль отдельных факторов (индексы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).
3. Объяснить полученные результаты.

**Задача 17.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Выпуск продукции и основные производственные фонды (ОПФ) по группе предприятий одной отрасли, тыс. руб.**

Предприятие	Объем продукции		Среднегодовая стоимость ОПФ	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	5650	5933	10 476	10 885
№ 2	5135	5640	6375	6630

1. Рассчитать индексы средней по группе предприятий фондоотдачи (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).
2. Сделать выводы о том, что больше повлияло на среднюю фондоотдачу: изменение фондоотдачи на отдельных предприятиях или изменение доли предприятий с разным уровнем фондоотдачи.

**Задача 18.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Ввод в действие жилых домов и средняя цена 1 м<sup>2</sup> жилья по четырем областям Центрального федерального округа**

Область	Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади		Средняя цена на первичном рынке жилья, руб. за м <sup>2</sup> общей площади	
	2006 г.	2007 г.	2006 г.	2007 г.
Рязанская	376,6	456,6	25 495	35 955
Смоленская	297,2	300,3	21 729	26 859
Тамбовская	420,9	501,7	19 599	27 983
Тверская	354,3	418,7	28 894	39 446

1. Определить среднюю цену 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья четырех областей в 2006 и 2007 гг.
2. Рассчитать индексы средней по четырем областям цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).
3. Сделать выводы.

**Задача 19.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Объемы валового регионального продукта (ВРП) и численность занятого в экономике населения по трем областям Дальневосточного федерального округа**

Территория	ВРП, млн руб.		Среднегодовая численность занятого в экономике населения, тыс. человек	
	2005 г.	2006 г.	2005 г.	2006 г.
Приморский край	186 623,3	208 858,8	980,2	979,1
Хабаровский край	161 194,4	196 212,1	721,3	726,7
Магаданская обл.	27 167,8	29 863,9	93,8	94,1

1. Определить уровень валового регионального продукта на одного занятого в 2006 и 2005 гг.;
2. Рассчитать индекс валового регионального продукта на одного занятого в целом по трем областям (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).
3. Сделать выводы.

**Задача 20.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

**Ввод в действие жилых домов и средняя цена 1 м<sup>2</sup> жилья по четырем областям Северо-Западного федерального округа**

Область	Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади		Средняя цена на первичном рынке жилья, руб. за м <sup>2</sup> общей площади	
	2005 г.	2007 г.	2005 г.	2007 г.
Калининградская	266,0	753,3	20 680	38 950
Ленинградская	532,9	844,0	22 903	30 675
Новгородская	143,1	204,5	23 888	28 600
Псковская	99,9	130,5	22 519	32 344

1. Определить среднюю цену 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья четырех областей в 2005 и 2007 гг.

2. Рассчитать индексы средней по четырем областям цены 1 м<sup>2</sup> общей площади на первичном рынке жилья (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).

3. Сделать выводы.

**10.5.3. Контрольные вопросы и задания**

- Охарактеризуйте сферу применения индексов.
- Дайте определение индексов.
- Перечислите задачи, решаемые при помощи индексного метода.
- Перечислите основания для классификации индексов.
- Могут ли сводные индексы быть цепными и базисными?
- Производной формой какого индекса является индекс средних из индивидуальных?
- Как связаны между собой цепные и базисные индексы физического объема?
- Значение индекса менее 100% означает рост или снижение уровня изучаемого явления?
- Деление индексов на простые и аналитические осуществляется в зависимости от чего?
- Есть ли различие при построении простых индексов первичных и вторичных признаков?
- Каково содержание формального правила выбора периода весов в индексном анализе?
- Приведите примеры исключения из правила при выборе периода весов в индексном анализе.

13. Дайте понятие и раскройте содержание средних форм сводных индексов.

14. Постройте сводный индекс цен как среднюю из индивидуальных индексов цен.

15. Чем различаются базисные и цепные индексы?

16. Что такое индекс структурных сдвигов, при анализе изменения каких величин он применяется?

17. Что означает значение индекса структурных сдвигов средней урожайности 85%?

18. В какой зависимости находятся между собой индексы переменного и постоянного состава и индекс структурных сдвигов?

19. Что означают термины «благоприятные» и «неблагоприятные» структурные сдвиги при анализе изменения средней заработной платы и средней себестоимости продукции?

20. Что представляют собой индексы с переменными и индексы с постоянными весами?

## Глава 11

### ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ СТАТИСТИКИ

#### 11.1. Статистика уровня жизни населения

В структуре дисциплины «статистика» выделяются два направления: теория статистики и социально-экономическая статистика. Теория статистики рассматривает комплекс вопросов, связанных с организацией статистического наблюдения, т.е. сбора массовых данных, знакомит с методами обработки и анализа статистической информации.

**Задачи социально-экономической статистики** состоят в изучении особенностей измерения конкретных экономических, социальных, демографических процессов, особенностей конкретных видов деятельности; в оценке эффективности изучаемых процессов. При этом каждой группой проблем занимается особая отрасль статистики: социальная, демографическая, медицинская, таможенная, статистика транспорта, внешней торговли, цен и т.п.

Для специалистов всех отраслей важное значение имеет знание основ социальной статистики. *Социальная статистика изучает структуру общества, взаимоотношения членов общества и государства, отношения между работниками и работодателями, распределение и потребление результатов деятельности между членами общества.*

Одним из наиболее значимых разделов социальной статистики является статистика уровня жизни населения, механизмы и условия его формирования, его региональные различия и характер динамики.

Различают несколько градаций уровня жизни: **достаток**, норма, бедность и нищета. *Достаток* обеспечивает всестороннее развитие человека.

*Норма* представляет собой научно обоснованный уровень потребления, который позволяет восстанавливать физические и интеллектуальные силы человека.

*Бедность* обеспечивает сохранение работоспособности при ограниченном потреблении.

*Нищета* характеризуется предельно допустимым минимальным уровнем потребления, который позволяет сохранить жизнеспособность человека.

Международная практика изучения такого сложного понятия, как уровень жизни, затрагивает следующие разделы:

- естественное движение населения;
- санитарно-гигиенические условия жизни;
- потребление продовольственных товаров;
- жилищные условия;
- образование и культура;
- условия труда и занятость;
- доходы и расходы населения;
- потребительские цены;
- транспортное обслуживание;
- отдых;
- социальное обеспечение;
- свобода человека.

Одними из наиболее показательных индикаторов уровня жизни являются денежные доходы населения, потребление продовольственных и непродовольственных товаров, а также различных видов услуг.

Денежные доходы населения формируются из разных источников: заработной платы; социальных выплат — пенсий, стипендий, пособий и т.д. (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Структура денежных доходов населения России, % к итогу<sup>1</sup>

Источник доходов	Годы		
	2000	2004	2008
Доходы от предпринимательской деятельности	15,4	11,7	10,0
Оплата труда	62,8	65,0	68,6
Социальные выплаты	13,8	12,8	12,8
Доходы от собственности	6,8	8,3	6,6
Другие доходы	1,2	2,2	2,0
Все денежные доходы	100,0	100,0	100,0

<sup>1</sup> Источник: Россия в цифрах. 2009 : стат. сборн. М. : Росстат, 2009. С. 118.

Данные табл. 11.1 позволяют увидеть роль каждого из источников формирования денежных доходов и его динамику. За период с 2000 по 2008 г. возросла доля оплаты труда и снизилась доля доходов от предпринимательства.

Для обобщенной оценки различий структуры используются абсолютные и нормированные показатели, а также графики – секторные и столбиковые диаграммы (см. гл. 6 разд. 6.2.5).

Денежные доходы населения оцениваются их среднедушевой месячной величиной (табл. 11.2). Если этот показатель выразить в текущих ценах, то величина доходов обычно завышается, поскольку цены растут. Использование сопоставимых цен характеризует реальные доходы. Базисные индексы позволяют рассчитать динамику доходов (см. табл. 11.2). За 2000–2008 гг. реальные среднедушевые доходы населения РФ возросли в 2,23 раза, а по сравнению с 2004 г. – в 1,46 раза.

Таблица 11.2  
Среднедушевые денежные доходы населения и их динамика<sup>1</sup>

Показатели	Годы			
	2000	2004	2006	2008
Среднедушевые доходы в месяц, текущие цены, тыс. руб.	2,28	6,41	10,20	15,14
Реальные располагаемые доходы, %:				
к предыдущему году	112	110	113	103
к 2000 г.	100	153	193	223
к 2004 г.	×	100	127	146

<sup>1</sup> Источники: Россия в цифрах. 2007. С. 111; Россия в цифрах. 2009. С. 112.

Номинальные и реальные среднедушевые ежемесячные доходы имеют территориальные отличия: по федеральным округам и субъектам Федерации (табл. 11.3).

Различия в уровне доходов приводят к расслоению общества, что отражается показателями дифференциации. Коэффициент Лоренца оценивает степень схожести равномерного распределения населения и его доходов. Для расчета этого показателя численность населения распределяется на пять групп (квintильные), в каждую из которых входят 20% общей численности населения ( $d_{нас}$ ). По каждой группе рассчитывается величина дохода и его удельный

Таблица 11.3  
Среднедушевые денежные доходы населения и их динамика в федеральных округах РФ<sup>1</sup>

Федеральный округ	Среднедушевые доходы, тыс. руб.				Реальные доходы, % к предыдущему году				Темп роста за 2004–2007 гг.
	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	
Центральный	8,99	11,08	13,88	17,08	112	109	114	112	139
Северо-Западный	6,94	9,05	10,97	13,28	114	114	110	110	140
Южный	4,17	5,33	6,81	8,71	113	112	116	117	152
Приволжский	4,79	6,22	8,00	9,93	109	115	117	113	152
Уральский	7,41	9,51	12,04	15,03	111	114	113	115	148
Сибирский	5,27	6,68	8,35	10,29	109	112	114	114	146
Дальневосточный	7,05	8,89	11,10	13,36	109	110	112	111	137
Российская Федерация	6,41	8,11	10,20	12,61	111	112	114	113	144

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. М.: Росстат. 2008. С. 117–119.

вес в общей сумме доходов ( $d_{\text{дох}}$ ). Коэффициент строится на сравнении долей численности и дохода: при схожих величинах  $d_{\text{нас}}$  и  $d_{\text{дох}}$  и при значениях коэффициента, близких к нулю, делаем вывод о равномерном распределении доходов населения. При резко отличающихся долях коэффициент приближается к единице, что указывает на предельную неравномерность распределения доходов.

Формула для расчета коэффициента Лоренца имеет следующий вид:

$$K_L = \frac{\sum_1^k |d_{\text{нас}} - d_{\text{дох}}|}{2}$$

В табл. 11.4 приводится порядок расчета коэффициента Лоренца по данным за 2002 и 2007 гг.

Значения коэффициента Лоренца, рассчитанные для 2002 и 2007 гг. свидетельствуют об умеренном неравенстве в распределении доходов населения. Отметим, что в 2007 г. по сравнению с 2002 г. равномерность распределения доходов снизилась и возросла неравномерность распределения.

На эту же особенность указывает децильный коэффициент дифференциации доходов. Этот показатель рассчитывается как отношение доходов 10% наиболее обеспеченного населения к доходам 10% наименее обеспеченного населения (табл. 11.4).

Таблица 11.4  
Децильный коэффициент дифференциации доходов населения РФ<sup>1</sup>

Показатели	Годы	
	2002	2007
Группа с 10-процентной численностью населения		
С наименьшими доходами, тыс. руб.	4,4	4,1
С наибольшими доходами, тыс. руб.	29,1	31,1
Децильный коэффициент дифференциации доходов, разы	6,6	7,5

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 132.

Децильный коэффициент показывает, что различия в доходах групп с наивысшими и наименьшими доходами увеличились с 6,6 раза в 2002 г. до 7,5 раза в 2007 г.

Наглядное представление о распределении доходов по группам населения дает *кривая Лоренца* (рис. 11.1). График строится по значениям накопленных (кумулятивных) значений, обозначенных как *сум* удельных весов численности ( $D_{\text{нас}} = \text{сум } d_{\text{нас}}$ ) и доходов ( $D_{\text{дох}} = \text{сум } d_{\text{дох}}$ ) населения.

Равномерное распределение доходов отражает биссектриса угла координат. При неравномерном распределении доходов ломаная кривая отличается от прямой линии: чем сильнее неравномерность, тем больше эти отличия.

Степень неравномерности (или концентрации доходов) распределения доходов по группам населения оценивает *коэффициент Джини*. Этот показатель, обозначаемый как *G* (по первой букве фамилии автора — Gini Coefficient), принимает значения от нуля до единицы:  $0 < G < 1$ .

Значения коэффициента, близкие к нулю, указывают на равномерность распределения доходов по группам

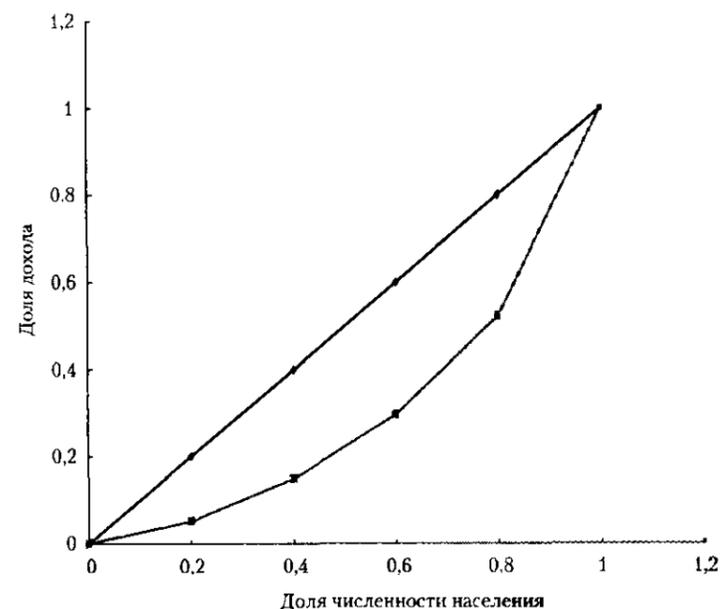


Рис. 11.1. Кривая Лоренца: распределение доходов по группам населения РФ в 2007 г.

Таблица 11.5

Распределение населения России по 20-процентным группам<sup>1</sup>

Группа с 20-процентной численностью населения (квинтильная), $k$	Годы					
	2002			2007		
	Удельный вес группы в населении		$ d_{\text{нас}} - d_{\text{дох}} $	Удельный вес в населении		$ d_{\text{нас}} - d_{\text{дох}} $
численности населения	$d_{\text{нас}}$	численности населения		$d_{\text{дох}}$		
Первая (20%)	0,2	0,057	0,143	0,2	0,051	0,149
Вторая (40%)	0,2	0,104	0,096	0,2	0,098	0,102
Третья (60%)	0,2	0,154	0,046	0,2	0,148	0,052
Четвертая (80%)	0,2	0,227	0,027	0,2	0,225	0,025
Пятая (100%)	0,2	0,458	0,258	0,2	0,478	0,278
Итого	1,0	1,000	0,570	1,0	1,000	0,606
$K_L$	-	-	0,285	-	-	0,303

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 132.

населения. Значения коэффициента, приближающиеся к единице, указывают на высокую степень неравномерности распределения доходов, т.е. на высокую концентрацию доходов в отдельных группах населения.

В расчете коэффициента Джини участвуют показатели удельного веса численности 20-процентных групп населения ( $d_{\text{нас}}$ ), доля их доходов ( $d_{\text{дох}}$ ), значения накопленной доли доходов 20-процентных групп ( $D_{\text{дох}}$ ) и число квинтильных групп населения ( $k = 5$ ) (табл. 11.5).

$$G = 1 - 2 \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot D_{\text{дох}} + \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot d_{\text{дох}}$$

Покажем порядок расчета коэффициента Джини по данным о распределении населения РФ по доходам в 2002 и 2007 гг. (табл. 11.6).

Для 2004 г. коэффициент Джини составил

$$\begin{aligned} G &= 1 - 2 \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot D_{\text{дох}} + \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot d_{\text{дох}} = \\ &= 1 - 2 \cdot 0,4150 + 0,200 = 0,370. \end{aligned}$$

Для 2007 г. коэффициент равен

$$\begin{aligned} G &= 1 - 2 \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot D_{\text{дох}} + \sum_1^k d_{\text{нас}} \cdot d_{\text{дох}} = \\ &= 1 - 2 \cdot 0,4038 + 0,200 = 0,392. \end{aligned}$$

За пятилетний период с 2002 по 2007 г. распределение по доходу стало менее однородным, т.е. повысилась концентрация доходов в группе с наибольшими доходами: доля этой группы в общей сумме доходов возросла с 45,8 до 47,8%.

Уровень доходов определяет размер потребления населением материальных благ и услуг. Общую оценку среднего размера потребления дает величина *прожиточного минимума* (ПМ). Сумма прожиточного минимума определяется как стоимость минимальной потребительской корзины (МПК), включающей стоимость продуктов питания, необходимых услуг и сумму обязательных платежей и взносов (табл. 11.7).

Таблица 11.6

Распределение доходов по 20-процентным группам населения России<sup>1</sup>

Квintильная группа населения (k)	Годы											
	2002						2007					
	$d_{\text{нас}}$	$d_{\text{дох}}$	$D_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}} \cdot d_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}} \cdot D_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}}$	$d_{\text{дох}}$	$D_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}} \cdot d_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}} \cdot D_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}}$	$d_{\text{дох}}$
Первая	0,2	0,057	0,057	0,011	0,0114	0,2	0,051	0,051	0,0102	0,0102	0,2	0,051
Вторая	0,2	0,104	0,161	0,021	0,0322	0,2	0,098	0,149	0,0196	0,0298	0,2	0,098
Третья	0,2	0,154	0,315	0,031	0,0630	0,2	0,148	0,297	0,0296	0,0594	0,2	0,148
Четвертая	0,2	0,227	0,542	0,045	0,1084	0,2	0,225	0,522	0,0450	0,1044	0,2	0,225
Пятая	0,2	0,458	1,000	0,092	0,2000	0,2	0,478	1,000	0,0956	0,2000	0,2	0,478
Итого	1,0	1,000	×	0,200	0,4150	1,0	1,000	×	0,2000	0,4038	1,0	1,000

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 132.Таблица 11.7  
Структура прожиточного минимума в Российской Федерации за IV квартал 2007 г., %<sup>1</sup>

	Прожиточный минимум	В том числе:			
		стоимость потребительской корзины			обязательные платежи и взносы
		продукты питания	непродовольственные товары	услуги	
Российская Федерация	100,0	41,0	16,9	35,5	6,6

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 155.

Уровень прожиточного минимума устанавливается Правительством Российской Федерации ежеквартально. На основе квартальных данных определяется стоимость МПК за год. Прожиточный минимум рассчитывается для всего населения, а также для отдельных категорий трудоспособного населения, пенсионеров и детей (табл. 11.8).

Таблица 11.8

Прожиточный минимум в среднем на душу населения РФ, тыс. руб.<sup>1</sup>

Год	Прожиточный минимум в среднем за месяц года	Кроме того, по социально-демографическим группам		
		трудоспособное население	пенсионеры	дети
2002	1,8	2,0	1,4	1,8
2003	2,1	2,3	1,6	2,1
2004	2,4	2,6	1,8	2,3
2005	3,0	3,3	2,4	2,9
2006	3,4	3,7	2,7	3,3
2007	3,8	4,2	3,1	3,7
Темп роста в среднем за год, %	116,1	116,0	117,2	115,5

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 123–124.

Прослеживается устойчивая тенденция повышения прожиточного минимума — в целом и по социально-демографическим группам. Среднегодовые темпы увеличения прожиточного минимума по группам населения мало отличаются и составляют от 115,5 до 117,2%.

В значениях прожиточного минимума по кварталам сказывается влияние сезонных изменений: минимальное значение — в I квартале, увеличение — во II, стабилизация уровня — в III и увеличение — в IV квартале (табл. 11.9).

Таблица 11.9  
Величина прожиточного минимума в среднем на душу населения России за месяц по кварталам года, тыс. руб.<sup>1</sup>

Год	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
2002	1,7	1,8	1,8	1,9
2003	2,0	2,1	2,1	2,1
2004	2,3	2,4	2,4	2,5
2005	2,9	3,1	3,0	3,1
2006	3,4	3,4	3,4	3,4
2007	3,7	3,8	3,9	4,0
2008	4,4	4,6	4,6	...
Темп роста в среднем за год, %	117,2	116,9	116,9	116,1

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 123–124.

Квартальные значения прожиточного минимума возрастают от года к году с примерно одинаковыми среднегодовыми темпами: от 116,1 до 117,2%.

Для характеристики уровня жизни населения субъектов РФ социальная статистика определяет численность и долю лиц с доходами ниже стоимости МПК. Эта группа населения, живущего за «чертой бедности». В Российской Федерации доля малоимущего населения за период 2002–2007 гг. систематически снижалась (табл. 11.10).

Таблица 11.10  
Процент населения России с доходами ниже прожиточного минимума<sup>1</sup>

	Годы			
	2002	2004	2006	2007
Российская Федерация	24,6	17,6	15,2	13,4

<sup>1</sup> Источник: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 157.

В России весьма существенны региональные различия в уровне жизни. Наиболее высокие проценты малоимущего населения в 2007 г. зафиксированы в Усть-Ордынском Бурятском национальном округе — 57,4%, в республиках Калмыкия — 44,%, Алтай — 33,5% и в Ивановской области — 31,9%.

Минимальные проценты малоимущего населения в 2007 г. имели место в Ямало-Ненецком автономном округе — 6,6%, Ненецком национальном округе — 6,7%, Ханты-Мансийском автономном округе — Югра — 7,4%, Республике Татарстан — 8,7%, Санкт-Петербурге — 9,0%.

Потребительская корзина представляет собой минимальный набор товаров и услуг, которые требуются для сохранения здоровья человека и обеспечивают его жизнедеятельность. Фактическая структура потребительских расходов дает представление о региональных особенностях и изменениях во времени (табл. 11.11).

В структуре фактических расходов домашних хозяйств РФ и федеральных округов более 75% составляют расходы на приобретение продовольственных и непродовольственных товаров. Остальная значительная часть расходов связана с оплатой услуг. Небольшие изменения в структуре потребительских расходов за период с 2005 по 2007 г. вызваны снижением доли расходов на продукты питания и алкогольные напитки. В это же время увеличилась доля расходов на покупку непродовольственных товаров и на оплату услуг.

На основе изучения структуры расходов в XIX в. были выявлены следующие закономерности. Первая из них получила название *Закона Энгеля*. Его суть в том, что возрастание доли расходов на питание свидетельствует о снижении уровня жизни. Вторая закономерность, известная как *Закон Швабе*, заключается в том, что возрастание доли расходов на жилье свидетельствует о повышении уровня жизни. Закон Энгеля четко прослеживается по данным массовых обследований российских домохозяйств при их группировке по децильным группам. В первой, самой низкодоходной группе доля расходов на питание в 2005 г. составляла 53%, т.е. больше половины получаемых доходов, тогда как в десятой децильной группе, самой высокодоходной, доля расходов на питание в том же году составляла 21%, т.е. немногим более 1/5 получаемых доходов.

Региональные особенности и динамика структуры потребительских расходов домашних хозяйств РФ (% суммы потребительских расходов)<sup>1</sup>

Федеральный округ	Покупка продуктов питания		Покупка непродовольственных товаров		Покупка алкогольных напитков		Оплата услуг	
	2005 г.	2007 г.	2005 г.	2007 г.	2005 г.	2007 г.	2005 г.	2007 г.
Центральный	37,3	31,1	35,7	38,2	1,7	1,6	25,3	29,1
Северо-Западный	36,2	29,7	37,0	42,2	2,3	1,9	24,5	26,2
Южный	38,9	35,9	39,4	41,3	1,8	1,7	19,9	21,1
Приволжский	37,4	31,9	38,4	43,3	2,0	1,7	22,2	23,1
Уральский	30,8	27,4	43,4	46,7	2,1	1,8	23,7	24,1
Сибирский	33,1	30,3	42,5	44,6	2,0	1,8	22,4	23,3
Дальневосточный	35,1	32,6	38,8	38,7	1,9	1,7	24,2	27,0
Российская Федерация	36,1	31,2	38,5	41,7	1,9	1,7	23,5	25,4

<sup>1</sup> Источник: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008. С. 184–185.

Для количественной оценки различий двух структур расходов домохозяйств используются абсолютный и нормированный показатели изменений структуры (см. гл. 6). Приведем порядок расчета показателей на примере сравнения структуры расходов домохозяйств РФ (табл. 11.12).

Коэффициент абсолютных различий  $L_d$  показывает, на сколько процентных пунктов в среднем отличается удельный вес одной структурной группы:

$$L_d = \frac{\sum_{k=1}^k |d_1 - d_0|}{k} = \frac{10,2}{4} = 2,55 \text{ (п.п.)}$$

Распределение средств по целям их использования в среднем отличается по годам на 2,55 п.п.

Нормированные коэффициенты Гатева и Рябцева отвечают на вопрос, сколько процентов составляют фактические различия структур от их возможных различий.

$$K_{\text{Гатева}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^k (d_1 - d_0)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^k d_1^2 + \sum_{k=1}^k d_0^2}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{37,9}{\sqrt{3360,38 + 3341,32}} \cdot 100\% = 7,5\%$$

$$K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^k (d_1 - d_0)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^k (d_1 + d_0)^2}} \cdot 100\% = \frac{37,9}{\sqrt{13365,5}} \cdot 100\% = 5,3\%$$

Невысокие значения обоих нормированных коэффициентов свидетельствуют о низких различиях в структуре расходов, т.е. за два года в структуре не произошло заметных изменений.

Подобный анализ может выполняться для каждого федерального округа или субъекта РФ и выявлять те из них, для которых различия окажутся наибольшими.

Перечень конкретных товаров и услуг потребительской корзины устанавливается законодательными органами страны и субъектов РФ. В настоящее время потребительская

Таблица 11.12

Расчет показателей различий структуры потребительских расходов домохозяйств РФ<sup>1</sup>

Структурные группы расходов	2005 г.	2007 г.	$ d_1 - d_0 $	$(d_1 - d_0)^2$	$d_0^2$	$d_1^2$	$(d_1 + d_0)^2$
	$d_0$	$d_1$					
Покупка продуктов питания	36,1	31,2	4,9	24,01	1303,21	973,44	4529,29
Покупка непродовольственных товаров	38,5	41,7	3,2	10,24	1482,25	1738,89	6432,04
Покупка алкогольных напитков	1,9	1,7	0,2	0,04	3,61	2,89	12,96
Оплата услуг	23,5	25,4	1,9	3,61	552,25	645,16	2391,21
Итого	100,0	100	10,2	37,9	3341,32	3360,38	13 365,5

<sup>1</sup> Рассчитано по: Регионы России. Социально-экономические показатели. 2008. С. 184–185.

корзина включает 30 наименований: 11 наименований продуктов питания, 11 наименований непродовольственных товаров и 8 видов услуг. Например, в перечне продуктов представлены хлебные продукты, картофель, овощи, фрукты, сахар и кондитерские изделия, мясопродукты, рыбопродукты, молоко и молочные продукты, растительное масло. Статистика приводит сведения о килограммах потребления каждого продукта в среднем на душу населения за год по федеральным округам, субъектам Федерации и по стране в целом. Анализ данных выявляет изменения в уровне потребления конкретного продукта и в структуре набора продуктов питания.

В табл. 11.13 приведены абсолютные и относительные характеристики структуры продуктов питания в Российской Федерации в 2003 и 2007 гг.

**Потребление продуктов питания в домашних хозяйствах РФ (в среднем на одного члена домохозяйства за год)<sup>1</sup>**

Таблица 11.13

Структурные группы продуктов питания потребительской корзины	Среднедушевое потребление продуктов за год			
	кг		% к итогу	
	2003 г.	2007 г.	2003 г.	2007 г.
Хлебные продукты	109	103,7	16,7	14,8
Картофель	86	71,8	13,2	10,3
Овощи и бахчевые	84	88,8	12,9	12,7
Фрукты и ягоды	36	56,6	5,5	8,1
Мясо и мясопродукты	61	70,9	9,4	10,1
Молоко и молочные продукты	225	246,4	34,6	35,2
Рыба и рыбопродукты	14	18,1	2,2	2,6
Сахар и кондитерские изделия	26	32,3	4,0	4,6
Растительное масло и другие жиры	10	10,7	1,5	1,5
Итого	651	689,3	100,0	100,0

<sup>1</sup> Источники: Социальное положение и уровень жизни населения России 2004. С. 290–292; Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 267–269.

Для обобщающей оценки изменений в структуре продуктов питания рассчитаем абсолютный и нормированные показатели. Порядок расчета представим в табл. 11.14.

$$L_d = \frac{\sum_1^k |d_1 - d_0|}{k} = \frac{10,0}{9} = 1,11 \text{ (п.п.)}$$

Удельный вес одной структурной группы в среднем изменился за прошедшие годы на 1,11 п.п.

$$K_{\text{Гатева}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_1^k (d_1 - d_0)^2}{k}}}{\sqrt{\frac{\sum_1^k d_1^2 + \sum_1^k d_0^2}{k}}} \cdot 100\% = \sqrt{\frac{20,4}{1958,5 + 1930,4}} \cdot 100\% = 7,2\%$$

$$K_{\text{Рябцева}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_1^k (d_1 - d_0)^2}{k}}}{\sqrt{\frac{\sum_1^k (d_1 + d_0)^2}{k}}} \cdot 100\% = \sqrt{\frac{20,4}{7757,3}} \cdot 100\% = 5,1\%$$

Нормированные коэффициенты определяют изменения структурной группы в среднем на 5,1 или 7,2%. Оба показателя указывают на то, что сравниваемые структуры характеризуются весьма низким уровнем различий. Иными словами, с 2003 по 2007 г. в целом в структуре продуктов питания потребительской корзины населения России не произошло существенных изменений. Выявленные изменения можно оценить как позитивные. Так, в структуре продуктов питания наиболее заметно повысилась доля фруктов и ягод и понизилась доля картофеля и хлебных продуктов.

Используя характеристики структуры расходов, специалисты проводят подобный анализ региональных особенностей душевого потребления продуктов питания в каждом федеральном округе и в субъектах Федерации за период.

В заключение отметим, что система показателей оценки уровня жизни постоянно совершенствуется, расширяется, становится более разносторонней и информативной. Это позволяет успешно решать задачи социальной защиты населения, управлять социально-экономическим положением и прогнозировать развитие ситуации.

Таблица 11.14  
Изменения в структуре продуктов питания потребительской корзины всего населения РФ с 2003 по 2007 г.<sup>1</sup>

Структурные группы продуктов питания потребительской корзины, k	2003 г.		2007 г.		d <sub>1</sub> - d <sub>0</sub>	(d <sub>1</sub> - d <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>	d <sub>0</sub> <sup>2</sup>	d <sub>1</sub> <sup>2</sup>	(d <sub>1</sub> + d <sub>0</sub> ) <sup>2</sup>
	d <sub>0</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>0</sub>	d <sub>1</sub>					
Хлебные продукты	16,7	14,8	16,7	14,8	1,9	3,6	278,9	219,0	992,3
Картофель	13,2	10,3	13,2	10,3	2,9	8,4	174,2	106,1	552,3
Овощи и бахчевые	12,9	12,7	12,9	12,7	0,2	0,0	166,4	161,3	655,4
Фрукты и ягоды	5,5	8,1	5,5	8,1	2,6	6,8	30,3	65,6	185,0
Мясо и мясопродукты	9,4	10,1	9,4	10,1	0,7	0,5	88,4	102,0	380,3
Молоко и молочные продукты	34,6	35,3	34,6	35,3	0,7	0,5	1197,2	1246,1	4886,0
Рыба и рыбопродукты	2,2	2,6	2,2	2,6	0,4	0,2	4,8	6,8	23,0
Сахар и кондитерские изделия	4,0	4,6	4,0	4,6	0,6	0,4	16,0	21,2	74,0
Растительное масло и другие жиры	1,5	1,5	1,5	1,5	0,0	0,0	2,3	2,3	9,0
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0	10,0	20,4	1958,5	1930,4	7757,3

<sup>1</sup> Рассчитано по: Социальное положение и уровень жизни населения России. 2004. С. 290 - 292; Социальное положение и уровень жизни населения России. 2008. С. 267 - 269.

## 11.2. В помощь студенту и преподавателю

## 11.2.1. Решение типовых задач

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, определить степень неравномерности распределения доходов населения.

**Распределение населения России по размеру среднедушевого денежного дохода в I квартале 2010 г.<sup>1</sup>**

Среднедушевой денежный доход в месяц, руб.	Численность населения, %
до 2000,0	0,8
2000,1–4000,0	6,1
4000,1–6000,0	10,5
6000,1–8000,0	11,6
8000,1–10 000,0	11,0
10 000,1–15 000,0	21,5
15 000,1–25 000,0	22,1
свыше 25 000,0	16,4
Итого	100

<sup>1</sup> Источник: www.gks.ru.

**Решение**

Для определения коэффициента Джини составим расчетную таблицу.

На основе данных расчетной таблицы, используя формулу коэффициента Джини, определим концентрацию доходов:

$$G = 1 - 2 \sum d_{\text{нас}} D_{\text{дох}} + \sum d_{\text{нас}} d_{\text{дох}} = 1 - 2 \cdot 0,448446 + 0,182437 = 0,286$$

Полученное значение коэффициента Джини свидетельствует об умеренном неравенстве в распределении доходов населения России в I квартале 2010 г.

Расчетная таблица

Среднедушевой денежный доход в месяц, руб.	Средина интервала (x), руб.	$d_{\text{нас}}$	$d_{\text{нас}} x_i$	$d_{\text{дох}}$	$D_{\text{дох}} = \text{cum}(d_{\text{дох}})$	$d_{\text{нас}} d_{\text{дох}}$	$d_{\text{нас}} D_{\text{дох}}$
до 2000,0	1000	0,008	8	0,0006008	0,0006008	0,000004806	0,000004806
2000,1–4000,0	3000	0,061	183	0,01374338	0,01434419	0,000838346	0,000875000
4000,1–6000,0	5000	0,105	525	0,03942773	0,05377192	0,004139912	0,005646050
6000,1–8000,0	7000	0,116	812	0,06098156	0,11475348	0,007073861	0,013311400
8000,1–10 000,0	9000	0,110	990	0,07434944	0,18910293	0,008178439	0,020801320
10 000,1–15 000,0	12 500	0,215	2687,5	0,20183245	0,39093538	0,043393977	0,084051110
15 000,1–25 000,0	20 000	0,221	4420	0,33194398	0,72287935	0,073359618	0,159756340
свыше 25 000,0	22 500	0,164	3690	0,27712065	1	0,045447786	0,164000000
Итого	x	100	13 315,5	1	x	0,182436745	0,448446026

## 11.2.2. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

Распределение общего объема денежных доходов по 20-процентным группам населения<sup>1</sup>

Квintильная группа населения, (k)	Год					
	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Первая	5,4	5,4	5,3	5,1	5,1	5,1
Вторая	10,1	10,1	9,9	9,7	9,8	9,8
Третья	15,1	15,1	14,9	14,8	14,8	14,8
Четвертая	22,7	22,7	22,6	22,5	22,5	22,5
Пятая	46,7	46,7	47,3	47,9	47,8	47,8
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

<sup>1</sup> Источник: www.gks.ru.

1. Рассчитать коэффициенты Джини и Лоренца.
2. Построить кривые Лоренца для каждого года.
3. Проанализировать динамику полученных показателей и характер изменения кривой Лоренца.

**Задача 2.** По данным, приведенным в таблице, выполнить указанные задания.

## Распределение населения города по уровню среднедушевого денежного дохода в месяц в 2008 и 2009 гг.

Среднедушевой денежный доход в месяц, руб.	Численность населения, тыс. чел.	
	2008 г.	2009 г.
до 4000,0	32,1	21,4
4000,1–6000,0	88,3	79,1
6000,1–8000,0	112,1	126,6
8000,1–10 000,0	262,6	274,6
10 000,1–12 000,0	275,5	261,2
12 000,1–14 000,0	300,2	345,2
14 000,1–16 000,0	364,2	378,2
свыше 18 000,0	412,7	423,4
Итого	1847,7	1909,7

1. Вычислить децильные коэффициенты неравенства доходов.
2. Построить кривые Лоренца для каждого года.
3. Сравнить полученные результаты.

**Задача 3.** На основе данных, приведенных в таблице, с помощью обобщающих показателей структурных сдвигов оценить интенсивность изменения структуры денежных доходов населения в 2009 г. по сравнению с 2006 г.

Структура денежных доходов населения в 2006 и 2009 гг.<sup>1</sup>

	2006 г.	2009 г.
Всего денежных доходов, млрд руб.	17 290,1	28 502,3
В том числе, %:		
оплата труда, включая скрытую зарплату	65,0	69,6
доходы от предпринимательской деятельности	11,1	9,6
социальные выплаты	12,0	14,5
доходы от собственности	10,0	4,3
другие доходы	1,9	2,0

<sup>1</sup> Источник: www.gks.ru.

## 11.2.3. Контрольные вопросы и задания

1. Как измеряется уровень жизни населения?
2. Дайте определение минимальной потребительской корзины (МПК).
3. Как вы понимаете термин «прожиточный минимум»?
4. В чем состоит назначение прожиточного минимума и как он определяется?
5. Почему стоимость МПК рассчитывается как в целом, так и для отдельных групп населения?
6. Какова структура МПК?
7. В чем заключается Закон Энгеля?
8. Как измеряется социальная дифференциация населения?
9. В чем заключается Закон Швабе? Дайте его формулировку.
10. Как определяется доля лиц, живущих за чертой бедности?
11. Что такое «децильная группа», как она выделяется, для каких целей?
12. Как и для чего строится кривая Лоренца?
13. На основе каких показателей делаются сравнения социальной дифференциации населения в разных странах?
14. Почему стоимость МПК рассчитывается по субъектам РФ?
15. Как строится децильный коэффициент и какое, по вашему мнению, значение коэффициента характерно для общества с умеренной социальной стратификацией?

## Глоссарий

- Абсолютное значение одного процента прироста уровня** динамического ряда позволяет определить, что скрывается за каждым процентом прироста или снижения, в единицах измерения изучаемого признака. Абсолютное содержание одного процента прироста определяется как отношение абсолютного прироста уровня за интервал времени к темпу прироста за тот же промежуток времени.
- Абсолютные показатели** — это оценки размеров объектов изучения, которые позволяют отличать объекты по величине; значения абсолютных показателей получают при измерении или подсчете суммированием с использованием натуральных единиц измерения.
- Абсолютный прирост** (или скорость ряда, первая разность) уровней динамического ряда рассчитывается как разность двух уровней. Он показывает, на сколько единиц своего измерения уровень одного периода больше или меньше уровня другого, более раннего периода. Если каждый последующий уровень ряда динамики сравнивается с предыдущим уровнем, абсолютный прирост называется *цепным*. Если в качестве базы сравнения за ряд периодов принимается один и тот же уровень ряда, то абсолютный прирост называется *базисным*.
- Аналитические сводные индексы** имеют целью обеспечение анализа несоизмеримых явлений и выявление роли отдельных факторов в развитии явления. При построении аналитических индексов в расчет принимается не только признак, изменение которого изучается, но и связанный с ним.
- Арифметический (счетный) контроль** данных — это проверка итогов (по строкам и столбцам формуляра) и проверка взаимосвязей: например, итог первого раздела пассива бухгалтерского баланса «Капитал и резервы» есть сумма пяти статей: уставный капитал; собственные

- акции, выкупленные у акционеров; добавочный капитал; резервный капитал и нераспределенная прибыль.
- Базисные индексы** выделяются в зависимости от базы сравнения и показывают изменения в сравнении с начальным периодом анализируемого динамического ряда.
- Бесповторный отбор** (по схеме невозвращенного шара) означает, что отобранный элемент не возвращается в общую совокупность.
- Вариация** — это способность объекта формировать и развивать свои особенности, проявлять склонность к изменениям, к движению в том или ином направлении.
- Вариационный ряд** — это таблица, в которой приводится перечень групп объектов с заданным значением изучаемого признака и указывается размер каждой группы.
- Выборочное наблюдение** — это статистическое исследование, при котором наблюдению подвергаются не все единицы совокупности, а лишь ее определенная часть.
- Выборочная совокупность** — это единицы, отобранные для наблюдения из генеральной совокупности.
- Генеральная совокупность** — вся исследуемая совокупность.
- Гистограмма** — это столбиковая диаграмма, построенная по интервальным значениям признака вариационного ряда.
- Графическое представление статистических данных** — это условное изображение числовых величин с помощью линий, геометрических фигур, рисунков или географических карт.
- Группировка аналитическая (факторная)** характеризует взаимосвязь между двумя и более признаками, из которых один рассматривается как результат ( $Y$ ), а другой (другие) — как фактор ( $X$ ) (факторы  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ). Если изучается связь между признаком-результатом и одним признаком-фактором, речь пойдет об *однофакторной аналитической* группировке. Если исследуется связь двух и более признаков-факторов с признаком-результатом, строится *многофакторная* группировка.
- Группировка структурная** характеризует структуру совокупности по какому-либо одному признаку (например, в составе экономического населения страны можно выделить две группы — занятое население и безработные — и оценить их удельный вес).
- Группировка типологическая** служит для выделения социально-экономических типов (например, все население

страны можно поделить на три типа: моложе трудоспособного возраста, в трудоспособном возрасте, старше трудоспособного возраста).

**Группировочный интервал** — величина отдельных групп или подгрупп, выделенных по количественному признаку. Интервалы могут быть равными и неравными.

**Группировочный признак** — это признак, по которому происходит определение единиц в группе. Его выбор зависит от цели группировки и существа данного явления.

**Достоверность** — реальное отражение изучаемого явления.

**Единица статистического наблюдения** представляет собой частный случай объекта наблюдения, т.е. составную часть совокупности, по которой осуществляется сбор необходимых данных.

**Индекс** — показатель сравнений двух состояний одного и того же явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов, во времени или в пространстве). Каждый индекс включает два вида данных: оцениваемые данные, которые принято называть **отчетными** и обозначать значком «1», и данные, которые используются в качестве базы сравнения, — **базисные**, обозначаемые значком «0».

**Индексируемый признак** — признак, изменение которого изучается. Например, при построении индекса физического объема товарооборота признак «количество проданных товаров» будет рассматриваться как индексируемый.

**Индивидуальный индекс** дает сравнительную оценку изменения *отдельного* элемента совокупности, или *отдельной* единицы совокупности.

**Инструментарий статистического наблюдения** включает в себя *программу наблюдения, бланки, анкеты, инструкции по заполнению*.

**Интервальный динамический ряд** — ряд, в котором уровни характеризуют значение показателя *за определенные интервалы* (периоды) времени как результат накапливаемых наблюдений. Примером могут служить данные о выбросах загрязняющих веществ в атмосферу или объемы сброса загрязненных сточных вод, или объемы производства продукции отдельного региона или страны *за ряд лет*.

**Классификатор** в статистике — систематизированный перечень объектов (например, видов деятельности, продукции, предприятий, занятий т.д.), в котором каждому

значению того или иного группировочного признака присвоен код.

**Классификация** в статистике — систематизированное распределение явлений и объектов на определенные группы, классы, виды на основании общих, существенных признаков, одного или нескольких. По экономическому содержанию классификация — это типологическая группировка, в которой отражены значения группировочного признака, но отсутствует численность единиц в группах.

**Коллинеарные переменные** — это линейно связанные переменные.

**Корреляционная связь** — статистическая связь, при которой изменение значений факторного признака вызывает различные изменения средних значений результативного признака.

**Коэффициент асимметрии** — оценка симметричности распределения, т.е. схожести его левой и правой ветвей. В нормальном распределении ветви симметричны, в фактическом распределении встречается либо правосторонняя, либо левосторонняя скошенность.

**Коэффициент ассоциации** — это мера связи между альтернативными признаками, один из которых трактуется как причина, а другой — как следствие.

**Коэффициент детерминации** показывает долю вариации результативного признака под действием факторного признака и определяется как значение коэффициента корреляции в квадрате.

**Коэффициент контингенции** — это мера связи не количественных признаков.

**Коэффициент корреляции** — это мера тесноты связи.

**Коэффициент регрессии** показывает величину среднего изменения результата при изменении фактора на одну единицу.

**Коэффициент эксцесса** сравнивает форму вершины фактического и нормального распределений. В нормальном распределении эксцесс равен нулю, а в фактическом он положителен при островершинном распределении и отрицателен — при плосковершинном распределении.

**Коэффициент эластичности** показывает, на сколько процентов изменится результативный признак *y* при изменении факторного признака на 1%.

**Логический контроль** данных — это сопоставление полученных в результате статистического наблюдения

данных с другими признаками, полученными как в результате данного наблюдения, так и аналогичного, проведенного ранее.

**Малая выборка** — выборка объемом не более 30 единиц.

**Медиана (Me)** — это значение признака, которое находится в середине вариационного ряда и делит его на две равные части.

**Метод параллельных рядов** используется для установления характера связи при относительно небольшом объеме исходного материала. Обычно предшествует аналитической группировке. В одной таблице приводятся упорядоченные значения факторного признака (X) и соответствующие им значения результативного признака (Y).

**Методы выравнивания рядов динамики** направлены на выявление тенденции в рядах динамики. К ним относятся механическое выравнивание методом укрупнения интервалов; механическое выравнивание методом скользящей средней; аналитическое выравнивание. Все перечисленные методы относятся к группе методов сглаживания, предполагающих наличие в исходном ряду динамики только одной компоненты — тренда.

**Множественная корреляция** — характеристика связи результативного признака  $y$  с несколькими ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) признаками-факторами.

**Множественная регрессия** характеризует среднее изменение результата  $y$  с изменением двух и более факторов-факторов:  $\hat{y} = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ .

**Мода (Mo)** — это значение признака, которое наиболее часто встречается в изучаемом множестве.

**Момент статистического наблюдения** — время, по состоянию на которое регистрируются данные. На практике его также называют *критическим моментом*.

**Моментный динамический ряд** — ряд, в котором уровни характеризуют значение показателя по состоянию на определенные *моменты*, даты времени. Примером могут служить численность населения на начало года или число врачей, приходящееся на 10 тыс. человек населения страны, по данным на конец года.

**Общий (сводный) индекс** характеризует изменение совокупности *в целом* по какому-либо признаку. Сводные индексы вычисляются по товарным группам или нескольким видам продукции, выпускаемым одним предприятием или всеми предприятиями консорциума, региона или

страны в целом. Сводные (общие) индексы подразделяются, в зависимости *от целей сравнения*, на простые и аналитические; аналитические индексы, в зависимости *от методологии расчета*, принимают форму агрегатных или индексов средних из индивидуальных.

**Обратная связь** — изменение значений факторного и результативного признака в **разных** направлениях, когда при увеличении фактора  $x$  уменьшается результат  $y$ , и наоборот.

**Объект статистического наблюдения** — совокупность явлений, признаки которых подлежат регистрации.

**Организационные формы статистического наблюдения:** *отчетность* (предприятий, организаций) и *специально организованное наблюдение* (перепись, единовременный учет и др.). Особое место среди организационных форм статистического обследования занимают *регистры*.

**Относительная ошибка** выборки характеризует относительную погрешность выборки.

**Относительный показатель** представляет собой результат сопоставления значений двух абсолютных оценок.

**Оценка динамики** характеризует изменение во времени. Рассчитывается путем сравнения двух состояний одной характеристики, значения которой относятся к разным моментам или периодам времени. Показатели динамики рассчитываются как в абсолютной, так и в относительной форме.

**Отношение координации** устанавливает соотношение между отдельными составными частями множества и выражает их соотношение в долях единицы или процентах.

**Отношение распределения** оценивает строение группы, частной совокупности или всей совокупности по значению данного признака. Рассчитывается как отношение категориального подсчета по данной группе к его значению для всего множества объектов.

**Отношение структуры** определяет, какую часть всего множества составляет размер данной структурной группы; это удельный вес, выраженный в долях единицы или в процентах.

**Ошибка репрезентативности** — расхождение между генеральным параметром и выборочной характеристикой совокупности.

**Ошибка статистического наблюдения** — расхождение между установленным статистическим наблюдением

и действительным значением изучаемой величины. По характеру возникновения ошибки регистрации могут быть *случайными* и *систематическими*.

**Ошибка аппроксимации** определяет отклонение расчетных оценок результативного признака от фактических.

**Парная корреляция** — связь средней величины результативного признака  $y$  с одним фактором  $x$ .

**Периодизация рядов динамики** представляет собой процесс выделения однокачественных этапов (периодов) развития, разбиение динамических рядов на однородные интервалы.

**Парная регрессия** — математическое описание зависимости в среднем изменений результативного признака  $y$  от фактора  $x$ .

**План статистической сводки** содержит организационные вопросы по тому, как, в какие сроки, на основе каких информационных ресурсов, при помощи каких методологических приемов необходимо рассчитать и представить в обобщенном виде показатели, запланированные в программе сводки.

**Повторный отбор** (по схеме возвращенного шара) — каждый элемент, случайно отобранный и обследованный, возвращается в общую совокупность и может быть отобран повторно.

**Подлежащее статистической таблицы** — объект изучения.

**Показатель** — обобщающая характеристика множества, которая сочетает в себе количественную оценку и ее смысловое содержание.

**Показатель выполнения** договорных обязательств, норматива или планового задания представляет собой отношение фактического значения характеристики к ее договорной, нормативной или плановой величине.

**Показатель изменения уровней ряда динамики** применяется для характеристики развития явления во времени. Включает в себя: абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста, абсолютное содержание 1% прироста, абсолютное ускорение или замедление.

**Показатель интенсивности** есть отношение двух разных характеристик, которые связаны по смыслу; его значение количественно определяет степень их связи и зависимости.

**Показатель сравнения двух объектов** — это отношение одной характеристики двух объектов на разных территориях

в одинаковое время. Результат измеряется в процентах, в долях единицы или в разгах: выбор единицы измерения зависит от величины результата.

**Поле корреляции** — это поле точек, координаты которых  $(x, y)$  определяются значениями факторного и результативного признаков.

**Полигон распределения частот** — это линейный график вариационного ряда, построенный по точечным значениям признака.

**Правило выбора периода весов** в индексном анализе: если индексируется *первичный* признак, то признак-вес учитывается на *базисном* уровне; если индексируется *вторичный* признак, то признак-вес берется на *отчетном* уровне.

**Предельная ошибка выборки** — отклонение выборочной характеристики от генеральной характеристики.

**Признак-вес** — признак, позволяющий в индексном анализе обеспечить соизмерение различных признаков, учитываемый на *постоянном уровне*.

**Программа статистического наблюдения** включает перечень признаков или вопросов, подлежащих регистрации по каждой единице наблюдения.

**Простой индекс** — характеристика состояния *какого-либо признака в целом* по совокупности, в отчетном периоде по сравнению с базисным. Различают простые индексы первичных и вторичных признаков.

**Процентный пункт** — результат расчета абсолютных показателей различий структуры; определяется как общая величина процентов различий в среднем на одну структурную группу.

**Процесс** — ход, развитие какого-либо явления; последовательная закономерная смена состояний в развитии явления.

**Прямая связь** — изменение фактора и результата в **одном направлении**, при увеличении фактора  $x$  увеличивается результат  $y$ , с уменьшением  $x$  уменьшается  $y$ .

**Размах вариации**  $R_x = x_{\max} - x_{\min}$  определяет разницу между наибольшим и наименьшим значениями признака.

**Результативный признак** — признак, который в рассматриваемой системе отношений изменяется под действием факторных признаков.

**Регистр** — форма непрерывного статистического наблюдения, объектами которого являются долговременные процессы, имеющие фиксированное начало, стадию развития и фиксированное время завершения.

**Ряд динамики** (динамический ряд, временной ряд) — набор значений статистических показателей (признаков), упорядоченных в хронологическом порядке, за последовательные периоды или моменты времени. Каждый ряд динамики состоит из двух элементов — *временного параметра*, к которому будет относиться то или иное значение изучаемого явления (обозначаемого символом  $t$ ), и соответствующего ему значения статистического показателя (признака) *уровня ряда* (обозначаемого как  $Y_t$ , где  $i = 1 \div t$ ). В зависимости от характера временного параметра различают *моментные* и *интервальные* ряды динамики.

**Свойство мажорантности средних величин** устанавливает зависимость величины средней от показателя ее степени: чем выше показатель степени средней, тем больше ее значение  $\bar{x}_{\text{гармоническая}} < \bar{x}_{\text{геометрическая}} < \bar{x}_{\text{арифметическая}} < \bar{x}_{\text{квадратическая}}$ .

**Систематические ошибки статистического наблюдения** — ошибки регистрации, возникающие в силу определенных и постоянно действующих на протяжении статистического наблюдения причин.

**Сказуемое статистической таблицы** — цифровая характеристика подлежащего.

**Случайные ошибки статистического наблюдения** — ошибки, которые возникают вследствие действия различных причин, не имеющих строгой направленности, и допускаются как регистраторами при заполнении формуляров наблюдения, так и интервьюируемыми (опрашиваемыми) людьми.

**Среднее квадратическое отклонение**  $\sigma_x$  определяет, на какую абсолютную величину в среднем отличаются индивидуальные значения  $x_i$  от его среднего значения  $\bar{x}$ . Расчет  $\sigma_x$  выполняется по средней квадратической.

**Среднее линейное отклонение**  $L_x$  определяет, на какую абсолютную величину в среднем отличаются индивидуальные значения  $x_i$  от его среднего значения  $\bar{x}$ . Расчет  $L_x$  выполняется по арифметической средней.

**Средняя характеристика ряда динамики** (*динамическая средняя*) дает *обобщенное* представление о развитии изучаемого явления (процесса), выраженное одной цифрой. Для обобщения данных по рядам динамики рассчитывают средний уровень ряда; средний абсолютный прирост; средний темп роста и прироста.

**Средняя арифметическая** обобщает индивидуальные значения  $x_i$  суммированием, а равномерное распределение — делением суммы  $x_i$  на число единиц, участвующих

$$\text{в расчете: } \bar{x}_{\text{арифметическая}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

**Средняя величина** — это обобщающая оценка признака  $y$  множества объектов; она фиксирует типическую величину признака, в котором находит выражение своеобразие данной группы объектов.

**Средняя гармоническая** применяется при расчете средней по значениям обратного признака:  $\bar{V}_{\text{гармоническая}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{V}}$ .

**Средняя геометрическая** обобщает значения признака путем расчета их произведения, из которого извлекается корень  $n$ -й степени:  $\bar{K}_{\text{геометрическая}} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \cdot K_n} =$

$$= \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_i}.$$

**Средняя групповая** отражает особенности конкретных объектов и условия их существования, в ней проявляется влияние специфических условий в группе однородных объектов.

**Средняя квадратическая** — это квадратный корень из среднего значения суммы квадратов признака:  $\bar{M}_{\text{квадратическая}} =$

$$= \sqrt{M^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n M_i^2}{n}}.$$

**Средняя общая** рассчитывается по множеству из нескольких однородных групп; в ней погашается действие случайных и групповых особенностей.

**Стандартизированный коэффициент регрессии** ( $\beta$ -коэффициент) определяет, на какую часть своего среднее квадратического отклонения изменится результат  $y$  при изменении фактора  $x$ , на одно среднее квадратическое отклонение.

**Статистическая сводка** представляет собой операцию по обработке собранных данных, которые выражаются в виде показателей, относящихся к каждой единице объекта статистического наблюдения.

- Статистическая связь** — связь проявляющаяся в массовых явлениях, при которой значениям факторного признака соответствует множество значений результативного признака.
- Статистическая группировка** — метод исследования массовых общественных явлений путем выделения и ограничения однородных групп, через которые раскрываются существенные особенности состояния и развития всей совокупности. *Группировка* — это распределение единиц совокупности по группам в соответствии со следующим принципом: различия между единицами, отнесенными к одной группе, должны быть меньше, чем между единицами, отнесенными к разным группам. Различают *типологические, структурные и аналитические группировки*.
- Статистическое наблюдение непрерывное (текущее)** — систематическое, постоянное наблюдение по мере возникновения явлений.
- Статистическое наблюдение** — это планомерный научно обоснованный и тщательно организованный сбор сведений о социально-экономических явлениях и процессах.
- Статистическое наблюдение единовременное** проводится либо один раз, для решения какой-либо задачи, либо через неопределенные промежутки времени, по мере возникновения необходимости (например, переоценка основных фондов предприятий после гиперинфляции).
- Статистическое наблюдение несплошное** означает, что учету подвергается часть общей совокупности. Различают следующие виды несплошного наблюдения: способ основного массива, выборочное и монографическое наблюдение.
- Статистическое наблюдение периодическое** осуществляется через определенные, равные промежутки времени (ежемесячно, ежеквартально, ежегодно), например, *отчетность предприятий*.
- Статистическое наблюдение сплошное** означает, что учету подвергаются все без исключения единицы совокупности; примером может служить *Всероссийская перепись населения*.
- Статистическая таблица** — система граф и строк, содержащая цифровые данные, рассказывающие об изучаемой совокупности.
- Темп прироста** уровней динамического ряда представляет собой отношение абсолютного прироста уровня

- в рассматриваемом периоде к предыдущему уровню динамического ряда (цепной показатель) и к уровню, принятому за базу сравнения по динамическому ряду (базисный показатель).
- Темп роста** — отношение двух уровней ряда динамики. Темпы роста выражаются либо в виде процентов, либо в виде коэффициентов. Темпы роста, выраженные в коэффициентах, называются коэффициентами роста.
- Факторный признак** — тот, который в системе рассматриваемых переменных влияет на изменение результата.
- Федеральная служба государственной статистики** — Росстат — занимается систематическим сбором сведений, их обработкой и представлением результатов в виде статистической информации государственным и общественным органам, научным организациям и коммерческим пользователям (официальный сайт Росстата <http://www.gks.ru>).
- Центральный момент третьего порядка** — среднее значение из суммы третьих степеней разностей фактических и среднего значений признака:  $m_3 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3}{n}$ . Принимает либо положительные, либо отрицательные значения. Используется при расчете коэффициента асимметрии ряда распределения.
- Цепной индекс** показывает изменения в текущем периоде по сравнению с предшествующим периодом.
- Явление** — категория, отражающая внешние свойства и отношения предмета; иными словами, это форма выражения сущности предмета.

## Приложения

Таблица П.1

Нормальный закон распределения  
Значение функции  $\Phi(z) = P(|T| \leq t_{\text{табл}})$

Целые и десятичные доли z	Сотые доли z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0239	0.0319	0.0399	0.0478	0.0558	0.0638	0.0717
0.1	0.0797	0.0876	0.0955	0.1034	0.1113	0.1192	0.1271	0.1350	0.1428	0.1507
0.2	0.1585	0.1663	0.1741	0.1819	0.1897	0.1974	0.2051	0.2128	0.2205	0.2282
0.3	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2661	0.2737	0.2812	0.2886	0.2960	0.3035
0.4	0.3108	0.3182	0.3255	0.3328	0.3401	0.3473	0.3545	0.3616	0.3688	0.3759
0.5	0.3829	0.3899	0.3969	0.4039	0.4108	0.4177	0.4245	0.4313	0.4381	0.4448
0.6	0.4515	0.4581	0.4647	0.4713	0.4778	0.4843	0.4907	0.4971	0.5035	0.5098
0.7	0.5161	0.5223	0.5285	0.5346	0.5407	0.5467	0.5527	0.5587	0.5646	0.5705
0.8	0.5763	0.5821	0.5878	0.5935	0.5991	0.6047	0.6102	0.6157	0.6211	0.6265
0.9	0.6319	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6579	0.6629	0.6679	0.6729	0.6778
1.0	0.6827	0.6875	0.6923	0.6970	0.7017	0.7063	0.7109	0.7154	0.7199	0.7243
1.1	0.7287	0.7330	0.7373	0.7415	0.7457	0.7499	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.2	0.7699	0.7737	0.7775	0.7813	0.7850	0.7887	0.7923	0.7959	0.7994	0.8029
1.3	0.8064	0.8099	0.8132	0.8165	0.8198	0.8230	0.8262	0.8293	0.8324	0.8355
1.4	0.8385	0.8415	0.8444	0.8473	0.8501	0.8529	0.8557	0.8584	0.8611	0.8638
1.5	0.8664	0.8690	0.8715	0.8740	0.8764	0.8789	0.8812	0.8836	0.8859	0.8882
1.6	0.8904	0.8926	0.8948	0.8969	0.8990	0.9011	0.9031	0.9051	0.9070	0.9090
1.7	0.9109	0.9127	0.9146	0.9164	0.9181	0.9199	0.9216	0.9233	0.9249	0.9265
1.8	0.9281	0.9297	0.9312	0.9327	0.9342	0.9357	0.9371	0.9385	0.9399	0.9412
1.9	0.9426	0.9439	0.9451	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9523	0.9534
2.0	0.9545	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9616	0.9625	0.9634
2.1	0.9643	0.9651	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9707	0.9715
2.2	0.9722	0.9729	0.9736	0.9743	0.9749	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.3	0.9786	0.9791	0.9797	0.9802	0.9807	0.9812	0.9817	0.9822	0.9827	0.9832
2.4	0.9836	0.9841	0.9845	0.9849	0.9853	0.9857	0.9861	0.9865	0.9869	0.9872
2.5	0.9876	0.9879	0.9883	0.9886	0.9889	0.9892	0.9895	0.9898	0.9901	0.9904

Целые и десятичные доли z	Сотые доли z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.6	0.9907	0.9910	0.9912	0.9915	0.9917	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9928
2.7	0.9931	0.9933	0.9935	0.9937	0.9939	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9947
2.8	0.9949	0.9951	0.9953	0.9955	0.9956	0.9956	0.9958	0.9959	0.9960	0.9961
2.9	0.9963	0.9964	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972
3.0	0.9973	0.9974	0.9975	0.9976	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980
3.5	0.9993	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997
4.0	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
5.0	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

Таблица П.2

Распределение Стьюдента (t-распределение)

df	Вероятность $\alpha = St(t) = P( T  > t_{\alpha, df})$							
	0,80	0,50	0,20	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,324920	1,000000	3,077684	6,313752	12,70620	31,82052	63,65674	636,6192
2	0,288675	0,816497	1,885618	2,919986	4,30265	6,96456	9,92484	31,5991
3	0,276671	0,764892	1,637744	2,353363	3,18245	4,54070	5,84091	12,9240
4	0,270722	0,740697	1,533206	2,131847	2,77645	3,74695	4,60409	8,6103
5	0,267181	0,726687	1,475884	2,015048	2,57058	3,36493	4,03214	6,8688
6	0,264835	0,717558	1,439756	1,943180	2,44691	3,14267	3,70743	5,9588
7	0,263167	0,711142	1,414924	1,894579	2,36462	2,99795	3,49948	5,4079
8	0,261921	0,706387	1,396815	1,859548	2,30600	2,89646	3,35539	5,0413
9	0,260955	0,702722	1,383029	1,833113	2,26216	2,82144	3,24984	4,7809
10	0,260185	0,699812	1,372184	1,812461	2,22814	2,76377	3,16927	4,5869
11	0,259556	0,697445	1,363430	1,795885	2,20099	2,71808	3,10581	4,4370
12	0,259033	0,695483	1,356217	1,782288	2,17881	2,68109	3,05454	4,3178
13	0,258591	0,693829	1,350171	1,770933	2,16037	2,65031	3,01228	4,2205
14	0,258213	0,692417	1,345030	1,761310	2,14479	2,62449	2,97684	4,1405
15	0,257885	0,691197	1,340606	1,753050	2,13145	2,60248	2,94671	4,0728
16	0,257599	0,690132	1,336757	1,745884	2,11991	2,58349	2,92078	4,0150
17	0,257347	0,689195	1,333379	1,739607	2,10982	2,56693	2,89823	3,9651
18	0,257123	0,688364	1,330391	1,734064	2,10092	2,55238	2,87844	3,9216
19	0,256923	0,687621	1,327728	1,729133	2,09302	2,53948	2,86093	3,8834
20	0,256743	0,686954	1,325341	1,724718	2,08596	2,52798	2,84534	3,8495
21	0,256580	0,686352	1,323188	1,720743	2,07961	2,51765	2,83136	3,8193
22	0,256432	0,685805	1,321237	1,717144	2,07387	2,50832	2,81876	3,7921
23	0,256297	0,685306	1,319460	1,713872	2,06866	2,49987	2,80734	3,7676
24	0,256173	0,684850	1,317836	1,710882	2,06390	2,49216	2,79694	3,7451
25	0,256060	0,684430	1,316345	1,708141	2,05954	2,48511	2,78744	3,7251
26	0,255955	0,684043	1,314972	1,705618	2,05553	2,47863	2,77871	3,7066
27	0,255858	0,683685	1,313703	1,703288	2,05183	2,47266	2,77068	3,6896
28	0,255768	0,683353	1,312527	1,701131	2,04841	2,46714	2,76326	3,6739
29	0,255684	0,683044	1,311434	1,699127	2,04523	2,46202	2,75639	3,6594
30	0,255605	0,682756	1,310415	1,697261	2,04227	2,45726	2,75000	3,6460
∞	0,253347	0,674490	1,281552	1,644854	1,95996	2,32635	2,57583	3,2905

Распределение Фишера – Снедекора ( $F$ -распределение)

Уровень значимости $\alpha = 0,05$																
$k_2$	$k_1$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	120	$\infty$
1	161,4476	199,5000	215,7073	224,5832	230,1619	233,9860	236,7684	238,8827	240,5433	241,8817	243,9060	245,9499	248,0131	249,0518	253,2529	254,3144
2	18,5128	19,0000	19,1643	19,2468	19,2964	19,3295	19,3532	19,3710	19,3848	19,3959	19,4125	19,4291	19,4458	19,4541	19,4874	19,4957
3	10,1280	9,5521	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8867	8,8452	8,8123	8,7855	8,7446	8,7029	8,6602	8,6385	8,5494	8,5264
4	7,7086	6,9443	6,5914	6,3882	6,2561	6,1631	6,0942	6,0410	5,9988	5,9644	5,9117	5,8578	5,8025	5,7744	5,6581	5,6281
5	6,6079	5,7861	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725	4,7351	4,6777	4,6188	4,5581	4,5272	4,3985	4,3650
6	5,9874	5,1433	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2067	4,1468	4,0990	4,0600	3,9999	3,9381	3,8742	3,8415	3,7047	3,6689
7	5,5914	4,7374	4,3468	4,1203	3,9715	3,8660	3,7870	3,7257	3,6767	3,6365	3,5747	3,5107	3,4445	3,4105	3,2674	3,2298
8	5,3177	4,4590	4,0662	3,8379	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881	3,3472	3,2839	3,2184	3,1503	3,1152	2,9669	2,9276
9	5,1174	4,2565	3,8625	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789	3,1373	3,0729	3,0061	2,9365	2,9005	2,7475	2,7067
10	4,9646	4,1028	3,7083	3,4780	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	3,0204	2,9782	2,9130	2,8450	2,7740	2,7372	2,5801	2,5379
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,9480	2,8962	2,8536	2,7876	2,7186	2,6464	2,6090	2,4480	2,4045
12	4,7472	3,8853	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964	2,7534	2,6866	2,6169	2,5436	2,5055	2,3410	2,2962
13	4,6672	3,8056	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144	2,6710	2,6037	2,5331	2,4589	2,4202	2,2524	2,2064
14	4,6001	3,7389	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458	2,6022	2,5342	2,4630	2,3879	2,3487	2,1778	2,1307
15	4,5431	3,6823	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876	2,5437	2,4753	2,4034	2,3275	2,2878	2,1141	2,0658
16	4,4940	3,6337	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377	2,4935	2,4247	2,3522	2,2756	2,2354	2,0589	2,0096

Окончание табл. П.3

Уровень значимости $\alpha = 0,05$																
$k_2$	$k_1$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	120	$\infty$
17	4,4513	3,5915	3,1968	2,9647	2,8100	2,6987	2,6143	2,5480	2,4943	2,4499	2,3807	2,3077	2,2304	2,1898	2,0107	1,9604
18	4,4139	3,5546	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563	2,4117	2,3421	2,2686	2,1906	2,1497	1,9681	1,9168
19	4,3807	3,5219	3,1271	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227	2,3779	2,3080	2,2341	2,1555	2,1141	1,9302	1,8780
20	4,3512	3,4928	3,0984	2,8661	2,7109	2,5990	2,5140	2,4471	2,3928	2,3479	2,2776	2,2033	2,1242	2,0825	1,8963	1,8432
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,3660	2,3210	2,2504	2,1757	2,0960	2,0540	1,8657	1,8117
22	4,3009	3,4434	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	2,3419	2,2967	2,2258	2,1508	2,0707	2,0283	1,8380	1,7831
23	4,2793	3,4221	3,0280	2,7955	2,6400	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201	2,2747	2,2036	2,1282	2,0476	2,0050	1,8128	1,7570
24	4,2597	3,4028	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002	2,2547	2,1834	2,1077	2,0267	1,9838	1,7896	1,7330
25	4,2417	3,3852	2,9912	2,7587	2,6030	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821	2,2365	2,1649	2,0889	2,0075	1,9643	1,7684	1,7110
26	4,2252	3,3690	2,9752	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655	2,2197	2,1479	2,0716	1,9898	1,9464	1,7488	1,6906
27	4,2100	3,3541	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501	2,2043	2,1323	2,0558	1,9736	1,9299	1,7306	1,6717
28	4,1960	3,3404	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,2360	2,1900	2,1179	2,0411	1,9586	1,9147	1,7138	1,6541
29	4,1830	3,3277	2,9340	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2783	2,2229	2,1768	2,1045	2,0275	1,9446	1,9005	1,6981	1,6376
30	4,1709	3,3158	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107	2,1646	2,0921	2,0148	1,9317	1,8874	1,6835	1,6223
40	4,0847	3,2317	2,8387	2,6060	2,4495	2,3359	2,2490	2,1802	2,1240	2,0772	2,0035	1,9245	1,8389	1,7929	1,5766	1,5089
60	4,0012	3,1504	2,7581	2,5252	2,3683	2,2541	2,1665	2,0970	2,0401	1,9926	1,9174	1,8364	1,7480	1,7001	1,4673	1,3893
120	3,9201	3,0718	2,6802	2,4472	2,2899	2,1750	2,0868	2,0164	1,9588	1,9105	1,8337	1,7505	1,6587	1,6084	1,3519	1,2539
$\infty$	3,8415	2,9937	2,6019	2,3689	2,2111	2,0986	2,0096	1,9384	1,8799	1,8307	1,7522	1,6664	1,5705	1,5173	1,2414	1,0000

Распределение Фишера – Снедекора ( $F$ -распределение)

Уровень значимости $\alpha = 0,01$																
$k_2$	$k_1$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	120	$\infty$
1	4052,181	4999,500	5403,352	5624,583	5763,650	5858,986	5928,356	5981,070	6022,473	6055,847	6106,321	6157,285	6208,730	6234,631	6319,391	6365,864
2	98,503	99,000	99,166	99,249	99,299	99,333	99,356	99,374	99,388	99,399	99,416	99,433	99,449	99,458	99,491	99,499
3	34,116	30,817	29,457	28,710	28,237	27,911	27,672	27,489	27,345	27,229	27,052	26,872	26,690	26,598	26,221	26,125
4	21,198	18,000	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659	14,546	14,374	14,198	14,020	13,929	13,558	13,463
5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,158	10,051	9,888	9,722	9,553	9,466	9,112	9,020
6	13,745	10,925	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976	7,874	7,718	7,559	7,396	7,313	6,969	6,880
7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,719	6,620	6,469	6,314	6,155	6,074	5,737	5,650
8	11,259	8,649	7,591	7,006	6,632	6,371	6,178	6,029	5,911	5,814	5,667	5,515	5,359	5,279	4,946	4,859
9	10,561	8,022	6,992	6,422	6,057	5,802	5,613	5,467	5,351	5,257	5,111	4,962	4,808	4,729	4,398	4,311
10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,942	4,849	4,706	4,558	4,405	4,327	3,996	3,909
11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,632	4,539	4,397	4,251	4,099	4,021	3,690	3,602
12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,388	4,296	4,155	4,010	3,858	3,780	3,449	3,361
13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,191	4,100	3,960	3,815	3,665	3,587	3,255	3,165
14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	4,030	3,939	3,800	3,656	3,505	3,427	3,094	3,004
15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,895	3,805	3,666	3,522	3,372	3,294	2,959	2,868
16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,780	3,691	3,553	3,409	3,259	3,181	2,845	2,753

Приложения

Окончание табл. П.4

Уровень значимости $\alpha = 0,01$																
$k_2$	$k_1$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	120	$\infty$
17	8,400	6,112	5,185	4,669	4,336	4,102	3,927	3,791	3,682	3,593	3,455	3,312	3,162	3,084	2,746	2,653
18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,597	3,508	3,371	3,227	3,077	2,999	2,660	2,566
19	8,185	5,926	5,010	4,500	4,171	3,939	3,765	3,631	3,523	3,434	3,297	3,153	3,003	2,925	2,584	2,489
20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,457	3,368	3,231	3,088	2,938	2,859	2,517	2,421
21	8,017	5,780	4,874	4,369	4,042	3,812	3,640	3,506	3,398	3,310	3,173	3,030	2,880	2,801	2,457	2,360
22	7,945	5,719	4,817	4,313	3,988	3,758	3,587	3,453	3,346	3,258	3,121	2,978	2,827	2,749	2,403	2,305
23	7,881	5,664	4,765	4,264	3,939	3,710	3,539	3,406	3,299	3,211	3,074	2,931	2,781	2,702	2,354	2,256
24	7,823	5,614	4,718	4,218	3,895	3,667	3,496	3,363	3,256	3,168	3,032	2,889	2,738	2,659	2,310	2,211
25	7,770	5,568	4,675	4,177	3,855	3,627	3,457	3,324	3,217	3,129	2,993	2,850	2,699	2,620	2,270	2,169
26	7,721	5,526	4,637	4,140	3,818	3,591	3,421	3,288	3,182	3,094	2,958	2,815	2,664	2,585	2,233	2,131
27	7,677	5,488	4,601	4,106	3,785	3,558	3,388	3,256	3,149	3,062	2,926	2,783	2,632	2,552	2,198	2,097
28	7,636	5,453	4,568	4,074	3,754	3,528	3,358	3,226	3,120	3,032	2,896	2,753	2,602	2,522	2,167	2,064
29	7,598	5,420	4,538	4,045	3,725	3,499	3,330	3,198	3,092	3,005	2,868	2,726	2,574	2,495	2,138	2,034
30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,304	3,173	3,067	2,979	2,843	2,700	2,549	2,469	2,111	2,006
40	7,314	5,179	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,888	2,801	2,665	2,522	2,369	2,288	1,917	1,805
60	7,077	4,977	4,126	3,649	3,339	3,119	2,953	2,823	2,718	2,632	2,496	2,352	2,198	2,115	1,726	1,601
120	6,851	4,787	3,949	3,480	3,174	2,956	2,792	2,663	2,559	2,472	2,336	2,192	2,035	1,950	1,533	1,381
$\infty$	6,635	4,605	3,782	3,319	3,017	2,802	2,639	2,511	2,407	2,321	2,185	2,039	1,878	1,791	1,325	1,000

Приложения

Покупайте наши книги:

**Оптом** в офисе книготорга «Юрайт»:  
140004, Московская обл., г. Люберцы, 1-й Панковский проезд, д. 1,  
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru, www.urait.ru

**В розницу** в интернет-магазине: www.urait-book.ru,  
e-mail: order@urait-book.ru, тел.: (495) 742-72-12

**Для закупок у Единого поставщика** в соответствии  
с Федеральным законом от 21.07.2005 № 94-ФЗ обращаться  
по тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru, vuz@urait.ru

Учебное издание

## СТАТИСТИКА

Учебник для бакалавров

Под редакцией *И. И. Елисеевой*

Редакторы *И. М. Гумерова, В. В. Козлова*  
Корректор *С. И. Шишкина*  
Художественное оформление *А. И. Гиренко*  
Компьютерная верстка *М. А. Гольдман*

Формат 84×108 1/32.  
Гарнитура «Petersburg». Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 25,36. Доп. тираж 1500 экз. Заказ № К-7303

**ООО «Издательство Юрайт»**  
140004, Московская обл., г. Люберцы, 1-й Панковский проезд, д. 1.  
Тел.: (495) 744-00-12. E-mail: izdat@urait.ru, www.urait.ru

Отпечатано в ГУП «ИПК «Чувашия»  
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 13.

Бакалавр, Социально-экономическое направление

### АУДИТ Учебник для бакалавров. 4-е издание



*Розуленко Т. М., доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой «бухгалтерский учет и аудит» ГОУ ВПО «Государственный университет управления».*

Отражены различные аспекты организации современного аудита. Включены основные понятия, выводы по теме, вопросы для самопроверки, тесты, задания для контроля знаний. Работа выполнена при информационной поддержке системы «Консультант Плюс».

Для студентов, преподавателей экономических вузов, аудиторов, бухгалтеров, предпринимателей, менеджеров и аналитиков.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 540 с., 84\*108/32, код 360644, ISBN 978-5-9916-1518-1

Бакалавр, Социально-экономическое направление

### БАНКОВСКОЕ ДЕЛО Учебник для бакалавров. 2-е издание



*Костерина Т. М., кандидат экономических наук, профессор, заведующая кафедрой «финансы, кредита и банковского дела» Московского государственного университета экономики, статистики и информатики. Автор более 60 научных и учебно-методических работ в области экономики, кредита и банковского дела.*

Издание знакомит студентов с основами теории и практики современного банковского дела, особое внимание обращается на специфику становления и развития современной банковской и кредитно-финансовой систем России.

Учебник «банковское дело» предназначен для студентов и слушателей высших учебных заведений, обучающихся по программе «бакалавр экономики», в том числе с использованием дистанционных образовательных технологий, а также для преподавателей высших и средних учебных заведений.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 332 с., 84\*108/32, код 363530, ISBN 978-5-9916-1629-4

**ЮРАЙТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: http://www.urait.ru

Интернет-магазин: www.urait-book.ru

Покупайте наши книги:

Оптом в офисе книготорга «Юрайт»:  
140004, Московская обл., г. Люберцы, 1-й Панковский проезд, д. 1,  
тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru, www.urait.ru

В розницу в интернет-магазине: www.urait-book.ru,  
e-mail: order@urait-book.ru, тел.: (495) 742-72-12

Для закупок у Единого поставщика в соответствии  
с Федеральным законом от 21.07.2005 № 94-ФЗ обращаться  
по тел.: (495) 744-00-12, e-mail: sales@urait.ru, vuz@urait.ru

Учебное издание

## СТАТИСТИКА

Учебник для бакалавров

Под редакцией *И. И. Елисеевой*

Редакторы *И. М. Гумерова, В. В. Козлова*  
Корректор *С. И. Шишкина*  
Художественное оформление *А. И. Гиренко*  
Компьютерная верстка *М. А. Гольдман*

Формат 84×108 1/32.  
Гарнитура «Petersburg». Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 25,36. Доп. тираж 1500 экз. Заказ № К-7303

ООО «Издательство Юрайт»  
140004, Московская обл., г. Люберцы, 1-й Панковский проезд, д. 1.  
Тел.: (495) 744-00-12. E-mail: izdat@urait.ru, www.urait.ru

Отпечатано в ГУП «ИПК «Чувашия»,  
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 13.

Бакалавр. Социально-экономическое направление

### АУДИТ

Учебник для бакалавров. 4-е издание



*Розуленко Т. М., доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой «Бухгалтерский учет и аудит» ГОУ ВПО «Государственный университет управления»*

Отражены различные аспекты организации современного аудита. Включены основные понятия, выводы по теме, вопросы для самопроверки, тесты, задания для контроля знаний. Работа выполнена при информационной поддержке системы «Консультант Плюс».

Для студентов, преподавателей экономических вузов, аудиторов, бухгалтеров, предпринимателей, менеджеров и аналитиков.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 540 с., 84\*108/32, код 360644, ISBN 978-5-9916-1518-1

Бакалавр. Социально-экономическое направление

### БАНКОВСКОЕ ДЕЛО

Учебник для бакалавров. 2-е издание



*Костерова Т. М., кандидат экономических наук, профессор, заведующая кафедрой финансов, кредита и банковского дела Московского государственного университета экономики, статистики и информатики. Автор более 60 научных и учебно-методических работ в области экономики, кредита и банковского дела.*

Издание знакомит студентов с основами теории и практики современного банковского дела, особое внимание обращается на специфику становления и развития современной банковской и кредитно-финансовой систем России.

Учебник «Банковское дело» предназначен для студентов и слушателей высших учебных заведений, обучающихся по программе «Бакалавр экономики», в том числе с использованием дистанционных образовательных технологий, а также для преподавателей высших и средних учебных заведений.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 332 с., 84\*108/32, код 363530, ISBN 978-5-9916-1629-4

**ЮРАИТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: http://www.urait.ru

Интернет-магазин: www.urait-book.ru

## ВНЕШНЕТОРГОВОЕ ФИНАНСИРОВАНИЕ И ГАРАНТИЙНЫЙ БИЗНЕС

Практическое пособие. 3-е издание



**Михайлов Д. М.**, доктор экономических наук, профессор, автор большого числа монографий по международной экономике, валютно-финансовой проблематике и банковской практике; **Глоризов А. Г.**, окончил Московский финансовый институт в 1984 г. по специальности «Международные экономические отношения», с 1992 г. управляющий директор Ист-Вест Юнайтед Банка (Люксембург), с 1996 г. находится на руководящих должностях в финансовых структурах Люксембурга.

Максимально подробно представлены сведения о порядке составления и содержании каждого из разделов внешнеторгового контракта, методах снижения рисков и способах осуществления платежей и расчетов во внешнеэкономической деятельности. Рассмотрены корреспондентские отношения, методы платежей в международном торговом обороте и расчетов, вопросы оформления специальных документов и поручений для их проведения. Отдельная глава посвящена механизму осуществления гарантийных и поручительских операций.

М.: Издательство Юрайт, 2011 г., 905 с., 60\*90/16, код 358971, ISBN 978-5-9916-1384-2

## ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЛУЖБА В РФ

Учебник для магистров. 7-е издание



**Демин А. А.**, кандидат юридических наук, доцент кафедры административного права юридического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Автор более 200 научных работ, в том числе «Административный процесс в развивающихся странах», «Административное право Российской Федерации. Курс лекций», «Субъекты административного права Российской Федерации», «Государственная служба в современном Китае».

Учебник предназначен для аналитического усвоения материалов доктрины, законодательства и судебной практики в области государственной службы. Реальный механизм функционирования государственной власти в Российской Федерации, выражающийся в деятельности государственных служащих, излагается с учетом всех успехов и противоречий ее организации.

Для студентов, аспирантов, преподавателей, слушателей учебных заведений государственно-правового профиля, работников действующего государственного аппарата, кадровых служб.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 391 с., 84\*108/32, код 360631, ISBN 978-5-9916-1500-6

**ЮРАИТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

## ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ

Учебник для бакалавров



**Павлов А. М.**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и математических методов в экономике Института экономики и предпринимательства (г. Москва), окончил ВВИА им. Н. Е. Жуковского, МГУ им. М. В. Ломоносова. Автор более 300 научных и учебных работ; **Солониов В. Н.**, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры математики и математических методов в экономике Института экономики и предпринимательства (г. Москва). Окончил МАИ им. С. Орджоникидзе. Автор более 100 научных трудов, учебников и учебно-методических пособий.

Учебник подготовлен в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования третьего поколения по дисциплине «Математика» для экономистов. В нем изложены основные разделы линейной алгебры, математического анализа и дискретной математики в соответствии с дидактическими блоками госстандарта.

Для студентов и аспирантов экономических вузов.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 564 с., 84\*108/32, код 355240, ISBN 978-5-9916-1383-5

## МЕЖДУНАРОДНЫЕ СТАНДАРТЫ ФИНАНСОВОЙ ОТЧЕТНОСТИ

Учебное пособие для бакалавров. 2-е издание



**Карасов В. С.**, доктор экономических наук, заведующий кафедрой «Бухгалтерский учет, аудит и статистика» Российского университета дружбы народов, профессор, академик МАИ, член-корреспондент РАН. Автор более 140 научных и практических работ, монографий, учебников, учебных пособий. Аттестованный аудитор, член Совета ИПБ России по профессиональному образованию, член редколлегии журнала «Международный бухгалтерский учет» и «Вестник РУДН». Заслуженный деятель науки и образования РАН; **Трофимов И. Б.**, кандидат экономических наук, доцент экономического факультета Российского университета дружбы народов, профессор Академии труда и социальных отношений, преподаватель Института профессиональных бухгалтеров России. Автор многочисленных научных, научно-методических работ и учебных пособий по международным стандартам финансовой отчетности и аудиту общим объемом свыше 140 печатных листов.

Учебное пособие подготовлено в рамках программы курса «Международные стандарты учета и финансовой отчетности», составленной в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта ВПО третьего поколения по специальности 080109 «Бухгалтерский учет, анализ и аудит». Будет полезно преподавателям экономических вузов, магистрантам и аспирантам, а также практикующим бухгалтерам и аудиторам, ищущим ответы на вопросы по трансформации российской отчетности в соответствии с требованиями МСФО.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 310 с., 84\*108/32, код 360632, ISBN 978-5-9916-1519-8

**ЮРАИТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

## МЕЖДУНАРОДНЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ

### Учебник для бакалавров



**Хасбулатов Р. М.**, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой мировой экономики Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки Российской Федерации. Почетный доктор Бар-Иланского университета. Автор большого количества книг по мировой экономике, международным экономическим отношениям, международной политике, экономике и корпоративному управлению. Многие книги переведены на иностранные языки и изданы во многих странах мира.

Рассмотрены основные проблемы современной системы международных экономических отношений, показано международное движение факторов производства; вопросы мирового движения капиталов, деятельность транснациональных корпораций; потоков международной торговли, их динамика в кризисный и посткризисный период; международные валютно-финансовые отношения, формы и структура органов наднационального регулирования и новые направления их эволюции в период кризиса 2008—2010 гг.

Для студентов, аспирантов, преподавателей, научных сотрудников, деловых людей.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 910 с., 60\*90/16, код 363508, ISBN 978-5-9916-1618-8

## МИКРОЭКОНОМИКА. РУКОВОДСТВО ДЛЯ БУДУЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

### Учебник для бакалавров



**Розанова Н. М.**, доктор экономических наук, профессор кафедры экономической теории Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». Автор более 140 научных и учебно-методических работ по проблемам микроэкономики, экономики отраслевых рынков и государственного регулирования.

В учебнике всесторонне, детально и глубоко анализируются все темы современной микроэкономики как фундамента экономического образования самого высокого уровня. Изложение материала дается в увлекательной форме по оригинальной методике автора.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 985 с., 60\*90/16, код 355230, ISBN 978-5-9916-1177-0

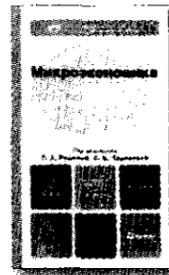
**ЮРАЙТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

## МИКРОЭКОНОМИКА

### Учебник для бакалавров



**Родина Г. А.**, доктор экономических наук, профессор, директор филиала Всероссийского заочного финансово-экономического института в г. Ярославле. Действительный член Межрегиональной общественной организации «Академия философии хозяйства», научное общество «Философско-экономическое учение собрания»; **Тарасова С. В.**, доктор экономических наук, профессор, заведующая кафедрой экономической теории Всероссийского заочного финансово-экономического института.

Представляет собой курс микроэкономики, соответствующий Федеральному государственному образовательному стандарту ВПО третьего поколения.

Для студентов, аспирантов, преподавателей, специалистов, занимающихся изучением микроэкономических проблем, а также всех, кто хочет повысить уровень своих знаний в области микроэкономической теории.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 263 с., 84\*108/32, код 361831, ISBN 978-5-9916-1568-6

## НАЛОГИ И НАЛОГООБЛОЖЕНИЕ. ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

### Учебник для бакалавров. 2-е издание



**Павлов В. Г.**, доктор экономических наук, профессор кафедры «Налоги и налогообложение» Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, академик Международной академии корпоративного управления, Российской академии естественных наук, заслуженный экономист Российской Федерации.

Учебник подготовлен в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования третьего поколения по учебной дисциплине «Налоги и налогообложение». Изложены основные полномочия налоговых администраторов, права и обязанности налогоплательщиков, ответственность за нарушение налогового законодательства.

Для студентов экономических, финансовых и юридических вузов, а также аспирантов, преподавателей, сотрудников налоговой и финансовой систем, работников предприятий различных форм собственности.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 680 с., 60\*90/16, код 361651, ISBN 978-5-9916-1611-9

**ЮРАЙТ**

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

## ОСНОВЫ РЕКЛАМЫ

### Учебник для бакалавров



Гриф УМО

**Щепилова Г. Г.**, кандидат филологических наук, доцент кафедры теории и экономики СМН факультета журналистики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова; **Щепилов К. В.**, кандидат социологических наук, руководитель отдела стратегического медиапланирования в группе рекламных компаний АСБ. Читает лекции на курсах профессиональной переподготовки по специальности «Реклама и маркетинг» на факультете журналистики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Систематизированы и упорядочены различные подходы к изучению рекламы. Представлен анализ современного состояния рекламной отрасли. Изложены вопросы истории развития современного рекламного процесса. Рассмотрены его участники, классификация рекламы, ее роль в обществе и бизнесе, в средствах массовой информации (СМИ) и других каналах ее распространения, а также регулирование рекламы. Для студентов, изучающих рекламу.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 521 с., 84\*108/32, код 360640, ISBN 978-5-9916-1483-2

## ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ (БИЗНЕСА)

### Учебник для бакалавров



Гриф МО

**Буков В. И.**, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой оценки и управления собственностью Государственного университета управления, член Комитета по образованию и координации научных исследований Национального совета по оценочной деятельности Российской Федерации; **Землянский О. А.**, кандидат экономических наук, доцент кафедры оценки и управления собственностью Государственного университета управления; **Поляков А. П.**, кандидат экономических наук, доцент кафедры оценки и управления собственностью Государственного университета управления.

В учебнике раскрываются сущность и содержание оценочной деятельности, ее законодательная база, дается характеристика методических подходов и методов оценки стоимости предприятия (бизнеса).

Для студентов экономических направлений и специальностей вузов, слушателей системы профессиональной переподготовки специалистов по оценке стоимости предприятия (бизнеса), а также руководителей и специалистов объединений, предприятий и организаций народного хозяйства, профессиональных оценщиков, работников риэлторских и финансовых организаций.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 430 с., 84\*108/32, код 362669, ISBN 978-5-9916-1625-6

**ЮРАИТ**

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

## ПЛАНИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА ПРЕДПРИЯТИИ

### Учебник для вузов



**Кукушкин С. И.**, кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и организации промышленного производства Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова; **Поздняков В. Я.**, кандидат экономических наук, профессор кафедры экономики и организации промышленного производства Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова; **Васильева Е. С.**, кандидат экономических наук, профессор кафедры экономики и организации промышленного производства Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова.

Структура и содержание учебника соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения и включает как вопросы теории планирования и прогнозирования, так и основы их прикладного использования при планировании деятельности предприятия.

Учебник предназначен для студентов экономических специальностей вузов, преподавателей, аспирантов, научных работников и практических работников предприятий.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 350 с., 84\*108/32, код 360670, ISBN 978-5-9916-1473-3

## ПЛАНИРОВАНИЕ НА ПРЕДПРИЯТИИ

### Учебник для бакалавров. 7-е издание



Гриф МО

**Горемыкин В. А.**, доктор экономических наук, профессор, Ведущий ученый-экономист России, специализирующийся по проблемам экономики недвижимости и жилища. Имеет сертификат оценки недвижимости. Автор более 300 научных работ, в том числе 15 монографий, переводов в России учебников по экономике недвижимости и жилища. Консультант ряда банков, промышленных предприятий и фирм по жилищному бизнесу. Читает лекции в Национальном институте бизнеса и Государственном университете управления по дисциплинам «Рынок ценных бумаг», «Инвестиции», «Жилище».

Настоящий учебник посвящен планированию на предприятии — науке, изучающей и раскрывающей процесс разработки плана, последующего контроля за ходом реализации и его корректировки в соответствии с изменяющимися внутренними и внешними условиями.

Для студентов, обучающихся по специальностям 080101 (060100) «Экономическая теория», 080102 (060600) «Мировая экономика», 080105 (060400) «Финансы и кредит».

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 695 с., 84\*108/32, код 358480, ISBN 978-5-9916-1434-4

**ЮРАИТ**

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: <http://www.urait.ru>  
Интернет-магазин: [www.urait-book.ru](http://www.urait-book.ru)

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

### ПЛАН СЧЕТОВ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИЙ И ИНСТРУКЦИЯ ПО ЕГО ПРИМЕНЕНИЮ

4-е издание

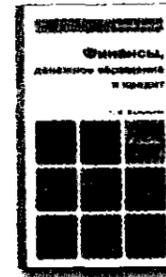


В настоящем издании приведены План счетов бухгалтерского учета финансово-хозяйственной деятельности организаций и Инструкция по его применению, утвержденные приказом Министерства финансов Российской Федерации от 31 октября 2000 г. № 94н, с изменениями и дополнениями, внесенными приказами Министерства финансов Российской Федерации от 7 мая 2003 г. № 38н, от 15 сентября 2006 г. № 115н, от 8 ноября 2010 г. № 142н. Нормативные акты сопровождаются кратким комментарием.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 174 с., 84\*108/32, код 363225, ISBN 978-5-9916-1716-1

### ФИНАНСЫ, ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ И КРЕДИТ

Учебное пособие для бакалавров. 4-е издание



**Колпакова Г. М.**, кандидат экономических наук, профессор, действительный член и ответственный преподаватель Института профессиональных бухгалтеров России, почетный работник высшего профессионального образования России, неоднократный лауреат конкурса «Грант Москвы» в области наук и технологий в сфере образования, а также в области гуманитарных наук. Автор более 100 научных работ по вопросам кредитования, денежного обращения, финансов и финансового менеджмента.

В учебном пособии рассмотрены главные сегменты финансового рынка России: рынок денег, рынок ценных бумаг и рынок ссудных капиталов. Дана характеристика современного состояния и перспектив развития бюджетной системы Российской Федерации. Раскрыта сущность современной денежно-кредитной и финансовой политики России.

Для студентов, обучающихся по экономическим специальностям, слушателей школ бизнеса, менеджеров и практических работников.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 538 с., 84\*108/32, код 360658, ISBN 978-5-9916-1558-7

### РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ

Учебник для бакалавров



**Селищев А. С.**, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой денег и ценных бумаг Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов; **Мельникова Г. А.**, кандидат экономических наук, профессор, исполняющая обязанности заведующей кафедрой ценообразования и оценочной деятельности Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов.

В учебнике рассмотрены проблемы становления и функционирования рынка ценных бумаг в России, сущность ценных бумаг и их виды, методы инвестиционного анализа акций и облигаций, основы портфельного инвестирования, регулирование рынка ценных бумаг.

Для студентов экономических вузов и факультетов. Может быть полезен при проведении семинарских и практических занятий.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 431 с., 84\*108/32, код 363279, ISBN 978-5-9916-1652-2

### ЭКОНОМИКА ОТРАСЛЕВЫХ РЫНКОВ

Учебное пособие для вузов



**Розанова Н. М.**, доктор экономических наук, профессор кафедры экономической теории НИУ ВШЭ, автор более 100 научных и учебно-методических работ по проблемам экономики отраслевых рынков и государственного регулирования.

Учебник представляет собой всестороннее изложение основных моделей формирования и функционирования разного рода рыночных структур, показывает базовые принципы поведения фирм на разных рынках, последствия такого поведения для деятельности экономики в целом, варианты отраслевой политики государства. Издание знакомит как с теоретическими моделями, так и с результатами современных эмпирических исследований. Основное внимание уделяется особенностям взаимодействия фирмы, потребителей и государства в тех или иных условиях рынка и отрасли.

Гриф МО

М.: Издательство Юрайт, 2011 г., 906 с., 60\*90/16, код 349541, ISBN 978-5-9916-1189-3

**ЮРАИТ**

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: http://www.urait.ru  
Интернет-магазин: www.urait-book.ru

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

**ЮРАИТ**

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: http://www.urait.ru  
Интернет-магазин: www.urait-book.ru

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

**ЭКОНОМИКА ФИРМЫ**  
Учебник для бакалавров. 2-е издание



Гриф УМО

*Горфинкель В. Я., доктор экономических наук, профессор-консультант, заместитель заведующего кафедрой экономики предприятий и предпринимательства по научной работе Всероссийского заочного финансово-экономического института. Автор более 160 работ, научный редактор и соавтор более 30 учебников и учебных пособий, многие из которых получили дипломы всероссийских конкурсов.*

Учебник охватывает темы, вопросы и понятия, изучение которых предусмотрено требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения. Дана общая характеристика фирмы, показаны ее цели, задачи, функции и структура. Фирма представлена как основной субъект предпринимательства, в связи с чем рассмотрены виды предпринимательской деятельности.

Для студентов, аспирантов и преподавателей вузов, руководителей и экономистов предприятий и фирм.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 687 с., 60\*90/16, код 360688, ISBN 978-5-9916-1565-5

**ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ**  
Учебник для бакалавров. 3-е издание



*Лобчева Е. И., доктор экономических наук, профессор, почетный работник высшего профессионального образования РФ, член Союза писателей России, заведующая кафедрой «Экономическая теория» Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана.*

Рассмотрены наиболее общие подходы, принципы и методы исследования экономических процессов. Изучение экономической теории в рамках данного учебника позволит сформировать базовый уровень экономической грамотности, составить целостное представление о сути экономических явлений.

Для студентов, аспирантов, преподавателей и всех, кого интересуют проблемы экономической науки.

М.: Издательство Юрайт, 2012 г., 516 с., 60\*90/16, код 359646, ISBN 978-5-9916-1456-6

**ЮРАЙТ**

Тел./факс: (495) 7440012, email: sales@urait.ru, home page: http://www.urait.ru  
Интернет-магазин: www.urait-book.ru

КНИГИ ДЛЯ БУДУЩИХ И НАСТОЯЩИХ ПРОФЕССИОНАЛОВ

**БИЗНЕС-ШКОЛА SRC**

SRC – это бизнес семинары и тренинги в Москве

SRC – всегда свежие и полезные знания!

12 лет безупречной репутации!

1 Вы держите в руках источник, подпитывающий и наполняющий резервы ваших знаний. До того, как удастся их применить по окончании БУЗа, зависит, полетит ли эта река в море бизнеса или – уны – пересохнет, не добравшись до цели.

2 Ведь не секрет, что в 9 случаях из 10 первые шаги на рабочем месте сопровождаются «шишками» и «граблями». Молодому специалисту необходимо набраться опыта и знаний из реального бизнеса, научиться применять полученные знания на практике.

3 А однажды наступает момент, когда ответы на накопленные вопросы нет времени искать и нащупывать в книгах. Нужны готовые решения, при этом проверенные опытом.

4 На помощь приходит краткосрочное обучение у бизнес-практиков. Прикладные знания и навыки от специалистов с 15-летним опытом работы в выбранной Вами сфере можно получить на курсах, семинарах и тренингах в Бизнес-школе SRC.

5 Бизнес-школа SRC входит в тройку ведущих провайдеров услуг по обучению персонала. С 1999 года открытые семинары, тренинги и курсы Бизнес-школы SRC посетили более 30000 сотрудников высшего и среднего звена почти 9000 предприятий из 76 регионов России и стран СНГ. Из первой сотни крупнейших российских компаний рейтинг журнала «Эксперт» 72 – наши постоянные клиенты.

6 Сегодня в активе Бизнес-школы SRC 26 спецкурсов, 130 программ открытых семинаров. Лицензия Департамента образования г. Москвы.

**БИЗНЕС-ШКОЛА SRC**

Теперь Вы знаете, где искать проверенные инструменты для Вашего успеха.  
**Бизнес-школа SRC**  
тел. +7 (495) 748-03-11/12/13  
e-mail: info@src-master.ru http://www.src-master.ru